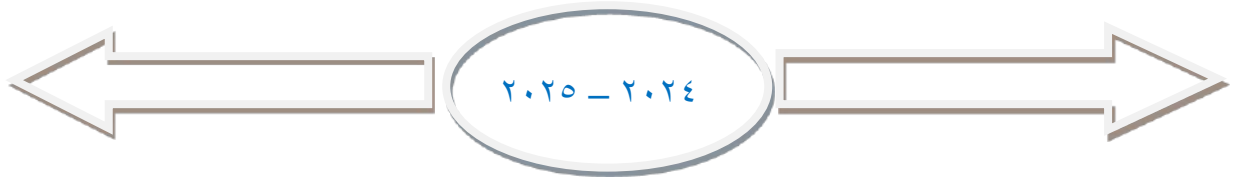




قناة الفلاح للرياضيات



الفصل الدراسي الثاني

الامتحانات السابقة مرتبة حسب بنود الكتاب

+ الحلول

الصف الحادي عشر علمي



@MOHAMMAD.FALAH_MATH



@MOH82FALAH
أ / محمد نوري الفلاح

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) إذا كان $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$ فأوجد :

$$2z_1 \quad (1)$$

$$\overline{z_1 + z_2} \quad (2)$$

$$\frac{z_1}{z_2} \quad (3)$$

(9 درجات)



كنترول القسم العلمي
لجنة تقدر الدرجات

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) إذا كان $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$ فأوجد :

$$2z_1 \quad (1)$$

$$\overline{z_1 + z_2} \quad (2)$$

$$\frac{z_1}{z_2} \quad (3)$$

(9 درجات)

الحل :

1+1	$(1) \quad 2z_1 = 2(3 + 4i)$ $= 6 + 8i$
1+1	$(2) \quad \overline{z_1 + z_2} = \overline{(3 + 4i) + (5 - 2i)}$ $= \overline{8 + 2i}$
1	$= 8 - 2i$
1	$(3) \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{3 + 4i}{5 - 2i} \times \frac{5 + 2i}{5 + 2i}$
1	$= \frac{(3 + 4i)(5 + 2i)}{(5 - 2i)(5 + 2i)}$
1	$= \frac{(15 + 6i) + (20i - 8)}{25 + 4}$
1	$= \frac{7 + 26i}{29} = \frac{7}{29} + \frac{26}{29}i$



السؤال الثاني :

(3 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$ ، $z_2 = 3 + i$ فأوجد :

$(z_2)^{-1}$ (3)

$(\overline{z_2 + z_1})$ (2)

$z_2 \cdot z_1$ (1)

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(3 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$, $z_2 = 3 + i$ فاوجد :

(3) $(z_2)^{-1}$

(2) $(\overline{z_2 + z_1})$

(1) $z_2 \cdot z_1$

$\frac{1}{2}$ (1) $z_2 \cdot z_1 = (3 + i)(5 - 4i)$
 $= 15 - 12i + 5i + 4$

$\frac{1}{2}$ $= 19 - 7i$

$\frac{1}{2}$ (2) $z_2 + z_1 = 8 - 3i$

$\frac{1}{2}$ $(\overline{z_2 + z_1}) = 8 + 3i$

$\frac{1}{2}$ (3) $z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$



(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2018/2019
امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) للصف الحادي عشر علمي

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات
امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) للصف الحادي عشر علمي

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن جميع الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(9 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$
فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

1) $\overline{3z_1 - 2z_2}$ (4 درجات)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\frac{z_2}{z_1}$ (5 درجات)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

القسم الأول - أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(9 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$
 فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

1) $\overline{3z_1 - 2z_2}$

الحل :

$$\begin{aligned} \overline{3z_1 - 2z_2} &= \overline{3(3 + 4i) - 2(5 - 2i)} \\ &= \overline{9 + 12i - 10 + 4i} \\ &= \overline{-1 + 16i} \\ &= -1 - 16i \end{aligned}$$

2) $\frac{z_2}{z_1}$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{z_2}{z_1} &= \frac{5 - 2i}{3 + 4i} \times \frac{3 - 4i}{3 - 4i} \\ &= \frac{15 - 20i - 6i - 8}{3^2 + 4^2} \\ &= \frac{7 - 26i}{25} \\ &= \frac{7}{25} - \frac{26}{25}i \end{aligned}$$



القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a) أكتب العدد $\frac{2}{3-i}$ في الصورة الجبرية
(1)

الحل:

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a)

(1) اكتب العدد المركب $\frac{-5+i}{2-3i}$ في الصورة الجبرية

الحل:

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{-5+i}{2-3i} &= \frac{-5+i}{2-3i} \times \frac{2+3i}{2+3i} \\ 2 \quad &= \frac{-10-15i+2i+3i^2}{2^2+3^2} \\ 1 \quad &= \frac{-13-13i}{4+9} = -1-i \end{aligned}$$



(2) ضع العدد : $z = -1 - i$ في الصورة المثلثية

$$\begin{aligned} 1 \quad &\because x = -1, y = -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad &\therefore r = |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad &\therefore \tan \alpha = \left| \frac{-1}{-1} \right| = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \quad \text{بفرض } \alpha \text{ زاوية الاسناد :} \\ \frac{1}{2} \quad &\because x < 0, y < 0 \quad \theta \text{ تقع في الربع الثالث} \\ 1 \quad &\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \\ 1 \quad &z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) \quad \text{الصورة المثلثية هي :} \end{aligned}$$



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أكتب العدد المركب : $\frac{3+i}{2+5i}$ في الصورة الجبرية (7 درجات)

الحل :

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أكتب العدد المركب : $\frac{3+i}{2+5i}$ في الصورة الجبرية (7 درجات)

الحل :

1	$= \frac{3+i}{2+5i} \times \frac{2-5i}{2-5i}$
1	$= \frac{(3+i)(2-5i)}{4+25}$
2	$= \frac{6-15i+2i-5i^2}{29}$
1	$= \frac{6-15i+2i+5}{29}$
1	$= \frac{11-13i}{29}$
1	$= \frac{11}{29} - \frac{13i}{29}$



القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a)

(1) اكتب العدد المركب $\frac{-5 + i}{2 - 3i}$ في الصورة الجبرية

الحل:

(2) ضع العدد : $z = -1 - i$ في الصورة المثلثية

الحل:

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(10 درجات)

(a)

(1) اكتب العدد المركب $\frac{-5+i}{2-3i}$ في الصورة الجبرية

الحل:

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{-5+i}{2-3i} &= \frac{-5+i}{2-3i} \times \frac{2+3i}{2+3i} \\ 2 \quad &= \frac{-10-15i+2i+3i^2}{2^2+3^2} \\ 1 \quad &= \frac{-13-13i}{4+9} = -1-i \end{aligned}$$



(2) ضع العدد : $z = -1 - i$ في الصورة المثلثية

$$\begin{aligned} 1 \quad &\because x = -1, y = -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad &\therefore r = |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad &\therefore \tan \alpha = \left| \frac{-1}{-1} \right| = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \quad \text{بفرض } \alpha \text{ زاوية الاسناد :} \\ \frac{1}{2} \quad &\because x < 0, y < 0 \quad \theta \text{ تقع في الربع الثالث} \\ 1 \quad &\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \\ 1 \quad &z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) \quad \text{الصورة المثلثية هي :} \end{aligned}$$



القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن جميع الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(9 درجات) (a) اكتب العدد $\frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i}$ في الصورة الجبرية

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية

القسم الأول - أسئلة المقال

تتضمن الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(9 درجات)

(a) اكتب العدد $\frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i}$ في الصورة الجبرية

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية

الحل :

$$\frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i} = \frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i} \times \frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} - i}$$

$$= \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{3 + 1}$$

$$= \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \right| = \sqrt{3}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$$x > 0, y < 0$$

 θ تقع في الربع الرابع

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$z = \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$

الصورة المثلثية هي :

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و خمسة وأربعون دقيقة
عدد الصفحات : 11

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراجعى الحلول الأخرى فى جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) ضع فى الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية العدد $z = \sqrt{3} + i$ (7 درجات)

الحل :

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) ضع في الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية العدد $z = \sqrt{3} + i$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 + 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1$$

$$x = \sqrt{3} , y = 1$$

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$$

نفرض أن α زاوية الإسناد :

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$x > 0 , y > 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

الصورة المثلثية هي : $z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$

$$z = 2 (\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$$



(1)

السؤال الثانى :

(a) حول الاحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية حيث $N (5 , \frac{\pi}{4})$ (3 درجات)

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(3 درجات)

(a) حول الاحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية حيث $N(5, \frac{\pi}{4})$

الزرج المرتب $(5, \frac{\pi}{4})$ يمثل الإحداثيات القطبية للنقطة N حيث

$$r = 5, \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$x = r \cos \theta = 5 \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$y = r \sin \theta = 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

∴ الزرج المرتب الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية

$$\frac{1}{2}$$

لنقطة N : $(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2})$

(3 درجات)

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = \sqrt{7} \text{ cm}$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{9 + 7 - 4}{2(3)(\sqrt{7})}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \alpha \approx 40.9^\circ$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{4 + 7 - 9}{2(2)(\sqrt{7})}$$

$$\cos B = \frac{1}{2\sqrt{7}} \Rightarrow B \approx 79.1^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - B$$

$$= 180^\circ - 40.9^\circ - 79.1^\circ$$

$$\gamma = 60^\circ$$



(الأسئلة في 10 صفحات)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2015 / 2016 م



القسم الأول - أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(6 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 - 4i$
(1) أوجد $2z_1 - \bar{z}_2$

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية .

(الأسئلة في 10 صفحات)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2015 / 2016 م

الصف الحادي عشر علمي

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات -

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(6 درجات)

$$z_1 = 1 + i \quad , \quad z_2 = 3 - 4i \quad : \quad (a) \text{ إذا كان :}$$

$$(1) \quad \text{أوجد } 2z_1 - \bar{z}_2$$

$$(2) \quad \text{اكتب العدد } z_1 \text{ في الصورة المثلثية .}$$

الحل

$$\begin{aligned} (1) \quad 2z_1 - \bar{z}_2 &= 2(1 + i) - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - 3 + 4i \\ &= -1 + 6i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad z_1 = 1 + i &\Rightarrow x = 1, y = 1 \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{1}{1} \right| = 1$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\because x > 0, y > 0$$

$$\therefore \theta = \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$z_1 = r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad : \quad \text{الصورة المثلثية هي :}$$

$$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان $z_1 = -2 - 2i$, $z_2 = 3 - 5i$

(1) اوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان $z_1 = -2 - 2i$, $z_2 = 3 - 5i$

(1) أوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

الحل :

(1) $z_2^{-1} = \frac{1}{3 - 5i} \times \frac{3 + 5i}{3 + 5i}$

$= \frac{3 + 5i}{9 + 25}$

$= \frac{3}{34} + \frac{5}{34}i$



$z_1 = -2 - 2i$

$x_1 = -2$, $y_1 = -2$

$r_1 = | z_1 | = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن α زاوية الإسناد

$\tan \alpha = \left| \frac{y_1}{x_1} \right| = \left| \frac{-2}{-2} \right| = 1$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$

$\therefore x_1 < 0$, $y_1 < 0 \longrightarrow \therefore \theta$ تقع في الربع الثالث

$\therefore \theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

$z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$ الصورة المثلثية هي :

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i$ (z_2)²

(9 درجات)

تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان : $z_2 = 1 - i$ ، $z_1 = -2 + 2i$

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$

الحل :

$$(1) \quad z_1 = -2 + 2i$$

$$x = -2 \quad , \quad y = 2$$

$$1 \quad r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

نفرض أن α زاوية الإسناد

$$1 \quad \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = |-1| = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$x < 0 \quad , \quad y > 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثاني

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$1$$

الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

$$(2) \quad 2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$2z + (-2 + 2i) = 3i (1 - i)^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$2z + -2 - 2i = 3i (1 - 2i - 1)$$

$$2z + -2 - 2i = 3i (-2i)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2z + -2 - 2i = -6i^2$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2z + -2 - 2i = 6$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$$

$$\frac{1}{2}$$

$$z = 4 + i$$



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r, θ) : (7 درجات)

$$L(1, -\sqrt{3}), 0 \leq \theta < 2\pi$$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r, θ) : (7 درجات)

$$L(1, -\sqrt{3}), 0 \leq \theta < 2\pi$$

الحل :

1 + 1

$$r = \sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

1 + 1

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-\sqrt{3}}{1} \right| = \sqrt{3}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \tan^{-1} \sqrt{3}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\because x > 0, y < 0$$

$\frac{1}{2}$

$\therefore L$ تنتمي إلى الربع الرابع

1

$$\therefore \theta = 2\pi - \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$\frac{1}{2}$

$\therefore$ الإحداثيات القطبية هي $L(2, \frac{5\pi}{3})$



القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(2) أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

(4 درجات)

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C (5 درجات)

$\frac{1}{2}$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

الحل : نحسب المميز Δ :

$\frac{1}{2}$

$$\Delta = (16)^2 - 4(4)(25)$$

$$= -144$$

$$= (-1) \times (12)^2$$

$$= i^2 \times (12)^2$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 12i}{2 \times 4} = -2 - \frac{3}{2}i$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 12i}{2 \times 4} = -2 + \frac{3}{2}i$$

$\frac{1}{2}$

$$\left\{ -2 - \frac{3}{2}i, -2 + \frac{3}{2}i \right\} = \text{مجموعة الحل}$$

(2) أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

(4 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{36} = 6$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{3}{3\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6} \text{ وبالتالي :}$$

$\frac{1}{2}$

$\therefore x > 0, y > 0 \rightarrow D$ تنتمي إلى الربع الأول

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

$\frac{1}{2}$

وبالتالي : الاحداثيات القطبية هي $D(6, \frac{\pi}{6})$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول: (a) أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 6x + 25 = 0$ (5 درجات)

(5 درجات)

2018 / 2017

أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C

(الأسئلة في 8 صفحات)

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي

امتحان (الدور الثاني) الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2014 / 2015 م

القسم الأول - أسئلة المقال

نموذج الإجابة

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(a) السؤال الأول : أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 6x + 25 = 0$ (5 درجات)

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4(a)(c) \\ &= 36 - 4(1)(25) \\ &= -64 = 64i^2 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{64i^2}}{2} \\ &= \frac{-6 \pm 8i}{2} \\ &= (-3 \pm 4i) \\ \text{الحل} &= \{-3 + 4i, -3 - 4i\} \end{aligned}$$

(a) (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C (5 درجات)

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= (16)^2 - 4(4)(25) \\ &= -144 \\ &= (-1) \times (12)^2 \\ &= i^2 \times (12)^2 \\ z_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 12i}{2 \times 4} = -2 - \frac{3}{2}i \\ z_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 12i}{2 \times 4} = -2 + \frac{3}{2}i \\ \text{مجموعة الحل} &= \{-2 - \frac{3}{2}i, -2 + \frac{3}{2}i\} \end{aligned}$$



امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$ (7 درجات)

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(7 درجات) (a) أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$

الحل:

1 $a = 1$, $b = -2$, $c = 4$

$\frac{1}{2}$ $\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-2)^2 - 4(1)(4)$

$\frac{1}{2}$ $= 4 - 16$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= -12 = 12i^2$

1 $z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

1 $= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}i}{2}$

1 $= 1 \pm \sqrt{3}i$

1 $\therefore 1 + \sqrt{3}i , 1 - \sqrt{3}i$ حلان للمعادلة



امتحان الدور الثاني للفترة الدراسية الرابعة - الرياضيات
الصف الحادي عشر العلمي
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2015/2016 م

أسئلة المقال

أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

إجابة السؤال الأول :

(a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 3 + 4i$ (6 درجات)

امتحان الدور الثاني للفترة الدراسية الرابعة - الرياضيات
الصف الحادي عشر العلمي
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2015/2016 م

أسئلة المقال

أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

إجابة السؤال الأول :

(a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 3 + 4i$ (6 درجات)

الحل :-

ليكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد Z فيكون $w^2 = Z$

$$(m + ni)^2 = 3 + 4i$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = 3 + 4i$$

$$m^2 - n^2 = 3 \quad (1)$$

$$2mn = 4 \quad (2)$$

$$|w|^2 = |Z|$$

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$m^2 + n^2 = 5 \quad (3)$$

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 5 \\ m^2 - n^2 = 3 \end{cases} \quad \text{من (1) ، (3) بالجمع :}$$

$$2m^2 = 8 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$n^2 = 1 \Rightarrow n = \pm 1$$

$$\therefore m = -2, n = -1$$

$$\text{أو } m = 2, n = 1$$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $Z = 3 + 4i$ هما :

$$w_1 = 2 + i, \quad w_2 = -2 - i$$

تراجعى الحلول الأخرى



القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول: (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)

نموذج الاجابة

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(a) السؤال الأول: أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)لتكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد z فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = 5 + 12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 5 \quad (1)$$

$$2mn = 12 \quad (2)$$

$$|w|^2 = |z| \rightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$m^2 + n^2 = 13 \quad (3) \quad \text{بجمع المعادلتين (1) و (3)}$$

$$m^2 - n^2 = 5$$

$$2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9$$

$$n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$$

$$m = 3, n = 2$$

$$m = -3, n = -2$$

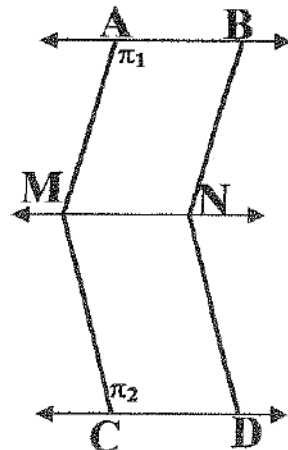
$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $5 + 12i$ هما:

$$w_1 = 3 + 2i, w_2 = -3 - 2i$$



بالمعروف في (1)

من المعادلة (2)

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)اثبت $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ حيث $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$ 

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (1) \quad \text{(نظرية)}$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (2)$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \quad \text{(نظرية)} \quad \text{من (1) و (2)}$$

يجب مراعاة الحلول الأخرى

دولة الكويت

وزارة التربية

التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي الرياضيات

(الأسئلة في 11 صفحة)

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

العام الدراسي 2018/2017

امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

القسم الأول - أسئلة المقال (أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل)

السؤال الأول: (14 درجة)

(9 درجات)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

دولة الكويت

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2017/2018

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي



(أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل)

(تراعي الحلول الأخرى في جميع الأسئلة)

السؤال الأول: (14 درجة)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 - 4i$ (9 درجات)

الحل:

ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z ، فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = -3 - 4i$$

بالتعويض

$$m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$$

خاصية ضرب كثيرات الحدود

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \end{cases} \rightarrow (1)$$

خاصية المساواة لعددتين مركبتين

$$\begin{cases} 2mn = -4 \end{cases} \rightarrow (2)$$

$$|w|^2 = |z|$$

نضيف المعادلة:

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = (\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2})^2$$

$$m^2 + n^2 = 5 \rightarrow (3)$$

بجمع المعادلتين (1) ، (3) نحصل على:

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \\ m^2 + n^2 = 5 \end{cases}$$

$$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

بالتعويض في (1) نحصل على: $n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2$

$$\begin{cases} m = 1 , m = -1 \\ n = 2 , n = -2 \end{cases}$$

من المعادلة $2mn = -4$ نستنتج أن m, n لهما إشارتان مختلفتان

$$\therefore m = 1 , n = -2 \text{ أو } m = -1 , n = 2$$

الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = -3 - 4i$

$$\text{هما: } w_1 = 1 - 2i , w_2 = -1 + 2i$$

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

القسم الأول - أسئلة المقال: (أجب عن جميع الأسئلة موضحاً خطوات الحل)
(المقام أينما وجد لا يساوي الصفر)

السؤال الأول:

(7 درجات)

$$z = -3 + 4i$$

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب

الحل:

نموذج الإجابة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

تراجع الحلول الأخرى

القسم الأول - أسئلة المقال

السؤال الأول:

(7 درجات)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$

الحل: ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$

$$\therefore (m + ni)^2 = -3 + 4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2nm i = -3 + 4i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = -3 \quad \dots\dots(1)$$

$$2mn = 4 \quad \dots\dots(2) \longrightarrow n, m \text{ لهما نفس الإشارة}$$

$$\therefore |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 5 \quad \dots\dots(3)$$

من المعادلة (1)، (3) نجد أن:

$$2m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$$

$$2n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد $z = -3 + 4i$ هما:

