الصف العاشر

الوحدة 1

الدوال التربيعية





نسخة محلولة



(1.1) المميزات الأساسية للدالة التربيعية

المميزات الأساسية للدالة التربيعية

$$f(x) = \pm ax^2$$



$$f(x) = a\,x^2$$

$a > 1$	بدون الإشارة	$o < a < 1$
أقل اتساعًا	السالبة	أكثر اتساعًا

- متوسط معدل التغيير

$o \le x \le 4$	$f(X) = 3x^2 + 1$ • $f(4) = 3(4)^2 + 1 = 49$ • $f(o) = 3(o)^2 + 1 = 1$ متوسط معدل التغير $= \frac{49-1}{4-0} = \frac{48}{4} = 12$

السؤال رقم (1)

• اختر الإجابة الصحيحة: -

إذا كان اتجاه فتحة التمثيل البياني للدالة $f(x) = ax^2$ إلى الأسفل، والتمثيل البياني أقل اتساعًا من التمثيل البياني للدالة التربيعية الرئيسة، أي مما يلي يمكن أن يكون قيمة a ؟

A	-2	C	0.5
B	-0.5	D	1

السؤال رقم (2)

• كيف تؤثر قيمة a على التمثيل البياني لكل دالة معطاة عند مقارنته بالتمثيل للدالة التربيعية الرئيسة؟

$f(x) = 0.6x^2$ لأعلي أكثر اتساعا	$g(x) = 6x^2$ لأعلي أقل اتساعا
$h(x) = -0.15x^2$ لأسفل أكثر اتساعا	$f(x) = -7x^2$ لأسفل أقل اتساعا
$g(x) = 4.5x^2$ لأعلي أقل اتساعا	$c(x) = 0.04x^2$ لأعلي أكثر اتساعا

السؤال رقم (3)

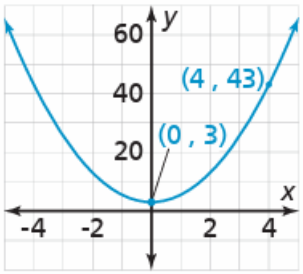
استعمل الجدول أدناه لتحديد الفترة التي تكون فيها الدالة $f(x) = 15x^2$ متزايدة والفترة التي تكون الدالة فيها متناقصة.

x	$f(x) = 15x^2$	(x, y)
-2	60	$(-2, 60)$
-1	15	$(-1, 15)$
0	0	$(0, 0)$
1	15	$(1, 15)$
2	60	$(2, 60)$

$x > 0$
متزايدة

$x < 0$
متناقصة

أوجد متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = 2.5x^2 + 3$، في الفترة $0 \le x \le 4$.
ما المعلومات التي يقدمها متوسط معدل التغير عن الدالة؟



$$\frac{43 - 3}{4 - 0}$$

$$\frac{40}{4} = 10$$

السؤال رقم (3)

- في أي فترة تكون كل دالة متزايدة وفي أي فترة كل دالة متناقصة؟

x	$f(x) = -0.3x^2$	$(x\ ,\ y)$
−2	−1.2	(−2 , −1.2)
−1	−0.3	(−1 , −0.3)
0	0	(0 , 0)
1	−0.3	(1 , −0.3)
2	−1.2	(2 , −1.2)

$x < 0$ متزايدة

$x > 0$ متناقصة

x	$f(x) = 13x^2$	$(x\ ,\ y)$
−2	52	(−2 , 52)
−1	13	(−1 , 13)
0	0	(0 , 0)
1	13	(1 , 13)
2	52	(2, 52)

$x > 0$ متزايدة

$x < 0$ متناقصة

(1.2) الدوال التربيعية بصيغة الرأس

الدوال التربيعية بصيغة الرأس

صيغة الرأس

$$f(x) = \pm a(x - h)^2 + k$$

مفتوح لأعلي

لأسفل

تأخذ بعكس الإشارة إزاحة لليمين أو اليسار

(+) (-)

تأخذ بنفس الإشارة (إزاحة لأعلي أو لأسفل)

(-) (+)

1. رأس المنحني (h, k)
2. معادلة محور التناظر $x = h$ ← عكس الإشارة
3. القيمة العظمي أو الصغرى $= k$ ← نفس الإشارة
4. مقطع y لإيجاد مقطع y نضع x = 0 ثم الحاسبة

السؤال رقم (1)

• اختر الإجابة الصحيحة: -

أي مما يلي ينطبق على التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2(x-3)^2 + 9$ في المستوي الإحداثي؟ اختر كل ما ينطبق.

