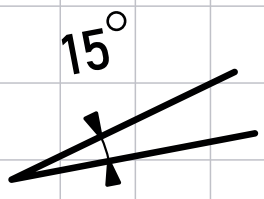
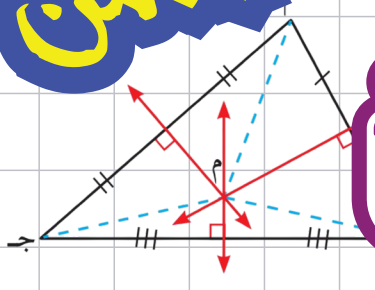
نيو أكاديمي

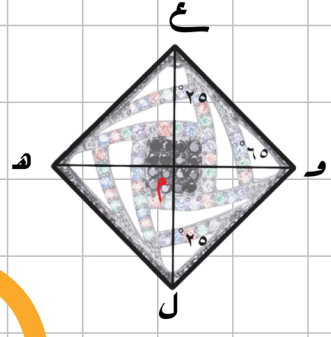
فيثاغورث في الرياضيات محلولة

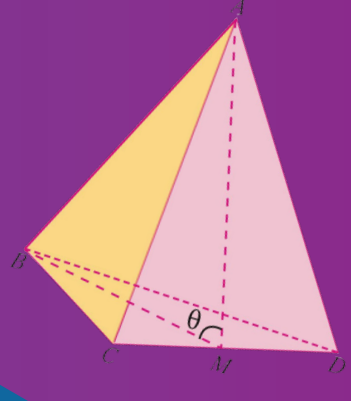
الكتاب الأول

الصف الثامن

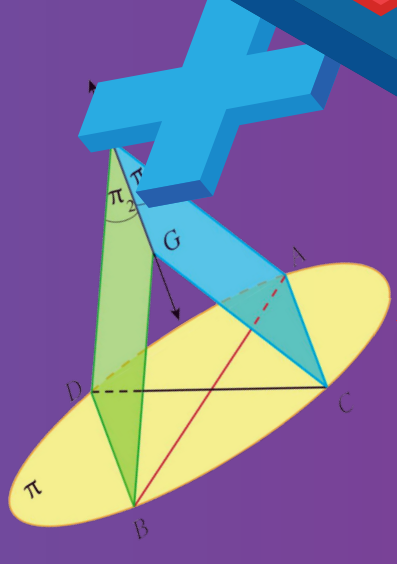








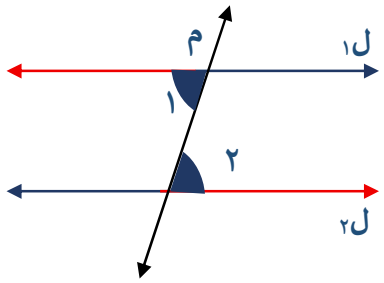
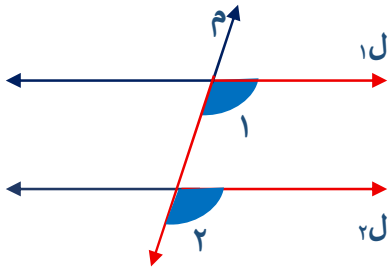
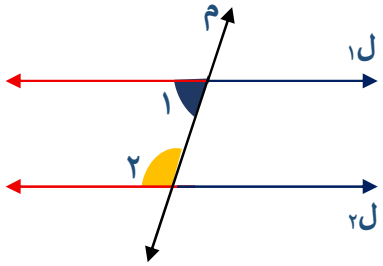




الـــدرس الأول

الـكـــشـف عن تـوازي مستـقـيـمـيـن

إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوي ، فإن المستقيمين يكونان متوازيين ، إذا وفقط إذا توفر أحد الشروط التالية:

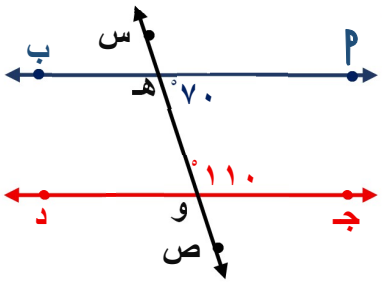
① زاويتان متبادلتان متطابقتان	② زاويتان متناظرتان متطابقتان	③ زاويتان متحالفتان متكاملتان
		

لاحـظ أن

"لا يوازي" يرمز إلي بالرمز ∦

أي من الاشكال التالية يكون $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$ وضح ذلك

١

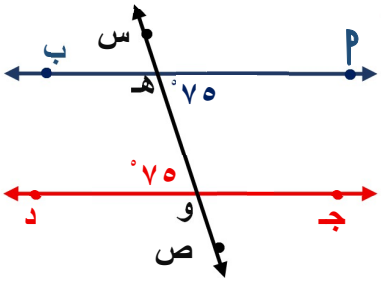


∵ ق(أهـ و) + ق (جـ وَ هـ) = ٧٠° + ١١٠° = ١٨٠°

وهما زاويتان متحالفتان

∴ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$

٢



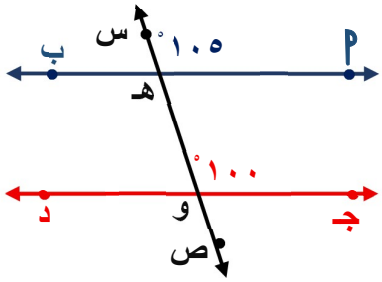
∵ ق(أهـ و) = ق (د وَ هـ)

= ٧٥°

وهما في وضع تبادل

∴ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$

٣

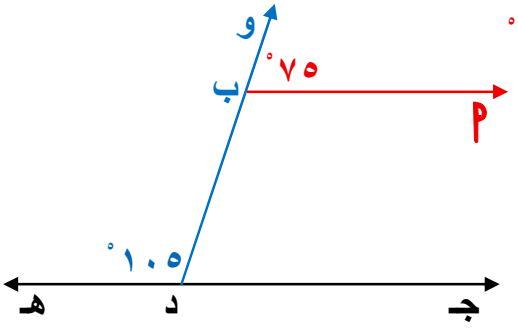


∵ ق(أهـ س) ≠ ق (جـ وَ هـ)

وهما في وضع تناظر

∴ $\overleftrightarrow{أب} \nparallel \overleftrightarrow{جـ د}$

في الشكل أدناه : (أ̂ب و) = ٧٥° ، (ب د̂ هـ) = ١٠٥°



أثبت أن: $\overleftrightarrow{ب أ} \parallel \overleftrightarrow{هـ جـ}$

الحـل

∵ ق(ب د̂ هـ) = ١٠٥° (معطي)

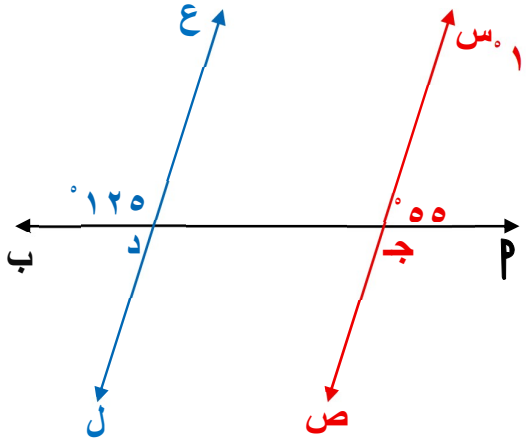
∴ ق(جـ د̂ ب) = ١٨٠° − ١٠٥° = ٧٥° (بالتجاور علي خط مستقيم واحد)

∵ ق(أ ب̂ و) = ق(جـ د̂ ب) = ٧٥° (وهما في وضع التناظر)

∴ $\overleftrightarrow{ب أ} \parallel \overleftrightarrow{هـ جـ}$

في المقابل: $\overleftrightarrow{أ ب}$ قاطع للمستقيمين ، $\overleftrightarrow{س ص}$ ، $\overleftrightarrow{ع ل}$ في جـ ، د

علي الترتيب، ق (أ ج̂ س) = ٥٥° ، (ع د̂ ب) = ١٢٥°



برهن أن: $\overleftrightarrow{س ص} \parallel \overleftrightarrow{ع ل}$

الحـل

∵ ق(أ ج̂ س) = ٥٥° (معطي)

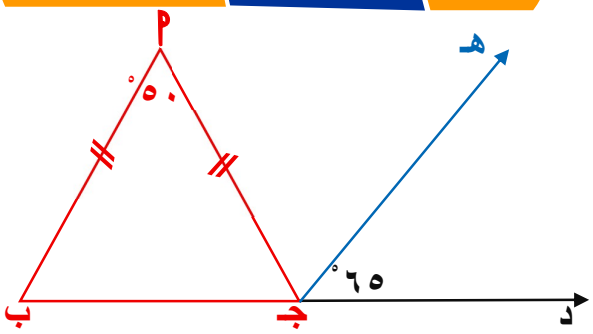
∴ ق(س ج̂ د) = ١٨٠° − ٥٥° = ١٢٥° (بالتجاور علي خط مستقيم واحد)

∵ ق(ع ج̂ د) = ١٢٥° (معطي)

∵ ق(س ج̂ د) = ق(ع د̂ ب) = ١٢٥° (وهما في وضع التناظر)

∴ $\overleftrightarrow{س ص} \parallel \overleftrightarrow{ع ل}$

في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه:



أثبت أن: $\overleftarrow{جـ هـ} \parallel \overline{ب P}$

الحـل

∵ ب P = جـ P (معطي)

∴ Δ ب P جـ متطابق الضلعين

∵ ق(∠P ب جـ) = ق(∠P جـ ب) = $\frac{١٨٠^\circ - ٥٠^\circ}{٢} = \frac{١٣٠^\circ}{٢} = ٦٥^\circ$

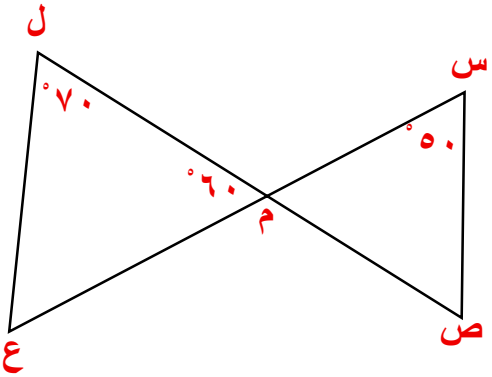
(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°)

∵ ق(∠د جـ هـ) = ٦٥° (معطي)

∵ ق(∠P ب جـ) = ق(∠د جـ هـ) = ٦٥° (وهما في وضع التناظر)

∴ $\overleftarrow{جـ هـ} \parallel \overline{ب P}$

في الشكل المقابل ، إذا كان س ع ∩ ص ل = {م} وحسب البيانات المحددة عليه ، أثبت أن: $\overline{س ص} \parallel \overline{ع ل}$



الحـل

Δ ع م ل فيه

ق(∠ع) = ١٨٠° – (٧٠° + ٦٠°) = ٥٠°

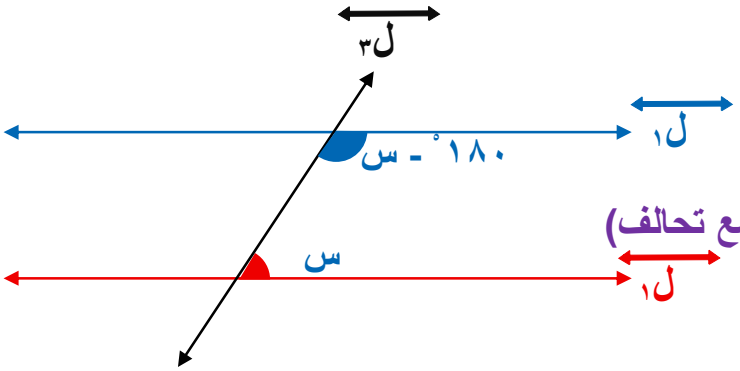
(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°)

∴ ق(∠س) = ق(∠ع) = ٥٠° (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{س ص} \parallel \overline{ع ل}$

يقول أحمد ل يوسف: $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$. فهل توافقه الرأي؟ وضح ذلك

الحـل

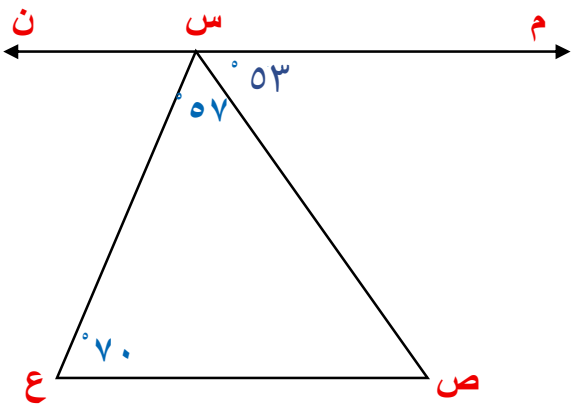


نعم،

١٨٠° – س + س = ١٨٠° (وهما في وضع تحالف)

$\therefore \overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$

في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه،



أثبت أن: $\overleftrightarrow{م ن} \parallel \overline{ص ع}$

الحـل

∵ ق(∠ص) = ١٨٠° – (٥٧° + ٧٠°)

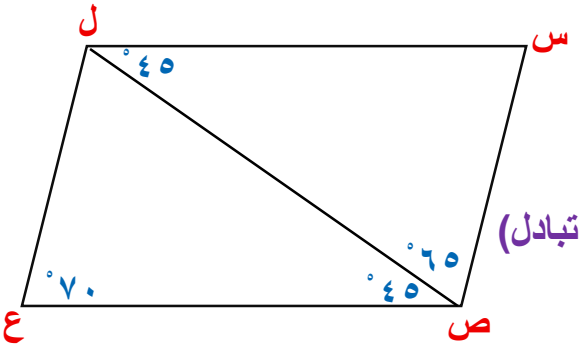
= ١٨٠° - ١٢٧° = ٥٣°

مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق(∠م س ص) = ق(∠ص) = ٥٣° (وهما في وضع تبادل)

$\therefore \overleftrightarrow{م ن} \parallel \overline{ص ع}$

في الشكل المقابل ، وحسب البيانات المدونة عليه ، برهن أن:



١ س ل // ص ع

الحل

∵ ق(س ل̂ ص) = ق(ع ص̂ ل) = ٤٥° (وهما في وضع تبادل)

∴ س ل // ص ع

٢ س ص // ل ع

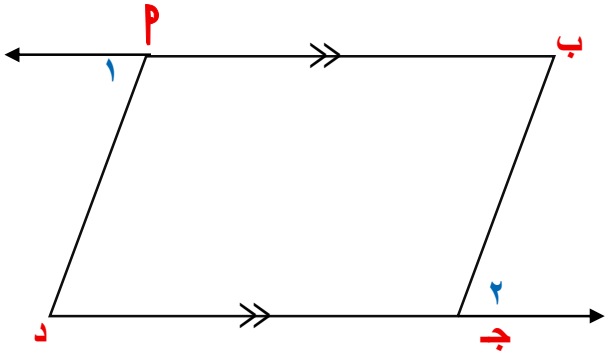
الحل

في Δ ع ص ل

ق(ص ل̂ ع) = ١٨٠ − (٤٥° + ٧٠°) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° لان مجموع زوايا المثلث =١٨٠

ق(ص ل̂ ع) = ق(س ص̂ ل) = ٦٥° (وهما في وضع تبادل)

∴ س ص // ل ع



في الشكل المقابل: ب أ // د جـ

ق(١) = ق (٢) ، برهن أن : ب جـ // أ د

الحل

∵ ب أ // د جـ

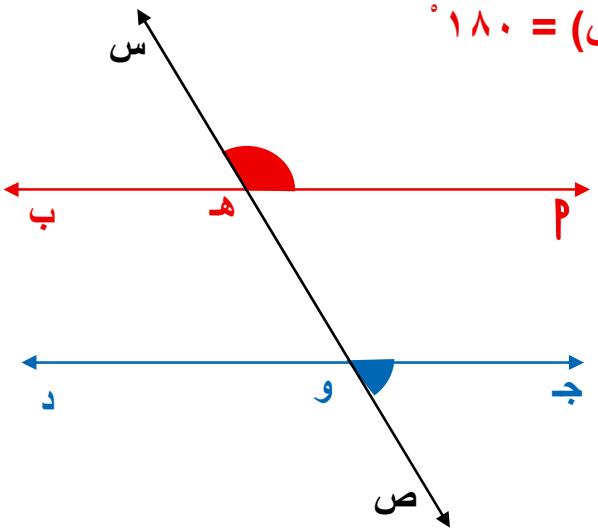
∴ ق(ب̂) = ق(٢̂) (بالتوازي والتبادل)