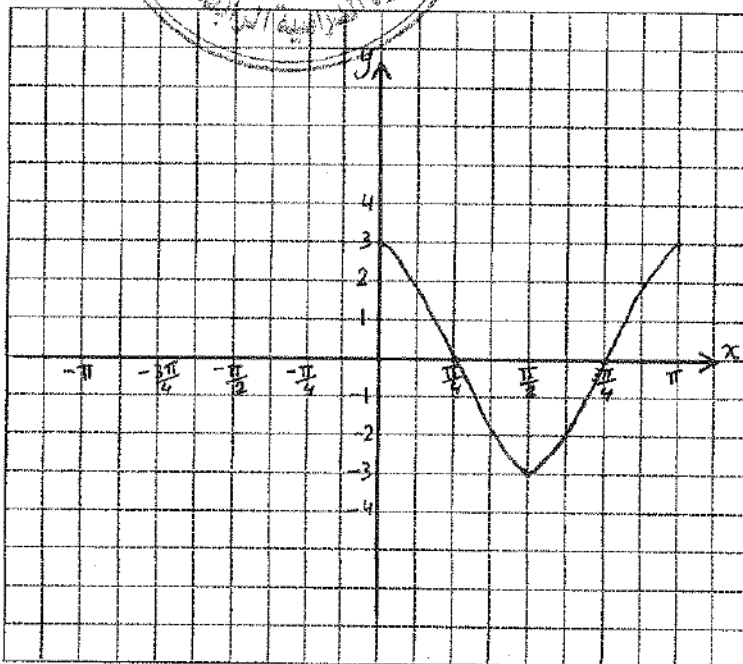
$$w_1 = 1 + 2i, w_2 = -1 - 2i$$

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:
الحل: $y = 3 \cos 2x$

$$a = |3| = 3 \quad \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{الدورة}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \text{ربع الدورة}$$



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3

تحديد النقاط على الرسم $1\frac{1}{2}$

الشكل العام للمنحنى $\frac{1}{2}$

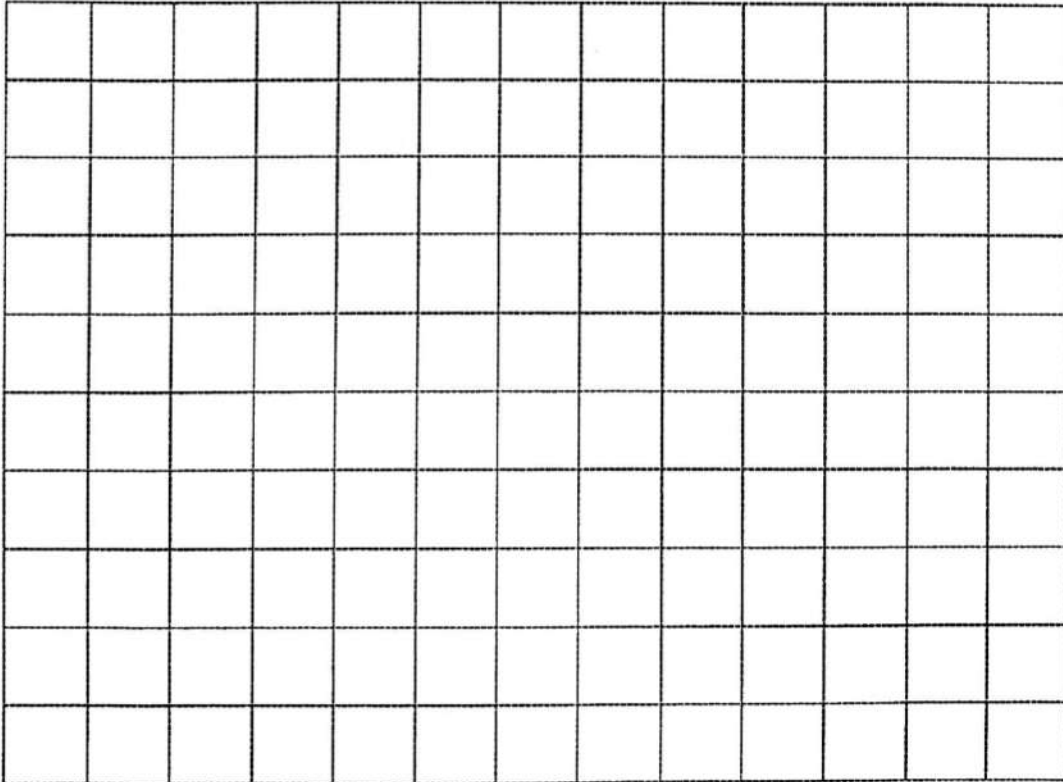
السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد السعة والدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

(6 درجات)

$$y= 3 \sin 2x$$

الحل :



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد السعة والدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

(6 درجات)

$$y = 3 \sin 2x$$

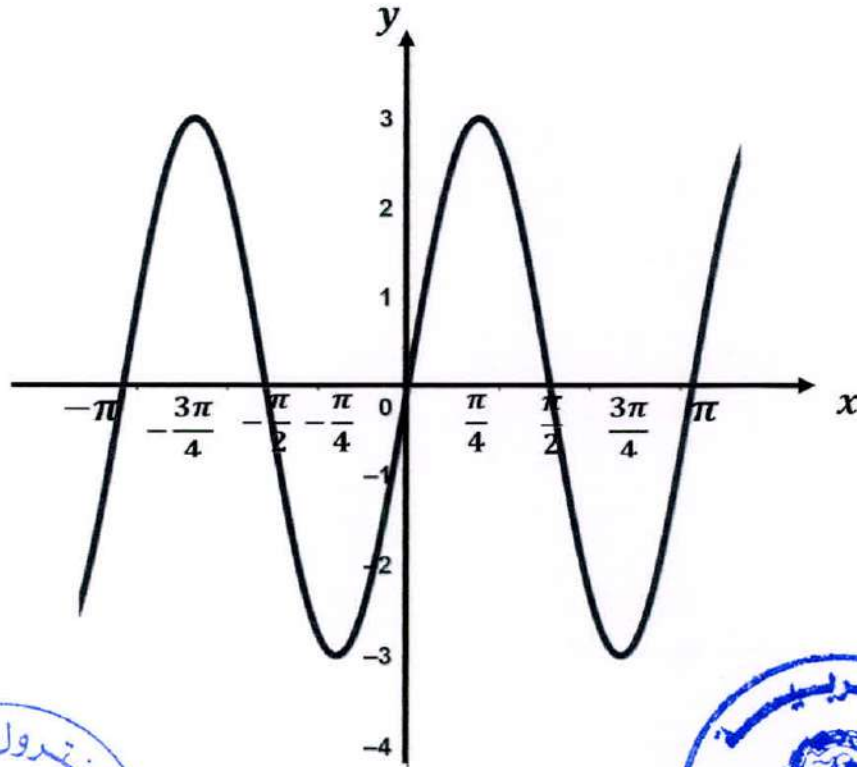
الحل :

السعة : $|a| = |3| = 3$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

ربع الدورة = $\frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin 2x$	0	1	0	-1	0
$3 \sin 2x$	0	3	0	-3	0



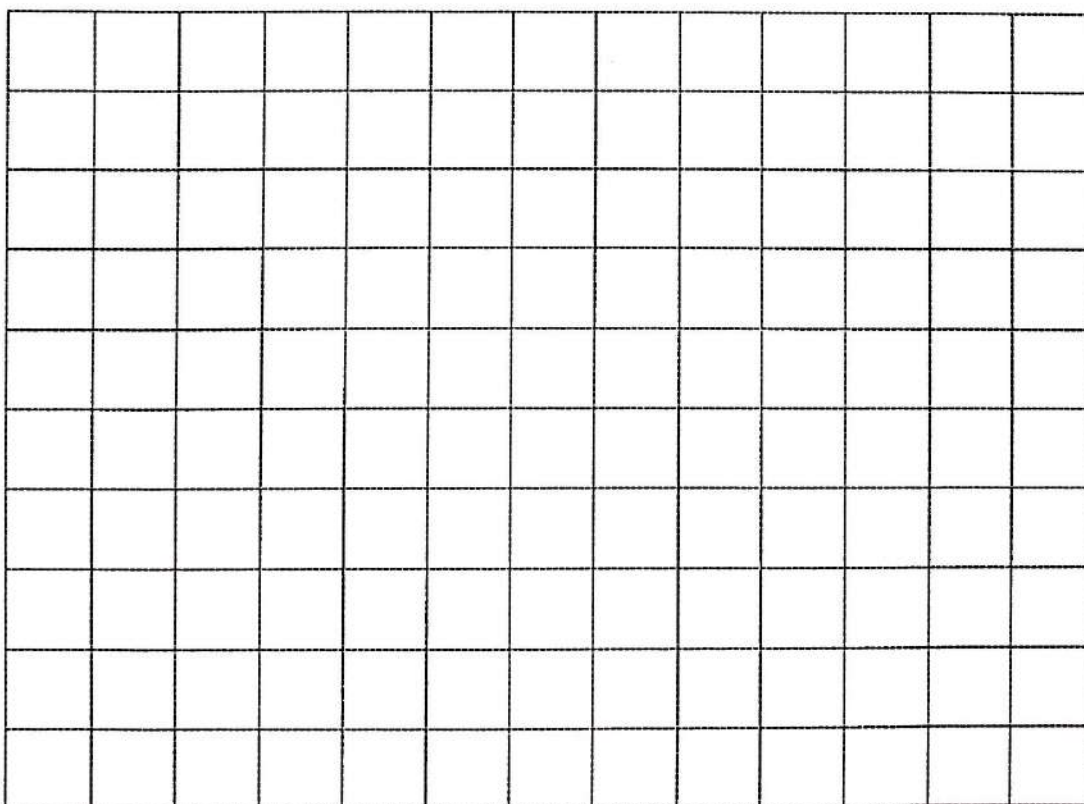
الرسم
3



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\sin x$, $x \in [-\pi, 2\pi]$ ثم ارسم بيانها
(5 درجات)

الحل :



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\sin x$, $x \in [-\pi, 2\pi]$ ثم ارسم بياناتها (5 درجات)

الحل :

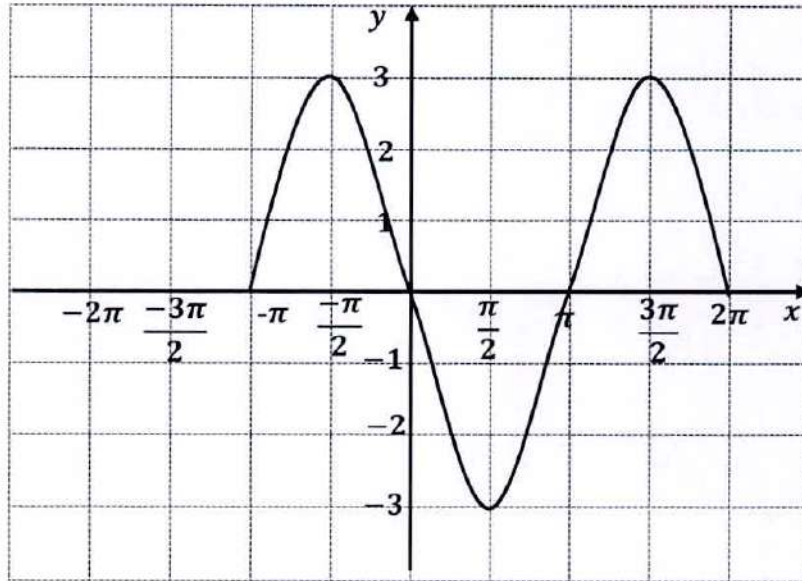
هي دالة دورية $y = -3\sin x$

السعة : $|a| = |-3| = 3$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

ربع الدورة : $\frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y = -3\sin x$	0	-3	0	3	0



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بياتها:

$$y = -4 \sin x , x \in [-\pi, 2\pi]$$

(6 درجات)

الحل :

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بياتها:

$$y = -4 \sin x, x \in [-\pi, 2\pi]$$

(6 درجات)

الحل :

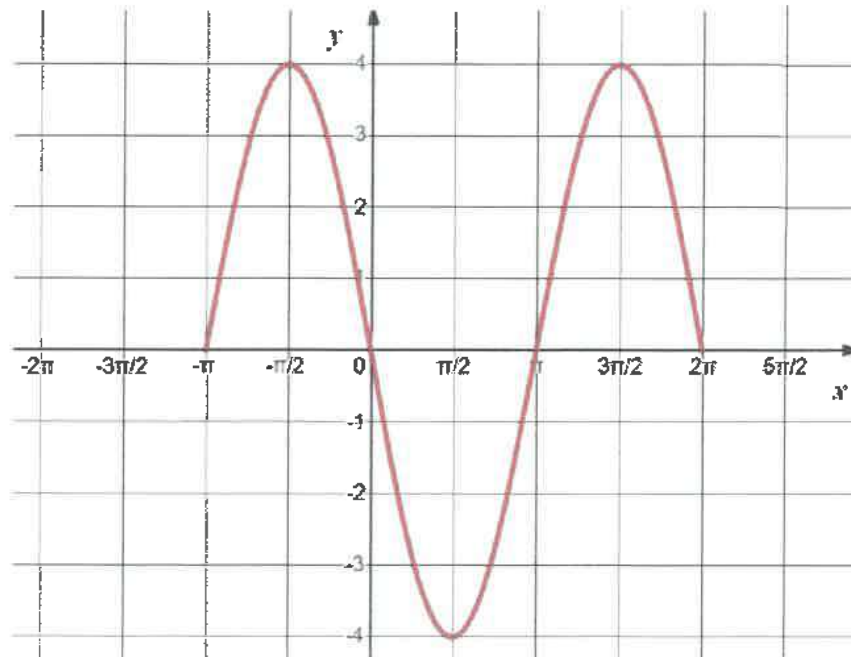
$y = -4 \sin x$ هي دالة دورية .

السعة : $|a| = |-4| = 4$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$

ربع الدورة = $\frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$-4 \sin x$	0	-4	0	4	0



كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

المحاور 1

التوصيل 1

النقاط 2

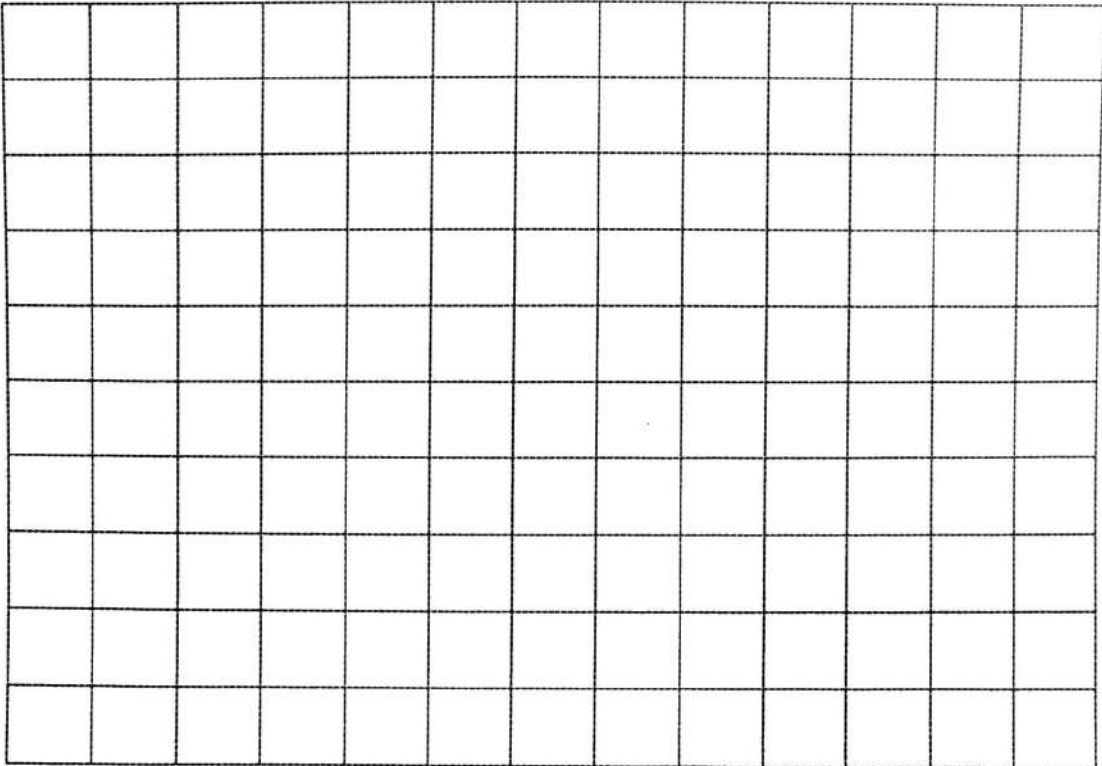
تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

$$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right), -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

(5 درجات)

الحل :



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها :

$$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right), -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

(5 درجات)

الحل :

هي دالة دورية $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

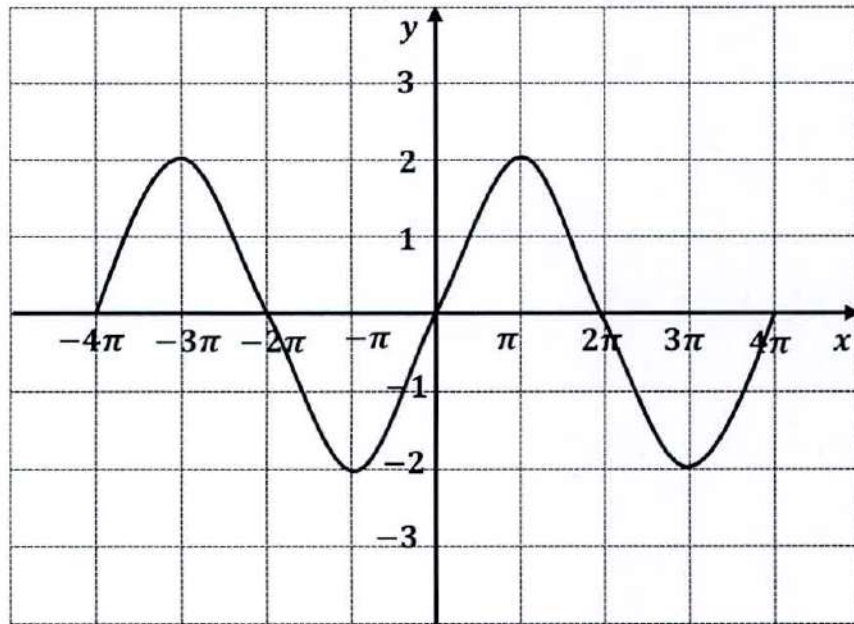
السعة : $|a| = |2| = 2$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

ربع الدورة : π



x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	2	0	-2	0

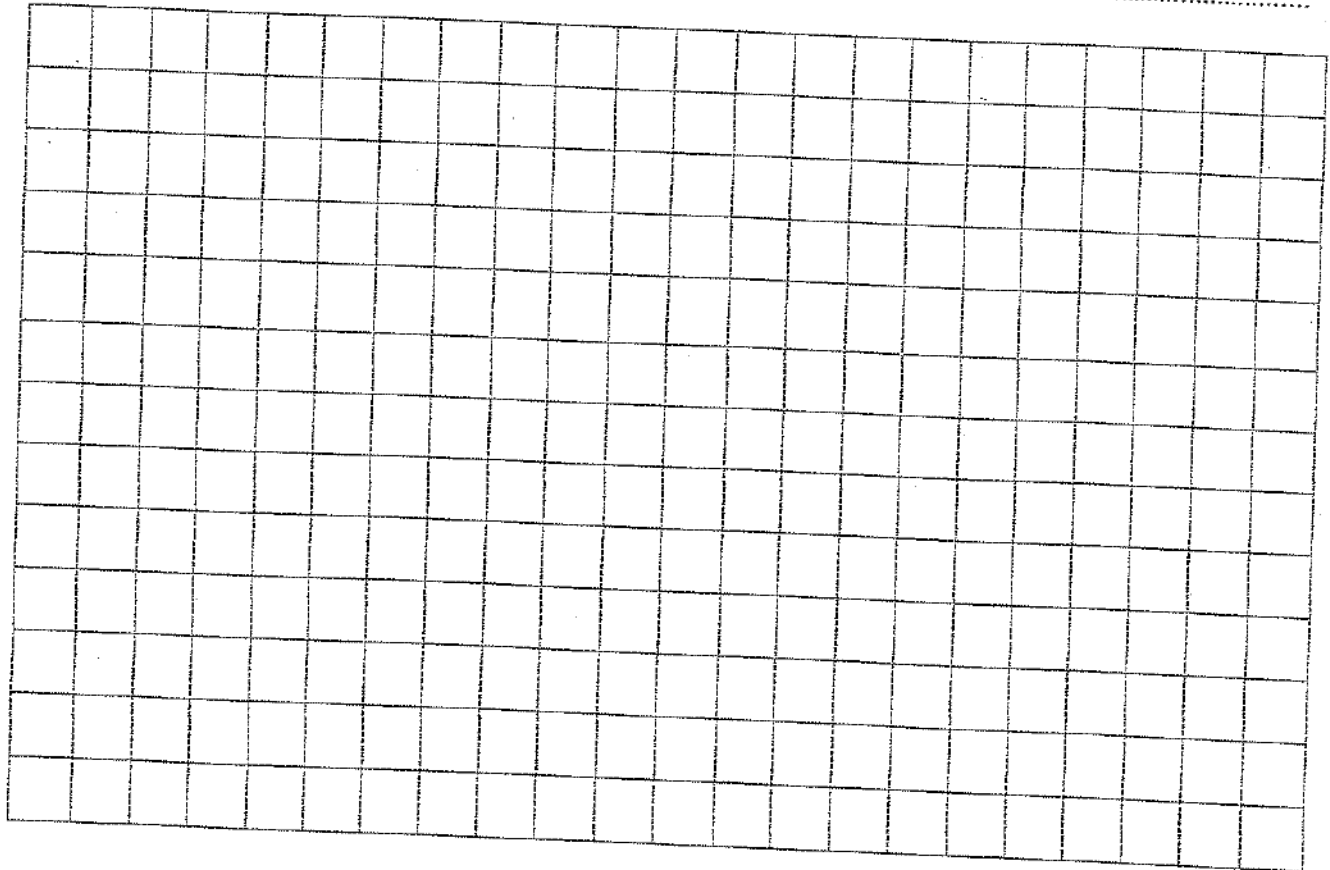


تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$, $-4\pi \leq x \leq 4\pi$

ثم ارسم بياناتها

(5 درجات)



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$, $-4\pi \leq x \leq 4\pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

1 السعة : $|a| = |3| = 3$

1 الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

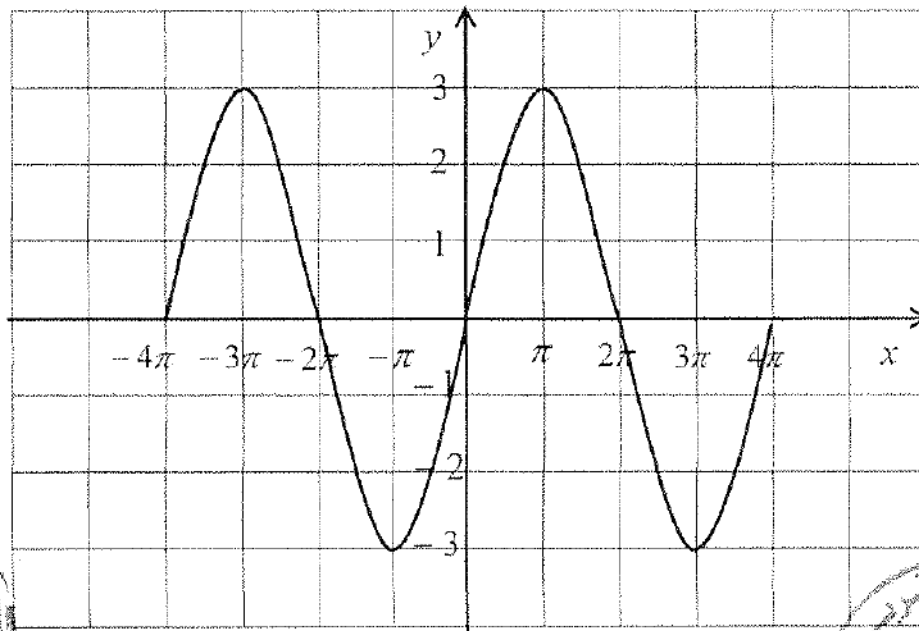
$\pi =$ ربع الدورة

x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	3	0	-3	0

رسم كل

دورة

$1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) اوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5 \cos \left(\frac{2x}{3} \right)$ ثم ارسم بيانها (6 درجات)

.....

