الإجابات فقط : هالة لبيب

H.L

ملاحظة :

٢٠٢٣ - ٢٠٢٤

هذه المذكرة لا تغني عن الكتاب المدرسي

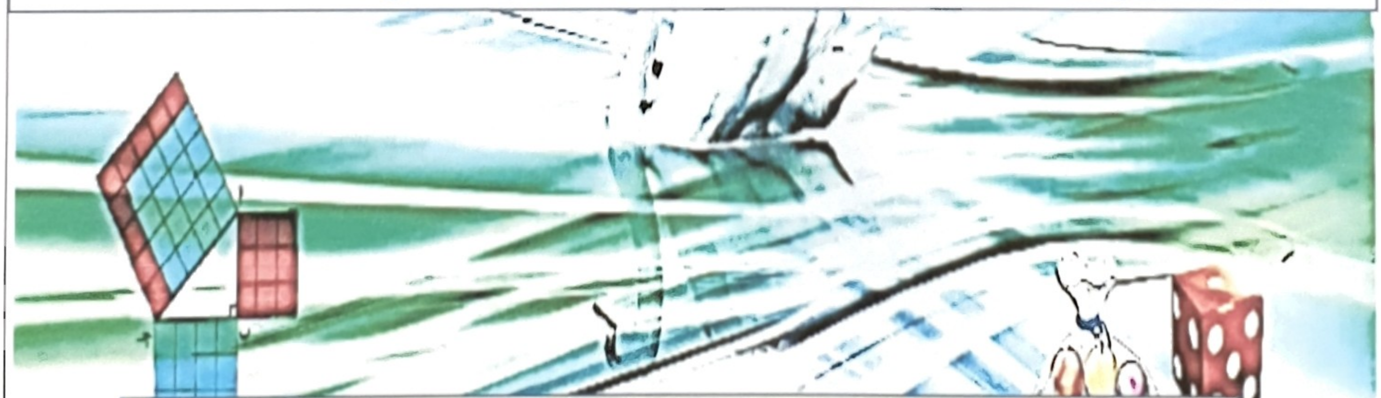
الرياضيات

٨

الفصل الدراسي الثاني

بنود الاختبار **التقويمي الأول** / الصف الثامن

- بند (٧-١) [صفحات ١٨:٢٥] الانعكاس في نقطة / التناظر حول نقطة .
- بند (٧-٣) [صفحات ٣٠:٣٤] الدوران في المستوى الإحداثي .
- بند (٨-٣) [صفحات ٣٢:٣٧] حالات الكشف عن متوازي الأضلاع .



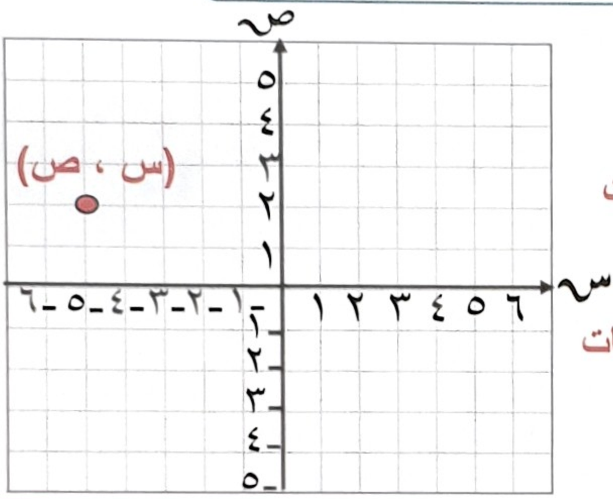
مراجعة الاختبار التقويمي الأول
الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/٢٠٢٤

المرحلة المتوسطة

٨

إعداد معلم الرياضيات
أ/ عمرو القمبشاوي

بند (٧-١) الانعكاس في نقطة / التناظر حول نقطة



(س ، ص) زوج مرتب

س: الإحداثي السيني لأي نقطة يدل على

مقدار بعد النقطة يمينا أو يسارا عن محور الصادات

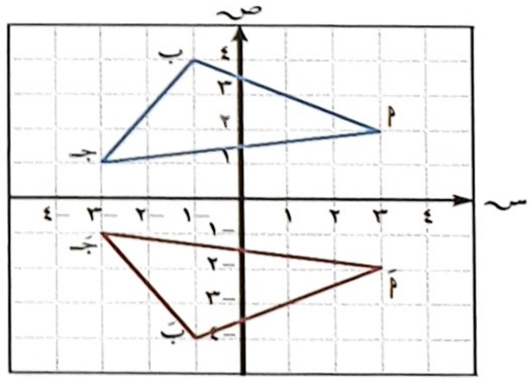
ص: الإحداثي الصادي لأي نقطة يدل على

مقدار بعد النقطة لأعلى أو لأسفل عن محور السينات

(س ، ص) = (-٥ ، ٢)