∵ ق(١̂) = ق(٢̂)

∴ ق(ب̂) = ق(١̂) (وهما في وضع تناظر)

∴ ب جـ // أ د

في الشكل المقابل: ق (أ هـ س) + ق (جـ و ص) = ١٨٠°



أثبت أن $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$

الحـل

ق(أ هـ س) + ق(أ هـ و) = ١٨٠° ← ①

(بالتجاور علي مستقيم واحد)

∵ ق(أ هـ س) + ق(جـ و ص) = ١٨٠° ← ②

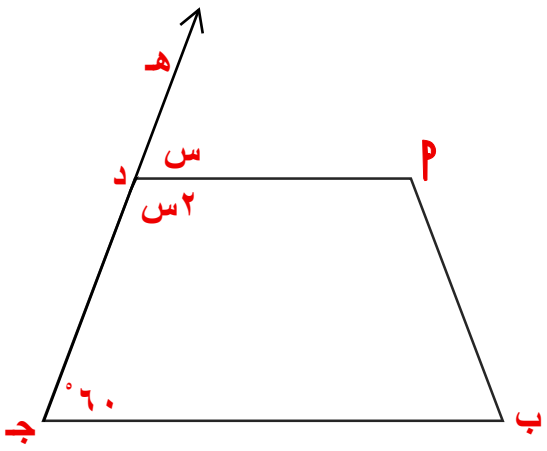
(معطي)

∴ ق(أ هـ و) = ق(جـ و ص)

(وهما في وضع تناظر)

∴ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$

في الشكل المقابل وحسب البيانات المدونة عليه ،



أثبت أن أب جـ د شبة منحرف

الحـل

س + ٢س = ١٨٠°

٣س = ١٨٠° ، س = ٦٠°

∴ ق(أ د هـ) = ق(جـ) (وهما في وضع تناظر)

∴ $\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$

∴ أب جـ د شبة منحرف فيه ضلعان متقابلا متوازيان

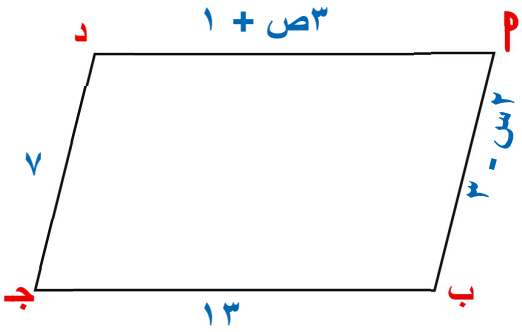
تـــذكـــر

شبة المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متقابلان متوازيان

الـدرس الثاني

متوازي الأضلاع – رسم متوازي الاضلاع

في الشكل المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع ، وبحسب البيانات المدونة علي الرسم ، وجد البرهان قيمة كل من س ، ص:



الحـل

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (معطي)

∴ كل ضلعين متقابلين متطابقان (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ أ ب = د جـ

٢س – ٣ = ٧

٢س – ٣ + ٣ = ٧ + ٣

$\frac{٢}{٢}$ س = $\frac{١٠}{٢}$

س = ٥

∴ أ د = ب جـ

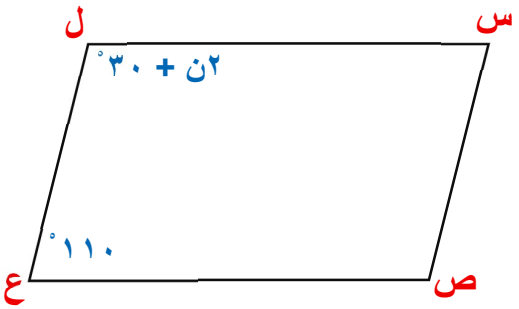
٣ص + ١ = ١٣

٣ص + ١ – ١ = ١٣ – ١

$\frac{٣}{٣}$ س = $\frac{١٢}{٣}$

ص = ٤ (تحقق من صحة الحل)

في الشكل المقابل، س ص ع ل متوازي أضلاع ، وبحسب البيانات المدونة علي الرسم ، أكمل ما يلي لإيجاد قيمة ن.



الحـل

∵ س ص ع ل متوازي أضلاع

∴ ق(∠ل) + ق(∠ع) = ١٨٠° (من خواص متوازي الأضلاع كل زاويتين متتاليتين متكاملتان)

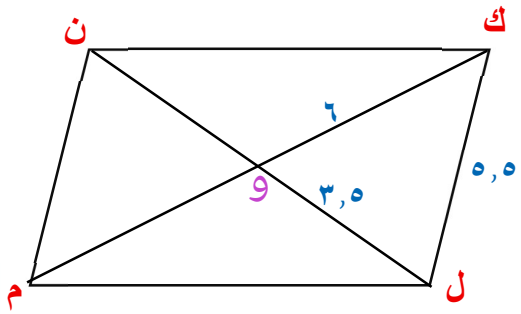
٢ن + ٣٠° + ١١٠° = ١٨٠°

٢ن = ١٨٠° − ١٤٠°

$ن = \frac{٤٠°}{٢}$

∴ ن = ٢٠°

ك ل م ن متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ك ل = ٥,٥ وحدة طول ، ك و = ٦ وحدات طول ، ل و= ٣,٥ وحدات طول أوجد محيط Δ م و ن



الحـل

∵ ك ل م ن متوازي أضلاع (معطي)

∴ وم = وك = ٦ وحدات طول (من خواص متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر)

∴ ون = ول = ٣,٥ وحدات طول

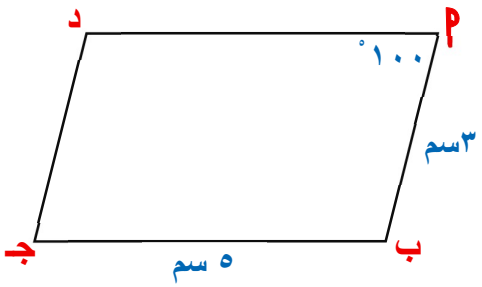
∴ م ن = ك ل = ٥,٥ وحدة طول (من خواص متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان)

∴ محيط Δ م ون = وم + ون + م ن

= ٦ + ٣,٥ + ٥,٥ = ١٥ وحدة طول

ارسم متوازي الأضلاع أ ب جـ د الذي فيه أ ب = ٣سم ، ب جـ = ٥سم ، ق(أ) = ١٠٠°

الحـل



ارسم رسماً تخطيطاً للشكل موضحاً عليه المعطيات

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع

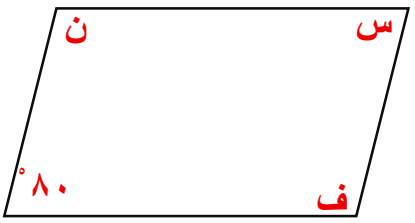
∴ ق (أ) + ق(ب) = ١٨٠° (من خواص متوازي الأضلاع كل زاويتين متتاليتين متكاملتان)

ق (ب) = ١٨٠° ـ ١٠٠°

∴ ق (ب) = ٨٠°

استخدم الأدوات الهندسية لرسم متوازي الاضلاع أ ب جـ د

أوجد قيمة كل من س ، ف ، ن في متوازيات الأضلاع التالية مع ذكر السبب:



س = ٨٠°

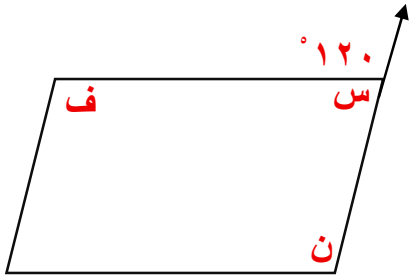
كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

ن = ١٨٠° ـ ٨٠° = ١٠٠°

زاويتان متتاليتان مجموعهما = ١٨٠°

ق = ١٠٠°

كل زاويتان متقابلتان متطابقتان



س = ١٨٠° ـ ١٢٠° = ٦٠°

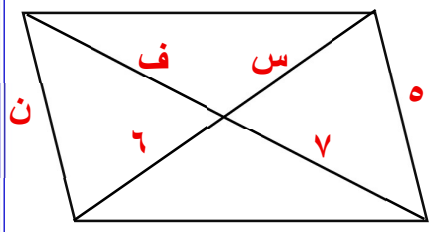
التجاور علي مستقيم واحد

ف = ١٢٠°

التوازي والتبادل

ن = ١٢٠°

زاويتان متقابلتان



س = ٦

القطران ينصف كلاً منهما الآخر

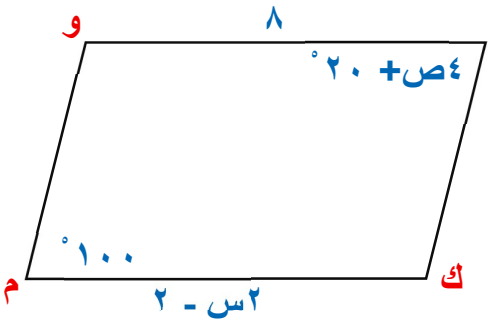
ف = ٧

القطران ينصف كلاً منهما الآخر

ن = ٥

ضلعان متقابلان

في الشكل المقابل ل ك م و متوازي الاضلاع ، وبحسب البيانات المدونة علي الرسم ، أوجد البرهان قيمة كل من س ، ص.



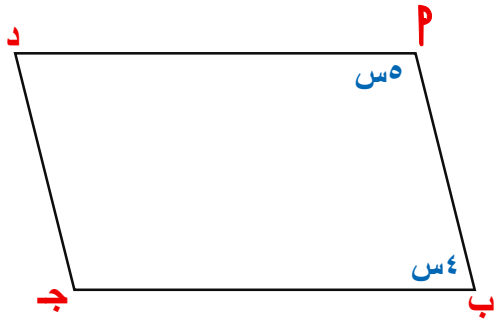
الحل

٢س ـ ٢ = ٨	٤ص + ٢٠° = ١٠٠°
٢س = ٨ + ٢	٤ص = ١٠٠° ـ ٢٠°
٢س = ١٠	٤ص = ٨٠°
س = ٥	ص = ٢٠°

في الشكل المقابل ، أ ب جـ د متوازي أضلاع ،

ق(أ) = ٥س ، ق(ب) = ٤س

أوجد البرهان ق(أ) ، ق(ب) بالدرجات



الحل

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع

∴ ق (أ) + ق(ب) = ١٨٠° (كل زاويتان متتاليتان مجموعهما = ١٨٠°)

٥س + ٤س = ١٨٠°

٩س = ١٨٠°

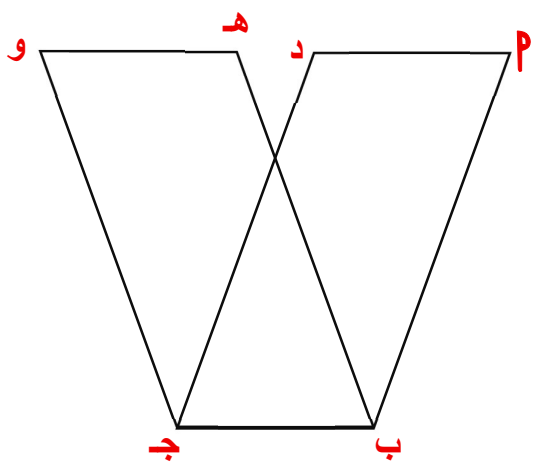
س = ٢٠°

∴ ق (أ) = ٥ × ٢٠° = ١٠٠°

∴ ق(ب) = ٤ × ٢٠° = ٨٠°

في الشكل المقابل ، ﻫ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع ،

أثبت أن ﻫ د = هـ و



الحـل

∵ ﻫ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

∴ ﻫ د = ب جـ

هـ و = ب جـ

ﻫ د = هـ و (من خواص التساوي)

ارسم متوازي الأضلاع س ص ع ل الذي فيه س ص = ٥,٥ سم ، ص ع = ٦,٥ سم ، ق(س$\widehat{ل}$ ع) = ٤٥°

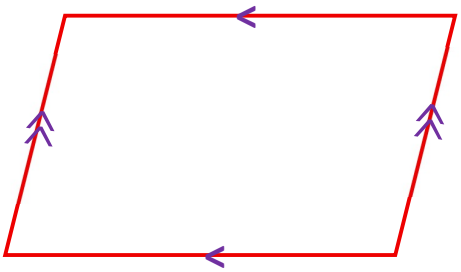
ارسم متوازي الأضلاع ل م ن و الذي فيه ل م = ٣,٥ سم ، م ن = ٥ سم ، ق(م$\widehat{ل}$ و) = ١٢٠°

الكشف عن متوازي الأضلاع

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية:

(١)

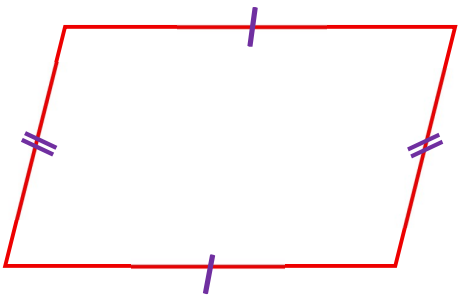
كل ضلعين متقابلين **متوازيين**



---

(٢)

كل ضلعين متقابلين **متطابقين**



---

(٣)

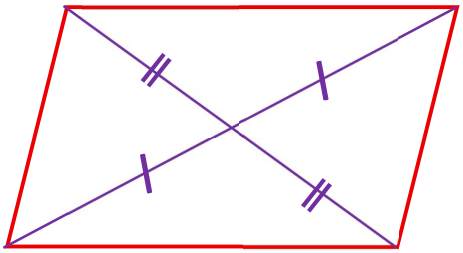
كل زاويتين متقابلتين **متطابقتين**



---

(٤)

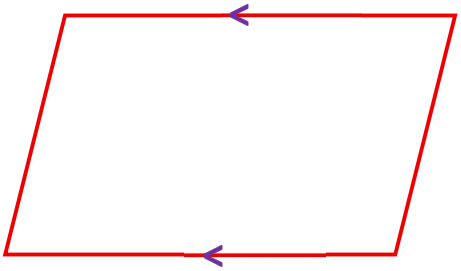
القطران **ينصف كل منهما الآخر**



---

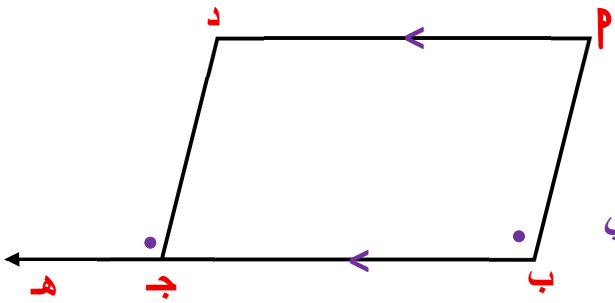
(٥)

ضلعان متقابلان **متطابقان ومتوازيان**



تمارين علي حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

أثبت أن : الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

$\overline{أد} \parallel \overline{ب جـ}$ ← (١) معطي

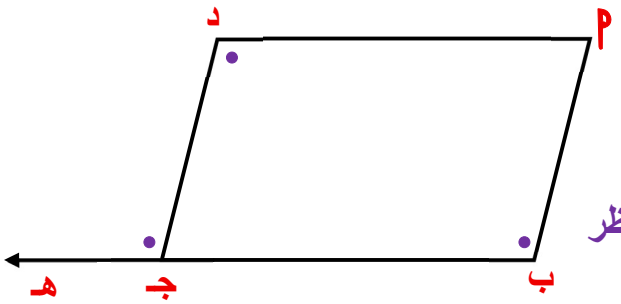
∵ ق (∠ب) = ق (∠د جـ هـ) معطي وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{أب} \parallel \overline{د جـ}$ ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د هو متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين

أثبت أن : الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

∵ ق (∠ب) = ق (∠د جـ هـ) معطي وهما في وضع تناظر

$\overline{أب} \parallel \overline{د جـ}$ ← (١)

∵ ق (∠د) = ق (∠د جـ هـ) وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أد} \parallel \overline{ب جـ}$ ← (٢)