.....

.....

.....

.....

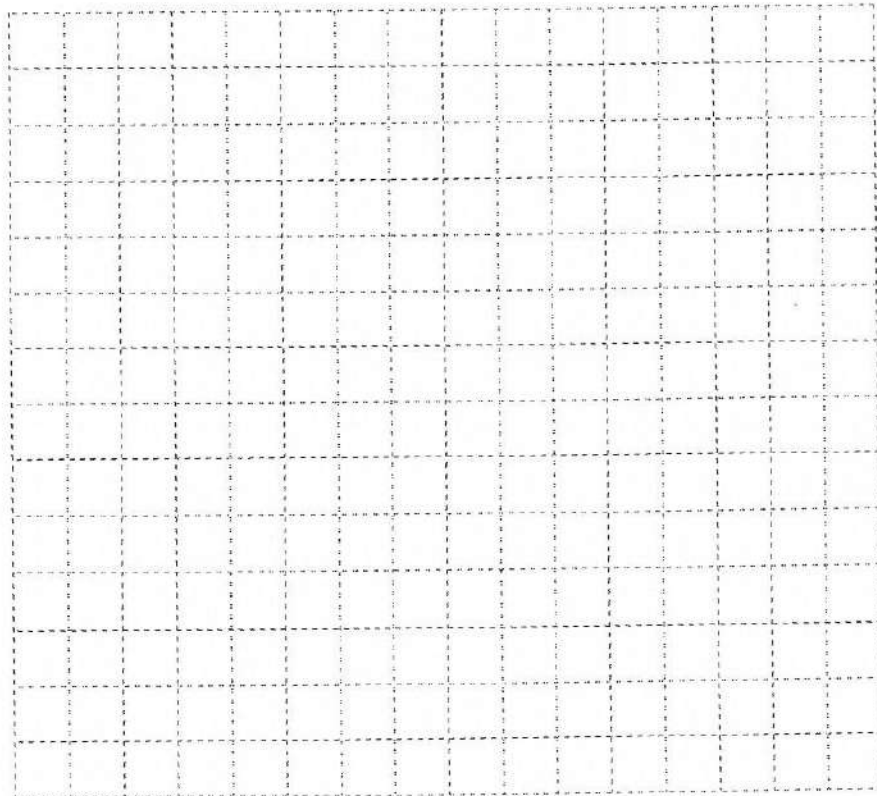
.....

.....

.....

.....

.....



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5 \cos \left(\frac{2x}{3} \right)$ ثم ارسم بيانها (6 درجات)

الحل :

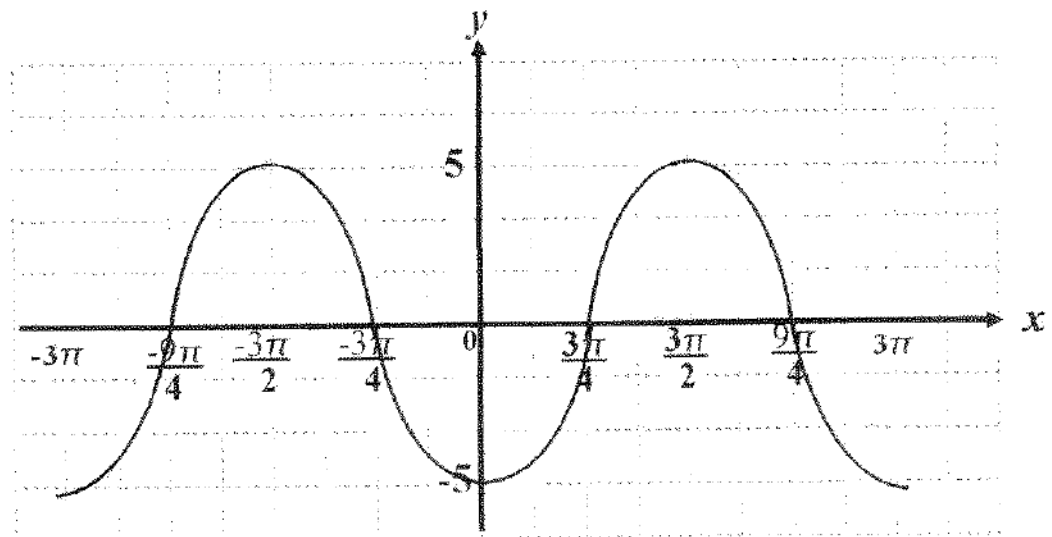
$$|a| = |-5| = 5 = \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left| \frac{2}{3} \right|} = \frac{3}{2} \times 2\pi = 3\pi : \text{الدورة}$$

$$\therefore \text{ربع الدورة} = \frac{3\pi}{4}$$



x	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	3π
$\frac{2x}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos \left(\frac{2x}{3} \right)$	1	0	-1	0	1
$-5 \cos \left(\frac{2x}{3} \right)$	-5	0	5	0	-5



الرسم
3

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

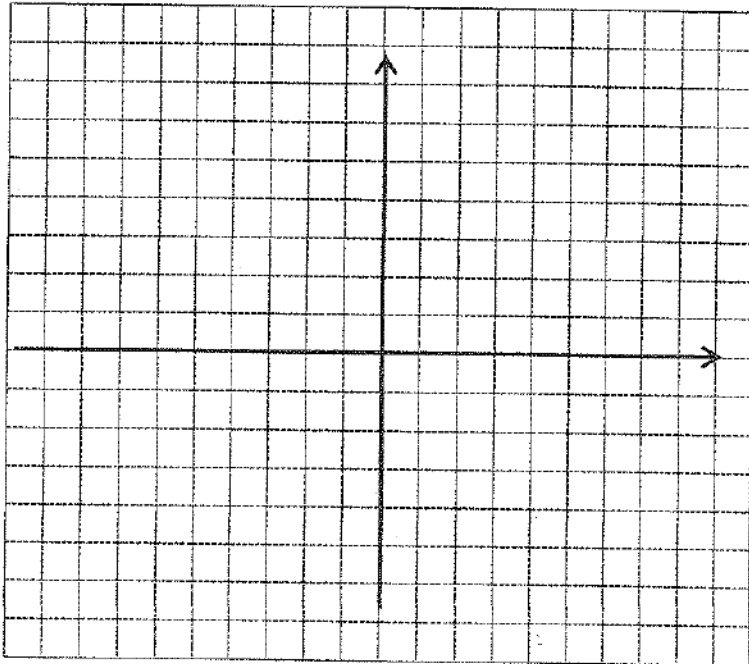
القسم الأول - أسئلة المقال: (أجب عن جميع الأسئلة موضحاً خطوات الحل)
(المقام أينما وجد لا يساوي الصفر)

(3 درجات)

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:

$$y = 3 \cos 2x$$

الحل هـ:



نموذج الإجابة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

تراعى الحلول الأخرى

القسم الأول - أسئلة المقال

السؤال الأول:

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:
الحل:

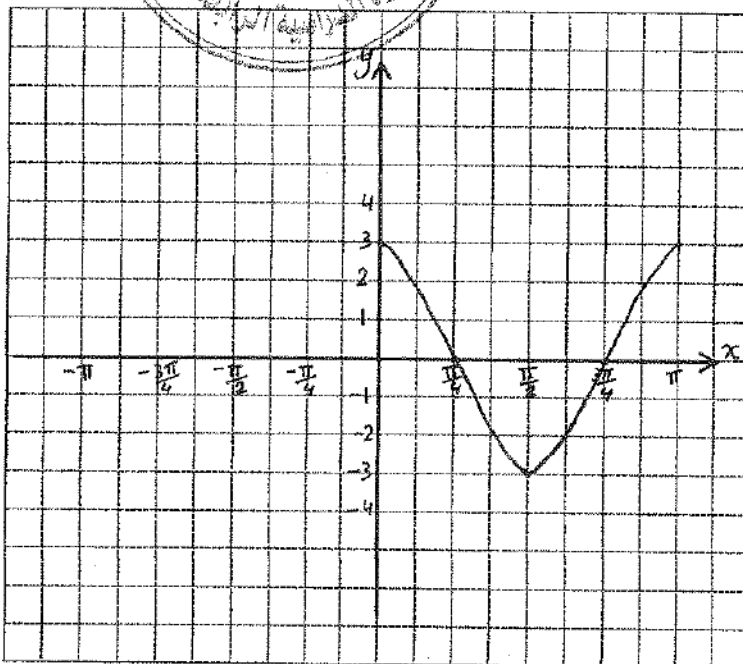
$$y = 3 \cos 2x$$

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

$$a = |3| = 3 \quad \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{الدورة}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \text{ربع الدورة}$$



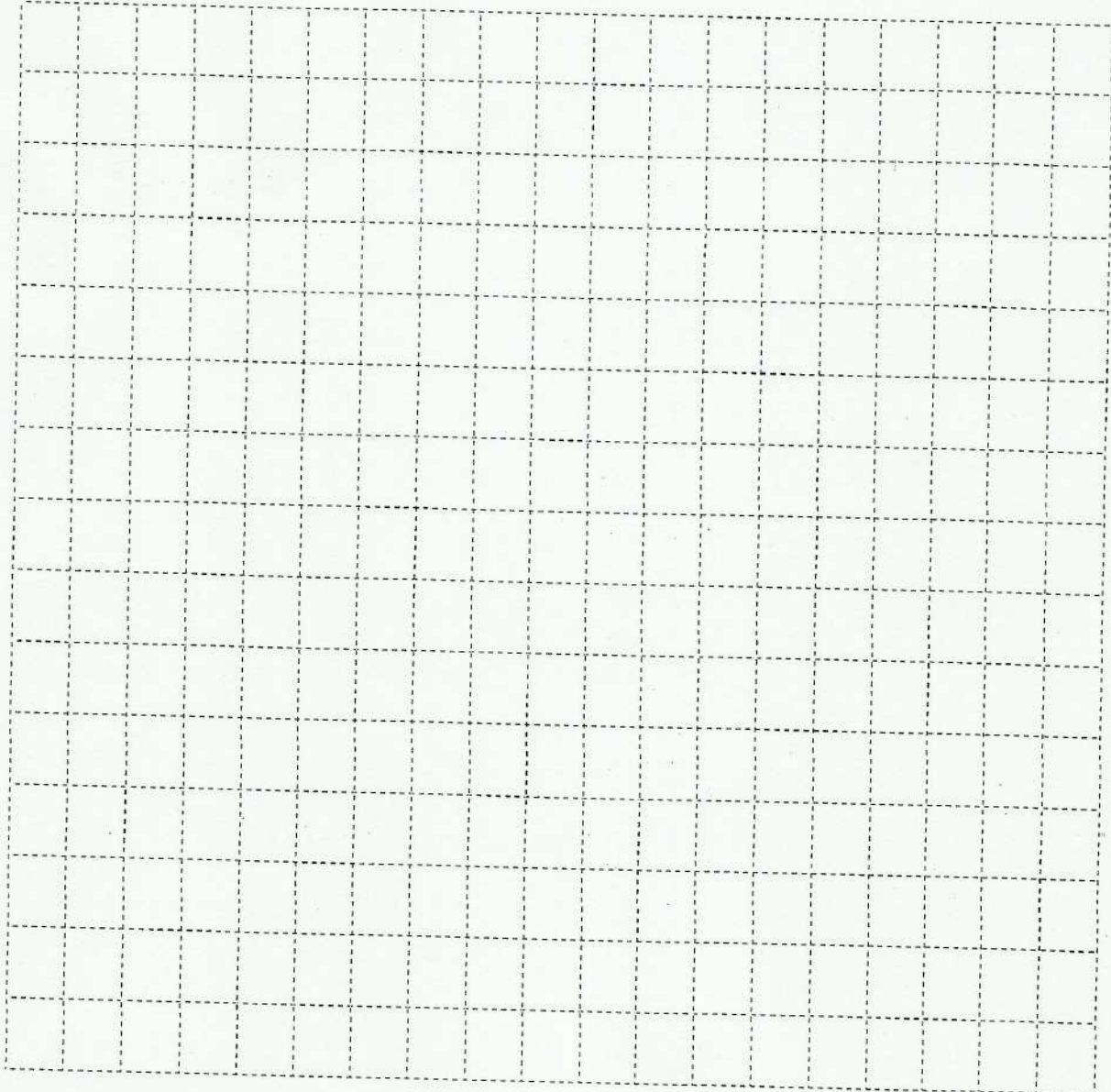
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3

تحديد النقاط على الرسم $1\frac{1}{2}$

الشكل العام للمنحنى $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = \cos 2x$ ثم مثل بيان دورة واحدة للدالة (4 درجات)



نموذج الإجابة

تابع السؤال الثاني :

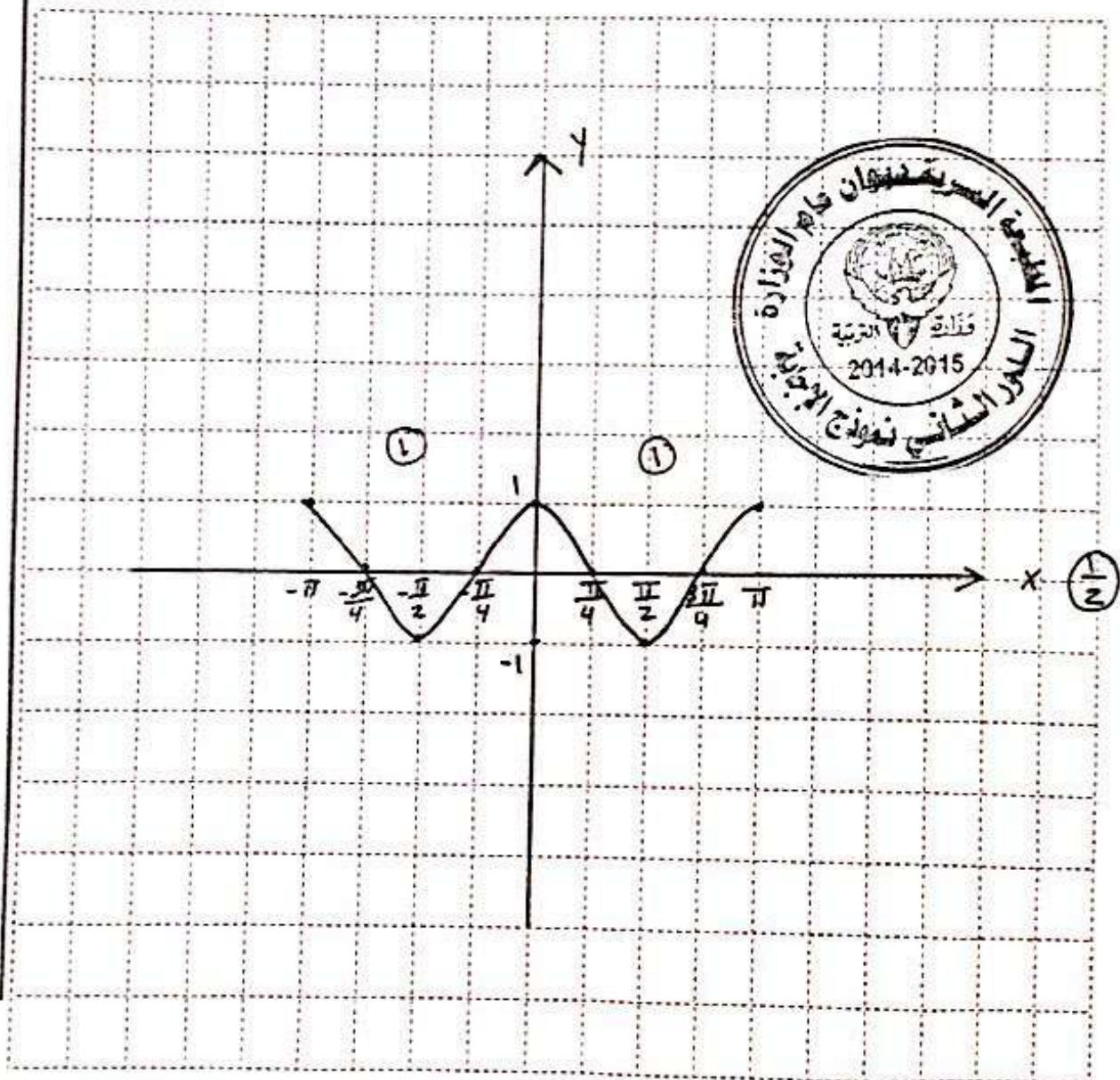
(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = \cos 2x$ ثم مثل بيان دورة واحدة للدالة (4 درجات)

السعة = 1

الدورة = $\frac{2\pi}{2} = \pi$

التدريج : $\frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y = cos 2x	1	0	-1	0	1



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = \frac{1}{2} \cos (-x) \quad : x \in [-2\pi, 2\pi]$$

الحل :

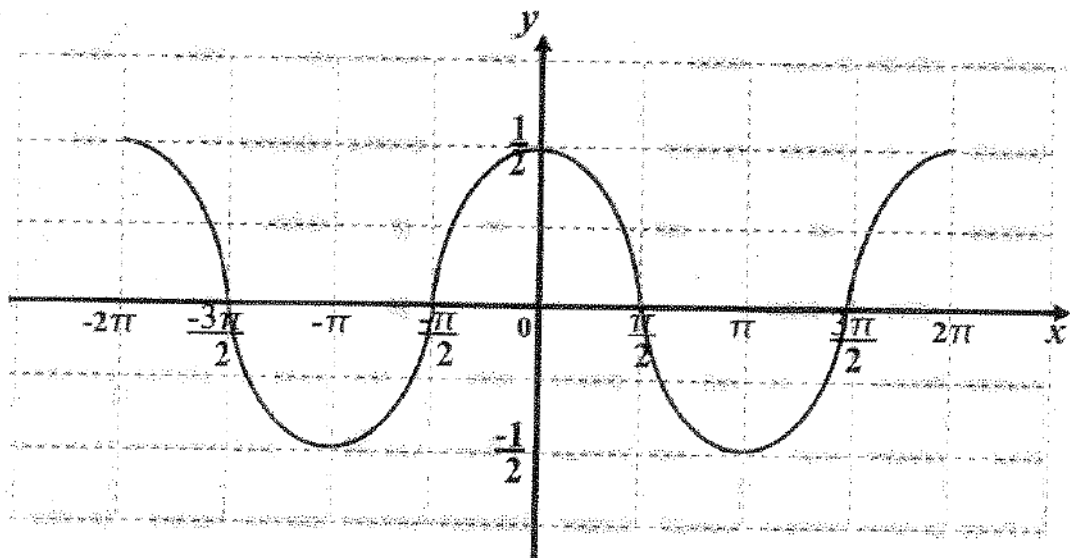
السعة : $|a| = \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$

∴ ربع الدورة : $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$-x$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
$\cos (-x)$	1	0	-1	0	1
$\frac{1}{2} \cos (-x)$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$