الانعكاس في المحور السيني	الانعكاس في المحور الصادي
يُغير الإحداثي الصادات إلى معكوسه الجمعي .	يُغير الإحداثي السيني إلى معكوسه الجمعي .
د (س ، ص) $\xrightarrow{ع_س}$ دَ (س ، – ص)	د (س ، ص) $\xrightarrow{ع_ص}$ دَ (– س ، ص)

حدّد نوع الانعكاس في كل من الأشكال التالية ، ثم اكتب إحداثي كل نقطة وصورتها :

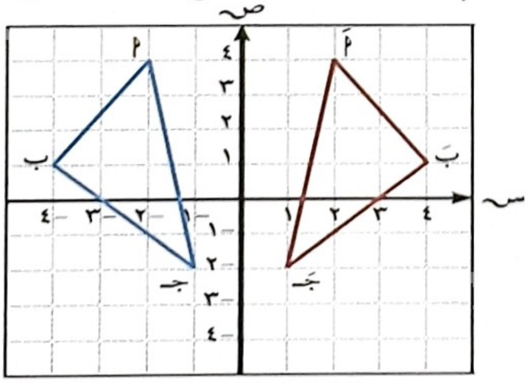


انعكاس في المحور السيني

أ (٣ ، ٢) ← أَ (٣ ، -٢)

ب (-١ ، ٤) ← بَ (-١ ، -٤)

جـ (-٣ ، ١) ← جَـ (-٣ ، -١)



انعكاس في المحور الصادي

أ (-٢ ، ٤) ← أَ (٢ ، ٤)

ب (-٤ ، ١) ← بَ (٤ ، ١)

جـ (-١ ، -٢) ← جَـ (١ ، -٢)

التحويل الهندسي عند تغيير موضع أو أبعاد شكل ما في المستوى .

النقطة الصامدة نقطة تقع على محور الانعكاس .

الانعكاس في نقطة مثل م : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة أ في المستوى صورة أَ ∈ $\overleftarrow{\text{أم}}$ بحيث تكون أم = أَم . والنقطة الوحيدة التي تقترن بنفسها هي النقطة م التي تسمى مركز الانعكاس ، حيث م نقطة صامدة .

التناظر حول نقطة في المستوى يقال لشكل هندسي إنه **متناظر حول نقطة** إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه .

من خواص المستطيل القطران ينصف كل منهما الآخر **وهما متطابقان** .

من خواص متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر.

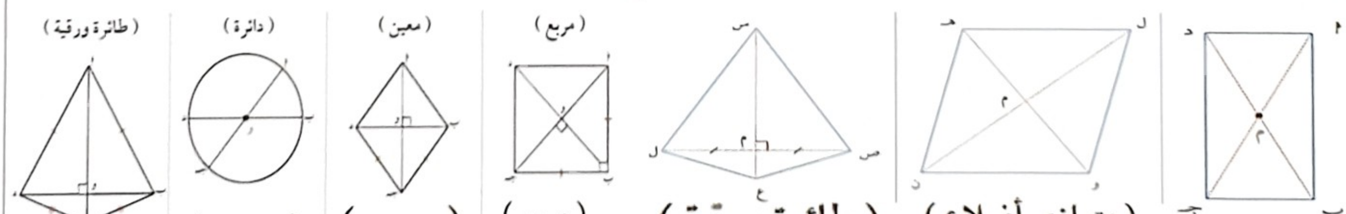
الانعكاس في نقطة الأصل في مستوى الإحداثيات

((الشكل الهندسي وصورته بالانعكاس في نقطة متطابقان .))

في المستوى الإحداثي الانعكاس في نقطة الأصل هو تحويل هندسي يعيّن لكل نقطة في المستوى صورة إحداثيها السيني وإحداثيها الصادي هما المعكوس الجمعي للإحداثي السيني والصادي لهذه النقطة .