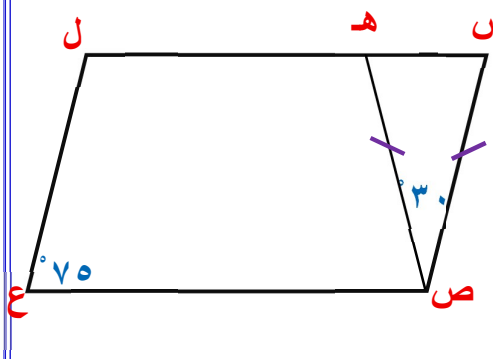
∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د هو متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين

في الشكل المقابل س ل // ص ع ، ص س = ص هـ ،

ق(ع) = ٧٥° ، ق (س ص هـ) = ٣٠° ، برهن أن

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع



الحـل

∵ س ل // ص ع (١)

ق (ل) = ١٨٠° – ٧٥° = ١٠٥° تحالف وتوازي

س ص = هـ ص

∴ Δ س ص هـ متطابق الضلعين

∴ ق(س) = ق (س هـ ص) = $\frac{١٨٠° - ٣٠°}{٢}$ = $\frac{١٥٠°}{٢}$ = ٧٥°

لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∵ ق(س) + ق(ل) = ٧٥° + ١٠٥° = ١٨٠° وهما في وضع تحالف

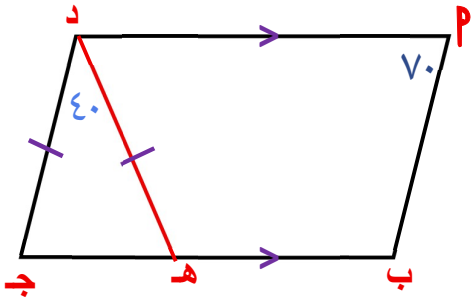
∴ س ص // ل ع (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

في الشكل المقابل $\overline{أ د} // \overline{ب جـ}$ ، ص س = ص هـ ،

ق(أ) = ٧٠° ، ق (هـ د جـ) = ٤٠° ، برهن أن الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

$\overline{أ د} // \overline{ب جـ}$ ⟵ (١)

ق (ب) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° تحالف وتوازي

د هـ = د جـ

∴ Δ د هـ جـ متطابق الضلعين

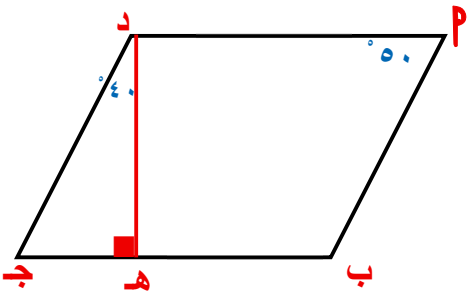
∴ق(جـ) = ق (د هـ جـ) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢} = \frac{١٤٠°}{٢}$ = ٧٠° لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∵ق(جـ) + ق(ب) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠° وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أ ب} // \overline{د جـ}$ ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين



إذا كان ﺃ ب جـ د شكل رباعي فيه : $\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$ ،

$\overline{د هـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، ق(أ) = ٥٠° ، ق (هـ د جـ) = ٤٠° ،

فبرهن أن الشكل الرباعي ﺃ ب جـ د متوازي أضلاع

الحل

$\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$ ← (١)

ق (ب) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠° تحالف وتوازي

∴ Δ د هـ جـ قائم مجموع زواياه = ١٨٠°

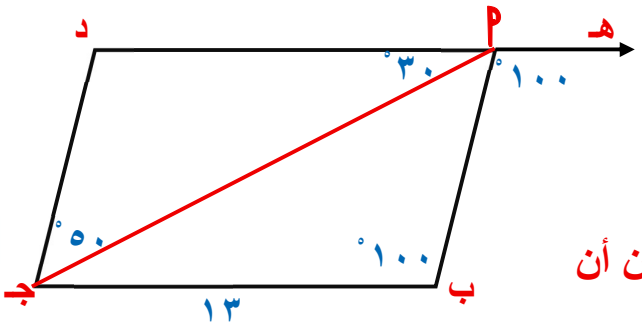
∴ ق(جـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٩٠°) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

∵ ق(ب) + ق(جـ) = ١٣٠° + ٥٠° = ١٨٠° وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أ ب} \parallel \overline{د جـ}$ ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

ﺃ ب جـ د متوازي ضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين



أب جـ د شكل رباعي فيه

ق (هـ أ ب) = ق(ب) = ١٠٠° ،

ق(د أ جـ) = ٣٠° ، ق (أ جـ د) = ٥٠° برهن أن

الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع

الحـل

∵ ق (هـ أ ب) = ق(ب) = ١٠٠° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ (١)

في Δ أ جـ د ، ق(د) = ١٨٠° - (٣٠° + ٥٠°)

= ١٨٠° ـ ٨٠° = ١٠٠° لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∵ ق (هـ أ ب) = ق(د) وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{د جـ}$ (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين



في الشكل المقابل أب جـ د شكل رباعي فيه:

ق(أ) = ق (جـ) = س ، ق (ب) = ق (د) = ص

هل المعطيات كافية لأن يكون الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع؟

الحـل

س + ص + س + ص = ٣٦٠°

تـــذكـــر

مجموع قياسات زوايا الشكل لرباعي = ٣٦٠°

∵ ٢س + ٢ص = ٣٦٠ بالقسمة على ٢

∴ س + ص= ١٨٠°

ق (أ) + ق (ب) = ١٨٠° ← (١) وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ← (١)

وكذلك ق (أ) + ق (د) = ١٨٠° ← (٢) وهما في وضع تحالف

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{د جـ}$ ← (٢)

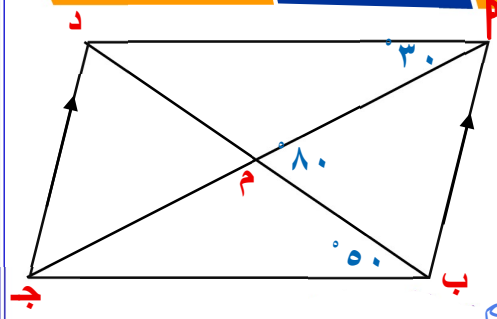
∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي أب جـ د هو متوازي أضلاع

وعلي ذلك نقول : نعم ، المعطيات كافية لإثبات أن الشكل الرباعي أب جـ د متوازي أضلاع

في الشكل المقابل $\overline{أجـ} \cap \overline{ب د} = \{م\}$ ،

أثبت أن أ ب جـ د متوازي أضلاع



الحـل

ق (ب م جـ) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠° بالتجاور على خط مستقيم

في Δ ب م جـ :

ق (ب جـ م) = ١٨٠° − (٥٠° + ١٠٠°) = ٣٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°)

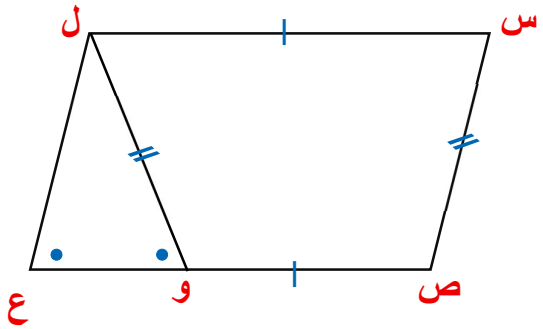
∵ ق (د أ جـ) = ق (ب جـ م) = ٣٠° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$ (١)

∵ $\overline{أ ب} \parallel \overline{د جـ}$ (٢) معطي

∴ الشكل أب جـ د هو متوازي أضلاع فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

أثبت أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع



الحـل

∵ س ل = ص ع (١) معطي

في Δ ل و ع :

∵ ق(ل و ع) = ق (ع)

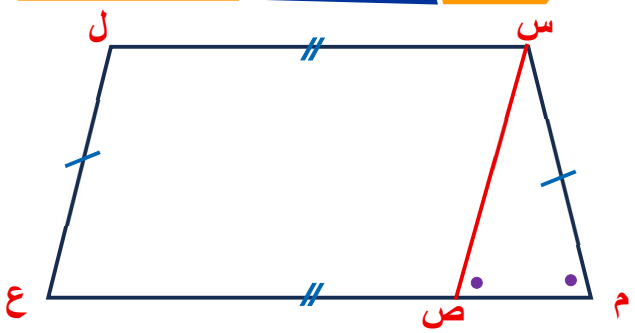
∴ ل و = ل ع

∵ ل و = س ص

∴ ل ع = س ص (٢) من خواص المساواة

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن : الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع

لأن كل ضلعان متقابلان متطابقان



إذا كان : س ل = ص ع ، س م = ل ع ،

$\overset{\frown}{م}$ ≅ س $\overset{\frown}{ص}$ م برهن أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع

الحـل

∵ س ل = ص ع ⟵ معطي (١)

Δ س ص م فيه:

∵ ق(س $\overset{\frown}{ص}$م) = ق ($\overset{\frown}{م}$)

∴ Δ س ص م متطابق الضلعين

س م = س ص

س م = ل ع

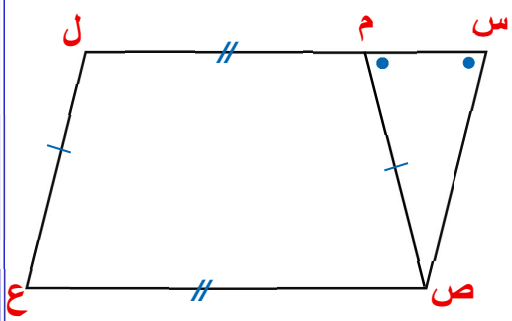
∴ س ص = ل ع خاصية المساواة ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

إذا كان س ل = ص ع ، م ص = ل ع ،

ق(س) = ق (س م ص) ،



برهن أن الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي الأضلاع

الحل

تذكر

لأي مثلث إذا كان فيه زاويتان متطابقتين ، فإن المثلث متطابق الضلعين

س ل = ص ع (معطي) (١)

في Δ س م ص :

∵ق(س) = ق (س م ص) (معطي)

∴ س ص = م ص من خواص المثلث المتطابق الضلعين

∵م ص = ل ع (معطي)

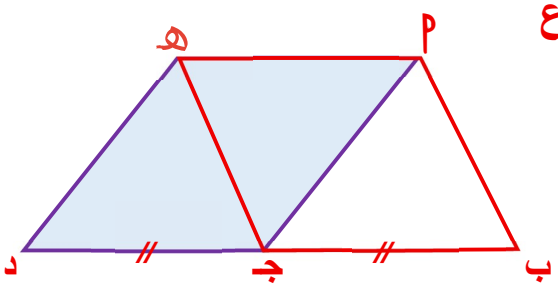
∴ س ص = ل ع من خواص المساواة (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين

إذا كان ﻫ ب جـ هـ متوازي أضلاع ، ب جـ = جـ د ، ب ، جـ ، د علي استقامة واحدة ،

فبرهن أن الشكل الرباعي ﻫ جـ د هـ متوازي أضلاع



الحـل

ﻫب جـ هـ متوازي أضلاع

∴ $\overline{ﻫ هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين

ب ، جـ ، د علي استقامة واحدة

∴ $\overline{ﻫ هـ}$ // $\overline{جـ د}$ ← (١)

ﻫب جـ هـ متوازي أضلاع

ﻫهـ = ب جـ لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

ب جـ = جـ د (معطي)

∴ ﻫهـ = جـ د من خواص المساواة

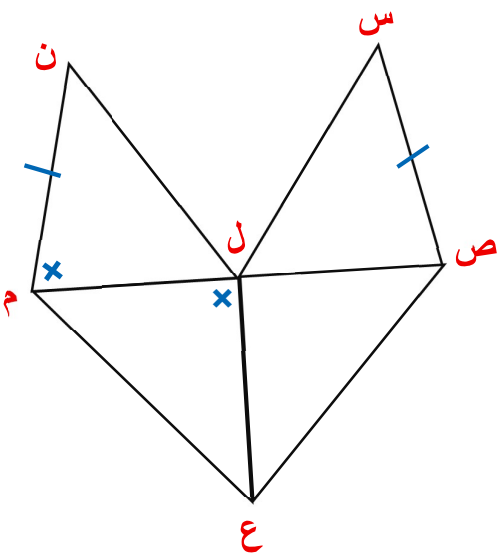
∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي ﻫب جـ هـ متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين

في الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع ، س ص = ن م،

ق (ن م̂ ل) = ق (م ل̂ ع) ،

أثبت أن ل ع م ن متوازي أضلاع



الحل

∵ س ص ع ل متوازي

∴ س ص = ل ع

∵ س ص = ن م

∴ ل ع = ن م (١) من خواص المساواة

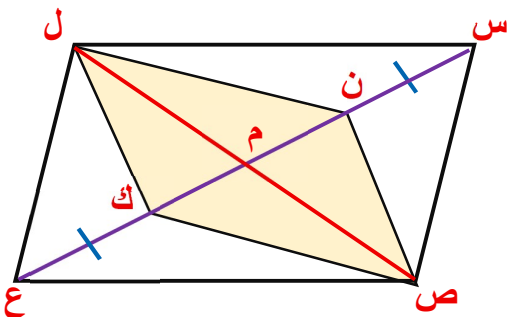
∵ ق(ن م̂ ل) = ق (م ل̂ ع) وهما في وضع تبادل

∵ $\overline{ل ع}$ // $\overline{ن م}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أن :

الشكل الرباعي ل ع م ن متوازي أضلاع فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان

إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطرية في م ، س ن = ك ع ، فأثبت أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع



الحل

∵ الشكل ن ص ك ل متوازي أضلاع (معطي)القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ م ص = م ك (من خواص متوازي أضلاع)

أيضاً م ن = م ك (من خواص متوازي أضلاع)

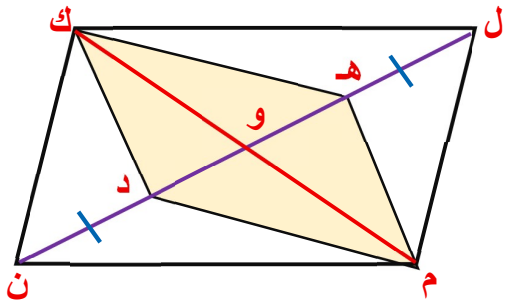
∵ س ن = ع ك (معطي)

∴ م ن + ن س = م ك + ك ع ∴ م س = م ع ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن :

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه القطران ينصف كل منهما الآخر

إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د ، برهن أن الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع



الحل

∵ الشكل ل م ن ك متوازي أضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ م و = و م ك ← (١) (من خواص متوازي أضلاع)

∴ ل و = و ن (من خواص متوازي أضلاع)

∵ ل هـ = ن د (معطي)

∴ ل و – ل هـ = و ن - د ن ∴ و هـ = و د ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن :

هـ م د ك متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)

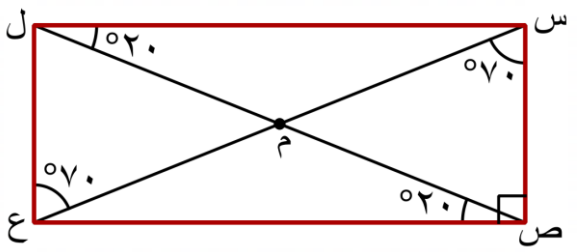
٥ ـ ٤ الكشف عن المستطيل

يكون متوازي الأضلاع مستطيلًا إذا توفر فيه أحد الشروط التالية:

① إحدى زواياه قائمة

② قطراه متطابقان

مثال(١): في الشكل المقابل،
ومن البيانات الموضحة على الرسم،
أثبت أن س ص ع ل مستطيل.



الحـــــــل

البرهان:

∵ ق(س ل̂ ص) = ق(ع ص̂ ل) = ٥٢٠ معطى (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ (١)

∵ ق(ص س̂ ع) = ق(ل ع̂ س) = ٥٧٠ معطى (وهما في وضع تبادل)

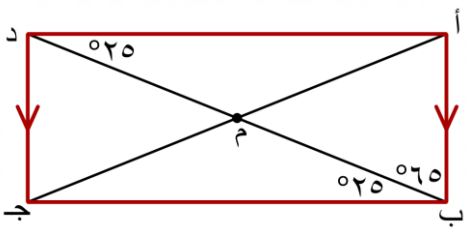
∴ $\overline{\text{ل س}}$ // $\overline{\text{ع ص}}$ (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

∵ ق(س ص̂ ع) = ٥٩٠ معطى

∴ الشكل س ص ع ل مستطيل لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

مثال(٢): أ ب جـ د شكل رباعي فيه: $\overline{أب} // \overline{د جـ}$ ،
ق(أ $\hat{د}$ ب) = ق(د $\hat{ب}$ جـ) = ٥٢٥ ، ق(أ $\hat{ب}$ د) = ٥٦٥
أثبت أن الشكل الرباعي أ ب جـ د مستطيل.