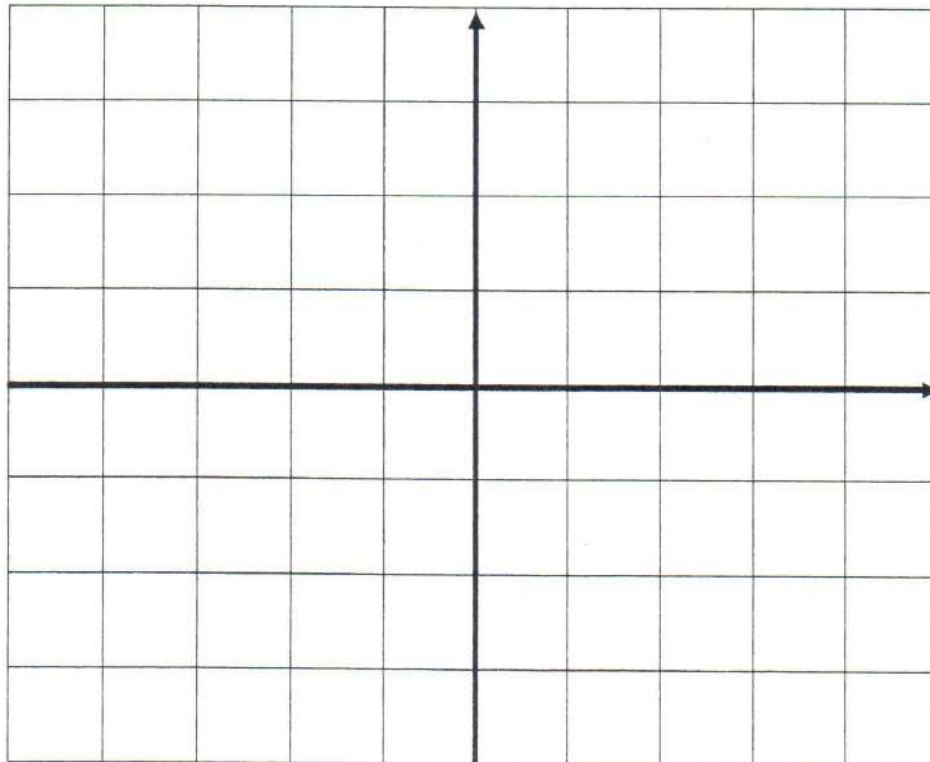
الرسم
3

السؤال الثاني :

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

(4 درجات)

$$y = -3 \cos (2x) \quad , \quad x \in [-\pi, \pi]$$



السؤال الثاني:

(4 درجات)

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3 \cos(2x) \quad , \quad x \in [-\pi, \pi]$$

الحل

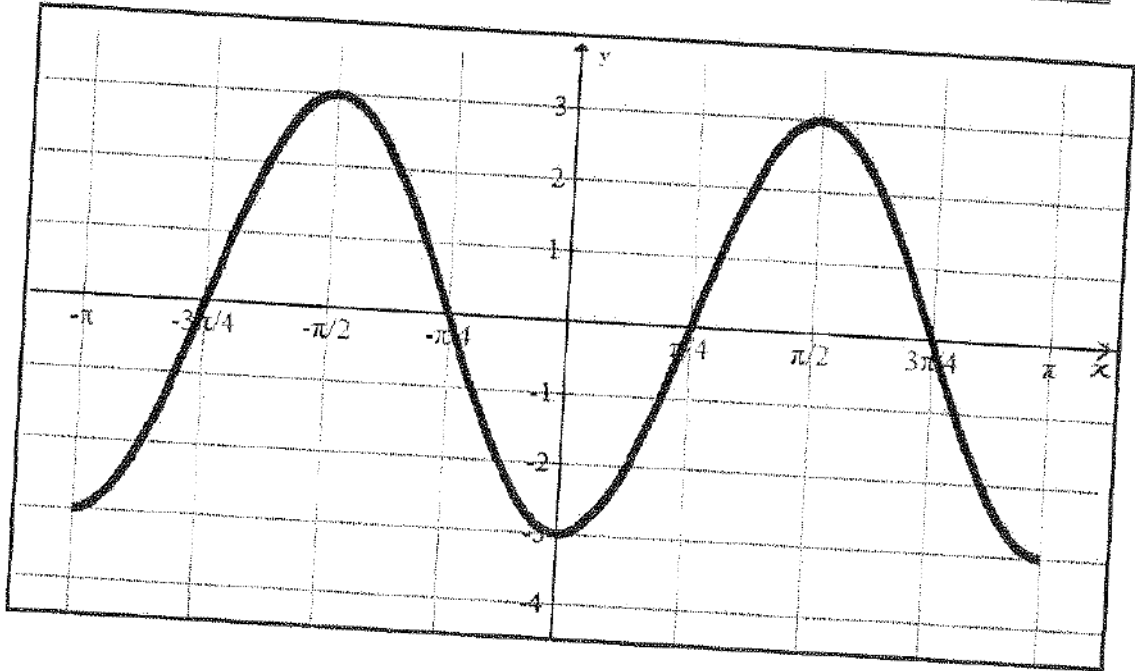
$$3 = |-3| = |a| = \text{السعة}$$

$$\pi = \frac{2\pi}{2} = \frac{2\pi}{|b|} = \text{الدورة}$$

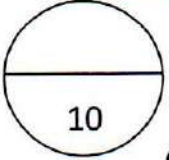
$$\frac{\pi}{4} = \text{ربع الدورة}$$



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos 2x	1	0	-1	0	1
-3 cos 2x	-3	0	3	0	-3

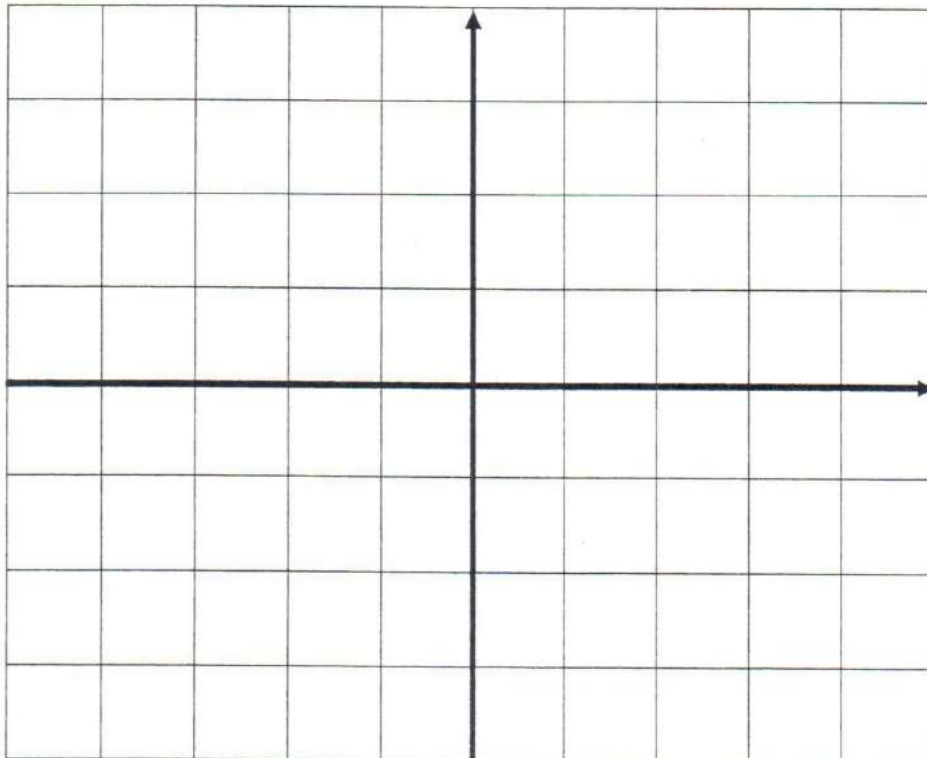


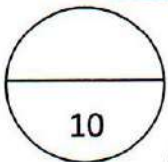
الرسم
2



إجابة السؤال الثاني:

(a) أوجد السعة والدورة للدالة ثم ارسم بيانها؛ $y = 2 \cos 2x, x \in [-\pi, \pi]$ (4 درجات)





إجابة السؤال الثاني:

(a) أوجد السعة والدورة للدالة ثم ارسم بيانها؛ $y = 2\cos 2x, x \in [-\pi, \pi]$ (4 درجات)

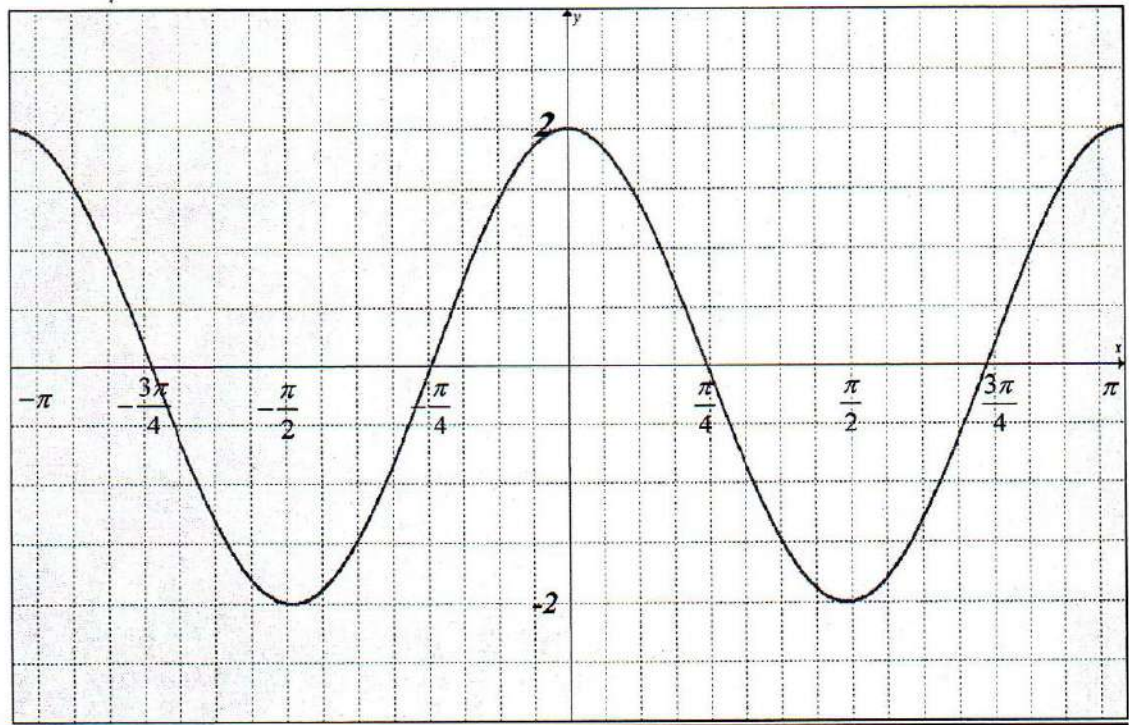
الحل :

السعة : $|a| = |2| = 2$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

$\therefore$ ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
$y = 2\cos 2x$	2	0	-2	0	2

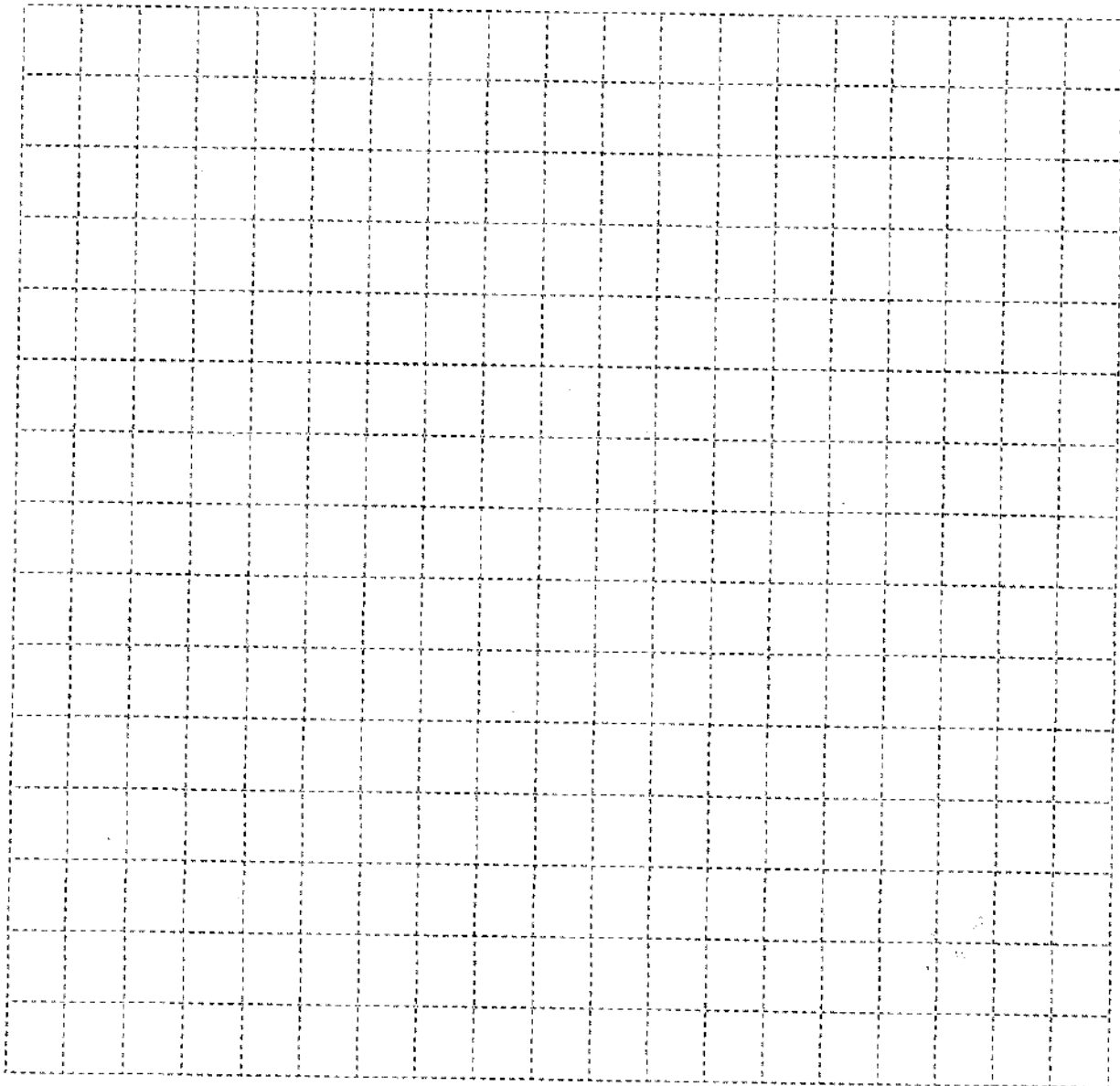


الرسم
درجات

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3 \cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)

ثم ارسم بيانها



تابع السؤال الثاني :

نموذج الاجابة



(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3 \cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)
ثم ارسم بيئاتها

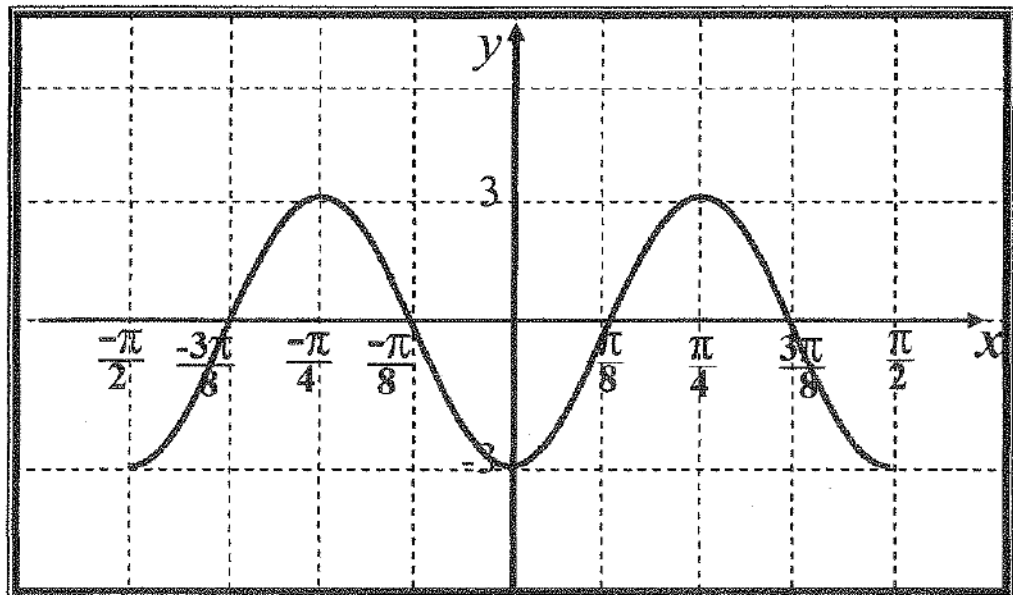
السعة : $|a| = |-3| = 3$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$

ربع الدورة = $\frac{\pi}{8}$



x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$-3 \cos 4x$	-3	0	3	0	-3



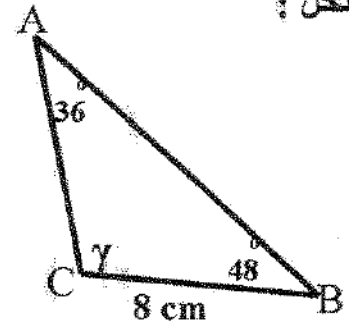
تابع السؤال الأول :

(b) حل المثلث ABC حيث $\alpha = 36^\circ$ ، $\beta = 48^\circ$ ، $a = 8 \text{ cm}$ (5 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) حل المثلث ABC حيث $\alpha = 36^\circ$ ، $\beta = 48^\circ$ ، $a = 8 \text{ cm}$ (5 درجات)

الحل :



$$\gamma = 180^\circ - (36^\circ + 48^\circ) = 96^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b}$$

$$b = \frac{8 \sin 48^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$b \approx 10.11 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$c = \frac{8 \sin 96^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$c \approx 13.54 \text{ cm}$$



(a) حل المثلث ABC الذي فيه $a = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 60^\circ$ (5 درجات)
الحل :

(a) حل المثلث ABC الذي فيه $a = 4 \text{ cm}, \alpha = 40^\circ, \beta = 60^\circ$ (5 درجات)

الحل :

يجب إيجاد γ, b, c

1

$$\gamma = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$$

1

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

1

$$\frac{\sin 40^\circ}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{b} = \frac{\sin 80^\circ}{c}$$

1

$$b = \frac{4 \times \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow b \approx 5.389$$

1

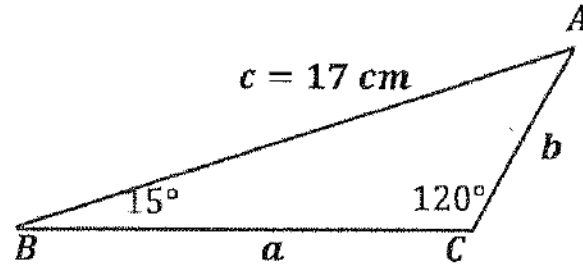
$$c = \frac{4 \times \sin 80^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow c \approx 6.128$$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC

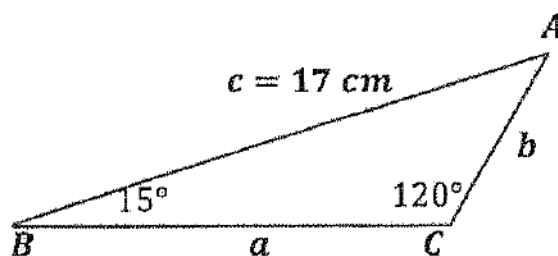
(6 درجات)



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) حل المثلث ABC



الحل: لحل المثلث نوجد α, b, a

$$\alpha = 180^\circ - (15^\circ + 120^\circ) = 45^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

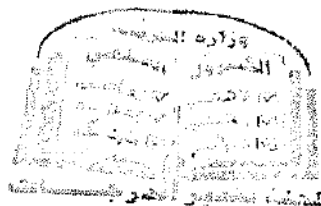
$$\frac{\sin 45^\circ}{a} = \frac{\sin 15^\circ}{b} = \frac{\sin 120^\circ}{17}$$

$$b = \frac{17 \times \sin 15^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$b \approx 5.08 \text{ cm}$$

$$a = \frac{17 \times \sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$a \approx 13.88 \text{ cm}$$



(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7 \text{ cm}$ ، $b = 6 \text{ cm}$ ، $\alpha = 26.3^\circ$ (3 درجات)

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $\alpha = 26.3^\circ$ (3 درجات)

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$$

$$\sin B \approx 0.379$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore B_1 \approx 22.3^\circ \quad \text{أو} \quad B_2 \approx 157.6^\circ$$

$$\therefore \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore B_2 \text{ مرفوضه}$$

$$\frac{1}{2} \quad \gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$$

$$= 131.4^\circ$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4^\circ}{c}$$

$$\frac{1}{2} \quad c \approx 11.85 \text{ cm}$$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) في المثلث ABC :

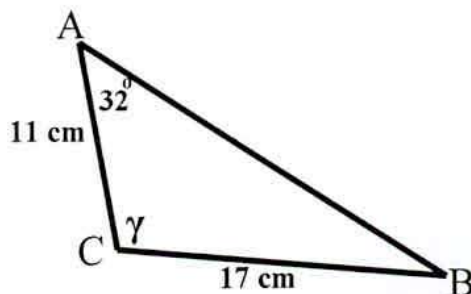
إذا كان $\alpha = 32^\circ$ ، $b = 11 \text{ cm}$ ، $a = 17 \text{ cm}$ ، أوجد γ (6 درجات)