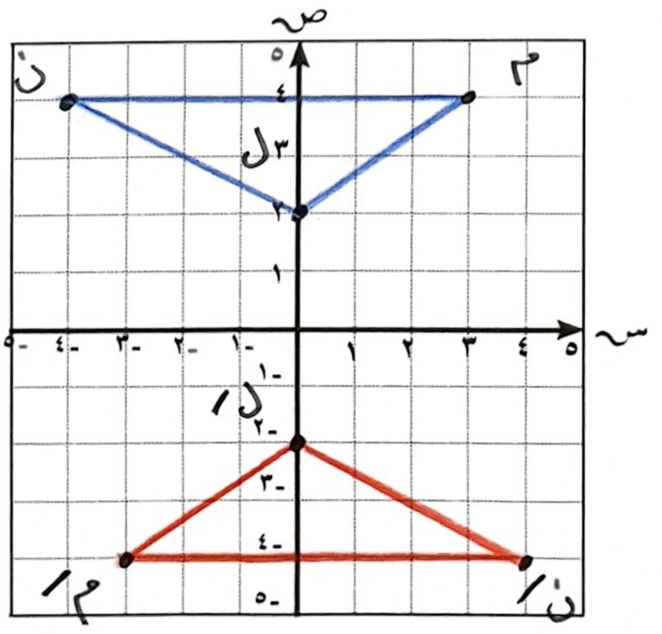
عمومًا : الانعكاس في نقطة الأصل (و) : أ (س ، ص) $\xrightarrow{ع_و}$ أَ (– س ، – ص)

أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه ؟ وضّح ذلك



(مستطيل) (متوازي أضلاع) (طائرة ورقية) (مربع) (معين) (دائرة) (طائرة ورقية)

إذا كان Δ لَ مَ نَ هو صورة Δ ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ،
وكانت ل (٠ ، ٢) ، م (٣ ، ٤) ، ن (–٤ ، ٤) ، فعين إحداثيات الرؤوس
لَ ، مَ ، نَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .



بالانعكاس في و (ع و) :

(س ، ص) $\xrightarrow{ع_و}$ (– س ، – ص)

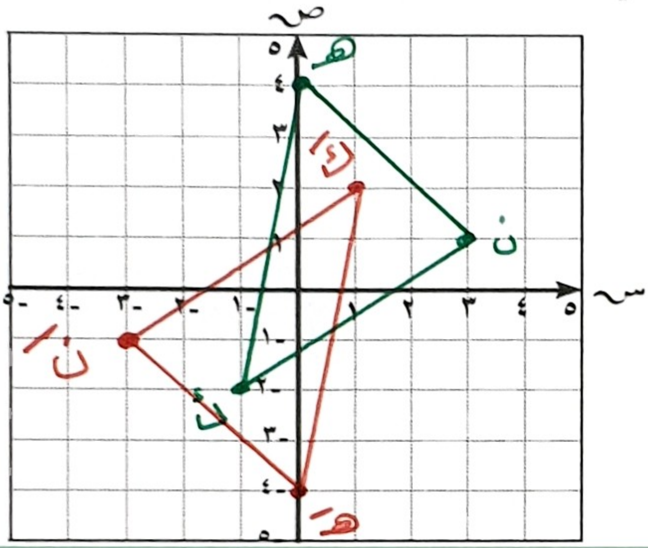
ل (٠ ، ٢) ⟵ لَ (٠ ، –٢)

م (٣ ، ٤) ⟵ مَ (–٣ ، –٤)

ن (–٤ ، ٤) ⟵ نَ (٤ ، –٤)

H.L.