الحـــــــل

البرهان: في الشكل الرباعي أ ب جـ د

∵ $\overline{أب} // \overline{د جـ}$ معطى (١)

ق(أ $\hat{د}$ ب) = ق(د $\hat{ب}$ جـ) = ٥٢٥ وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أد} // \overline{ب جـ}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع (٣)

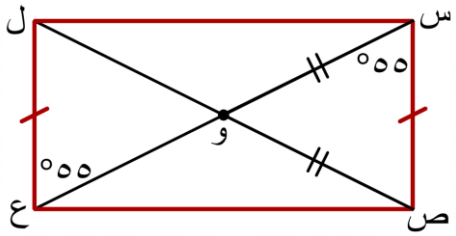
لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

∵ ق(أ $\hat{ب}$ د) + ق(د $\hat{ب}$ جـ) = ٥٦٥ + ٥٢٥ = ٥٩٠ (٤)

من (٣) ، (٤) نستنتج أن:

الشكل أ ب جـ د مستطيل لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

مثال(٣): س ص ع ل شكل رباعي تقاطع قطريه في النقطة و
س ص = ل ع ، س و = ص و
ق(ص $\hat{س}$ و) = ق(ل $\hat{ع}$ و) = ٥٥٥
أثبت أن س ص ع ل مستطيل.



الحـــــــل

البرهان:

∵ $\overline{س ص} \cong \overline{ل ع}$ معطى (١)

ق(ص $\hat{س}$ و) = ق(ل $\hat{ع}$ و) = ٥٥٥ (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{س ص} // \overline{ل ع}$ (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن:

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متطابقان ومتوازيان (٣)

∵ ص و = و ل ، س و = و ع (قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر)

∵ س و = ص و

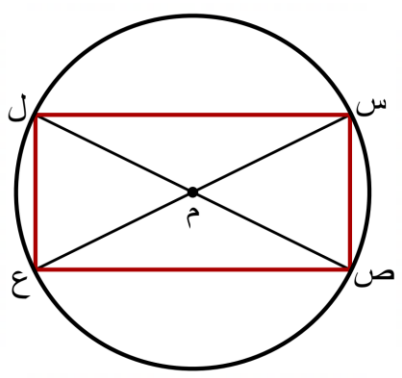
∴ س ع = ص ل (٤) (من خواص المساواة)

من (٣) ، (٤) نستنتج أن:

س ص ع مستطيل لأنه متوازي أضلاع قطراه متطابقان

مثال(٤): في الشكل المقابل، دائرة مركزها م

أثبت أن الشكل س ص ع ل مستطيل.



الحـــــــل

البرهان:

∵ م مركز الدائرة

∵ س م = م ع (أنصاف أقطار) (١)

ص م = م ل (أنصاف أقطار) (٢)

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

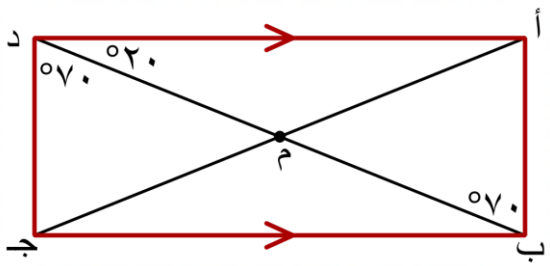
∴ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه القطران ينصف كلاً منهما الآخر

∵ س ع = ص ل (أقطار الدائرة متطابقة)

∴ س ص ع ل مستطيل لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان

مثال(٥): أ ب جـ د شكل رباعي فيه: $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ ، ق(أ $\hat{ب}$ د) = ق(ب $\hat{د}$ جـ) = ٥٧٠ ، ق(أ $\hat{د}$ ب) = ٥٢٠

أثبت أن الشكل الرباعي أ ب جـ د مستطيل.



الحـــــــل

البرهان:

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ (١) معطى

∵ ق(أ $\hat{ب}$ د) = ق(ب $\hat{د}$ جـ) = ٥٧٠ وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{دجـ}$ (٢)

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع * كل ضلعين متقابلين متوازيين

∵ ق(أ $\hat{د}$ ب) + ق(جـ $\hat{د}$ ب) = ٥٢٠ + ٥٧٠ = ٥٩٠

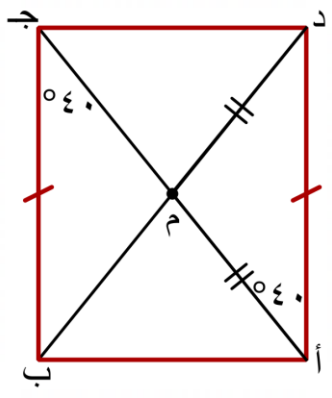
∴ ق(أ $\hat{د}$ جـ) = ٥٩٠

∴ الشكل أ ب جـ د مستطيل لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

مثال(٦): أ ب جـ د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م

أ د = ب جـ ، م د = م أ ، ق(د $\hat{أ}$ جـ) = ق(ب $\hat{جـ}$ أ) = ٥٤٠

أثبت أن الشكل أ ب جـ د مستطيل ، ثم أوجد ق(ب $\hat{أ}$ جـ)



الحـــــــل

البرهان:

∵ ق(د $\hat{أ}$ جـ) = ق(ب $\hat{جـ}$ أ) = ٥٤٠ وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ (١)

∵ أ د = ب جـ (٢) معطى

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع * ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان

∴ د م = م ب ، أ م = م جـ (القطران ينصف كل منهما الآخر)

∵ م د = م أ

∴ أ جـ = ب د *

∴ الشكل أ ب جـ د مستطيل لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان

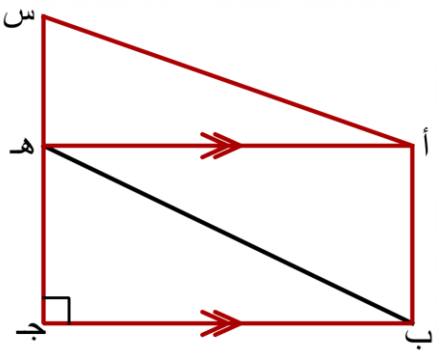
∵ ق($\hat{أ}$) قائمة = ٩٠°

∴ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ٩٠° ـ ٥٤٠ = ٥٥٠

مثال(٧): أ ب هـ س متوازي أضلاع ، ق($\hat{جـ}$) = ٩٠°

$\overline{أ هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، س ، هـ ، جـ على استقامة واحدة

أثبت أن أ ب جـ هـ مستطيل



الحـــــــل

البرهان:

∵ أ ب هـ س متوازي أضلاع

∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{س هـ}$

∵ س ، هـ ، جـ على استقامة واحدة

∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{هـ جـ}$ (١)

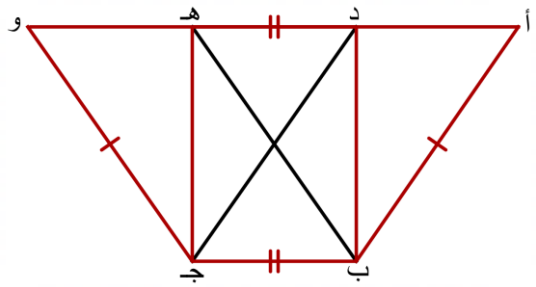
∵ $\overline{أ هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ (٢) معطى

∴ الشكل أ ب جـ هـ متوازي أضلاع * كل ضلعين متقابلين متوازيين

∵ ق($\hat{جـ}$) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب جـ هـ مستطيل لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

مثال(٨): أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع.



د ، هـ ينتميان إلى $\overline{أ و}$ ،

أ ب = و جـ ، ب جـ = د هـ

أثبت أن الشكل د ب جـ هـ مستطيل.

الحـــــــل

البرهان:

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع

∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

∵ د ، هـ ينتميان إلى $\overline{أ و}$

∴ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ (١)

∵ $\overline{د هـ}$ = $\overline{ب جـ}$ (٢) معطى ∴ الشكل ب د هـ جـ متوازي أضلاع

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع ∴ أ ب = د جـ

∵ هـ ب جـ و متوازي أضلاع ∴ و جـ = هـ ب

} من خواص المتوازي

∵ أ ب = و جـ

∴ د جـ = ب هـ من خواص المساواة

∴ الشكل د ب جـ هـ مستطيل لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان

٥ ـ ٥ الكشف عن المعين

يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا توفر فيه أحد الشروط التاليين:

① إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه.

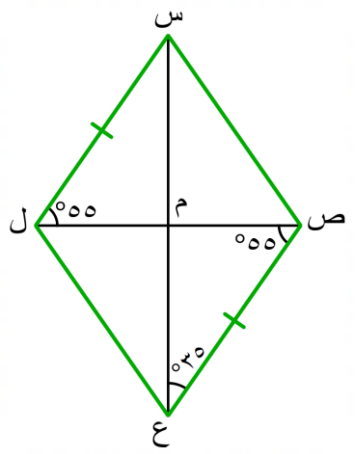
② إذا تعامد قطراه.

مثال(١): في الشكل المقابل:

ق(س $\hat{ل}$ ص) = ق(ع $\overset{\frown}{ص ل}$) = ٥٥° ،

ق(ص $\hat{ع}$ س) = ٣٥° ، س ل = ص ع

أثبت أن الشكل الرباعي س ص ع ل معين.



الحـــــــل

البرهان:

∵ س ل = ص ع (١) معطى

∵ ق(س $\hat{ل}$ ص) = ق(ع $\overset{\frown}{ص ل}$) = ٥٥° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{س ل}$ // $\overline{ص ع}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢)

الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان (٣)

في △ ص م ع فيه:

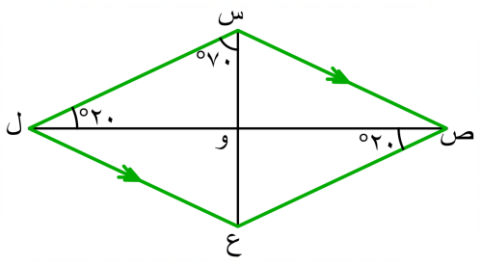
∵ ق(ع $\overset{\frown}{ص م}$) = ٥٥° (معطى) ، ∵ ق(ص $\hat{ع}$ م) = ٣٥° (معطى)

∴ ق(ص $\hat{م}$ ع) = ١٨٠° − (٣٥° + ٥٥°) = ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

∴ $\overline{س ع}$ ⊥ $\overline{ص ل}$ (٤)

∴ من (٣) ، (٤) ∴ الشكل س ص ع ل معين لأنه متوازي أضلاع قطراه متعامدان.

مثال(٢): في الشـــكل المقابل، ومن البيانـات الموضحة على الرسم، أثبت أن س ص ع ل معين.



الحـــــــل

البرهان:

س ص // ع ل (معطى) (١)

∵ ق(س ل ص) = ق(ع ص ل) (معطى) وهما في وضع تبادل

∴ س ل // ص ع (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن:

س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان (٣)

في △ س و ل:

ق(س و ل) = ١٨٠° − (٧٠° + ٢٠°) = ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

∴ س ع ⊥ ص ل (القطران متعامدان) (٤)

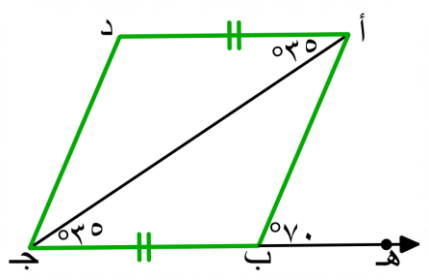
من (٣) ، (٤) ∴ الشكل س ص ع ل معين لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متعامدان.

مثال(٣): في الشكل المقابل: أ ب جـ د شكل رباعي فيه:

أ د = ب جـ ، ق(جـ أ د) = ق(ب جـ أ) = ٣٥° ،

ق(أ ب هـ) = ٧٠°

أثبت أن الشكل الرباعي أ ب جـ د معين.



الحـــــــل

البرهان:

∵ ق(جـ أ د) = ق(ب جـ أ) = ٣٥° (معطى) (وهما في وضع تبادل)

∴ أ د // ب جـ (١)

∵ أ د = ب جـ (٢) (معطى)

من (١) ، (٢) نستنتج أن:

الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متطابقان ومتوازيان (٣)

ق(أ ب جـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° تجاور على خط مستقيم

∴ ق(جـ أ ب) = ١٨٠° − (١١٠° + ٣٥°) = ١٨٠° − ١٤٥° = ٣٥°

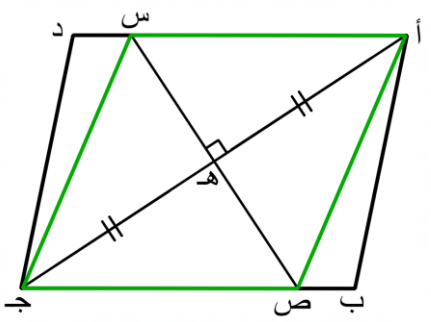
لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق(ب أ جـ) = ق(ب جـ أ) = ٣٥°

∴ ب أ = ب جـ (من خواص المثلث المتطابق الضلعين) (٤)

من (٣)،(٤) ∴ الشكل أ ب جـ د معين لأنه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان.

مثال(٤): أ ب جـ د متوازي أضلاع ، $\overline{س ص} \perp \overline{أ جـ}$ ،
هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ ، س ∈ $\overline{أ د}$ ، ص ∈ $\overline{ب جـ}$
أثبت أن: الشكل أ ص جـ س معين.



الحـــــــل

البرهان:

في △ أ هـ س ، △ جـ هـ ص فيهما:

أ هـ = جـ هـ (معطى)

ق(أ هـ̂ س) = ق(جـ هـ̂ ص) (بالتقابل بالرأس)

ق(س أ̂ هـ) = ق(ص جـ̂ هـ) (بالتبادل والتوازي)

∴ △ أ هـ س ≅ △ جـ هـ ص بحالة (ز.ض.ز)

وينتج من التطابق أن: س هـ = هـ ص (١)

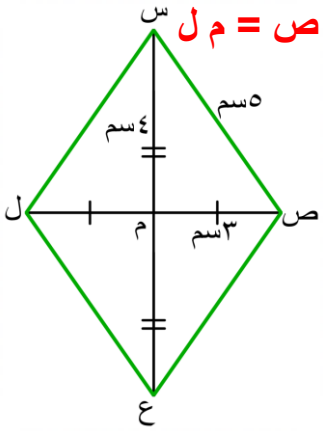
، أ هـ = هـ جـ (معطى) (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الشكل أ ص جـ س متوازي أضلاع لأن القطران ينصف كلاً نهما الآخر.

∵ $\overline{س ص} \perp \overline{أ جـ}$ القطران متعامدان

∴ أ ص جـ س معين لأنه متوازي أضلاع قطراه متعامدان.

مثال(٥): س ص ع ل شكل رباعي فيه م نقطة تقاطع القطرين، م ص = م ل
، م س = م ع ، س ص = ٥سم ، ص م = ٣سم ، س م = ٤سم.
أثبت أن الشكل س ص ع ل معين.



الحـــــــل

البرهان:

∵ م ص = م ل (١) معطى

م س = م ع (٢) معطى

من (١) ، (٢) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع (٣) القطران ينصف كلاً منهما الآخر

في △ س ص م : (س ص)^{٢} = ٢٥ = ^{٢}٥

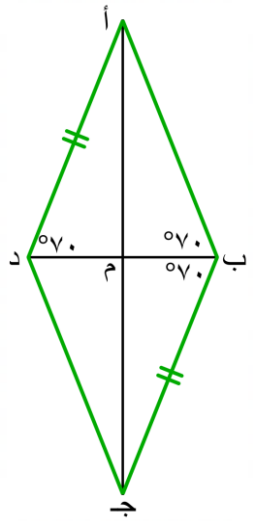
ص م^{٢} + م س^{٢} = ^{٢}٣ + ^{٢}٤ = ٢٥

س ص^{٢} = ص م^{٢} + م س^{٢} ∴ ق(ص م̂ س) = ٩٠°

∴ $\overline{س ع} \perp \overline{ص ل}$ (٤)

من (٣) ، (٤) الشكل س ص ع ل معين (لأنه متوازي أضلاع القطران فيه متعامدان)

مثال(٦): في الشكل أمامك ، أثبت أن أ ب جـ د معين.