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) في المثلث ABC :

إذا كان $\alpha = 32^\circ$ ، $b = 11 \text{ cm}$ ، $a = 17 \text{ cm}$ ، أوجد γ (6 درجات)

الحل :



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin 32^\circ}{17} = \frac{\sin \beta}{11} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{11 \sin 32^\circ}{17} \approx 0.34 > 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \beta \approx 20.1^\circ$$

توجد زاويتان β تحققان $\sin \beta \approx 0.34$ و $0^\circ < \beta < 180^\circ$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\beta_1 + \alpha \approx 20.1^\circ + 32^\circ = 52.1^\circ < 180^\circ$$

$$\beta_2 \approx 180^\circ - 20.1^\circ \quad \text{أو}$$

$$= 159.9^\circ$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\beta_2 + \alpha \approx 159.9^\circ + 32^\circ = 191.9^\circ > 180^\circ \quad \text{مرفوضه}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \gamma \approx 180^\circ - (32^\circ + 20.1^\circ)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\approx 127.9^\circ$$



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $m(\hat{c}) = 95^\circ$, $b = 21$, $a = 12$

(7 درجات)

الحل :

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $m(\hat{c}) = 95^\circ$, $b = 21$, $a = 12$ (7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a b \cos (\hat{c})$$

1

$$= 12^2 + 21^2 - 2 \times 12 \times 21 \times \cos (95^\circ)$$

$\frac{1}{2}$

$$= 144 + 441 - 504 \cos (95^\circ) \approx 628.926$$

$\frac{1}{2}$

$$c \approx 25.08 \text{ cm}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 b c}$$

1

$$= \frac{(21)^2 + (25.08)^2 - (12)^2}{2 \times 21 \times 25.08}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \alpha \approx 0.879$$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha \approx 28.47^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\beta = 180^\circ - \gamma - \alpha$$

1

$$\approx 180^\circ - 95^\circ - 28.47^\circ$$

$\frac{1}{2}$

$$\approx 56.53^\circ$$



السؤال الثاني: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) حل ΔABC حيث $b = 9cm, c = 6cm, \alpha = 60^\circ$

السؤال الثاني: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) حل ΔABC حيث $b = 9 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$

الحل:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$a^2 = 9^2 + 6^2 - 2(9)(6) \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 81 + 36 - 108 \times \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 63$$

$$a = 3\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos \beta = \frac{(3\sqrt{7})^2 + (6)^2 - (9)^2}{2(3\sqrt{7})(6)} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$\beta \approx 79.1^\circ$$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma \approx 180 - (60^\circ + 79.1^\circ)$$

$$\gamma = 40.9^\circ$$



تابع السؤال الثالث :

(b) حل المثلث ABC :

$$\alpha = 82^\circ , b = 22 \text{ cm} , c = 31 \text{ cm}$$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

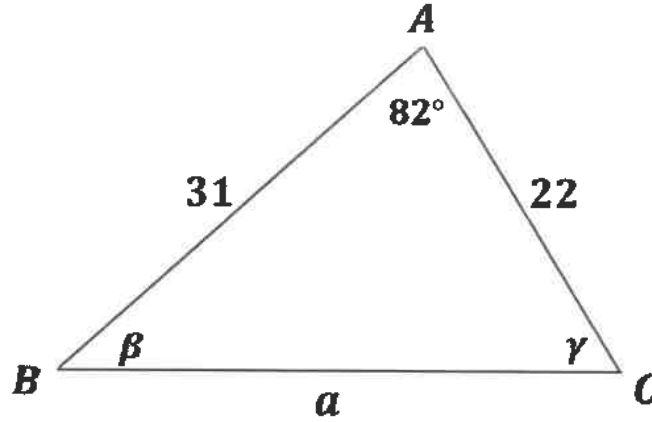
(b) حل المثلث ABC :

$$\alpha = 82^\circ, b = 22 \text{ cm}, c = 31 \text{ cm}$$

الحل :

(7 درجات)

الرسم



1

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

1

1

$$= (22)^2 + (31)^2 - 2 \times 22 \times 31 \times \cos 82^\circ$$

$$= 1255.168$$

$\frac{1}{2}$

$$a \approx 35.4 \text{ cm}$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

1

$$= \frac{(35.4)^2 + (31)^2 - (22)^2}{2 \times 35.4 \times 31}$$

$$\cos \beta \approx 0.789$$

$\frac{1}{2}$

$$\beta \approx 38^\circ$$

$1 + \frac{1}{2}$

$$\therefore \gamma = 180^\circ - (38^\circ + 82^\circ) \approx 60^\circ$$



مركز الأقسام العلمي
لجنة تقدر الدرجات



القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $\gamma = 20^\circ$, $b = 5 \text{ cm}$, $a = 11 \text{ cm}$ (5 درجات)

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 11\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$, $\gamma = 20^\circ$ (5 درجات)

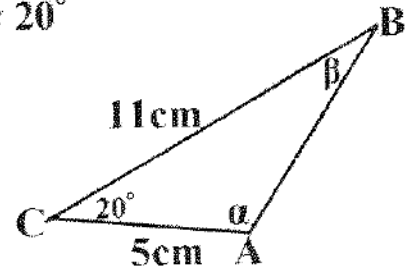
الحل :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$= 121 + 25 - (2)(11)(5) \cos 20^\circ$$

$$= 42.6$$

$$c \approx 6.5 \text{ cm}$$



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{25 + 42.6 - 121}{2(5)(6.5)}$$

$$\alpha \approx 145.2^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - (145.2^\circ + 20^\circ)$$

$$\beta \approx 14.8^\circ$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$

(7 درجات)

الحل :

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$

(7 درجات)

الحل :

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{(4)^2 + (5)^2 - (2)^2}{2 \times 4 \times 5} = \frac{37}{40} \\ \alpha &\approx 22.3^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ &= \frac{(2)^2 + (5)^2 - (4)^2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{13}{20} \\ \beta &\approx 49.5^\circ \end{aligned}$$

$$\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 49.5^\circ) \approx 108.2^\circ$$



(3 درجات)

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 2 \text{ cm}$ ، $b = 3 \text{ cm}$ ، $c = \sqrt{7} \text{ cm}$

(3 درجات) (b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 2 \text{ cm}$ ، $b = 3 \text{ cm}$ ، $c = \sqrt{7} \text{ cm}$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{9 + 7 - 4}{2(3)(\sqrt{7})}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \alpha \approx 40.9^\circ$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{4 + 7 - 9}{2(2)(\sqrt{7})}$$

$$\cos B = \frac{1}{2\sqrt{7}} \Rightarrow B \approx 79.1^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - B$$

$$= 180^\circ - 40.9^\circ - 79.1^\circ$$

$$\gamma = 60^\circ$$

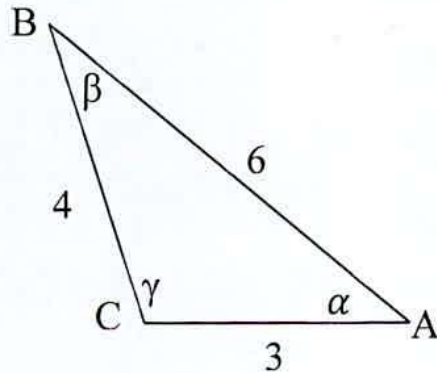


السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$ (6 درجات)

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$ (6 درجات)



الحل :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \frac{1}{2} &= \frac{9 + 36 - 16}{(2)(3)(6)} \\ \frac{1}{2} &= \frac{29}{36} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{29}{36}\right) \approx 36.3^\circ$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \frac{1}{2} &= \frac{16 + 36 - 9}{(2)(4)(6)} \\ \frac{1}{2} &= \frac{43}{48} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \beta = \cos^{-1}\left(\frac{43}{48}\right) \approx 26.4^\circ$$

$$\frac{1}{2} \gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$1 \approx 180 - (36.3^\circ + 26.4^\circ)$$

$$\frac{1}{2} = 117.3^\circ$$



السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 9\text{ cm}$, $b = 7\text{ cm}$, $c = 5\text{ cm}$ (5 درجات)

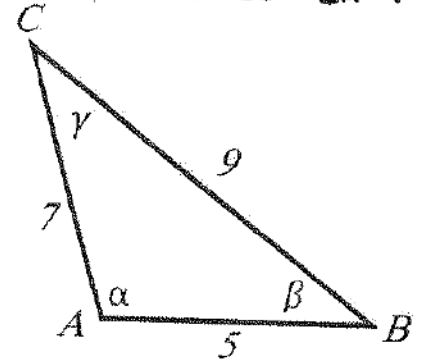
السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ (5 درجات)

نموذج إجابة

الحل

بتطبيق قانون جيب التمام :



$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{49 + 25 - 81}{2(7)(5)} \\ &= \frac{-1}{10} \end{aligned}$$

$$\alpha \approx 95.7^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ &= \frac{81 + 25 - 49}{2(9)(5)} \end{aligned}$$

$$= \frac{19}{30}$$

$$\beta \approx 50.7^\circ$$

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - (95.7^\circ + 50.7^\circ) \\ &= 33.56^\circ \end{aligned}$$

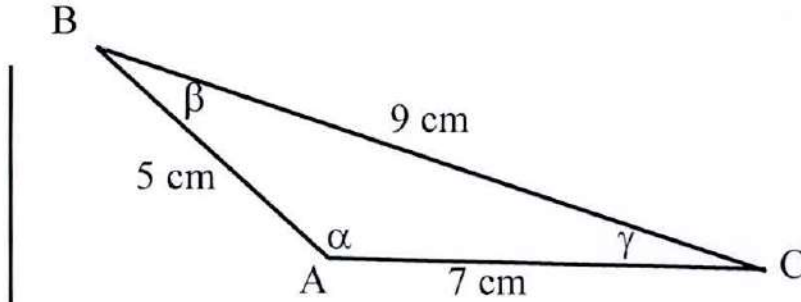
السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) في ΔABC حيث : $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ (6 درجات)
أوجد قياس الزاوية الأكبر

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) في ΔABC حيث : $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ (6 درجات)
أوجد قياس الزاوية الأكبر

الحل :



1

الزاوية الأكبر تقابل أطول ضلع ، أطول ضلع هو $\overline{BC}$

$\therefore \alpha$: هي أكبر زاوية

1

$$\therefore \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

1

$$= \frac{7^2 + 5^2 - 9^2}{2 \times 7 \times 5}$$

1

$$= \frac{-1}{10}$$

1

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{10}\right)$$

1

$$\approx 95.7^\circ$$



السؤال الثاني :

(a) ABC مثلث فيه $a = 3\text{ cm}$, $b = 8\text{ cm}$, $c = 7\text{ cm}$ (5 درجات)
أوجد : ① قياس أكبر زاوية

② مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل هـ:

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(a) مثلث فيه $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$ أوجد : (1) قياس أكبر زاوية (5 درجات)

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$\frac{1}{2}$ (1) قياس أكبر زاوية هو β لأنها تقابل أطول ضلع
1 $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2(3)(7)} = \frac{-1}{7}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \beta \approx 98.21^\circ$

$\frac{1}{2}$ $s = \frac{1}{2} (a + b + c)$ (2)

$\frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2} (3 + 8 + 7) = 9$

1 $\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$

$\frac{1}{2}$ $= \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث (6 درجات)

مستخدمًا قاعدة هيرون $a = 23 \text{ cm}$ ، $b = 19 \text{ cm}$ ، $c = 12 \text{ cm}$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث

مستخدماً قاعدة هيرون $a = 23 \text{ cm} , b = 19 \text{ cm} , c = 12 \text{ cm}$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

1

$$= \frac{1}{2} (23 + 19 + 12)$$

$$= \frac{1}{2} (54)$$

$\frac{1}{2}$

$$= 27$$

1

$$\text{Area} = \sqrt{s (s - a) (s - b) (s - c)}$$

1

$$= \sqrt{27 (27 - 23) (27 - 19) (27 - 12)}$$

1

$$= \sqrt{(27) (4) (8) (15)}$$

$$= \sqrt{12960}$$

1

$$= 36\sqrt{10} \text{ cm}^2$$

$$\text{Area} \approx 113.84 \text{ cm}^2$$



∴ مساحة المثلث ABC = 113.84 cm^2 تقريباً

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: 7cm , 5cm , 8cm (5 درجات)

تابع السؤال الأول:

(5 درجات)

(b) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: $7cm, 5cm, 8cm$

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c) = \frac{1}{2}(8 + 5 + 7) = 10$$

$$\frac{1}{2}$$

$$Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$2$$

$$= \sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{10(2)(5)(3)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



$$Area \approx 17.32 \text{ cm}^2$$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه :

$$a = 9 \text{ cm} , b = 7 \text{ cm} , c = 6 \text{ cm}$$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه :

$$a = 9 \text{ cm} , b = 7 \text{ cm} , c = 6 \text{ cm}$$

الحل:

1

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

1

$$s = \frac{1}{2}(9 + 7 + 6) = \frac{1}{2}(22) = 11$$

1

$$A = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

1

$$A = \sqrt{11(11 - 9)(11 - 7)(11 - 6)}$$

1

$$A = \sqrt{11 \times 2 \times 4 \times 5}$$

1

$$A = 2\sqrt{110} \text{ cm}^2$$



السؤال الثالث :

(a) أثبت صحة المتطابقة :

(4 درجات)

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

(3 درجات)

(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$

(4 درجات)

السؤال الثالث :
(a) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل

نبسط الطرف الأيسر إلى صورة الطرف الأيمن :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{(1 + \sin x)}{\cos x}$$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \quad \text{الطرف الأيسر} &= \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x \\ 1 + \frac{1}{2} &= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x \\ &= \text{الطرف الأيمن} \end{aligned}$$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x$ (4 درجات)

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x$ (4 درجات)

الحل :

الطرف الأيسر :

$$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$$

$$= \frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x} + \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$



$$= \frac{1+\cos x+1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$= 2 \csc^2 x$$

$$= \text{الطرف الأيمن}$$

السؤال الثالث: (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة:

(4 درجات)

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

2014 / 2013 م

(4 درجات)

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$$

(a) أثبت صحة المتطابقة :

الحل:

السؤال الثالث: (14 درجة)

(4 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة:

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos x \sin x} + \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x}$$

$$= \frac{1}{\cos x \sin x}$$

$$= \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x}$$

$$= \sec x \cdot \csc x$$



"تابع" امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - رياضيات - للصف الحادي عشر العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 نموذج الإجابة

(4 درجات)

السؤال الرابع: (a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$ الحل:

$$1$$

$$1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$$

$$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x = \text{الطرف الأيمن}$$

(5)

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leq x < 2\pi$ (8 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leq x < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = |\cos x| = \left| \frac{-1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

1

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

1

$$\therefore \cos x < 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما x تقع في الربع الثاني :

1

$$x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

عندما x تقع في الربع الثالث :

1

$$x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

1+1

ومنه يكون حل المعادلة هو $x = \frac{2\pi}{3}$ أو $x = \frac{4\pi}{3}$



تابع إجابة السؤال الأول:

(b) حل المعادلة :- $2 \cos x = -\sqrt{3}$ (4 درجات)

تابع إجابة السؤال الأول:

(4 درجات)

$$2 \cos x = -\sqrt{3} \quad (b) \text{ حل المعادلة :-}$$

الحل :-

$$2 \cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

نفرض أن α هي قياس زاوية الإسناد للزاوية التي قياسها x

$$\therefore \cos \alpha = |\cos x|$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\because \cos x < 0$$



$\therefore x$ تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما x تقع في الربع الثاني

$$x = \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

وعندما x تقع في الربع الثالث

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\therefore \text{حل المعادلة : } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ أو } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

سأرى الحلول الأخرى -2-



تابع السؤال الرابع:

(b) حل المعادلة :

(7 درجات)

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

تابع السؤال الرابع:

(b) حل المعادلة :

(7 درجات)

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

الحل:

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\therefore \sin \alpha = |\sin x| = \left| \frac{\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\because \sin x > 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

عندما x تقع في الربع الأول:

$$x = \left(\frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

وعندما x تقع في الربع الثاني:

$$x = \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

حل المعادلة :

$$k \in \mathbb{Z} \quad \text{حيث} \quad x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$



السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

(4 درجات)

السؤال الثالث : (14 درجة)

(4 درجات)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\sin \alpha = | \sin x |$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin x < 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما x تقع في الربع الثالث :

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

عندما x تقع في الربع الرابع :

$$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $2 \sin \theta + 1 = 0$

(8 درجات)

الحل :

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $2 \sin \theta + 1 = 0$ (8 درجات)

الحل :

$$2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية

$$\therefore \sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث:

$$\theta = (\pi + \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما θ تقع في الربع الرابع:

$$\theta = (2\pi - \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$\therefore$ حل المعادلة : $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ أو $\frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$



تابع السؤال الأول :

(b) حل المعادلة :

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

(4 درجات)

(4 درجات)

نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

تابع السؤال الأول :
(b) حل المعادلة :

الحل

$$3 \sin \theta - \sin \theta = -1 \Rightarrow 2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$



$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث :

$$\theta = \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$$\theta = \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$\therefore$ حل المعادلة هو :

$$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$$

$$5 \sin \theta - \sin \theta = 2$$

$$4 \sin \theta = 2$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$



نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية θ

$$\sin \alpha = |\sin \theta|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta > 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الثاني

عندما تقع في الربع الأول :

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

عندما تقع في الربع الثاني :

$$\begin{aligned} \theta &= \pi - \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

$$3 \sin \theta - \sin \theta = -1$$

$$2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = \frac{-1}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية θ

$$\therefore \sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\because \sin \theta < 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث:

$$\theta = (\pi + \alpha)$$

$$= \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$$\theta = (2\pi - \alpha)$$

$$= \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{11\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

$$\theta = \frac{11\pi}{6} \text{ أو } \theta = \frac{7\pi}{6}$$

حل المعادلة :



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5\sin \theta - 3 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5\sin \theta - 3 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5\sin \theta - \sin \theta = 3$$

$$4\sin \theta = 3$$

$$\sin \theta = \frac{3}{4}$$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية θ

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \alpha \approx 0.848 \text{ radians}$$

$$\sin \theta > 0 \quad \therefore$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

عندما θ تقع في الربع الأول $\therefore \theta = \alpha$

$$\therefore \theta \approx 0.848 \quad 0.848 \in [0, 2\pi)$$

عندما θ تقع في الربع الثاني $\therefore \theta = \pi - \alpha$

$$\therefore \theta \approx \pi - 0.848$$

$$\therefore \theta \approx 2.2935 \quad 2.2935 \in [0, 2\pi)$$

حل المعادلة : $\theta \approx 0.848$ أو $\theta \approx 2.2935$



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$ (8 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b) حل المعادلة : $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$(2\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$$

$$(2\sin x + 1) = 0 \text{ أو } (\sin x - 2) = 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{-1}{2} \text{ أو } \sin x = 2$$

$$\sin x = 2 \quad \text{عندما}$$

$$y = \sin x \quad \text{مداها } [-1, 1]$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2 \notin [-1, 1]$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\sin x = 2 \quad \text{ليس لها حل}$$

$$\sin x = \frac{-1}{2} \quad \text{نأخذ}$$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية x

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin \alpha = |\sin x| = \left| \frac{-1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin x < 0 \quad x \text{ تقع في الربع الثالث أو الرابع}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\text{عندما } x \text{ تقع في الربع الثالث} \quad x = (\pi + \alpha) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\text{عندما } x \text{ تقع في الربع الرابع} \quad x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$\frac{1}{2}$$

$$x = \left(\frac{11\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$1$$

$$\text{حل المعادلة: } k \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \quad x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$



تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b) حل المعادلة : $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b) حل المعادلة : $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$

الحل :

2

$$(\cos x + 2) (\cos x + 1) = 0$$

1

$$\cos x + 1 = 0 \quad \text{أما}$$

1

$$\cos x = -1$$

1

$$x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

أو

1

$$\cos x + 2 = 0$$

1

$$\cos x = -2 \notin [-1, 1]$$

لا يوجد قيم تحقق هذه المعادلة

1

ومنه يكون : $x = \pi + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ حلاً للمعادلة



السؤال الثالث :

(b) حل المعادلة : $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in] 0 , 2\pi)$ (5 درجات)

الحل :

(b) حل المعادلة : $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$ (5 درجات)

الحل :

$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \quad \text{or} \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2} , \quad x = \frac{3\pi}{2} \quad \left| \quad \sin x = \frac{1}{2} \right.$$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin \alpha = |\sin x|$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x > 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الثاني

$$x = \alpha = \frac{\pi}{6} \quad \text{في الربع الأول:}$$

$$x = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \quad \text{في الربع الثاني:}$$

$$\therefore \text{حل المعادلة هو: } x = \frac{\pi}{2} , \quad x = \frac{3\pi}{2} , \quad x = \frac{\pi}{6} , \quad x = \frac{5\pi}{6}$$

تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

أوجد كلاً مما يلي : $\cos \beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

(1) $\sin(\alpha + \beta)$

(2) $\tan 2 \beta$

تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

أوجد كلاً مما يلي : $\cos \beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

(1) $\sin(\alpha + \beta)$

(2) $\tan 2 \beta$

الحل :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

$\frac{1}{2}$

$$\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2 \beta = 1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2$$

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2 \beta = \frac{25}{169} \rightarrow \sin \beta = \pm \frac{5}{13}$$