إذا كان Δ هـَ كَ نَ هو صورة Δ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ،
وكانت هـ (٠ ، ٤) ، ك (-١ ، -٢) ، ن (٣ ، ١)
فعين إحداثيات الرؤوس هـَ ، كَ ، نَ ،
ثم ارسم Δ هـَ كَ نَ في مستوى الإحداثيات



بالانعكاس في و (ع و) :

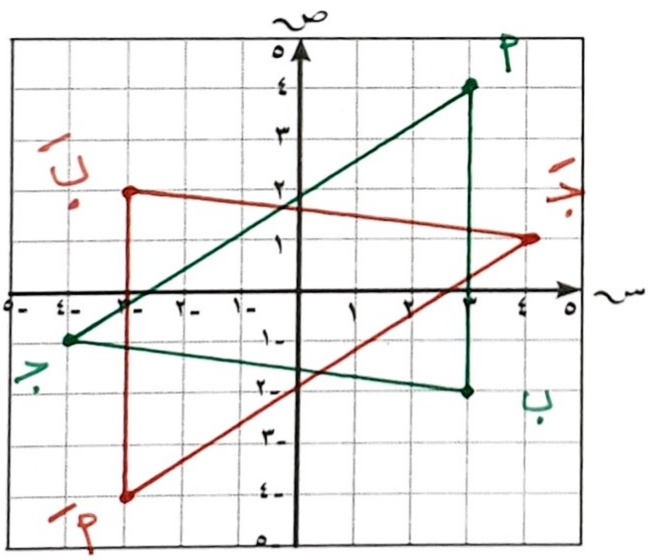
(س ، ص) ←ع و— (− س ، − ص)

هـ (٠ ، ٤) ←ع و— هـَ (٠ ، -٤)

ك (-١ ، -٢) ←— كَ (١ ، ٢)

ن (٣ ، ١) ←— نَ (-٣ ، -١)

إذا كان Δ أَ بَ جـَ هو صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ،
وكانت أ (٣ ، ٤) ، ب (٣ ، -٢) ، جـ (-٥ ، -١) ،
فعيّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جـَ ،
ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات



بالانعكاس في و (ع و) :

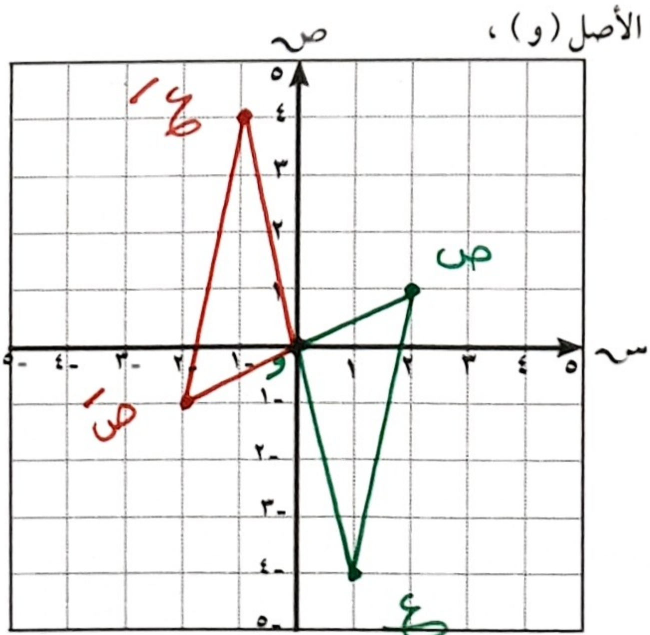
(س ، ص) ←ع و— (− س ، − ص)

أ (٣ ، ٤) ← أَ (-٣ ، -٤)

ب (٣ ، -٢) ← بَ (-٣ ، ٢)

جـ (-٥ ، -١) ← جـَ (٥ ، ١)

إذا كان Δ و صَ عَ هو صورة Δ و ص ع بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ،
وكانت و (٠ ، ٠) ، صَ (-٢ ، -١) ، عَ (-١ ، ٤) ،
فعيّن إحداثيات الرؤوس و ، ص ، ع ،
ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات



بالانعكاس في و (ع و) :

(س ، ص) ←ع و— (− س ، − ص)

و (٠ ، ٠) ← وَ (٠ ، ٠)

ص (٢ ، ١) ← صَ (-٢ ، -١)