الحـــــــل

البرهان:

∵ ق(أ د̂ ب) = ق(جـ ب̂ د) = ٧٠° وهما في وضع تبادل

∴ أ د // ب جـ (١)

∵ أ د = ب جـ (٢) معطى

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع (٣)

في △ أ ب د ∵ ق(أ ب̂ د) = ق(أ د̂ ب) = ٧٠°

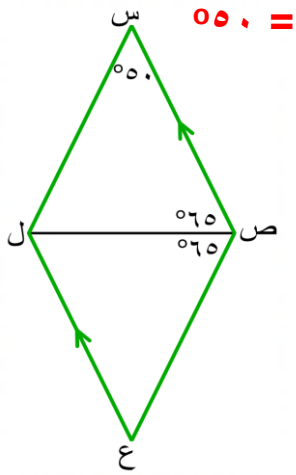
∴ أ ب = أ د (٤) مثلث متطابق الضلعين

من (٣) ، (٤) الشكل أ ب جـ د معين لأنه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان

مثال(٧): س ص ع ل شكل رباعي فيه س ص // ع ل ، ق(س̂) = ٥٥°

ق(س ص̂ ل) = ق(ع ص̂ ل) = ٦٥°

أثبت أن الشكل س ص ع ل معين.



الحـــــــل

البرهان:

في س ص ل ق(س ل̂ ص) = ١٨٠° − [٥٥° + ٦٥°]

= ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥°

∵ ق(س ل̂ ص) = ق(ع ص̂ ل) = ٦٥° وهما في وضع تبادل

∴ س ل // ص ع (١)

∵ ص س // ل ع (٢) معطى

من (١) ، (٢) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع (٣) كل ضلعان متقابلان متوازيان

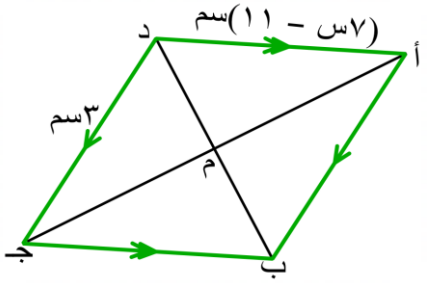
∵ ق(س ص̂ ل) = ق(س ل̂ ص) = ٦٥° ∴ س ص = س ل (٤)

من (٣)،(٤) الشكل س ص ع ل معين (لأنه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان)

مثال(٨): اختر الإجابة الصحيحة:

في الشكل المقابل: قيمة س التي تجعل متوازي الأضلاع أ ب جـ د ، معيناً هي:

(أ) ١٤ (ب) ٢ (ج) ١١ (د) ٣



الحـــــــل

٧س − ١١ = ٣

٧س = ٣ + ١١

٧س = ١٤

س = ٢

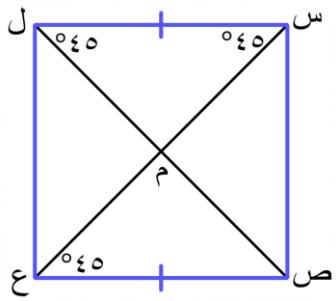
٥ ـ ٦ الكشف عن المربع

يكون متوازي الأضلاع مربعًا إذا توفر فيه أحد الشروط التالية:

- القطران متطابقان ومتعامدان.
- القطران متطابقان وضلعان متجاوران متطابقان.
- إحدى زواياه قائمة وضلعان متجاوران متطابقان.
- إحدى زواياه قائمة والقطران متعامدان.

ملاحظة: لإثبات أن الشكل الرباعي مربع، يجب أن يكون:
متوازي أضلاع ويحقق أحد شرطي المستطيل وأحد شرطي المعين.

مثال(١): س ص ع ل شكل رباعي فيه: س ل = ص ع ، ق(∠ل س ع) = ق(س ل ص) = ق(س ع ص) = ٤٥°
أثبت أن س ص ع ل مربع.



الحـــــــل

البرهان:

س ل = ص ع — معطى (١)

∵ ق(∠ل س ع) = ق(س ع ص) — وهما في وضع تبادل

∴ س ل // ص ع (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن:

الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متطابقان ومتوازيان. (٣)

في △ س م ل : ق(∠س م ل) = ١٨٠° − (٤٥° + ٤٥°)

= ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ س ع ⊥ ص ل — ∴ القطران متعامدان (٤)

∵ ق(∠ل س م) = ق(س ل م) — معطى

∴ س م = ل م — من خواص المثلث المتطابق الضلعين

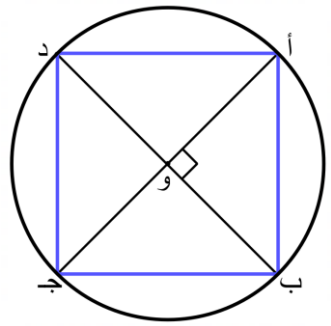
∴ س م = م ع ، ل م = م ص — من خواص متوازي الأضلاع

∴ س ع = ص ل — من خواص المساواة

∴ القطران متطابقان (٥)

من (٣) ، (٤) ، (٥) س ص ع ل مربع لأنه متوازي أضلاع تعامد وتطابق قطراه.

مثال(٢): في الشكل المقابل:



$\overline{أجـ}$ ، $\overline{بد}$ ، **قطران في دائرة مركزها و** ، $\overline{أجـ} \perp \overline{بد}$

أثبت أن أ ب جـ د مربع.

الحـــــــل

البرهان:

∵ و مركز الدائرة

∴ أ و = و جـ ، ب و = و د أنصاف أقطار في الدائرة و

∴ أ ب جـ د متوازي أضلاع لأنه شكل رباعي فيه القطران ينصف كل منهما الآخر (١)

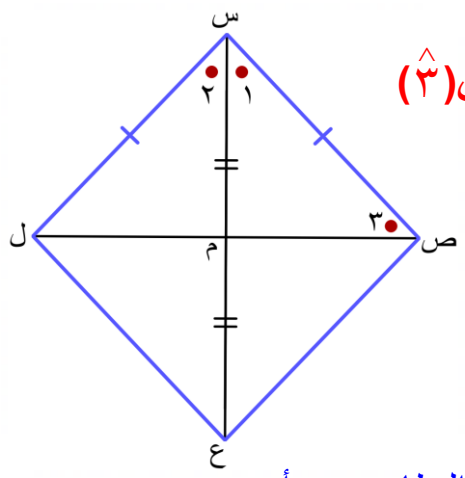
∵ $\overline{أجـ} \cong \overline{بد}$ أقطار الدائرة الواحدة متطابقة (٢)

∵ $\overline{أجـ} \perp \overline{بد}$ (معطي)

∴ القطران متعامدان (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ أ ب جـ د مربع لأنه متوازي أضلاع تطابق وتعامد قطراه.

مثال(٣): س ص ع ل شكل رباعي فيه:



س ص = س ل ، س م = ع م ، ق(∠١) = ق(∠٢) = ق(∠٣)

أثبت أن س ص ع ل مربع.

الحـــــــل

البرهان: المثلثان س م ص ، س م ل فيهما:

$\overline{سم}$ $\overline{\quad}$ (ضلع مشترك)

$\overline{سص} \cong \overline{سل}$ (معطى)

ق(∠١) = ق(∠٢) (معطى)

∴ س م ص ، س م ل متطابقان (ض . ز . ض) ومن التطابق ينتج أن:

م ص = م ل (١)

∵ م س = م ع (٢) معطى

من (١) ، (٢) ∴ الشكل س ص ع ل متوازي الأضلاع لأن القطرين ينصف كل منهما الآخر(٣)

∵ ق(∠١) = ق(∠٣) (معطى)

∴ ص م = س م (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

∴ ص ل = س ع (من خواص المساواة)

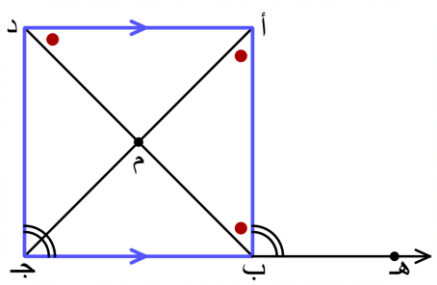
∴ القطران متطابقان (٤)

∵ س ص = س ل (٥) (معطى)

∴ فيه ضلعان متجاوران متطابقان.

من (٣) ، (٤) ، (٥) ∴ الشكل س ص ع ل مربع لأنه متوازي أضلاع قطراه متطابقان وفيه ضلعان متجاوران متطابقان.

مثال(٤): أ ب جـ د شكل رباعي فيه:



$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ق(أ $\hat{ب}$ د) = ق(أ $\hat{د}$ ب)

ق(أ $\hat{ب}$ هـ) = ق(د $\hat{جـ}$ ب)

أثبت أن أ ب جـ د مربع.

الحـــــــل

البرهان:

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ معطى (١)

∵ ق(أ $\hat{ب}$ هـ) = ق(د $\hat{جـ}$ ب) (معطى) وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{د جـ}$ (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن: أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان(٣)

في △ أ م ب :

∵ ق(ب $\hat{أ}$ م) = ق(أ $\hat{ب}$ م) (معطى)

∴ أ م = م ب (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

$\begin{cases} ∵ \quad أ م = م جـ \\ \quad ب م = م د \end{cases}$ (من خواص متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر)

∴ أ جـ = ب د (من خواص المساواة)

∴ القطران متطابقان (٤)

في △ أ ب د :

∵ ق(أ $\hat{ب}$ د) = ق(أ $\hat{د}$ ب) (معطى)

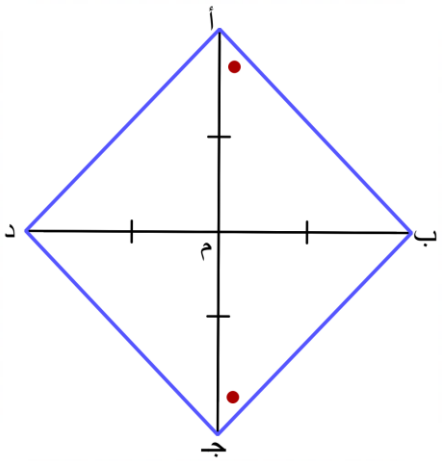
∴ أ ب = أ د (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

∴ فيه ضلعان متجاوران متطابقان (٥)

∴ من (٣) ، (٤) ، (٥) نستنتج لأن: أ ب جـ د مربع لأن قطريه متطابقان

وفيه ضلعان متجاوران متطابقان

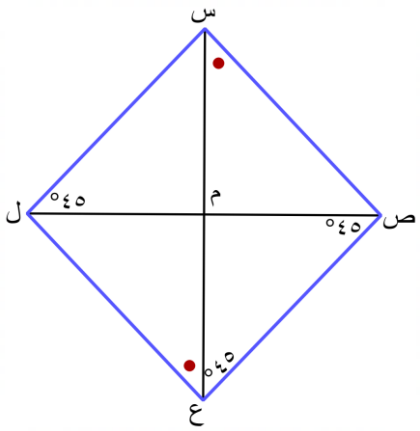
مثال(٥): أ ب جـ د مستطيل فيه:
ق(ب أ جـ) = ق(ب جـ أ)
أثبت أن الشكل أ ب جـ د مربع.



الحـــــــل

البرهان:
∵ أ ب جـ د مستطيل (١) معطى
في △ أ ب جـ :
∵ ق(ب أ جـ) = ق(ب جـ أ)
∴ أ ب = ب جـ (٢)
∵ أ م = م جـ = ب م = م د
∴ القطران متطابقان (٣)
من (١) ، (٢) ، (٣)
الشكل أ ب جـ د مربع لأنه مستطيل فيه ضلعان متجاوران متطابقان

مثال(٦): باستخدام المعطيات في الرسم
أثبت أن الشكل س ص ع ل مربع.

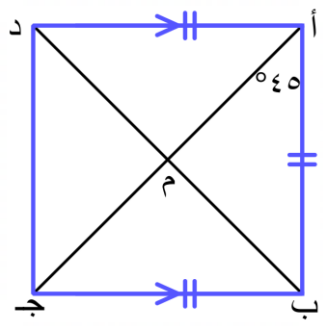


الحـــــــل

البرهان:
∵ ق(س $\hat{ل}$ ص) = ق($\overset{\frown}{ع ص}$ ل) = ٤٥°
وهما في وضع تبادل
∴ $\overline{س ل}$ // $\overline{ص ع}$ (١)
∴ ق($\overset{\frown}{ص س}$ $\overline{ع}$) = ق(ل $\hat{ع}$ س) وهما في وضع تبادل
∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{ل ع}$ (٢)
من (١) ، (٢) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع (٣) كل ضلعان متقابلان متوازيان
في △ ص م ع :
ق(ص $\hat{م}$ ع) = ١٨٠° − (٤٥° + ٤٥°)
= ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°
∴ $\overline{ص ل}$ ⊥ $\overline{س ع}$
القطران متعامدان (٤)
ص م = م ع مثلث متطابق الضلعان
∴ س ع = ص ل القطران متطابقان (٥)
من (٣)،(٤)،(٥) الشكل س ص ع ل مربع لأنه متوازي أضلاع قطراه متعامدان ومتطابقان.

مثال(٧): مستعيناً بالمعطيات على الرسم

أثبت أن الشكل أ ب جـ د مربع.



الحـــــــل

البرهان:

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ (١) معطى

$\overline{أد}$ = $\overline{بجـ}$ (٢) معطى

من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع (٣) ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان.

∵ أ ب = أ د ∴ الشكل أ ب جـ د معين

فيه ضلعان متجاوران متطابقان (٤)

△ أ ب م ، △ أ د م فيهما

أ ب = أ د معطى

ب م = م د (من خواص متوازي الأضلاع)

أ م مشترك

∴ △ أ ب م ≅ △ أ د م وينتج أن ق(ب $\hat{أ}$ م) = ق(د $\hat{أ}$ م)= ٤٥°

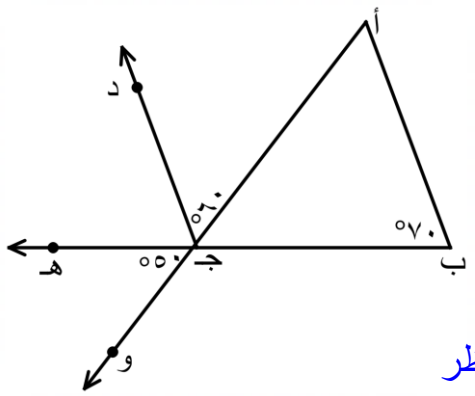
∴ ق($\hat{أ}$) = ٩٠° (٥)

من (٣) ، (٤) ، (٥) الشكل أ ب جـ د مربع

لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متطابقان.