A	التمثيل البياني قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل.	C	محور تناظر التمثيل البياني هو $x = 3$.
B	يقع رأس التمثيل البياني عند النقطة $(9, -3)$.	D	المقطع y للتمثيل البياني هو 9

السؤال رقم (2)

• اختر الإجابة الصحيحة: -

تمت إزاحة التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2$ وحدتين إلى اليمين و 10 وحدات إلى الأسفل.
أي من الدوال التالية تمثل دالة التمثيل البياني الجديد؟

A	$f(x) = (x+2)^2 - 10$	C	$f(x) = 2x^2 - 10$
B	$f(x) = (x-2)^2 - 10$	D	$f(x) = -2x^2 - 10$

السؤال رقم (3)

• حدد الرأس ومحور التناظر واتجاه التمثيل ثم قارن اتساع التمثيل البياني.

الدالة	الرأس	محور التناظر	إتجاه الرسم	مقارنة الاتساع عن الدالة الأصلية
$h(x) = 2(x+1)^2 + 4$	$(-1, 4)$	$x = -1$	لأعلي	أقل اتساعاً
$g(x) = -0.2(x-3)^2 - 3$	$(3, 3)$	$x = 3$	لأسفل	أكثر اتساعاً
$g(x) = -(x-5)^2 + 6$	$(5, 6)$	$x = 5$	لأسفل	نفس اتساع الدالة الأصليه
$h(x) = -3(x+2)^2 - 5$	$(-2, -5)$	$x = -2$	لأسفل	أقل اتساعاً

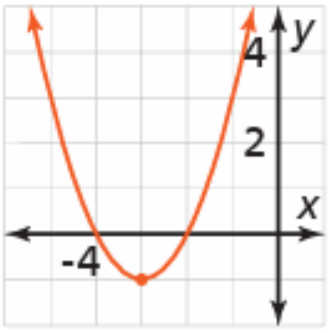
السؤال رقم (4)

- حدد الرأس ومحور التناظر لكل دالة.

الإزاحة	القيمة العظمى أو الصغرى	محور التناظر	الرأس	الدالة
وحدتان لأعلى راسياً	صغرى 2	$x=0$	$(0,2)$	$f(x)=x^2+2$
وحدة واحدة لأسفل	عظمى -1	$x=0$	$(0,-1)$	$g(x)=-x^2-1$
وحدتان لليسار	عظمى 0	$x=-2$	$(-2,0)$	$g(x)=-(x+2)^2$
لليمين 0.5	صغرى0	$x=0.5$	$(0.5,0)$	$f(x)=(x-0.5)^2$
وحدة لليمين و وحدتان لأسفل	صغرى -2	$x=1$	$(1,-2)$	$f(x)=(x-1)^2-2$
3 وحدات لليسار 4 وحدات لأعلى	صغرى4	$x=-3$	$(-3,4)$	$f(x)=(x+3)^2+4$

السؤال رقم (5)

- كل تمثيل بياني أدناه هو إزاحة للتمثيل البياني للدالة $f(x)=x^2$. اكتب كل دالة بصيغة الرأس.



الرأس
$(-3,-1)$

$f(x)=a\,(x+3)^2-1$

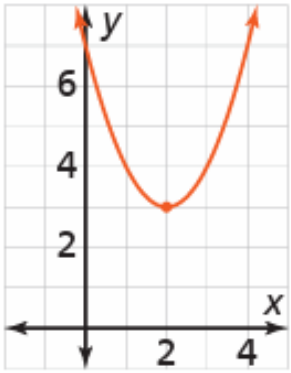
النقطة $(-4,0)$ تقع على المنحنى

$f(1)=a\,(-4+3)^2-1=0$

$a-1=0$

$a=1$

$f(x)=1\,(x+3)^2-1$



الرأس
$(2,3)$

$f(x)=a\,(x-h)^2+k$

النقطة $(1,4)$ تقع على المنحنى

$f(1)=a\,(1-2)^2+3=4$

$a+3=4$

$a=1$

$f(x)=1\,(x-2)^2+3$

السؤال رقم (6)