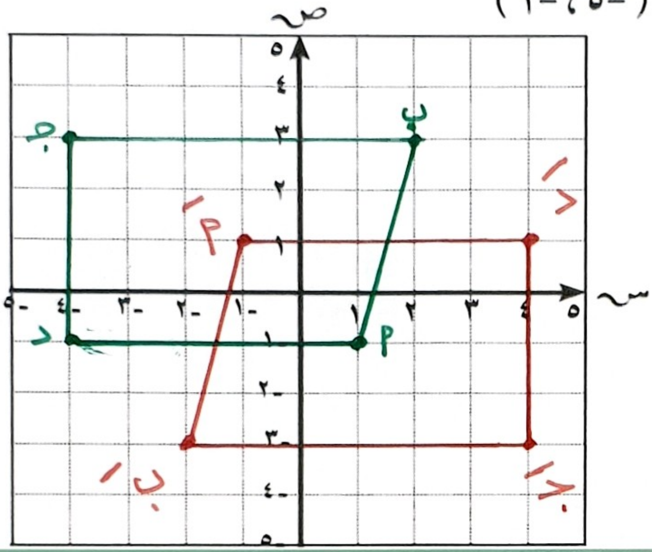
ع (١ ، -٤) ← عَ (-١ ، ٤)

H.L.

إذا كان الشكل الرباعي أَ بَ جـَ دَ هو صورة الشكل الرباعي أ ب جـ د بالانعكاس في نقطة الأصل (و)، وكانت أ (١، −١)، ب (٢، ٣)، جـ (−٤، ٣)، د (−٥، −١)

فعين إحداثيات الرؤوس أَ، بَ، جـَ، دَ

ثم ارسم الشكلين الرباعيين في مستوى الإحداثيات.



(س، ص) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ (−س، −ص)

أ (١، −١) ← أَ (−١، ١)

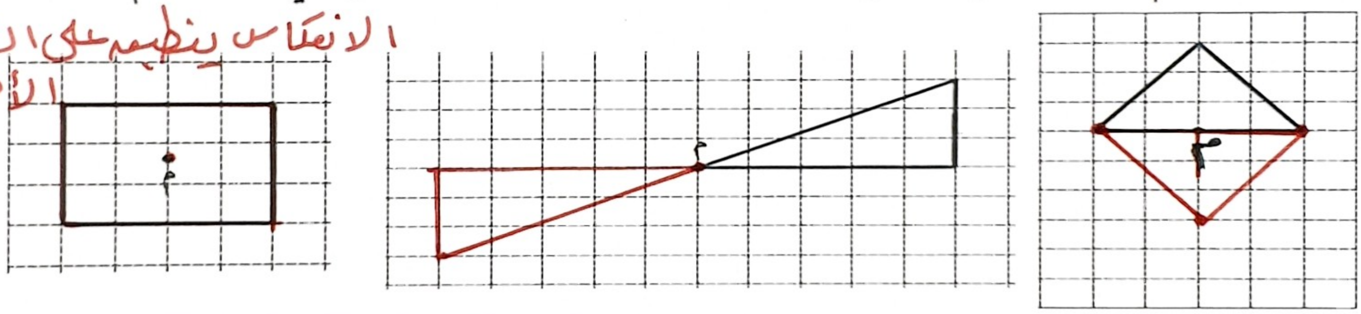
ب (٢، ٣) ← بَ (−٢، −٣)

جـ (−٤، ٣) ← جـَ (٤، −٣)

د (−٥، −١) ← دَ (٥، ١)

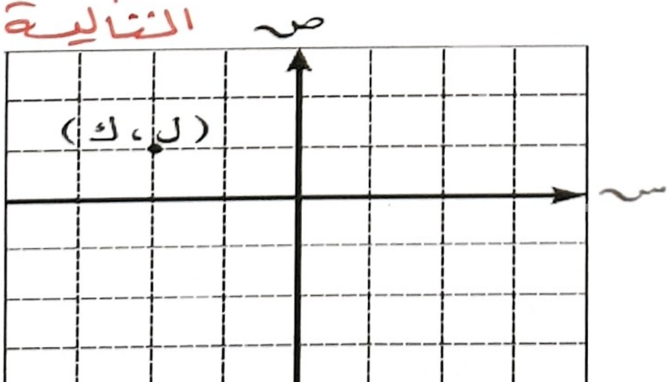
ارسم صورة كل شكل من الأشكال التالية بالانعكاس في النقطة م

الانعكاس ينطبق على الشكل الأصلي



في المستوى الإحداثي المرسوم عينت النقطة (ل ، ك) فيه أي العبارات التالية ليست صحيحة ؟