مراجعة الوحدة

مثال(١): في الشكل المقابل: أثبت أن $\overleftarrow{أ ب}$ // $\overleftarrow{جـ د}$



الحـــــــل

البرهان:

ق(د $\widehat{جـ}$ هـ) = ١٨٠° − [٦٠° + ٥٥°]

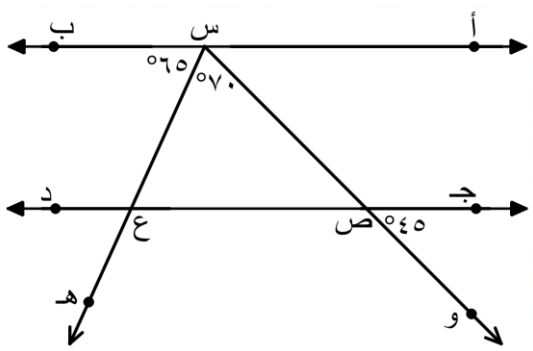
= ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

بالتجاور على مستقيم واحد

∵ ق($\widehat{ب}$) = ق(د $\widehat{جـ}$ هـ) = ٧٠° وهما في وضع تناظر

∴ $\overleftarrow{أ ب}$ // $\overleftarrow{جـ د}$

مثال(٢): في الشكل المقابل وحسب البيانات المدونة ، أثبت أن $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftarrow{جـ د}$



الحـــــــل

البرهان:

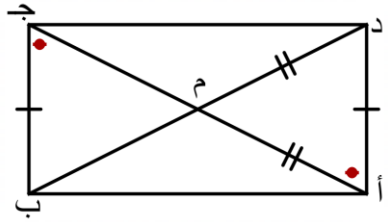
ق(أ $\widehat{س}$ ص) = ١٨٠° − [٧٠° + ٦٥°]

= ١٨٠° − ١٣٥° = ٤٥°

∵ ق(أ $\widehat{س}$ ص) = ق(جـ $\widehat{ص}$ و) = ٤٥° وهما في وضع تناظر

∴ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftarrow{جـ د}$

مثال(٣): في الشكل المقابل: أثبت أن الشكل أ ب جـ د مستطيل



الحـــــــل

البرهان:

∵ ق(د $\widehat{أ}$ جـ) = ق(ب $\widehat{جـ}$ أ) وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ (١)

∴ $\overline{أ د}$ = $\overline{ب جـ}$ (٢) معطى

من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع (٣) ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين

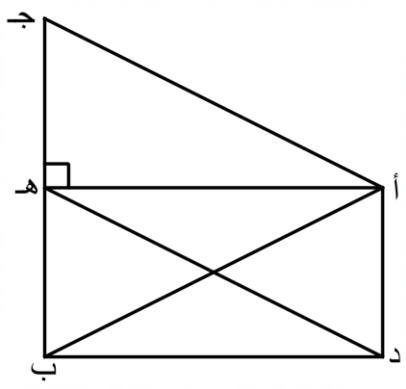
∵ د م = م ب ، أ م = م جـ من خواص متوازي الأضلاع

∵ أ م = م د ∴ أ جـ = ب د

∴ القطران متطابقان (٤)

من (٣) ، (٤) الشكل أ ب جـ د مستطيل لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان.

مثال(٤): في الشكل أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين ، فيه أ ب = أ جـ ، أ د هـ جـ متوازي أضلاع ، أ هـ ⊥ ب جـ
أثبت أن الشكل أ د ب هـ مستطيل.



الحـــــــل

البرهان:

∵ أ د هـ جـ متوازي أضلاع

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{جـ هـ}$

∵ ب ∈ $\overline{ب جـ}$ ∴ $\overline{أد}$ // $\overline{ب هـ}$ (١)

في △ أ ب جـ متطابق الضلعين $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب جـ}$

∴ ب هـ = هـ جـ

∵ أ د = جـ هـ من خواص متوازي الأضلاع

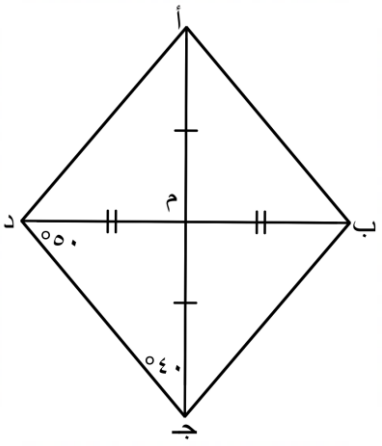
∴ أ د = ب هـ (٢)

من (١) ، (٢) الشكل أ د ب هـ متوازي أضلاع (٣) ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين

∵ ق(ب $\hat{هـ}$ أ) = ٠١٨٠ – ٠٩٠ = ٠٩٠ بالتجاور على مستقيم واحد (٤)

من (٣) ، (٤) الشكل أ د ب هـ مستطيل لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

مثال(٥): في الشكل المقابل:
أثبت أن الشكل أ ب جـ د معين.



الحـــــــل

البرهان:

∵ أ م = م جـ (١) معطى

ب م = م د (٢) معطى

من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع (٣) لأن فيه القطران ينصف كلاً منهما الآخر

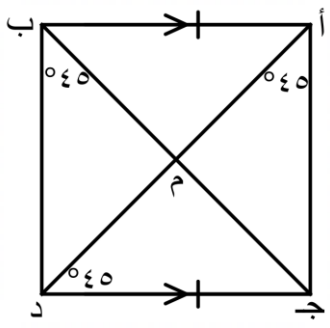
في △ م جـ د : ق(جـ $\hat{م}$ د) = ٠١٨٠ – (٠٤٠ + ٥٥°) = ٠٩٠

∴ $\overline{ب د} \perp \overline{أ جـ}$

القطران متعامدان (٤)

من (٣) ، (٤) الشكل أ ب جـ د معين لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متعامدان.

مثال(٦): في الشكل المقابل، أثبت أن الشكل أ ب جـ د مربع.



الحـــــــل

البرهان:

∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$ (١) معطى

أ ب = جـ د (٢) معطى

من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع (٣) لأن فيه ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين.

△ أ جـ د : ∵ ق(∠جـ أ د) = ق(∠جـ د أ) = ٤٥°

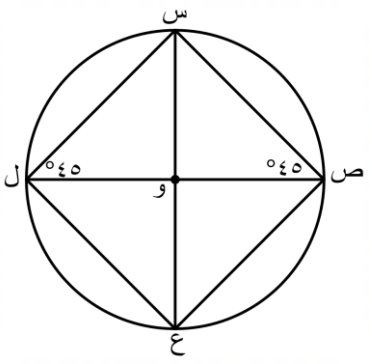
∴ أ جـ = جـ د متطابق الضلعين (٤)

ق(∠أ جـ د) = ١٨٠° − (٤٥° + ٤٥°) = ٩٠° (٥)

من (٣) ، (٤) ، (٥) الشكل أ ب جـ د مربع

لأنه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان وإحدى زواياه قائمة.

مثال(٧): في الشكل المقابل: و مركز الدائرة
أثبت أن الشكل س ص ع ل مربع.



الحـــــــل

البرهان:

∵ ص و = و ل أنصاف أقطار (١)

س و = و ع أنصاف أقطار (٢)

من (١) ، (٢) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع (٣) لأن القطران ينصف كلاً منهما الآخر.

∵ ص ل = س ع أقطار في الدائرة

∴ القطران متطابقان (٤)

في △ س ص ل :

ق(∠ص س ل) = ١٨٠° − (٤٥° + ٤٥°) = ٩٠° (٥)

س ص = س ل ضلعان متجاوران

من (٣) ، (٤) ، (٥) الشكل س ص ع ل مربع

لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان وإحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متطابقان.

قوانين الأسس

لكلّ أ عدد نسبى غير صفرى ، م ، ن عددان صحيحان ، ويكون :

١) $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$ ٢) $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$

بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $٤^{٥} \times ٤^{٣} = ٤^{٥+٣} = ٤^{٨}$

ب) $س \times س^{٣} \times س^{٦} = س^{١+٣+٦} = س^{١٠}$

ج) $(\frac{١}{٧})^{٢} \times (\frac{١}{٧})^{٣} = (\frac{١}{٧})^{٢+٣} = (\frac{١}{٧})^{٥}$

د) $\frac{٢^{٤}}{٢^{٢}} = ٢^{٤-٢} = ٢^{٢}$

هـ) $\frac{س^{٧}}{س^{٢}} = س^{٧-٢} = س^{٥}$

و) $\frac{س^{٥}}{س^{-٣}} = س^{٥-(-٣)} = س^{٥+٣} = س^{٨}$

بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $٥^{٣} \times ٥^{٤} = ٥^{٣+٤} = ٥^{٧}$

ب) $س^{٤} \times س^{٩} = س^{٤+٩} = س^{١٣}$

ج) $ع^{٢} \times ع \times ع^{٥} = ع^{٢+١+٥} = ع^{٨}$

د) $(\frac{١}{٢})^{٢} \times (\frac{١}{٢})^{٤} = (\frac{١}{٢})^{٢+٤} = (\frac{١}{٢})^{٦}$

هـ) $\frac{٣^{٦}}{٣^{٢}} = ٣^{٦-٢} = ٣^{٤}$

و) $\frac{ص^{٥}}{ص^{٤}} = ص^{٥-٤} = ص$

ز) $\frac{ك^{٧}}{ك^{-٢}} = ك^{٧-(-٢)} = ك^{٧+٢} = ك^{٩}$

لكلّ $ م $ عدد نسبى غير صفرى , م عدد صحيح, ويكون :

١) $ م^{صفر} = ١ $

٢) $ م^{-ن} = \frac{١}{م^{ن}} $

بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $ ٢^{-٣} = \frac{١}{٢^{٣}} $

ب) $ \frac{ص^{٤}}{ص^{٤}} = ص^{٤-٤} = ص^{٠} = ١ $

ج) $ ٧^{-٣} \times ٧ = ٧^{-٣+١} = ٧^{-٢} = \frac{١}{٧^{٢}} $

د) $ \frac{٩^{-٣}}{٩^{-٢}} = ٩^{-٣-(-٢)} = ٩^{-٣+٢} = ٩^{-١} = \frac{١}{٩} $

هـ) $ س^{٥} \times س^{-٤} = س^{٥+(-٤)} = س^{١} = س $

و) $ \frac{س^{٤}}{س^{٧}} = س^{٤-٧} = س^{(-٧)+٤} = س^{-٣} = \frac{١}{س^{٣}} $

بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $ ٤^{-٢} = \frac{١}{٤^{٢}} = \frac{١}{١٦} $

ب) $ ٥^{-٣} \times ٥^{٣} = ٥^{-٣+٣} = ٥^{٠} = ١ $

ج) $ ٣^{-٢} \times ٣ = ٣^{-٢+١} = ٣^{-١} = \frac{١}{٣} $

د) $ \frac{هـ^{-٩}}{هـ^{-٢}} = هـ^{-٩-(-٢)} = هـ^{-٩+٢} = هـ^{-٧} = \frac{١}{هـ^{٧}} $

لكلّ أ , ب عددان نسبيان غير صفريَّين , م عدد صحيح, ويكون :

$(أ \times ب)^{م} = أ^{م} \times ب^{م}$

بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $(٣س)^{٤} = ٣^{٤} س^{٤}$

ب) $(٢س ص)^{٥} = ٢^{٥} س^{٥} ص^{٥}$

ج) $\frac{(٤ \times س)^{٦}}{س^{-٢}} = \frac{٤^{٦} \times س^{٦}}{س^{-٢}} = ٤^{٦} \times س^{٦-(-٢)} = ٤^{٦} س^{٨}$

د) $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٧} = \frac{س^{٧}}{ص^{٧}}$

هـ) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٥^{٢}}{٢^{٢}}$

و) $\frac{(٤ \times س^{٢})^{٣}}{(٢س)^{٣}} = \left(\frac{٤س^{٢}}{٢س}\right)^{٣}$

$= (٢س)^{٣} = ٢^{٣} س^{٣}$

بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $(٣ب)^{٤} = ٣^{٤} ب^{٤}$

ب) $(٣ع ص)^{٢} = ٣^{٢} ع^{٢} ص^{٢}$

ج) $\frac{(٢ \times ص)^{٥}}{ص^{-٣}} = \frac{٢^{٥} \times ص^{٥}}{ص^{-٣}} = ٢^{٥} \times ص^{٥-(-٣)}$

$= ٢^{٥} \times ص^{٥-(-٣)} = ٢^{٥} ص^{٨}$

د) $\left(\frac{٥}{ك}\right)^{٣} = \frac{٥^{٣}}{ك^{٣}}$

هـ) $\frac{٣^{٤}}{٩} = \frac{٣^{٤}}{٣^{٦}} = ٣^{٤-٦} = ٣^{-٢} = \frac{١}{٩}$

و) $\frac{(٢ص^{٤})^{٢}}{(٨ص)^{٢}} = \frac{٢^{٢} ص^{٨}}{٨^{٢} ص^{٢}} = \frac{٢^{٢} ص^{٨}}{٢^{٦} ص^{٤}}$

$= ٢^{٢-٦} ص^{٨-٢} = ٢^{-٤} ص^{٦} = \frac{ص^{٦}}{٢^{٤}}$

لكلّ $أ$, ب عددان نسبيان غير صفريَّين , م , ن عددان صحيحان, يكون :

$(أ^{م})^{ن} = أ^{م ن}$

بسِّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $(س^{٣})^{٤} = س^{٣\times٤} = س^{١٢}$

ب) $(٥^{-٣})^{-١} = ٥^{-٣\times(-١)} = ٥^{٣}$

ج) $(٤^{٢})^{-٣} = ٤^{٢\times(-٣)} = ٤^{-٦} = \frac{١}{٤^{٦}}$

د) $(س^{٢}ص^{٣})^{٤} = س^{٢\times٤} \times ص^{٣\times٤}$

$= س^{٨}ص^{١٢}$

هـ) $٧^{٦} \times (٧^{-٢})^{٣} = ٧^{٦} \times ٧^{-٦} = ٧^{٦+(-٦)} = ٧^{٠} = ١$

و) $\frac{(٥س^{-٢})^{-٣}}{٦^{-٢}س^{-٣}} = \frac{(٥)^{-٣}\times(س^{-٢})^{-٣}}{٦^{-٢}س^{-٣}} = \frac{٥^{-٣}س^{٦}}{٦^{-٢}س^{-٣}} = \frac{٦^{٢}س^{٦-(-٣)}}{٥^{٣}} = \frac{٦^{٢}س^{٩}}{٥^{٣}}$

بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $(ل^{٢})^{٥} = ل^{٢\times٥} = ل^{١٠}$

ب) $(٦^{-٢})^{-١} = ٦^{-٢\times-١} = ٦^{٢}$

ج) $(٣^{٢})^{-٥} = ٣^{٢\times-٥} = ٣^{-١٠} = \frac{١}{٣^{١٠}}$

د) $(ك^{٣}\ ص^{٢})^{٥} = ك^{٣\times٥}\ ص^{٢\times٥} = ك^{١٥}\ ص^{١٠}$

هـ) $٦^{١٢} \times (٦^{-٣})^{٤} = ٦^{١٢} \times ٦^{-١٢} = ٦^{١٢-١٢}$

$= ٦^{٠} = ١$

و) $\frac{(٣س^{-٣})^{-٢}}{٦^{-٢}س^{-٢}} = \frac{٣^{-٢}\ س^{-٣\times-٢}}{٦^{-٢}\ س^{-٢}} = \frac{٣^{-٢}\ س^{٦}}{(٢\times٣)^{-٢}س^{-٢}}$

$= \frac{٣^{-٢}\ س^{٦-(-٢)}}{٣^{-٢} \times ٢^{-٢}} = ٢^{٢}س^{٦+٢} = ٢^{٢}\ س^{٨}$

(١) أوجد ناتج ما يلي :

أ) $\frac{٨^{٣}}{٣٢} = \frac{٨^{٣}}{٨} = ٨^{٣-١} = ٨^{٢} = ٨ \times ٨ = ٦٤$

ب) $٣^{-٣} = \frac{١}{٣^{٣}} = \frac{١}{٢٧}$

ج) $\left(\frac{٤}{٧}\right)^{٥} \times \left(\frac{٤}{١٤}\right)^{-٥} = \frac{٤^{٥}}{٧^{٥}} \times \frac{٤^{-٥}}{٧^{-٥} \times ٢^{-٥}} = \frac{٤^{٥-٥}}{٧^{٥-٥} \times ٢^{-٥}} = \frac{٤^{٠} \times ٢^{٥}}{٧^{٠}} = ٢^{٥}$

د) $\left(\frac{١٢}{٢٣}\right)^{٠} = ١$

هـ) $٦ - (١,٢ - ٠,٢)^{٥} = ٦ - (١)^{٥} = ٦ - ١ = ٥$

(٢) بسّط كلًا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس .(المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $ص \times ص^{٥} = ص^{٥+١} = ص^{٦}$

ب) $(٤^{٢})^{٣} \times ٤ = ٤^{٣\times٢} \times ٤^{١} = ٤^{٦} \times ٤^{١} = ٤^{٦+١} = ٤^{٧}$

ج) $(-٣)^{٣} \times (-٣)^{٥} = (-٣)^{٥+٣} = (-٣)^{٨}$

د) $س^{١١} \times س^{٩} = س^{١١+٩} = س^{٢٠}$

هـ) $ص^{٢} \times ص \times ص^{٣} = ص^{٢+١+٣} = ص^{٦}$

و) $(ك^{٢} هـ^{-٣}) \times (ك^{-٧} هـ^{-٤}) = ك^{٢} \times ك^{-٧} \times هـ^{-٣} \times هـ^{-٤} = ك^{٢-٧} هـ^{-٣-٤} = ك^{-٥} هـ^{-٧} = \frac{١}{ك^{٥} هـ^{٧}}$