$\frac{1}{2}$

$$\because \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \therefore \sin \beta = -\frac{5}{13}$$

$\frac{1}{2}$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{-\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$$

$\frac{1}{2}$

$$(1) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$1 + \frac{1}{2}$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{63}{65}$$

$1 + \frac{1}{2}$

$$(2) \tan 2 \beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{2 \times \frac{5}{12}}{1 - \left(\frac{5}{12}\right)^2}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{120}{119}$$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos \beta = \frac{-8}{17}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$

أوجد كلاً مما يلي :

(2) $\cos(2\alpha)$

(1) $\sin(\alpha + \beta)$

(6 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos \beta = \frac{-8}{17}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$

أوجد كلاً مما يلي :

(6 درجات)

(1) $\sin(\alpha + \beta)$

(2) $\cos(2\alpha)$

الحل :

$$\begin{aligned} 1 \quad & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ & \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \\ & \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} \\ & \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \\ & \cos \alpha = -\frac{3}{5} \quad \text{أو} \quad \cos \alpha = \frac{3}{5} \\ & \because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos \alpha > 0 \\ & \therefore \cos \alpha = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \\ & \sin^2 \beta + \left(\frac{-8}{17}\right)^2 = 1 \\ & \sin^2 \beta = 1 - \frac{64}{289} \\ & \sin^2 \beta = \frac{225}{289} \\ & \sin \beta = -\frac{15}{17} \quad \text{أو} \quad \sin \beta = \frac{15}{17} \\ & \because \frac{\pi}{2} < \beta < \pi \rightarrow \sin \beta > 0 \\ & \therefore \sin \beta = \frac{15}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \quad & (1) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ & = \left(\frac{4}{5}\right) \left(\frac{-8}{17}\right) + \left(\frac{3}{5}\right) \left(\frac{15}{17}\right) \\ & = \frac{13}{85} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \quad & (2) \cos(2\alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ & = 2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = \frac{-7}{25} \end{aligned}$$



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)
أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$ (2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)
أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$

(2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

الحل :

$\frac{1}{2} \quad \cos^2 \alpha = 1 - (\frac{3}{5})^2$

$\frac{1}{2} \quad \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \longrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2} \quad \therefore \cos \alpha = \frac{4}{5}$

α زاوية حادة

$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$

$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \beta = 1 - (\frac{24}{25})^2$

$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \beta = \frac{49}{625} \quad \sin \beta = \pm \frac{7}{25}$

$\frac{1}{2} \quad \therefore \sin \beta = \frac{7}{25}$

β زاوية حادة

1 (1) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

1 $= (\frac{4}{5})(\frac{24}{25}) + (\frac{3}{5})(\frac{7}{25})$

1 $= \frac{117}{125}$

1 (2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \cos \beta$

1 $= \frac{24}{25}$



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) إذا كان $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد $\sin 2\theta$

(5 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) إذا كان $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد $\sin 2\theta$

(5 درجات)

الحل :

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} \text{ أو } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta < 0$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\sin 2\theta = 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}} = 1$$



السؤال الثالث: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) إذا كان $\sin\theta = \frac{-12}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

أوجد : $\sin 2\theta$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\left(\frac{-12}{13}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

1

$$\therefore \cos\theta = \frac{5}{13} \text{ أو } \cos\theta = -\frac{5}{13}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow \cos\theta > 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \cos\theta = \frac{5}{13}$$

1

$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$

1

$$= 2 \left(\frac{-12}{13}\right) \left(\frac{5}{13}\right)$$

$\frac{1}{2}$

$$= -\frac{120}{169}$$



السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فاوجد : $\sin 2\theta$ (5 درجات)

نموذج الإجابة

(5 درجات)

السؤال الرابع:

(a) إذا كان $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فاوجد: $\sin 2\theta$

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta &= 1 \\ \cos^2 \theta &= 1 - \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \\ \cos \theta &= \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos \theta &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ \sin 2\theta &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

(b) إذا كان $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ (4 درجات)

فأوجد (1) $\sin 2\theta$ (2) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$

السؤال الرابع : (a) إذا كان $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فأوجد : (5 درجات)

(1) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ (2) $\tan 2\theta$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $\frac{1}{2}$ $\sin^2 \theta + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$
 $\frac{1}{2}$ $\sin^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{4}{5}$
 $\frac{1}{2}$ $\therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$
 $\frac{1}{2}$ $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{4}{3}$
 $\frac{1}{2}$ $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cos \theta = \frac{3}{5}$
 $\frac{1}{2}$ $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2\left(-\frac{4}{3}\right)}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{24}{7}$
 $\frac{1}{2}$

(b) إذا كان $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ (4 درجات)

فأوجد (1) $\sin 2\theta$ (2) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$

الحل :- متطابقة فيثاغورث :

(1) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

$= 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= \frac{1}{2}$

$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

$= 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin 2\theta = 1$

(2) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \theta \cos \frac{\pi}{3} - \sin \theta \sin \frac{\pi}{3}$

$= \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$



السؤال الرابع : (15 درجة)

$$\sin \theta = \frac{-24}{25} , \quad 180^\circ < \theta < 270^\circ \quad (a) \text{ إذا كان}$$

$$\text{أوجد } \sin \frac{\theta}{2}$$

(5 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) إذا كان $180^\circ < \theta < 270^\circ$, $\sin \theta = \frac{-24}{25}$ (5 درجات)

أوجد $\sin \frac{\theta}{2}$

الحل :

نوجد أولاً $\cos \theta$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta + \left(\frac{-24}{25}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-24}{25}\right)^2$$

$$\cos^2 \theta = \frac{49}{625}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{7}{25}$$

$\theta \because$ تقع في الربع الثالث

$$\therefore \cos \theta = \frac{-7}{25}$$

$$\therefore 180^\circ < \theta < 270^\circ$$

$$\therefore 90^\circ < \frac{\theta}{2} < 135^\circ$$

$\therefore \frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

$$\sin \left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\therefore \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} = \frac{4}{5}$$

لأن $\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني



تابع السؤال الثاني:

(b) إذا كان: $\sin \theta = \frac{-3}{5}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد: (8 درجات)

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\tan(2\theta) \quad (2)$$

تابع السؤال الثاني:

(8 درجات)

(b) إذا كان: $\sin \theta = \frac{-3}{5}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\tan(2\theta) \quad (2)$$

الحل:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

$$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \cos \theta < 0$$

$$\cos \theta = -\frac{4}{5}$$



$$(1) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$(2) \tan(\theta) = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\left(\frac{-3}{5}\right)}{\left(-\frac{4}{5}\right)} = \frac{3}{4}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \times \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

(4)

تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)

(b)

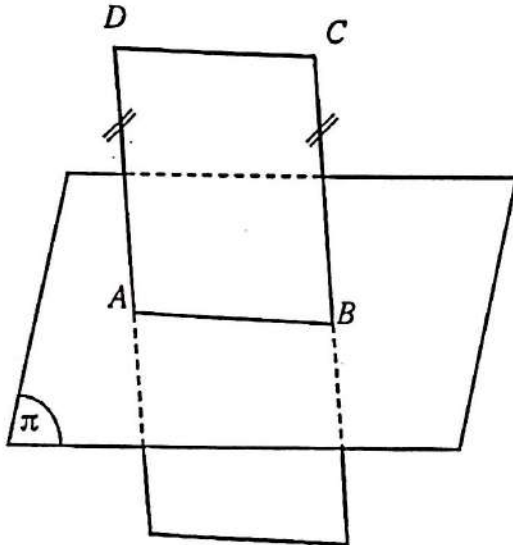
1 (أكمل ما يلي :

إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيماً في المستوي فإنه

2) في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \subset \pi , \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC} , AD = BC$$

أثبت أن : $\overrightarrow{CD} // \pi$



الحل :

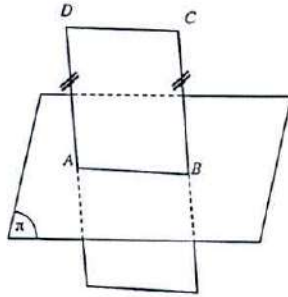
تابع السؤال الثاني :

(b)

(8 درجات)

(1) أكمل ما يلي :

2 إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيماً في المستوي فإنه يوازي المستوي



(2) في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \subset \pi , \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC} , AD = BC$$

$$\overrightarrow{CD} // \pi : \text{ أثبت أن :}$$

الحل :

$$\therefore \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$$

$\therefore \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BC}$ يعينان مستويًا واحدًا وليكن $(ABCD)$ فيه

$$\overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC} , AD = BC$$

$\therefore ABCD$ متوازي أضلاع

$$\text{ومنه } \overrightarrow{DC} // \overrightarrow{AB}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \subset \pi$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} // \pi$$



السؤال الرابع : (14 درجة)

(7 درجات)

(a) (1) أكمل ما يلي :

(2 درجات)

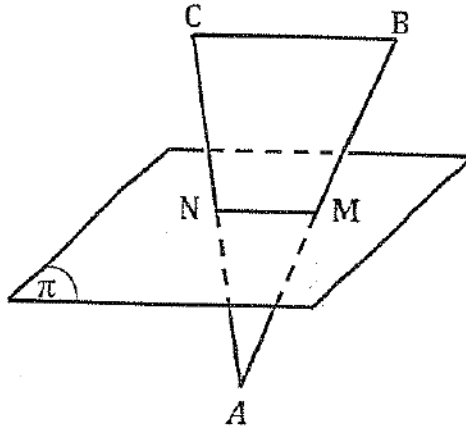
إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى

(2) في الشكل المقابل : المثلث ABC فيه M منتصف AB ، N منتصف AC

(5 درجات)

N, M تنتميان الى المستوى π

أثبت أن : $\overrightarrow{BC} // \pi$



السؤال الرابع : (14 درجة)

(7 درجات)

(a) (1) أكمل ما يلي :

إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى

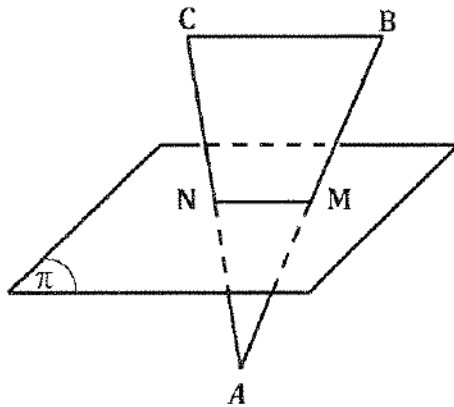
فإنه يوازي المستوى

2

(2) في الشكل المقابل : المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

N, M تنتميان الى المستوى π

أثبت أن : $\overrightarrow{BC} // \pi$



الحل :

المثلث ABC فيه

$\therefore M$ منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

$\therefore \overline{CB} // \overline{NM}$

$\overline{CB} // \overline{NM}$

$\overline{CB}$ خارج المستوى π

N, M تنتميان الى المستوى π

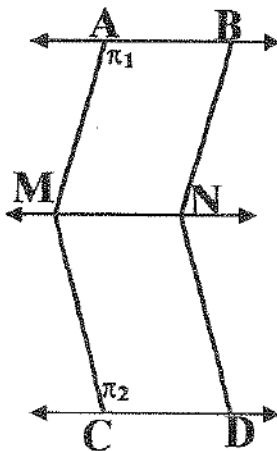
$\therefore \overline{NM} \subset \pi$

$\therefore \overline{BC} // \pi$



(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)

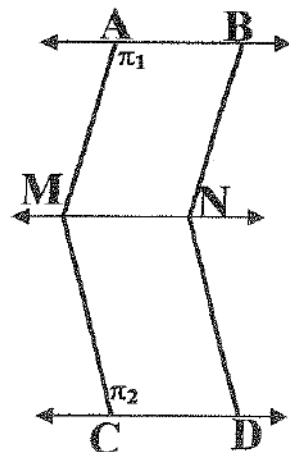
$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ أثبت $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$



نموذج الاجابة

القسم الأول - أسئلة المقال

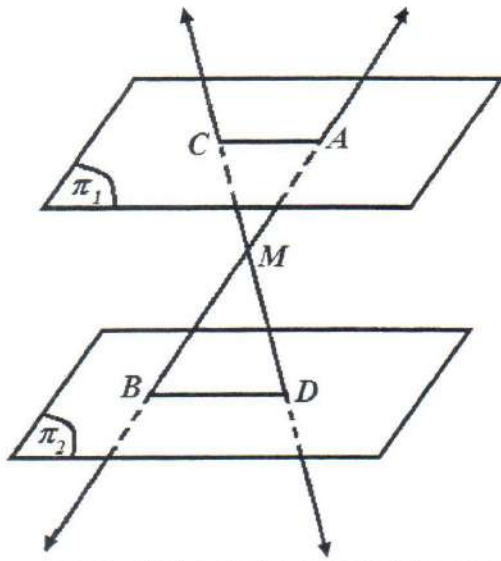
أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)اثبت $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ حيث $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$ $\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN} \dots (1)$ (نظرية) $\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$ $\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN} \dots (2)$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (نظرية) من (1) و (2)

يجب مراعاة الحلول الأخرى

تابع السؤال الثاني :

(6 درجات)



(b) في الشكل المقابل : π_1 , π_2 مستويان متوازيان ،

M نقطة واقعة بينهما ، حيث $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$$

أثبت أن :

تابع السؤال الثاني :

(6 درجات)

(b) في الشكل المقابل : π_1 , π_2 مستويان متوازيان ،
 $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$ حيث M نقطة واقعة بينهما ،

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$$

الحل

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ مستقيمان متقاطعان

$\therefore$ يعينان مستويًا واحدًا و ليكن π

$$\pi_1 // \pi_2$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overrightarrow{CA}$$

$$\pi \cap \pi_2 = \overrightarrow{BD}$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} // \overrightarrow{BD}$$

$\therefore$ المثلثان MCA , MDB متشابهان

$$\therefore \frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$

نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

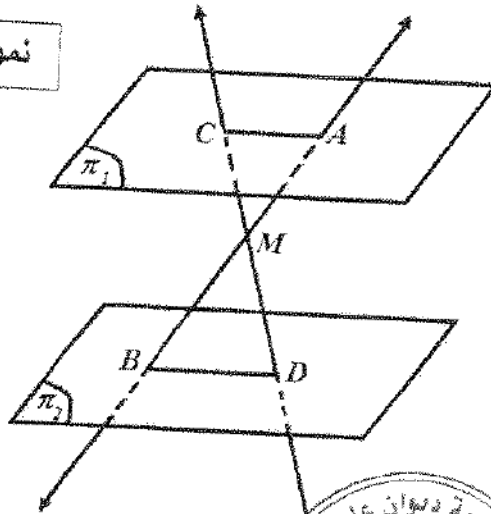
$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

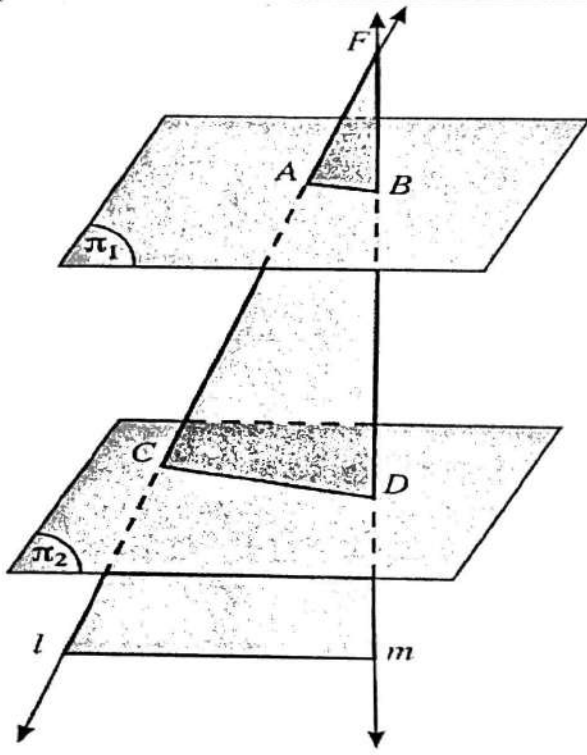
1

1

1



تابع السؤال الرابع:



(b) في الشكل المقابل π_1 , π_2 مستويين متوازيين ،

$\vec{l}$, $\vec{m}$ مستقيمان متقاطعان في F و يقطعان كلا من

π_1 في A, B ، π_2 في C, D ، إذا كان $FB = 5cm$

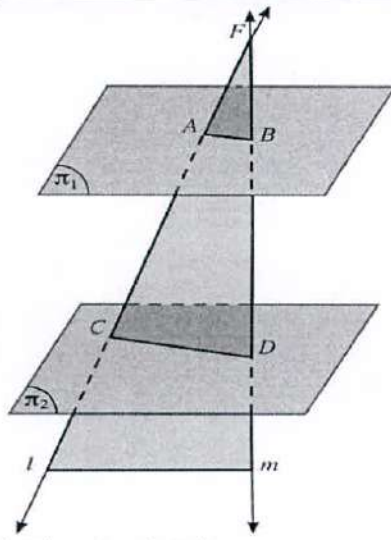
$CD = 9cm$, $AC = 6cm$, $BD = 4cm$

فأوجد محيط المثلث FAB

الحل :

(10 درجات)

تابع السؤال الرابع:



(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويين متوازيين ،

$\vec{l}, \vec{m}$ مستقيمان متقاطعان في F و يقطعان كلا من

π_1 في A, B ، π_2 في C, D ، إذا كان $FB = 5cm$

$CD = 9cm, AC = 6cm, BD = 4cm$

فأوجد محيط المثلث FAB

الحل :

$\therefore \vec{l}, \vec{m}$ مستقيمان متقاطعان في F

$\therefore \vec{l}, \vec{m}$ يعينان مستو واحد π

$\therefore \pi_1, \pi_2$ متوازيان

$\pi \cap \pi_1 = \overline{AB}, \pi \cap \pi_2 = \overline{CD}$

(نظرية) $\therefore \overline{AB} // \overline{CD}$

في المستوى π ، $\overline{AB} // \overline{CD}$

المثلثان FAB, FCD متشابهان

$$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\frac{5}{5+4} = \frac{FA}{FA+6} = \frac{AB}{9}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{FA}{FA+6}$$

$$9FA = 5(FA+6)$$

$$4FA = 30 \Rightarrow FA = 7.5 \text{ cm}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{AB}{9}$$

$$9AB = 45 \Rightarrow AB = 5 \text{ cm}$$

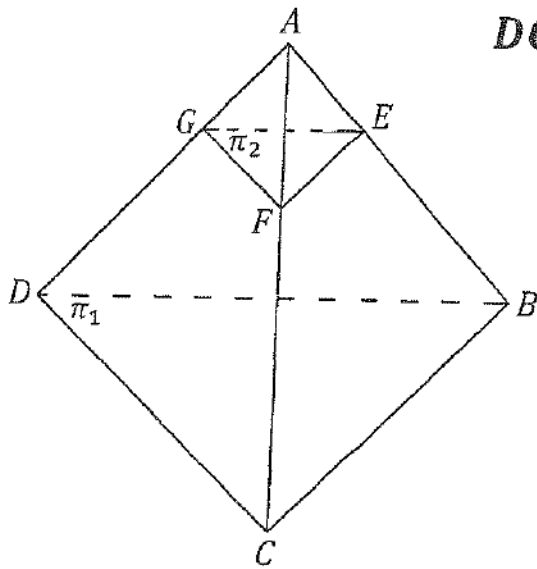
محيط المثلث FAB يساوي

$$FA + FB + AB = 7.5 + 5 + 5 = 17.5 \text{ cm}$$

السؤال الرابع: (14 درجة)

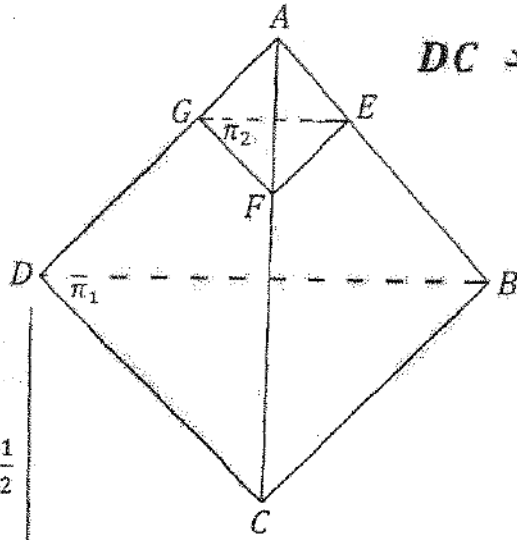
(a) في الشكل المقابل ، هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)

إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$, $FG = 6 \text{ cm}$ فأوجد DC



السؤال الرابع: (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل، هرم ثلاثي، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)



إذا كان $FG = 6 \text{ cm}$, $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$ فأوجد DC

الحل:

$$\because (ABC) \cap \pi_1 = \overline{BC}$$

$$\because (ABC) \cap \pi_2 = \overline{EF}, \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overline{EF} // \overline{BC} \Rightarrow \overline{EF} // \overline{BC}$$

$$\Delta BAC$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$\because (ACD) \cap \pi_1 = \overline{DC}$$

$$\because (ACD) \cap \pi_2 = \overline{GF}, \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overline{GF} // \overline{DC} \Rightarrow \overline{GF} // \overline{DC}$$

$$\therefore \Delta DAC$$

$$\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{6}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore CD = 4 \times 6 = 24 \text{ cm}$$