الحل في الصفحة التالية



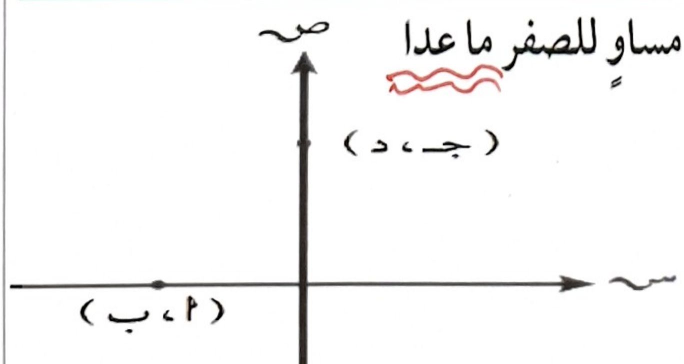
أ) ل × ك < ٠

ب) ل < ك

ج) ل + ك = ٠

د) ك عدد موجب

بالنظر إلى الشكل المرسوم ناتج كلٍّ مما يلي : مساوٍ للصفر ما عدا



أ) أ × ب

ب) أ × جـ

ج) أ × د

د) ب × جـ

H.L.

* من الرسم :

(ل ، ك)

(−٢ ، ١)

أ) ل × ك = −٢ × ١

= −٢ < ٠ ✓

ب) ل < ك ⟸ −٢ < ١ ✓

المطلوب

جـ) ل + ك = ٠ ⟸ −٢ + ١ = −١ ≠ ٠ ، X

د) ك عدد موجب ⟸ ك = ١ ✓

* من الرسم :

(جـ ، د) ، (أ ، ب)

(+ ، +) ، (− ، ٠)

أ) أ × ب = − × ٠ = صفر

ب) أ × جـ = − × + = −

جـ) أ × د = − × + = −

د) ب × جـ = ٠ × + = ٠

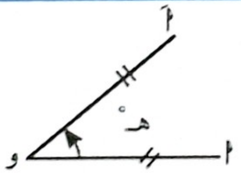
بند (٧-٣) الدوران فى المستوى الإحداثى

إذا كانت (س ، ص) نقطة في المستوى الإحداثي فإنّ :

(س ، ص)	$\xrightarrow{\text{د (و ، ٩٠°)}}$ عكس عقارب الساعة	(− ص ، س)	يُسمّى دوران ربع دورة ($\frac{١}{٤}$ دورة) . عكس عقارب الساعة
(س ، ص)	$\xrightarrow{\text{د (و ، ١٨٠°)}}$ عكس عقارب الساعة	(− س ، − ص)	يُسمّى دوران نصف دورة ($\frac{١}{٢}$ دورة) . عكس عقارب الساعة
(س ، ص)	$\xrightarrow{\text{د (و ، ٢٧٠°)}}$ عكس عقارب الساعة	(ص ، − س)	يُسمّى دوران $\frac{٣}{٤}$ دورة عكس عقارب الساعة

الدوران نصف دورة عكس عقارب الساعة يكافئ دوران نصف دورة مع عقارب الساعة

الدوران : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة أ في المستوى



نقطة أخرى أَ بحيث أ ⟵ أَ ، و أ = و أَ (و تسمى مركز الدوران)

و ⟵ و (نقطة صامدة) ، (أ و̂ أَ) هي زاوية الدوران وقياسها هـ° .

نرمز إلى الدوران الذي مركزه نقطة الأصل (و) وقياس زاويته (هـ°) بالرمز د (و ، هـ°) .

- يتعين الدوران بثلاثة عناصر :

(١) مركز الدوران (٢) قياس زاوية الدوران (٣) اتجاه الدوران

وستقتصر دراستنا على الدوران حول نقطة الأصل في الاتجاه ضد حركة عقارب الساعة .

أكمل الجدول التالي

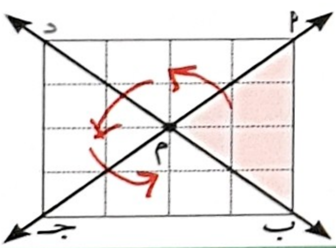
الرؤوس / الدوران	أ (٥ ، ٦)	ب (٢ ، ٦)	جـ (٢ ، ٢)
د (و ، ٩٠°)	أَ (−٦ ، ٥)	بَ (−٦ ، ٢)	جَ (−٢ ، ٢)
د (و ، ١٨٠°)	أً (−٥ ، −٦)	بً (−٢ ، −٦)	جً (−٢ ، −٢)
د (و ، ٢٧٠°)	أً (٦ ، −٥)	بً (٦ ، −٢)	جً (٢ ، −٢)