ز) $(ب^{-٢} ا) \times (ب^{٣} ا^{٣}) \times (ب^{٢} ا) = ب^{-٢+٣+٢} \times ا^{١+٣+١} = ب^{٣} ا^{٥}$

ح) $(س^{٣} ص)^{-٢} \times (س^{٢})^{٥} = (س^{٣\times-٢} ص^{١\times-٢}) \times س^{٢\times٥}$

$= س^{-٦} ص^{-٢} \times س^{١٠} = س^{٤} ص^{-٢} = \frac{س^{٤}}{ص^{٢}}$

ط) $(ك^{٥})^{٢} \times ك و = ك^{٢\times٥} \times ك و = ك^{١٠} \times ك و = ك^{١٠+١} و = ك^{١١} و$

ي) $(-٣س)^{٢} = (-٣)^{٢} س^{٢} = ٩س^{٢}$

ك) $\frac{ب^{٢} جـ}{ب جـ^{٣}} = ب^{٢-١} جـ^{١-٣} = ب^{١} جـ^{-٢} = \frac{ب}{جـ^{٢}}$

ل) $\frac{-٨س^{٢} ص^{٢}}{٤س^{٣} ص} = \frac{-٨}{٤} \times س^{٢-٣} ص^{٢-١} = -٢س^{-١} ص = \frac{-٢ص}{س}$

يُنتج مصنع للحلوى ما يقارب ٦ × ١٠^{٤} قطعة من الحلوى يوميًّا يريد صاحب المصنع أن يوزّعها بالتساوى على ١,٥ × ١٠^{٣} صندوقًا صغيرًا .
أوجد عدد قطع الحلوى فى كلّ صندوق .

$$\frac{٦ \times ١٠^{٤}}{١,٥ \times ١٠^{٣}} = \frac{٦ \times ١٠}{١٥} \times ١٠^{-٣} = ٤ \times ١٠^{١} = ٤٠$$

تبلغ سعة ذاكرة هاتف من الجيل الأول نحو ٢^{١٠} ميجابايت إذا تمّ تطوير سعة ذاكرة هاتف من الجيل الثالث بنحو ٧,٦ × ٢^{٣} مرّة من ذاكرة هاتف الجيل الأول .
فما هى سعة ذاكرة هاتف الجيل الثالث ؟

سعة ذاكرة هاتف الجيل الثالث = ٢^{١٠} × ٧,٦ × ٢^{٣}

= ٧,٦ × ٢^{٣} × ٢^{١٠}

= ٧,٦ × (٢^{٣} × ٢^{١٠})

= ٧,٦ × ٢$^{١٠+٣}$

= ٧,٦ × ٢^{١٣} ميجابايت

كثيرات الحدود (الحدوديات)

حدِّد أيّ المقادير الجبرية التالية يمثّل حدودية وأيهما لا يمثّل ذلك مع ذكر السبب فى حالة لنفي :

١) $٣س^{٤} - ٧س^{٣} + س - ١$ حدودية

٢) $س^{٢} - ١$ حدودية

٣) $س^{-٣}$ ليست حدودية (الأسّ عدد صحيح سالب)

٤) $٣س^{٢} - س + ٥$ حدودية

٥) $\sqrt{س} - ٥س$ ليست حدودية (المتغيّر س تحت الجذر التربيعي)

٦) $٦^{س} + س^{٢}$ ليست حدودية (المتغيّر فى الأسّ)

٧) $س^{٢} + \frac{٢}{س}$ ليست حدودية (الأسّ عدد صحيح سالب(المتغيّر فى المقام))

٨) $٥ س^{٣} + ٢س^{٢} - ٨س$ حدودية

٩) $٦س^{٤} - \sqrt{س}$ ليست حدودية (المتغيّر س تحت الجذر)

١٠) $س^{٣} - ٣س^{٢} + س$ حدودية

١١) $\frac{٧}{س}$ ليست حدودية (المتغير فى المقام)

١٢) $٤ س^{٢} - س ص + ص^{٢} - ٩ص$ حدودية

١٣) $٢^{س} + ٥$ ليست حدودية (المتغير فى الأسّ)

١٤) $٦ع^{-٢} - ٩ن$ ليست حدودية (الأسّ عدد صحيح سالب)

أنواع كثيرات الحدود :

كثيرة الحدود (الحدوديات)	تصنيف الحدودية (طبقًا لعدد الحدود)
-س , ٣س^{٤} , ٧ص , ٥	وحيدة الحدّ
م + ٢ , ٨س^{٢}-س , ل^{٢} -٣ل	ثنائية الحدّ (حدّانية)
٣ + س + ٧س^{٢} , س^{٥} -٦س^{٢} + ٢س^{٣}	ثلاثية الحدّ (حدودية ثلاثية)

أكمل الجدول التالى :

كثيرة الحدود	تصنيف الحدودية (طبقًا لعدد الحدود)	درجة الحدودية
(١) ٦	وحيدة الحد	الدرجة صفر
(٢) ٢س^{٢} + ٣	حِدانية	الدرجة الثانية
(٣) ص^{٣} + ٥ص -٧	حدودية ثلاثية	الدرجةالثالثة
(٤) م ن^{٣} + م^{٣} + ١	حدودية ثلاثية	الدرجة الرابعة
(٥) س ص ع -٢س ص^{٣} ع^{٤} + س-٩	حدودية رباعية	الدرجة الثامنة

أكتب كثيرات الحدود التالية بالصورة العامّة وحدِّد درجتها :

الحدودية	الصورة العامّة	درجة الحدودية	المعامل الرئيسى	الحدّ الثابت
(١) ٣س - ٤ + ٥س^{٢}	٥س^{٢} + ٣س -٤	الدرجة الثانية	٥	-٤
(٢) ع^{٣} -٠,٢ ع + ع^{٤}	ع^{٤} + ع^{٣} - ٠,٢ ع	الدرجة الرابعة	١	٠
(٣) س^{٤} + ٧س -١ - س^{٣}	س^{٤}-س^{٣}+٧س-١	الدرجة الرابعة	١	-١
(٤) ٣م^{٢} -٨م + م^{٥} + ١٠	م^{٥}+٣م^{٢}-٨م+١٠	الدرجة الخامسة	١	١٠
(٥) -٠,٣ + ٥,٢ ص + ٦ص^{٢}	٦ص^{٢}+٥,٢ ص - ٠,٣	الدرجة الثانية	٦	-٠,٣
(٦) ٢س^{٢} -٥ س^{٣} + $\frac{١}{٤}$ س	-٥س^{٣}+٢س^{٢}+ $\frac{١}{٤}$ س	الدرجة الثالثة	-٥	٠

أوجد قيمة كثيرة الحدود التالية عندما س = ٥ , ص = -٣-

$$\frac{١}{٥} س^{٢} - ٢ص^{٢} + ١٨$$

$$= \frac{١}{٥} \times (٥)^{٢} - ٢ \times (-٣)^{٢} + ١٨$$

$$= \frac{١}{٥} \times ٢٥ - ٢ \times ٩ + ١٨$$

$$= ٥ - ١٨ + ١٨ = ٥$$

أختر الإجابة الصحيحة :

أيّ المقادير الآتية يكون الناتج ١٤ عندما س = ٧ , ص = ٧ , ن = ٣ ؟

أ) س × (ص + ن)

ب) س × ص × ن

ج) ن × ص - س

د) (ص + ن) ÷ س

ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة الصحيحة , وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة

$س^{٥} - \frac{٣}{س} + ٧$	كثيرة الحدود	أ	ب
$\sqrt{س} - ص^{س} + \frac{٢}{٥} س$	ليست كثيرة الحدود	أ	ب
$- \frac{٤}{١٠} س ص^{٣}$, $-٠,٤ ص^{٣}س$	حدّان جبريان متساويان	أ	ب
$-س^{٢} - \frac{٢}{٥} ص^{٣}س + س ص^{٢}$	حدودية من الدرجة الرابعة	أ	ب

ضع علامة √ أسفل الوصف المناسب للحدود المتشابهة فى الجدول التالى :

(١) $٣س$, $-٥س$, $١٢س$	√	
(٢) $٤ص^{٢}$, $ص^{٢}$	√	
(٣) $٧س^{٢}ص$, $٧س ص^{٢}$		√
(٤) $٢ل م$, $٥ م ل$	√	
(٥) $٠,\overline{٣} ا^{٥} ب^{٢}$, $\frac{١}{٢} ا^{٣} ب^{٣}$		√

ضَع الحدوديات التالية فى الصورة العامّة , ثم حدِّد درجة الحدودية :

أ $٩س^{٢} - ٧س^{٣} + ٢س - ٣$

$-٧س^{٣} + ٩س^{٢} + ٢س - ٣$

الدرجة الثالثة

ب $٤ + ٧ع^{٤} - ٧ع^{٥} + ع^{٣}$

$-٧ع^{٥} + ٧ع^{٤} + ع^{٣} + ٤$

الدرجة الخامسة

ج $-٣ ل^{٣} + ٢ ل^{٦} + ٨$

$٢ل^{٦} - ٣ل^{٣} + ٨$

الدرجة السادسة

د $٥ ك - ٣ ك^{٣} + \frac{٣}{٢}ك^{٢} + \frac{١}{٢}$

$-٣ك^{٣} + \frac{٣}{٢} ك^{٢} + ٥ك + \frac{١}{٢}$

الدرجة الثالثة

إذا كانت $أ^{٢} + ٣ب = ٥$, $جـ = ٤$ فما قيمة $أ^{٢} + ٣ (ب + جـ)$ ؟

$أ^{٢} + ٣(ب + جـ) = أ^{٢} + ٣ب + ٣جـ$

$(أ^{٢} + ٣ب) + ٣جـ = ٥ + ٣ \times ٤$

$= ٥ + ١٢ = ١٧$

أوجد قيمة كلّ من كثيرات الحدود التالية :

أ) $-٤س^{٣}+\frac{١}{٢}س+٥+٢س^{٢}$, عندما س = ٢

$$-٤ \times ٢^{٣}+\frac{١}{٢} \times ٢+٥+٢ \times ٢^{٢} = -٤ \times ٨+٨+١+٥$$

$$= -٣٢+١+٥+٨ = -١٨$$

ب) $-س\,ص^{٢}+\frac{٣}{٤}ص^{٢}س^{٢}-٩$, عندما س = ٤ , ص = ١

$$-٤ \times ١^{٢}+\frac{٣}{٤} \times ١^{٢} \times ٤^{٢}-٩ = -٤+\frac{٣}{\cancel{٤}_{١}} \times \cancel{١٦}^{٤}-٩$$

$$= -٤+١٢-٩ = -١$$

جمع كثيرات الحدود وطرحها

أوجد ناتج جمع كثيرات الحدود الآتية :

$٣س^{٢} + ٤س - ٦$ مع $-٤س^{٢} + ٢س - ١$

الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} ٣س^{٢} + ٤س - ٦ \\ + \quad -٤س^{٢} + ٢س - ١ \\ \hline -س^{٢} + ٦س - ٧ \end{array}$$

أوجد ناتج ما يلي :

$٧س^{٣} - ٢س^{٢} + ٥ - (س^{٣} - ٤س^{٢} - ٧)$

$$\begin{array}{r} ٧س^{٣} - ٢س^{٢} + ٥ \\ + \quad -س^{٣} + ٤س^{٢} + ٧ \\ \hline ٦س^{٣} + ٢س^{٢} + ١٢ \end{array}$$

أجمع الحدوديات الآتية :

(١) $٢س^{٣} + ٥س - ٢$ ، $-٣س^{٣} + ١٠ - ٢س$

$$\begin{array}{r} ٢\ س^{٣} + ٥\ س - ٢ \\ +\ -٣\ س^{٣} - ٢\ س + ١٠ \\ \hline -١\ س^{٣} + ٣\ س + ٨ \end{array}$$

(٢) $س^{٣} + ٣س^{٤} - ٧س$ ، $-س^{٢} - ٩س^{٤}$ ، $٥س + ٢س^{٢} - ٨س^{٣}$

$$\begin{array}{r} ٣\ س^{٤} + \square\ س^{٣} - ٧\ س \\ -٩\ س^{٤} - \square\ س^{٢} \\ +\ \square\ - ٨\ س^{٣} + ٢\ س^{٢} + ٥\ س \\ \hline -٦\ س^{٢} - ٧\ س^{٣} + س^{٢} - ٢\ س \end{array}$$

(٣) $٨س^{٥} - ٥س^{٣} + ٢س^{٢} + ١$ ، $-٢س^{٤} + ٣س^{٢} + س$ ، $-س^{٣} + ٣$

$$\begin{array}{r} ٨\ س^{٥} - ٥\ س^{٣} + ٢\ س^{٢} + ١ \\ +\ -٢\ س^{٤} + ٣\ س^{٢} + س \\ -\ س^{٣} + ٣ \\ \hline ٨\ س^{٥} - ٢\ س^{٤} - ٦\ س^{٣} + ٥\ س^{٢} + س + ٤ \end{array}$$

إجمع كلًّا من كثيرات الحدود الآتية :

(١) $٥س^{٣} + ٣س^{٤} + ٤س^{٢}$ ، $-س^{٤} + ٤س^{٣} + ٤$

$$\begin{array}{r} ٣س^{٤} + ٥س^{٣} + ٤س^{٢} \\ + \quad -١س^{٤} + ٤س^{٣} + ٤ \\ \hline ٢س^{٤} + ٩س^{٣} + ٤س^{٢} + ٤ \end{array}$$

(٢) $-س^{٣} + ٢س^{٢} - ٤$ ، $٥س^{٢} - ٨س^{٣} - ٣$ ، $س^{٢} + ٩$

$$\begin{array}{r} -س^{٣} + ٢س^{٢} - ٤ \\ -٨س^{٣} + ٥س^{٢} - ٣ \\ + \quad س^{٢} + ٩ \\ \hline -٩س^{٣} + ٨س^{٢} + ٢ \end{array}$$

(٣) $٣س - ٢س^{٤} + \frac{١}{٢}س^{٥}$ ، $٢س^{٤} + ٧س^{٣} - س^{٢}$ ، $٤س^{٢} - \frac{١}{٦}$

$$\begin{array}{r} \frac{١}{٢}س^{٥} - ٢س^{٤} + ٣س \\ ٢س^{٤} + ٧س^{٣} - س^{٢} \\ + \quad ٤س^{٢} - \frac{١}{٦} \\ \hline \frac{١}{٢}س^{٥} + ٧س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣س - \frac{١}{٦} \end{array}$$

أوجد ناتج ما يلي :

(١) $٢س^{٢} - ٢س + ٧ - (٢س - س^{٢} + ١)$

$$\begin{array}{r} ٢\ س^{٢} - ٢\ س + ٧ \\ + \quad -س^{٢} - ٢\ س - ١ \\ \hline ٣\ س^{٣} - ٤\ س + ٦ \end{array}$$

(٢) $٦س^{٣} - ٢س^{٢} + ٤ - (٨س^{٣} - ٤س^{٢} - ٢٠)$

$$\begin{array}{r} ٦\ س^{٣} - ٢\ س^{٢} + ٤ \\ + \quad -٨\ س^{٣} + ٤\ س^{٢} + ٢٠ \\ \hline -٢\ س^{٣} + ٢\ س^{٢} + ٢٤ \end{array}$$

أنواع كثيرات الحدود :

	كثيرة الحدود	المعكوس الجمعى
١	$٣س$	$-٣س$
٢	$٢س^{٥} - ٤$	$-(٢س^{٥} - ٤) = -٢س^{٥} + ٤$
٣	$٤س^{٢} - ٧س - ٣$	$-(٤س^{٢} - ٧س - ٣) = -٤س^{٢} + ٧س + ٣$
٤	$-٩ + ١١س^{٥} - ٨س^{٣}$	$-(-٩ + ١١س^{٥} - ٨س^{٣}) = ٩ - ١١س^{٥} + ٨س^{٣}$

أطرح $١٠ص^{٣} + ٧ص^{٢} - ١$ من $(٤ص^{٢} - ص^{٣} + ص)$

$$
\begin{array}{r}
-ص^{٣} + ٤ص^{٢} + ص \\
+\quad -١٠ص^{٣} - ٧ص^{٢} + ١ \\
\hline
-١١ص^{٣} - ٣ص^{٢} + ص + ١
\end{array}
$$

من (٤س - ٨ + س^{٤} - ٤س^{٢}) إطرح (٦س + ٧س^{٤} + ٤س^{٢} + ٥)