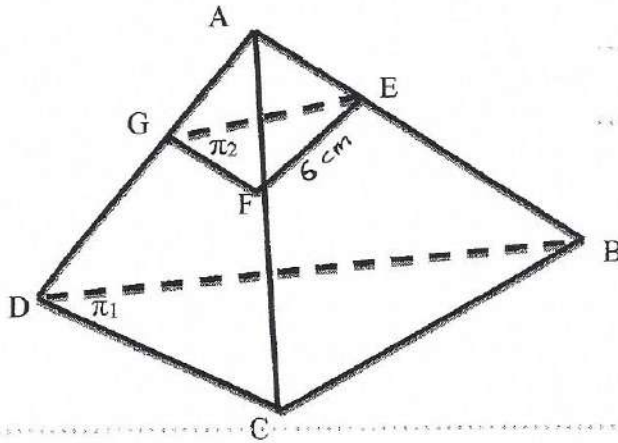


السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)

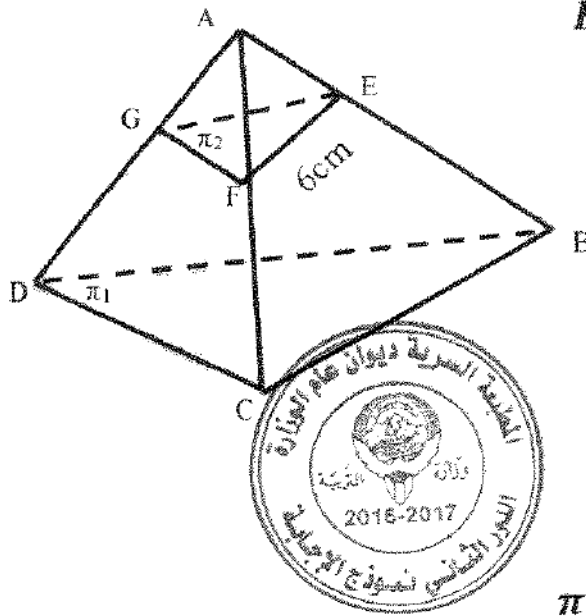
إذا كان $FE = 6cm$ ، $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

أوجد : CB



السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)



إذا كان $FE = 6cm$, $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

أوجد : CB

الحل :

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$$

$\therefore$ يعينان مستوى وحيد ليكن π

$$\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{FE}$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CB}$$

$$\therefore \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{FE} // \overleftrightarrow{CB}$$

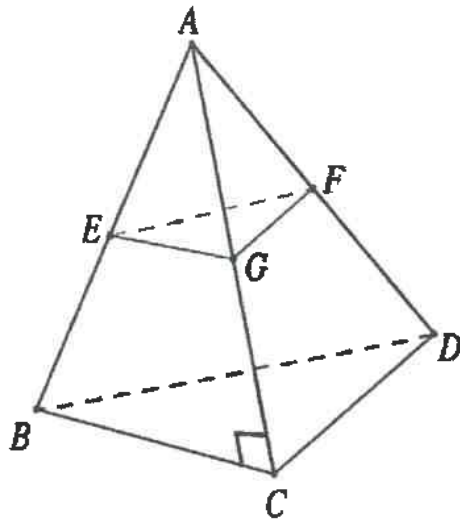
$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{FE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{FE}{CB} = \frac{6}{CB}$$

$$\therefore \frac{6}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$CB = 24 \text{ Cm}$$



(9 درجات)

السؤال الثاني : (15 درجة)

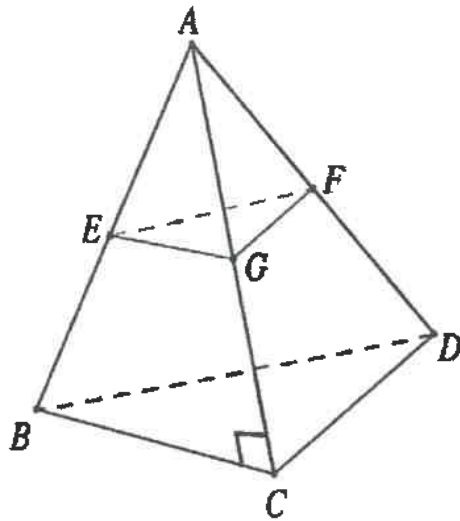
(a) في الشكل المقابل : A نقطة خارج المستوى BCD ،
و النقاط E, G, F منتصفات $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ على الترتيب.

إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{CB}$

وكان $CD = 5 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}, AD = 13 \text{ cm}$

فأثبت أن : $(EGF) // (BCD)$

الحل :



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) في الشكل المقابل : A نقطة خارج المستوى BCD ،
و النقاط E, G, F منتصفات $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ على الترتيب.

إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{CB}$

وكان $CD = 5 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}, AD = 13 \text{ cm}$

فأثبت أن : $(EGF) // (BCD)$

الحل :

(9 درجات)

في $\triangle ACD$:

$$\frac{1}{2} \quad (AC)^2 + (CD)^2 = (12)^2 + (5)^2 = 169 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (AD)^2 = (13)^2 = 169 \quad (2)$$

من (1), (2) نجد أن $\triangle ACD$ قائم الزاوية في C .

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AC} \perp \overline{CD}$$

$$\overline{AC} \perp \overline{CB} \text{ ولكن}$$

(معطى)

وحيث أن $\overline{CD}, \overline{CB}$ متقاطعان

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AC} \perp (BCD) \quad (3)$$

في $\triangle ABC$:

$\therefore E$ منتصف $\overline{AB}$ ، G منتصف $\overline{AC}$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \overline{EG} // \overline{CB}$$

ولكن $m(\angle BCA) = 90^\circ$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore m(\angle EGA) = 90^\circ \Rightarrow \overline{AG} \perp \overline{EG}$$

و بالمثل $\overline{AG} \perp \overline{GF}$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AG} \perp (EGF)$$

$$\frac{1}{2} \quad \overline{AC} \perp (EGF) \quad (4) \text{ أي أن:}$$

من (4) و (3) ينتج أن :

$$(EGF) // (BCD)$$



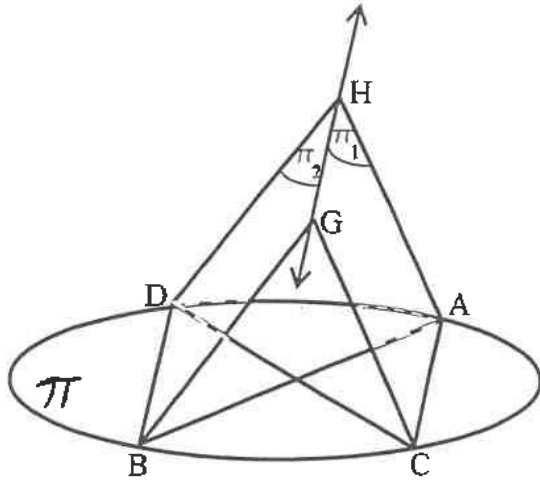
كنترول القسم العلمي
لجنة تقدر الدرجات



تابع السؤال الرابع:

(9 درجات)

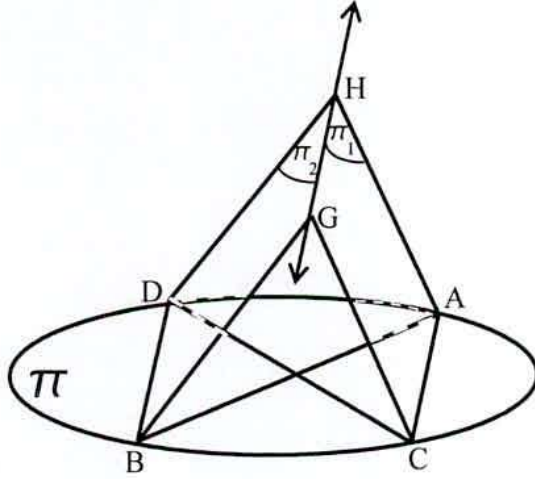
(b) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π
 $\overleftrightarrow{GH}$ أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$



تابع السؤال الرابع:

(9 درجات)

(b) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π
 $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

1

$\therefore \overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

1

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

1

$\therefore$ الشكل ACBD مستطيل

1

$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{DB} \dots\dots\dots (1)$

1

$\overline{AC} \subset \pi_1$, $\overline{DB} \subset \pi_2$

1

$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH} \dots\dots\dots (2)$

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB} \dots\dots\dots (2) , (1) \text{ من}$

1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

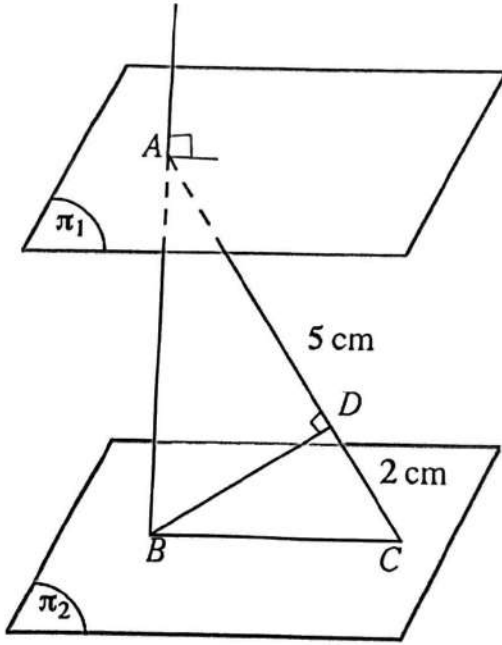
1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



تابع السؤال الثاني :



(8 درجات)

(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$, $\overrightarrow{AB} \perp \pi_1$, $A \in \pi_1$

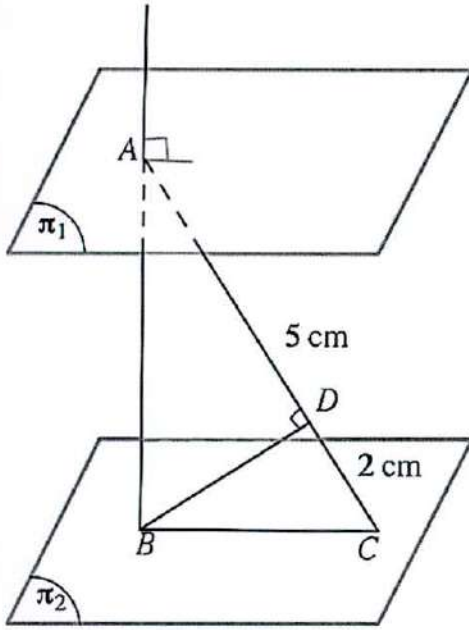
رسم $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$ في المستوي ABC ، $\overrightarrow{BC} \subset \pi_2$

إذا كان $AD = 5 \text{ cm}$, $DC = 2 \text{ cm}$

أوجد : BD

الحل :

تابع السؤال الثاني :



(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$, $\overrightarrow{AB} \perp \pi_1$, $A \in \pi_1$

$\overrightarrow{BC} \subset \pi_2$, رسم $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$ في المستوي ABC

إذا كان $AD = 5 \text{ cm}$, $DC = 2 \text{ cm}$

أوجد : BD

(8 درجات)

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$\because \pi_1 // \pi_2 , \overrightarrow{AB} \perp \pi_1$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \pi_2$$

$\therefore \overrightarrow{AB}$ عمودي على كل مستقيم في π_2

$$\because \overrightarrow{BC} \subset \pi_2$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$$

في المثلث ABC القائم الزاوية في B

$$\therefore \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$$

$$\therefore (BD)^2 = AD \times DC$$

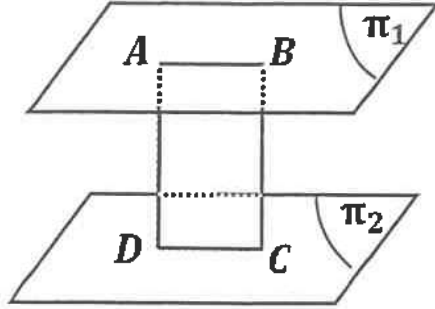
$$= 5 \times 2 = 10$$

$$BD = \sqrt{10} \text{ cm}$$



تابع السؤال الثالث :

(9 درجات)



(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ،

، A, B نقطتان في π_1 ،

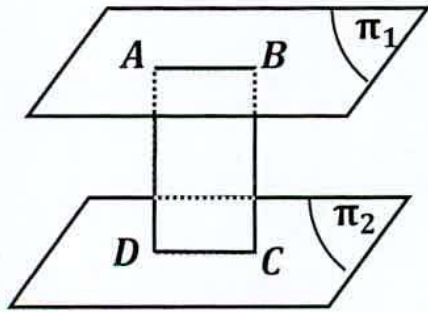
C, D نقطتان في π_2 حيث A, B, C, D في مستوى واحد

، $\overline{AD} \perp \pi_2$ ، $\overline{BC} \perp \pi_2$

اثبت ان $ABCD$ مستطيل

تابع السؤال الثالث :

(9 درجات)



(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ،

، A, B نقطتان في π_1 ،
 C, D نقطتان في π_2 حيث A, B, C, D في مستوى واحد
 ، $\overline{AD} \perp \pi_2$ ، $\overline{BC} \perp \pi_2$
 اثبت ان $ABCD$ مستطيل

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

(نظرية)

$$\because \overline{AD} \perp \pi_2 , \overline{BC} \perp \pi_2$$

$$\therefore \overline{AD} // \overline{BC} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$\pi_1 // \pi_2$ و A, B, C, D في مستوى واحد هو $(ABCD)$:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$\pi_1 \cap (ABCD) = \overline{AB} , \pi_2 \cap (ABCD) = \overline{DC}$$

$$\therefore \overline{AB} // \overline{DC} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2)

1

$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$\overline{DC} \subset \pi_2 , \overline{AD} \perp \pi_2 \text{ لكن}$$

$$\therefore \overline{AD} \perp \overline{DC} \text{ (نظرية)}$$

$$\frac{1}{2}$$

$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع احدى زواياه قائمة

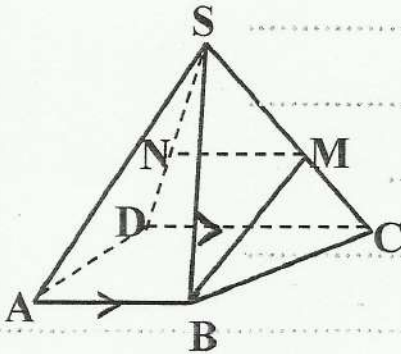
$$\frac{1}{2}$$

$\therefore$ الشكل $ABCD$ مستطيل



القسم الأول - أسئلة المقالأجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(b) في الشكل المقابل : هرم قاعدته شبه المنحرف ABCD حيث إن

 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ، $M \in \overline{SC}$ ، المستوى ABM يقطع $\overrightarrow{SD}$ في Nاثبت أن : (a) $\overrightarrow{AB}$ يوازي المستوي SDC $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{CD}$ (b)

(الأسئلة في 8 صفحات)

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي

امتحان (الدور الثاني) الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2014 / 2015 م

القسم الأول - أسئلة المقال

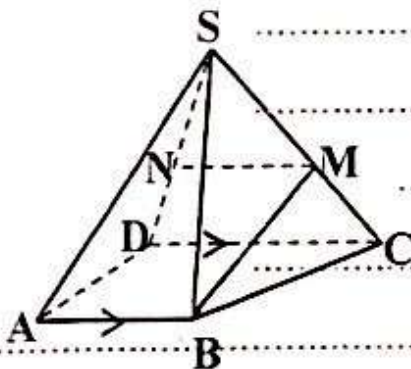
نموذج الإجابة

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

(b) في الشكل المقابل : SABCD هرم قاعدته شبه المنحرف ABCD حيث إن

 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ، المستوى ABM يقطع $\overrightarrow{SD}$ في Nاثبت أن : (a) $\overrightarrow{AB} \parallel$ المستوي SDC(b) $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{CD}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



$$\overrightarrow{AB} \parallel (SCD) : \because \overrightarrow{CD} \subset (SCD) , \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \therefore (a)$$

(b) يمر المستقيم AB بمركز

$$\therefore (ABM) = (ABMN)$$

$$(ABM) \cap (SDC) = \overrightarrow{MN}$$

$$\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{AB} \quad \text{نثبت}$$

$$\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{CD}$$

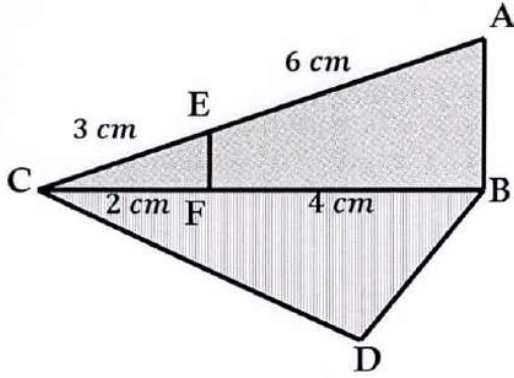
تابع السؤال الرابع:

(9 درجات)

(b) من الشكل المقابل إذا كان: $\overline{AB} \perp (BCD)$

وكان $FB = 4 \text{ cm}$, $CF = 2 \text{ cm}$, $EA = 6 \text{ cm}$, $CE = 3 \text{ cm}$

اثبت أن : $\overline{EF} \perp \overline{BD}$



الحل :

تابع السؤال الرابع:

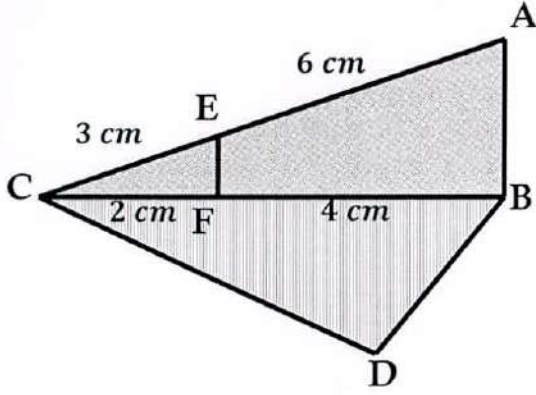
(9 درجات)

(b) من الشكل المقابل إذا كان: $\overline{AB} \perp (BCD)$

وكان $FB = 4 \text{ cm}, CF = 2 \text{ cm}, EA = 6 \text{ cm}, CE = 3 \text{ cm}$

اثبت أن: $\overline{EF} \perp \overline{BD}$

الحل:



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1$$

$$1$$

$$1$$

$$1$$

$$1$$

$\therefore \overline{AB}, \overline{CA}$ متقاطعين

$\therefore \overline{CA}, \overline{AB}$ يعينان مستوى وحيد (ABC)

في المثلث CAB :

$$\frac{CE}{EA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{CF}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \overline{EF} \parallel \overline{AB}$ (نظرية طاليس)

$\therefore \overline{AB} \perp (CBD)$

$\therefore \overline{EF} \perp (CBD)$ (1) (نظرية)

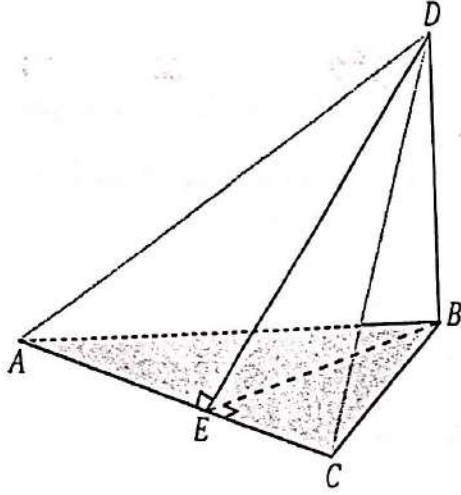
$\overline{DB} \subset (CBD)$ (2)

من (1)، (2) :

$\therefore \overline{EF} \perp \overline{DB}$



تابع السؤال الرابع:



(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC

$$BD = 5cm , AB = 10 cm , m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

$$\overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

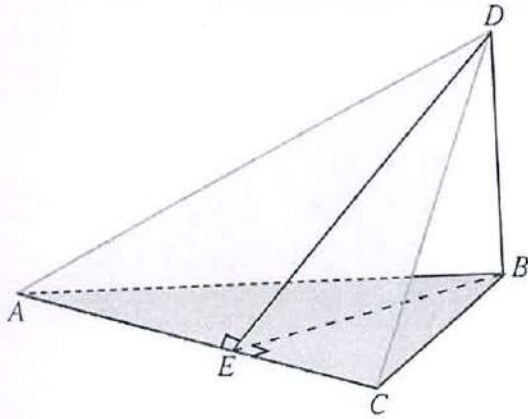
أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

(10 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:



(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC

$$BD = 5cm , AB = 10 cm , m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

$$\overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

(10 درجات)

الحل :

$$1) \because \overline{BE} \perp \overline{AC} \Rightarrow m(\widehat{BEA}) = 90^\circ$$

$$\because m(\widehat{BAC}) = 45^\circ \therefore m(\widehat{ABE}) = 45^\circ$$

$\therefore$ المثلث ABE قائم في E ، متطابق الضلعين

$$2(BE)^2 = 100 \rightarrow BE = 5\sqrt{2} cm$$

$$\therefore BE = AE = 5\sqrt{2} cm$$

$$2) \quad \overline{AC} \text{ هو خط تقاطع المستويين } BAC , DAC$$

$$\overline{BE} \perp \overline{AC} \text{ في المستوي } BAC$$

$$\overline{DE} \perp \overline{AC} \text{ في المستوي } DAC$$

$\widehat{BED}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

$$\because \overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \subset (ABC)$$

$$\therefore \overline{BD} \perp \overline{BE}$$

$$\therefore \Delta BED \text{ قائم في } \widehat{B} , DB = 5 cm$$

$$\therefore \tan(\widehat{BED}) = \frac{BD}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore m(\widehat{BED}) = 35^\circ 16'$$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC يساوي $35^\circ 16'$