- مثل الدوال التالية

$f(x) = (x-2)^2 - 1$

الحل

الرأس

$(2, -1)$

محور التناظر

$x = 2$

عند $x = 1$

$f(1) = (1-2)^2 - 1 = 0$

النقطة $(1, 0)$ تقع على المنحنى

عند $x = 3$

$f(1) = (3-2)^2 - 1 = 0$

النقطة $(3, 0)$ تقع على المنحنى

اتجاة الرسم لأعلى



$f(x) = (x+3)^2 + 1$

الحل

الرأس

$(-3, 1)$

محور التناظر

$x = -3$

عند $x = -2$

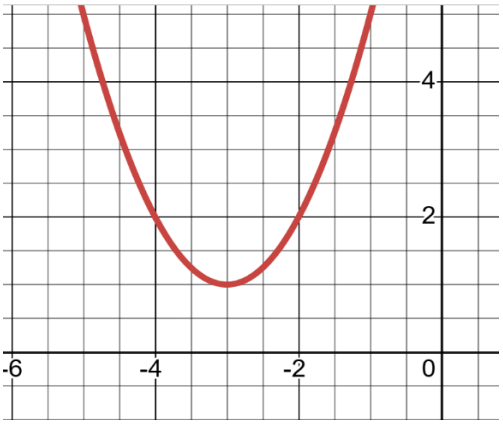
$f(1) = (-2+3)^2 + 1 = 2$

النقطة $(-2, 2)$ تقع على المنحنى

عند $x = -4$

$f(1) = (-4+3)^2 + 1 = 2$

النقطة $(-4, 2)$ تقع على المنحنى



(1.3) الدوال التربيعية في الصيغة القياسية

الدوال التربيعية في الصيغة القياسية

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

1. معادلة محور التناظر ⟵ $x = \frac{-b}{2a}$
2. القيمة العظمي أو الصغرى ⟵ نعوض عن قيمة $x = y$
3. رأس المنحني ⟵ (x, y)
4. مقطع y هو c ⟵ لأنه نضع $x = 0$
5. التمثيل

محور التناظر

x			x		
y					

السؤال رقم (1)

• اختر الإجابة الصحيحة: -

ما القيمة العظمى للدالة $f(x) = -4x^2 + 16x + 12$ ؟

A	12	C	24
B	16	D	28

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2(-4)} = 2$$

$$f(x) = -4\,(2)^2 + 16(2) + 12 = 28$$

السؤال رقم (2)

- حدد الرأس ومحور التناظر لكل دالة.

الدالة	مقطع y	محور التناظر	الرأس
$f(x)=2x^2+8x+2$	2	$x=\frac{-8}{2(2)}=-2$	$f(-2)=2(-2)^2+8(-2)+2=10$ الرأس $(-2\ ,10)$
$x)=-2x^2+4x-3$	-3	$x=\frac{-4}{2(-2)}=1$	$f(-2)=-2(1)^2+4(1)-3=-1$ الرأس $(1\ ,-1)$
$f(x)=-x^2-2x-5$	-5	$x=\frac{2}{2(-1)}=-1$	$f(-2)=-(-1)^2-2(-1)-5=-1$ الرأس $(-1\ ,-4)$
$f(x)=4x^2-8x+5$	5	$x=\frac{8}{2(4)}=-1$	$f(1)=4(-1)^2-8(-1)+5=17$ الرأس $(-1\ ,17)$
$f(x)=x^2-6x+12$	12	$x=\frac{6}{2(1)}=3$	$f(3)=(3)^2-6(3)+12=17$ الرأس $(3\ ,3)$

السؤال رقم (3)

- اكتب كل دالة بالصيغة القياسية.

$f(x)=-2(x-9)^2+15$ $=-2(x^2-18x+81)+15$ $=2x^2-36x-162+15$ $=2x^2-36x-147$	$f(x)=4(x+1)^2-3$ $=4(x^2+2x+1)-3$ $=4x^2+8x+4-3$ $=x^2+8x+1$