س^{٤} - ٤س^{٢} + ٤س - ٨ - (٧س^{٤} + ٤س^{٢} + ٦س + ٥)

$$\begin{array}{r} س^{٤} - ٤س^{٢} + ٤س - ٨ \\ + \quad -٧س^{٤} - ٤س^{٢} - ٦س - ٥ \\ \hline -٦س^{٤} - ٨س^{٢} - ٢س - ١٣ \end{array}$$

إطرح (٥س^{٢} + ٦س^{٤} - ١) من (٤س^{٤} - ١٤س^{٢} + س)

$$\begin{array}{r} ٤س^{٤} - ١٤س^{٢} + س \\ + \quad -٦س^{٤} - ٥س^{٢} + ١ \\ \hline -٢س^{٤} - ١٩س^{٢} + س + ١ \end{array}$$

من (٢س - ٩ + س^{٣} - ٤س^{٢}) إطرح (٥س + ٨س^{٣} + ٤س^{٢} + ١)

س^{٣} - ٤س^{٢} + ٢س - ٩ - (٨س^{٣} + ٤س^{٢} + ٥س + ١)

$$\begin{array}{r} س^{٣} - ٤س^{٢} + ٢س - ٩ \\ + \quad -٨س^{٣} - ٤س^{٢} - ٥س - ١ \\ \hline -٧س^{٣} - ٨س^{٢} - ٣س - ١٠ \end{array}$$

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج ما يلي :

١ $٦ س^{٢} \times ٤ س^{٣} = ٢٤ س^{٥}$

٢ $-٣ س^{٥} \times ٢ س = -٦ س^{٦}$

٣ $٤ س \times (٢ س^{٢} + ٣ س^{٤}) = ٨ س^{٣} + ١٢ س^{٥}$

٤ $س^{٢} \times (٥ س^{٣} - ٧ س - ١) = ٥ س^{٥} - ٧ س^{٣} - س^{٢}$

٥ $٢ س^{٢} \times (٨ س^{٣} + ٥ س^{٤})$

$= ١٦ س^{٥} + ١٠ س^{٦}$

٦ $٣ س \times (٢ س^{٢} - س^{٢} + ٤)$

$= ٦ س^{٣} - ٣ س^{٢} + ١٢ س$

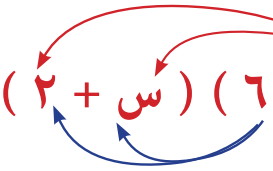
٥ $(س + ٦) (س + ٢)$

$= س^{٢} + ٢ س + ٦ س + ١٢$

$= س^{٢} + ٨ س + ١٢$

أوجد ناتج ما يلي :

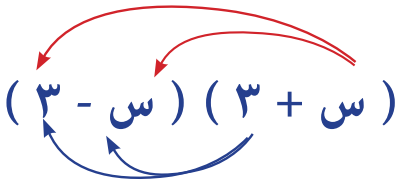
١ $(س + ٦) (س + ٢)$



$= س^{٢} + ٢ س + ٦ س + ١٢$

$= س^{٢} + ٨ س + ١٢$

٢ $(س + ٣) (س - ٣)$



$= س^{٢} - ٣ س + ٣ س - ٩$

$= س^{٢} - ٩$

٣ $(س - ٤) (٢س^{٢} - ٥ س + ٣)$

الطريقة الأفقية :

$= ٢ س^{٣} - ٥ س^{٢} + ٣ س - ٨ س^{٢} + ٢٠ س - ١٢$

$= ٢ س^{٣} - ١٣ س^{٢} + ٢٣ س - ١٢$

أوجد مربّع (س + ٥)

$(س + ٥)^{٢}$

$= س^{٢} + ١٠ س + ٢٥$

أوجد ناتج كلّ ما يلي :

أ $٣ س \times ٤ س^{٣}$

$= ٣ \times ٤ \times س \times س^{٣}$

$= ١٢ س^{٤}$

ب $\frac{١}{٣} ص \times (\frac{٢}{٣} ص^{٢} - ٩ ص + \frac{٣}{٢})$

$\frac{١}{٣} ص \times \frac{٢}{٣} ص^{٢} + \frac{١}{٣} ص \times -٩ ص$

$+ \frac{١}{٣} ص \times \frac{٣}{٢}$

$= \frac{٢}{٩} ص^{٣} - ٣ ص^{٢} + \frac{١}{٢} ص$

ج $(٣س^{٣} + س - ٤) \times (-٢س)$

$-٢س \times ٣س^{٣} + س \times -٢س - ٤ \times -٢س$

$-٦س^{٤} - ٢س^{٢} + ٨س$

د $(س - ص) (س + ص)$

$= س^{٢} + س ص - ص س - ص^{٢}$

$= س^{٢} - ص^{٢}$

هـ $(س + ٢) (س - ٧)$

$= س^{٢} - ٧س + ٢س - ١٤$

$= س^{٢} - ٥س - ١٤$

و $(٣س + ٢ص)^{٢}$

$(٣س)^{٢} + ٢ \times ٣س \times ٢ص + (٢ص)^{٢}$

$٩س^{٢} + ١٢س ص + ٤ص^{٢}$

ز $(ع^{٢} - ١) (٢ع^{٣} - ٣ع^{٢} + ١)$

$ع^{٢} \times ٢ع^{٣} - ع^{٢} \times ٣ع^{٢} + ١ \times ع^{٢} - ١$

$\times ٢ع^{٣} - ١ \times -٣ع^{٢} - ١ \times ١$

$٢ع^{٥} - ٣ع^{٤} + ع^{٢} - ٢ع^{٣} + ٣ع^{٢} - ١$

$= ٢ع^{٥} - ٣ع^{٤} - ٢ع^{٣} + ٤ع^{٢} - ١$

ح $(ص^{٢} - ٢ص - ٥) (٢ص - ١)$

$= ص^{٢} \times ٢ص + ص^{٢} \times -١ - ٢ص \times ٢ص$

$-٢ص \times -١ - ٥ \times ٢ص - ٥ \times -١$

$= ٢ص^{٣} - ص^{٢} - ٤ص^{٢} + ٢ص - ١٠ص + ٥$

$= ٢ص^{٣} - ٥ص^{٢} - ٨ص + ٥$

مربع الحدّانية

$$(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$$

= مربّع الحدّ الأوّل ± ٢× الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني

أوجد ناتج ما يلي :

١ $(س - ٦)^{٢}$

$(س - ٦)^{٢} = (س)^{٢} - ٢ \times س \times ٦ + (٦)^{٢}$

$= س^{٢} - ١٢س + ٣٦$

٢ $(م^{٢} + ٤ ل)^{٢}$

$(م^{٢} + ٤ ل)^{٢} = (م^{٢})^{٢} + ٢ \times م^{٢} \times ٤ ل + (٤ ل)^{٢}$

$= م^{٤} + ٨ م^{٢} ل + ١٦ ل^{٢}$

٢ $(ص - ٤)^{٢}$

$= ص^{٢} - ٢ \times ٤ \times ص + ٤^{٢}$

$= ص^{٢} - ٨ ص + ١٦$

أوجد مربّع كلّ حدّانية في ما يلي :

أ س - ٣

$(س - ٣)^{٢} = س^{٢} + ٢ س \times -٣ + ٣^{٢}$

$= س^{٢} - ٦ س + ٩$

ب $٢ ص + ٣س^{٢}$

$(٣س^{٢} + ٢ص)^{٢} = (٣س^{٢})^{٢} + ٢ \times ٣س^{٢} \times ٢ص + (٢ص)^{٢}$

$= ٩س^{٤} + ١٢س^{٢}ص + ٤ص^{٢}$

ج $(٣هـ - ٢م)^{٢}$

$= (٣هـ)^{٢} + ٢ \times ٣هـ \times -٢م + (٢م)^{٢}$

$= ٩هـ^{٢} - ١٢هـ م + ٤م^{٢}$

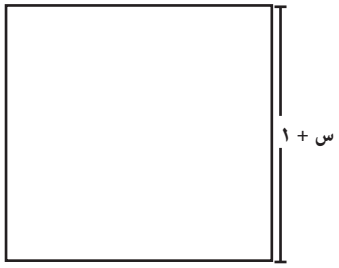
د $(٩ - ك)^{٢}$

$= ٩^{٢} + ٢ \times ٩ \times -ك + ك^{٢}$

$= ٨١ - ١٨ك + ك^{٢}$

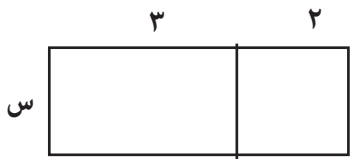
في البنود (١ - ٢ - ٣) إختر الإجابة الصحيحة :

١ مساحة المربّع المقابل بالوحدات المربّعة هى :



أ) ٢س + ٢
ب) $س^{٢}$ + ٢س + ١
ج) $س^{٢}$ + ٢س + ١
د) $س^{٢}$ + ١

٢ المقدار الجبرى الذى يمثّل مساحة الشكل أدناه بالوحدات المربّعة هو :



أ) ٢ + ٣س
ب) ٢س + ٣
ج) ٥ + س
د) ٥س

٣ المقدار ٥ (س - ص) - (٥س - ٥ص) يساوى :

أ) ١٠س - ١٠ص
ب) ٥س -٥ص -٥س + ٥ص
ج) ١٠س
د) -١٠ص

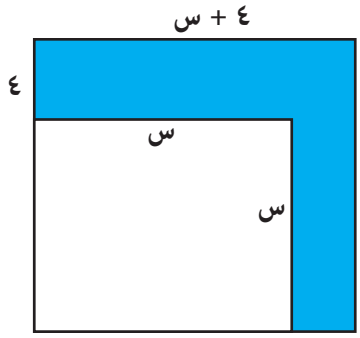
في البنود (١ - ٢) إختر الإجابة الصحيحة :

١ إذا كانت $أ^{٢}$ = ١٦ , $ب^{٢}$ = ٩ , فإذا أكبر قيمة للمقدار $(أ - ب)^{٢}$ =

أ ١ ب ٢٥

ج ٤٩ د ٧

٢ في الشكل المقابِل , مربّع طول ضلعه س وحدة طول ,
تمّت زيادة طول كلّ ضلع من أضلاعه بمقدار ٤ وحدات كما هو موضّح في الشكل .
أوجد مساحة المنطقة المظلّلة بدلالة س .



$(س + ٤)^{٢} - س^{٢}$

$= س^{٢} + ٨س + ١٦ - س^{٢} = ٨س + ١٦$

قسمة كثيرة حدود على حدّ جبرى

أوجد ناتج كلّ ما يلي :

أ $\frac{٤ س^{٥} ص^{٣}}{٢ ص^{٣} س^{٢}} = ٢ س^{٣}$

ب $\frac{١٢ س^{٢} ص^{٣} + ٦ س ص}{٣س ص}$

$= \frac{١٢ س^{٢} ص^{٣}}{٣س ص} + \frac{٦ س ص}{٣س ص}$

$= ٤ س ص^{٢} + ٢$

ج $\frac{٣ م^{٢} ل^{٦}}{٢٧ م^{٨} ل} = \frac{١}{٩} م^{٢-٨} ل^{٦-١}$

$= \frac{١}{٩} م^{-٦} ل^{٥} = \frac{ل^{٥}}{٩م^{٦}}$

د $\frac{٢٠ م ن^{٣} - ٤ م ن}{٤ م ن}$

$= \frac{٢٠ م ن^{٣}}{٤ م ن} - \frac{٤ م ن}{٤ م ن}$

$= ٥ ن^{٢} - ١$

إقسم (٨س^{٣} + ٢س^{٢} - ١٢س) على ٢س

$\frac{٨س^{٣} + ٢س^{٢} - ١٢س}{٢س} = \frac{٨س^{٣}}{٢س} + \frac{٢س^{٢}}{٢س} - \frac{١٢س}{٢س}$

$= ٤س^{٢} + س - ٦$

إقسم (٧س^{٥} - ٩س^{٣} + ٢س^{٢}) على س^{٢}

$$= \frac{٧س^{٥}}{س^{٢}} - \frac{٩س^{٣}}{س^{٢}} + \frac{٢س^{٢}}{س^{٢}}$$

$$= ٧س^{٣} - ٩س + ٢$$

بسّط كلًّا ممّا يلي : (حيث المقام لا يساوى صفرًا أينما وُجد .)

أ) $\frac{١}{س} = س^{٢}$

ب) $\frac{١٠س^{٤}}{٥س^{٢}} = ٢س$

ج) $\frac{-٣ص^{٣}}{٣ص^{٣}} = -١$

د) $\frac{٢٨ص^{٥}}{٧ص^{٢}} = ٤ص^{٣}$

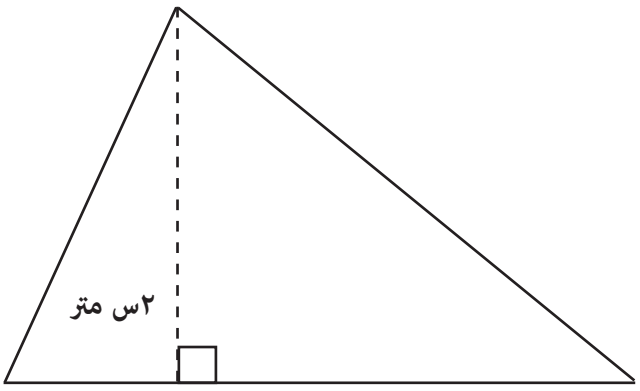
فى الشكل المقابِل مساحة المنطقة المثلّثة هى (٤س^{٢} + ٢س) مترًا مربّعًا , إذا كان ارتفاع هذا المثلّث ٢س مترًا , فأوجِد طول قاعدته .

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الأرتفاع

$$س^{٢} + ٢س = \frac{١}{٢} \times ق \times ٢س$$

$$ق = \frac{٤س^{٢} + ٢س}{س} = \frac{٤س^{٢}}{س} + \frac{٢س}{٢س}$$

$$= ٤س + ١$$



إقسم ٨س^{٢}ص^{٤} + ١٦س^{٤}ص^{٥} - ٣٦ص^{٤} على ٢س^{٢}ص^{٣}

$$\frac{٨س^{٢}ص^{٤} + ١٦س^{٤}ص^{٥} - ٣٦ص^{٤}}{٢س^{٢}ص^{٣}} = \frac{٨س^{٢}ص^{٤}}{٢س^{٢}ص^{٣}} + \frac{١٦س^{٤}ص^{٥}}{٢س^{٢}ص^{٣}} - \frac{٣٦ص^{٤}}{٢س^{٢}ص^{٣}}$$

$$= ٤ص + ٨س^{٢}ص^{٢} - \frac{١٨ص}{س^{٢}}$$

إقسم ٩هـ^{٣}و^{٥} - ٢٧ هـ^{٢}و^{٤} + ٥٤ هـ^{٤}و^{٢} على ٣ هـ^{٣}و^{٥}

$$\frac{٩هـ^{٣}و^{٥} - ٢٧هـ^{٢}و^{٤} + ٥٤هـ^{٤}و^{٢}}{٣ هـ^{٣}و^{٥}} = \frac{٩هـ^{٣}و^{٥}}{٣هـ^{٣}و^{٥}} - \frac{٢٧هـ^{٢}و^{٤}}{٣هـ^{٣}و^{٥}} + \frac{٥٤ هـ^{٤}و^{٢}}{٣هـ^{٣}و^{٥}}$$

$$= ٣ - \frac{٩}{هـ و} + \frac{١٨هـ}{و^{٣}}$$

أوجد ناتج ما يلي فى أبسط صورة :(حيث س ≠ صفرًا)

$$\frac{٥س^{٣}ص^{٤} + ٣س^{٦}ص^{٧} - ١٥س}{١٥س} = \frac{٥س^{٣}ص^{٤}}{١٥س} + \frac{٣س^{٦}ص^{٧}}{١٥س} - \frac{١٥س}{١٥س}$$

$$= \frac{١}{٣}س^{٢}ص^{٤} + \frac{١}{٥}س^{٥}ص^{٧} - ١$$

مساحة المنطقة المستطيلة فى الشكل المرسوم هي (٩س^{٢} + ٣س) مترًا مربّعًا , إذا كان عرض هذا المستطيل هو ٣س مترًا, فأوجد طول هذا المستطيل

الطول = المساحة ÷ العرض

$$\frac{٩س^{٢} + ٣س}{٣س} = \frac{٩س^{٢}}{٣س} + \frac{٣س}{٣س}$$

$$= ٣س + ١$$