(5 درجات)

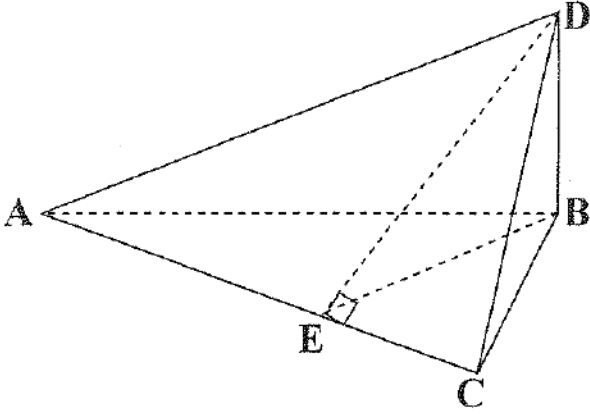
(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC

$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE ❶ : أوجد $\overline{BE} \perp \overline{AC}$,

❷ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

الحل:



نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

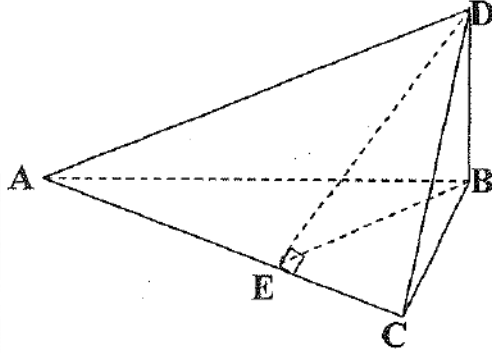
$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE (1) أوجد : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$,

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

البرهان :-

(1) في المستوى ABC:



$$\therefore \overline{BE} \perp \overline{AC} \rightarrow \therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6} \rightarrow \Delta AEB \text{ مثلث قائم الزاوية عند E}$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5 \text{ cm}$$

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

في المستوى BAC : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

في المستوى DAC : $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

$\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\hat{BED}$

$$\therefore \overline{DB} \perp (ABC), \overline{BE} \subset (ABC) \rightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

$$m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4} \leftarrow \Delta DBE \text{ قائم الزاوية في B وهو متطابق الضلعين}$$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$



(8 درجات)

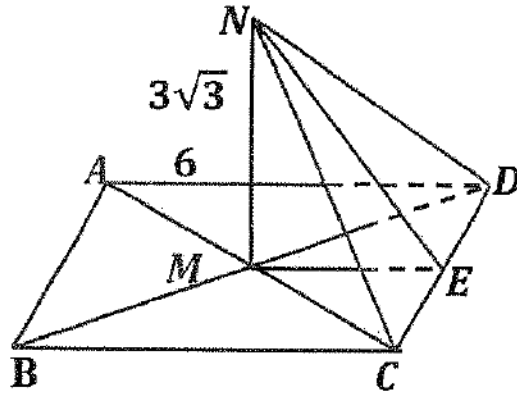
تابع السؤال الثالث:

(b) مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 6cm$

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3} cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD



(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

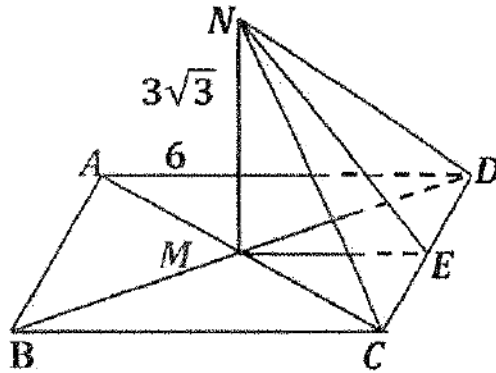
(b) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 6cm$

أقيم $\overline{NM}$ عمودا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3} cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD, NCD$

الحل :



$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD) , \overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ (1)

في المثلث CDM المتطابق الضلعين

$\therefore E$ منتصف $\overline{CD}$ معطى

خواص المثلث المتطابق الضلعين $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ (2)

$\therefore \overline{CD} \perp (MNE) , \overline{NE} \subset (MNE)$

$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$

$\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD, NCD$

$\therefore \widehat{MEN}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overline{CD}$

في المثلث BCD E منتصف $\overline{CD}$ معطى

M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل)

$$\therefore ME = \frac{1}{2} BC , AD = BC = 6cm$$

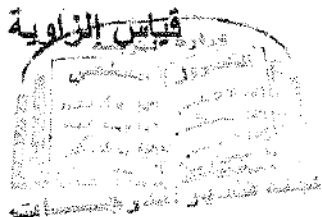
$$\therefore ME = \frac{1}{2} \times 6 = 3 cm$$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M (من خواص المستقيم العمودي مع مستو)

$$\tan(\widehat{MEN}) = \frac{MN}{ME} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\widehat{MEN}) = 60^\circ$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD, NCD$ هو 60°



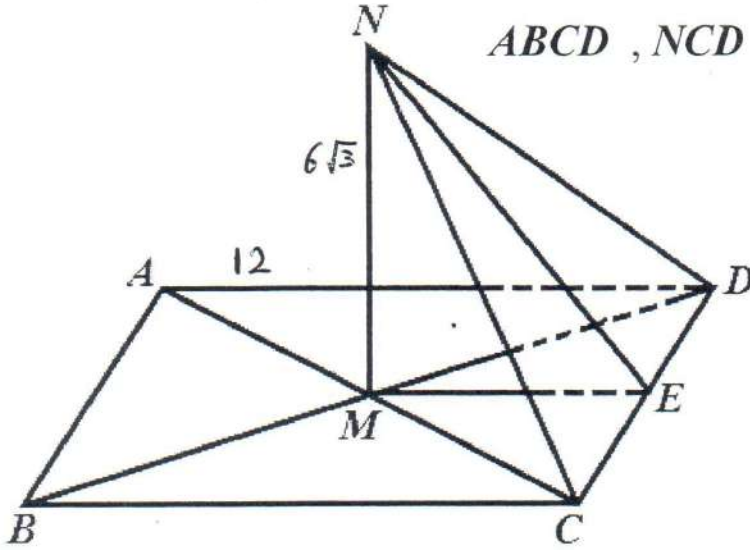
تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ،

وفيه $AD = 12$ أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD

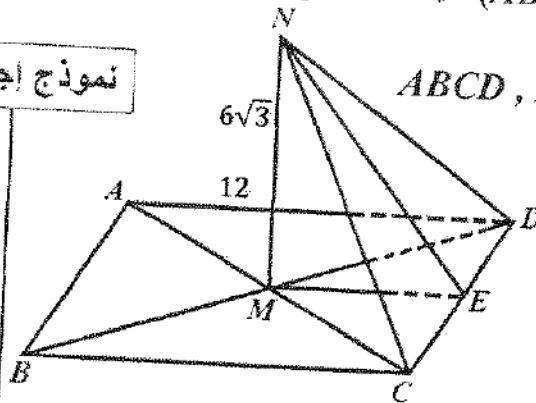


تابع السؤال الثالث :

(6 درجات)

(b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 12$ أقيم NM عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواء $ABCD$ ، E منتصف CD بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD

نموذج إجابة



الحل

البرهان :

$\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD$ ، NCD

$$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD) , \overline{CD} \subset (ABCD)$$

$$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$$

(1)

في المثلث CDM المتطابق الضلعين (مساوية الزوايا) المستطيل

$\therefore E$ منتصف CD

$$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$$

(2)

من (1) ، (2) نجد أن :

$$\overline{CD} \perp (MNE) , \overline{NE} \subset (MNE)$$

$$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$$

$\therefore \widehat{MEN}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overline{CD}$

في المثلث ACD :

$\overline{CA}$ ، $\overline{CD}$ واصله بين منتصفي الضلعين :

$$\therefore EM = \frac{1}{2} AD = 6 \text{ cm}$$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M :

$$\therefore \tan(\widehat{MEN}) = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\widehat{MEN}) = 60^\circ$$

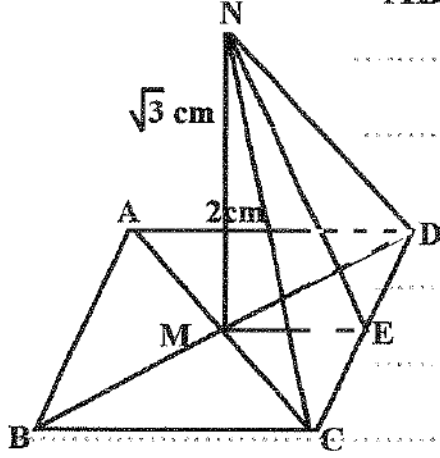
قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD هو 60°

السؤال الثالث :

(a) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$ ، E منتصف $\overline{CD}$ (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD



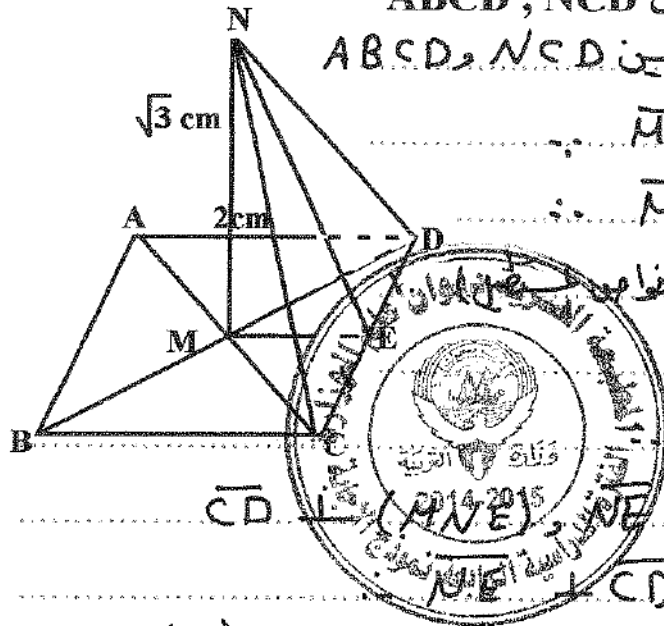
نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$, E منتصف $\overline{CD}$ (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD
 $\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين ABCD و NCD



$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD)$, $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ (1)

في مثلث CDM ، $\overline{ME}$ خطابه (من خواصه) $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$

(2) $\overline{ME} \perp \overline{CD}$

من (1) و (2) نجد أن : $\overline{ME} \perp \overline{CD}$, $\overline{MN} \perp \overline{CD}$

$\therefore \angle MEN$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overline{CD}$

في المثلث BCD

M منتصف $\overline{BD}$ (من خواصه) $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$

E منتصف $\overline{CD}$

$\therefore ME = \frac{1}{2} AD \rightarrow ME = \frac{1}{2} \times 2 = 1\text{ cm}$

في مثلث MEN ، $\angle MEN$ الزاوية في M (من خواصه) $\therefore \angle MEN$ مستوية

$\tan(\angle MEN) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$

$\therefore m(\angle MEN) = 60^\circ$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD هو 60°

(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

الطرف الأيسر = $\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$

= $\frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$

= $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$

الطرف الأيمن =

(2) حل المعادلة: ${}_nP_4 = 5 \times {}_nP_3$, $n \geq 4$ (3 درجات)

(2) حل المعادلة: $nP_4 = 5 \times nP_3$, $n \geq 4$ (3 درجات)

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 5 \times \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{(n-4)!} = \frac{5}{(n-3)(n-4)!}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$n - 3 = 5$$

$$\frac{1}{2}$$

$$n = 8$$

تابع السؤال الرابع :

(b) حل المعادلة : $6p_r = 4 \times 6p_{r-1}$ (7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(7 درجات)

(b) حل المعادلة : ${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$

الحل :

$${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$$

1 + 1

$$\frac{6!}{(6-r)!} = 4 \times \frac{6!}{(6-(r-1))!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!}$$

1

$$\frac{6!}{(6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!}$$

1



$$1 = \frac{4}{(7-r)}$$

1

$$7-r=4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=7-4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=3$$

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) حل المعادلة : ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) حل المعادلة : ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

الحل:

1
$$\frac{n!}{(n-4)! \times 4!} = \frac{n!}{2! \times (n-2)!}$$

1 + 1
$$\frac{1}{(n-4)! \times 4 \times 3 \times 2!} = \frac{1}{2! \times (n-2)(n-3)(n-4)!}$$

1
$$\frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{(n-2)(n-3)}$$

$\frac{1}{2}$
$$4 \times 3 = (n-2)(n-3)$$

$\frac{1}{2}$
$$12 = n^2 - 5n + 6$$

$\frac{1}{2}$
$$n^2 - 5n - 6 = 0$$

$\frac{1}{2}$
$$(n-6)(n+1) = 0$$

1
$$n = 6 , \quad n = -1 \text{ مرفوضة}$$



تابع السؤال الثالث :

$$(b) \text{ أوجد قيمة } n \text{ حيث : } \frac{nC_7}{(n-1)C_6} = \frac{8}{7}$$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد قيمة n حيث : $\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{\frac{n!}{(n-7)! \times 7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-6)! \times 6!}} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{n \times (n-1)!}{(n-7)! \times 7 \times 6!} \times \frac{(n-7)! \times 6!}{(n-1)!} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{n}{7} = \frac{8}{7}$$

$$n = 8$$



تابع السؤال الرابع :

(5 درجات)
$$\frac{{}_nC_5}{{}_{(n-1)}C_4} = \frac{6}{5} \quad \text{حيث } n \text{ أوجد قيمة } n$$

تابع السؤال الرابع :

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{(n-1)}C_4} = \frac{6}{5} \quad (b) \text{ أوجد قيمة } n \text{ حيث :}$$

(5 درجات)

نموذج إجابة

الحل

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{n-1}C_4} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \div \frac{(n-1)!}{(n-1-4)! 4!}$$

$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n(n-1)!}{(n-5)! 5 \cdot 4!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n}{5} = \frac{6}{5}$$

$$n = 6$$



$$1 + 1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

(3 درجات)

$${}_nC_2 = 105$$

(b) ① حل المعادلة :

الحل :

(5 درجات)

$$(b) \text{ أوجد قيمة } n \text{ فيما يلي : } \frac{{}_nC_7}{{}_n C_6} = \frac{8}{7}$$

(3 درجات)

$${}_nC_2 = 105$$

(b) ① حل المعادلة :

الحل :

1	$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
$\frac{1}{2}$	$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
$\frac{1}{2}$	$n(n-1) = 210$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$



(5 درجات)

(b) أوجد قيمة n في المعادلة : $\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$

1	$\frac{\frac{n!}{(n-7)! \times 7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-6)! \times 6!}} = \frac{8}{7}$
1	
$4 \times \frac{1}{2}$	$\frac{n \times (n-1)!}{(n-7)! \times 7 \times 6!} \times \frac{(n-7)! \times 6!}{(n-1)!} = \frac{8}{7}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{n}{7} = \frac{8}{7}$
$\frac{1}{2}$	$n = 8$



امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة- رياضيات- للصف الحادي عشر علمي - العام الدراسي 2014 / 2015 م

(5 درجات)

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2} {}_{2n}C_5$

(5 درجات)

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2} {}_{2n}C_5$

$$\begin{array}{l}
 1 + 1 \mid \frac{2n!}{(2n-4)!4!} = \frac{1}{2} \times \frac{2n!}{(2n-5)!5!} \\
 \frac{1}{2} \mid \frac{2n!}{(2n-4)!4!} \times \frac{(2n-5)!5!}{2n!} = \frac{1}{2} \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \mid \frac{(2n-5)! \times 5 \times 4!}{(2n-4)(2n-5)!4!} = \frac{1}{2} \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \mid \frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \rightarrow 2n-4 = 10 \\
 \frac{1}{2} \mid 2n = 14 \rightarrow n = 7
 \end{array}$$

5
يجب مراعاة الحلول الأخرى

تابع السؤال الرابع:

(b) (1) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(x - 2y)^3$ (4 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) (1) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(x - 2y)^3$ (4 درجات)

الحل:

$$4 \times \frac{1}{2} \quad (x - 2y)^3 = {}_3C_0(x)^3 + {}_3C_1(x)^2(-2y) + {}_3C_2(x)(-2y)^2 + {}_3C_3(-2y)^3$$

$$1 \quad (x - 2y)^3 = x^3 + 3x^2(-2y) + 3x(-2y)^2 + (-2y)^3$$

$$1 \quad (x - 2y)^3 = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$$



السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) استخدم نظرية ذات الحدين لفك ما يلي :

$$(x - 2)^4$$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) استخدم نظرية ذات الحدين لفك ما يلي :

$$(x - 2)^4$$

(8 درجات)

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} & \quad (x - 2)^4 = (x + (-2))^4 \\ \text{كل حد 1} & \quad (x - 2)^4 = {}_4C_0x^4 + {}_4C_1x^3(-2) + {}_4C_2x^2(-2)^2 \\ & \quad + {}_4C_3x(-2)^3 + {}_4C_4(-2)^4 \\ \frac{1}{2} & \quad \text{كل معامل} \\ & \quad = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16 \end{aligned}$$



كنترول القسم العلمي
لجنة تقدر الدرجات



(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$ (5 درجات)

الحل :

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$ (7 درجات)

الحل:

1	$T_{r+1} = {}_n C_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$	الحد الذي رتبته $r+1$ هو :
$\frac{1}{2}$	$n = 7$,	في مفكوك كثيرة الحدود $(2x + 3y)^7$
$\frac{1}{2}$	$r = 4$	$\therefore$ أس y يساوي 4 $\therefore r = 4$
2	$T_5 = {}_7 C_4 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^4$	
1	$= (35) 2^3 x^3 \cdot 3^4 y^4$	
1	$= (35) (8) (81) x^3 y^4$	
1	$= 22680 x^3 y^4$	

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون و كرتين حمراء اللون . أخذت كرتان معا من دون النظر داخل الكيس . أوجد احتمال كل حدث مما يلي :

(1) الكرتان زرقاوان

(2) كرة زرقاء و كرة حمراء

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون و كرتين حمراء اللون . أخذت كرتان معا من دون النظر داخل الكيس . أوجد احتمال كل حدث مما يلي :

(1) الكرتان زرقاوان

(2) كرة زرقاء و كرة حمراء

الحل:

$$1) \quad n(S) = {}_6C_2 = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = 15$$

الحدث A : الكرتان زرقاوان

$$n(A) = {}_4C_2 = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

الحدث B : كرة زرقاء و كرة حمراء

$$n(B) = {}_4C_1 \times {}_2C_1$$

$$= \frac{4!}{(4-1)! \times 1!} \times \frac{2!}{(2-1)! \times 1!} = 4 \times 2 = 8$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{15}$$





تابع السؤال الثالث :

(b) في إحدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات . احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل ؟

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) في احدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات . احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الاربعة مدة عام كامل ؟

(7 درجات)

الحل :

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$P(A) = m = 0.9$$

ليكن الحدث A تخدم البطارية مدة عام كامل :

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$P(B) = 1 - m = 0.1$$

ليكن الحدث B لا تخدم البطارية مدة عام كامل :

الحدث E تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل:

$$k = 4, n = 4$$

نستخدم احتمال ذات الحدين

$$1$$

$$P(E) = {}_n C_k \cdot (m)^k \cdot (1 - m)^{n-k}$$

$$1 \frac{1}{2}$$

$$= {}_4 C_4 \cdot (0.9)^4 \cdot (0.1)^0$$

$$1$$

$$= 0.6561$$

$$\frac{1}{2}$$

احتمال أن تخدم كل من البطاريات الاربعة مدة عام كامل يساوي 0.6561



السؤال الرابع :

- ② يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة.
(3 درجات)
- الحل :-

② يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد
اليسرى للكتابة.
الحل :-

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

$$P(A) = m = \frac{11}{100} = 0.11, \quad P(B) = 1 - m = 0.89$$

للحدث E يكون $k = 4, n = 30$

فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو

$$\begin{aligned} P(E) &= {}^nC_k (m)^k (1 - m)^{n-k} \\ &= {}^{30}C_4 (0.11)^4 (0.89)^{26} \\ &= 0.19388 \end{aligned}$$

تابع السؤال الرابع :

- (b) خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل (7 درجات)
على بطاقة تفوز 30% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الربحية
بشكل عشوائي ، مع راشد 4 بطاقات ، فما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟

تابع السؤال الرابع :

(b) خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل (7 درجات)
على بطاقة. تفوز 30% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرباحة
بشكل عشوائي ، مع راشد 4 بطاقات ، فما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟
الحل :

نفرض الحدث A : فوز راشد بجائزة

1

$$P (A) = m = 0.30$$

نفرض الحدث B : عدم فوز راشد بجائزة

1

$$P (B) = 1 - m = 0.70$$

نفرض الحدث E : فوز راشد بجائزتين

1

$$k = 2 , n = 4 \text{ فيكون}$$

1

$$P (E) = {}_n C_k (m)^k (1 - m)^{n - k}$$

2

$$= {}_4 C_2 (0.3)^2 (0.7)^2$$

1

$$0.2646$$