٢١٠٢٠

أكمل الجدول التالي :

النقطة	د(و، ٩٠°) (-ص، س)	د(و، ١٨٠°) (-س، -ص)	د(و، ٢٧٠°) (ص، -س)
أ(٢، ٥)	(-٥، ٢)	(-٢، -٥)	(٥، -٢)
ب(-٣، ٤)	(-٤، -٣)	(٣، -٤)	(٤، ٣)
جـ(-١، -٧)	(٧، -١)	(١، ٧)	(-٧، ١)
د(-٦، ٠)	(٠، -٦)	(٦، ٠)	(٠، ٦)

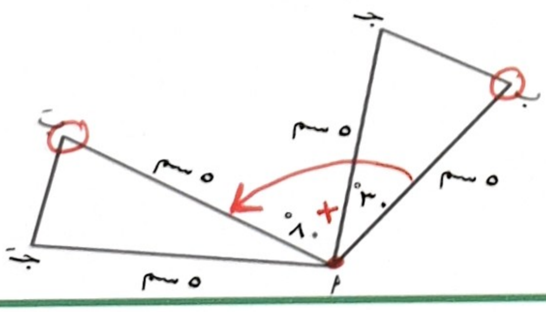
في الشكل المقابل : صورة Δأم ب تحت تأثير د(م ، ٢٧٠°) هي :



أ) Δ د م جـ ب) Δ ب م جـ

جـ) Δ د م أ د) Δ أ ب د

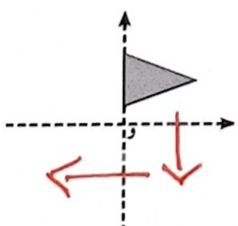
المثلث أ بَ جـَ هو صورة المثلث أ ب جـ بدوران حول أ قياس زاويته = ...



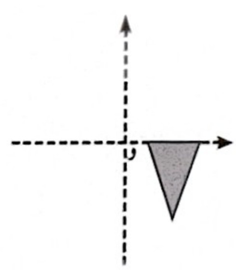
أ) ٣٠° ب) ٨٠°

جـ) ١١٠° د) ١٤٠°

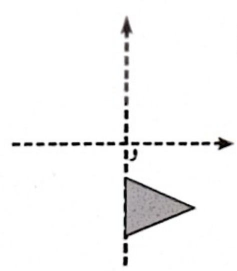
أي الأشكال التالية يظهر نتيجة دوران الشكل نصف دورة باتجاه عقارب الساعة حول النقطة و ؟



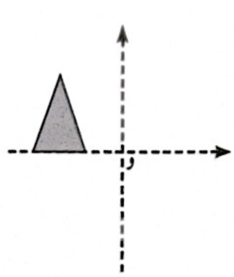
أ)



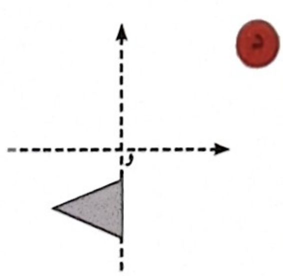
ب)



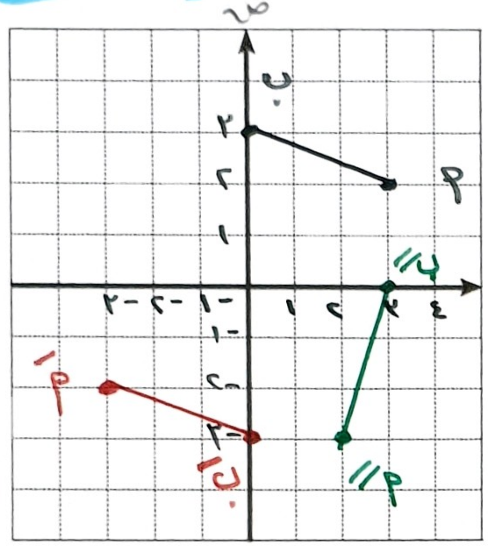
جـ)



د)



H.W.



ارسم أب التي فيها أ (٣ ، ٢) ، ب (٠ ، ٣)

ثم عيّن وارسم صورتها تحت تأثير كلٍّ من :

أ د (و ، ١٨٠°)

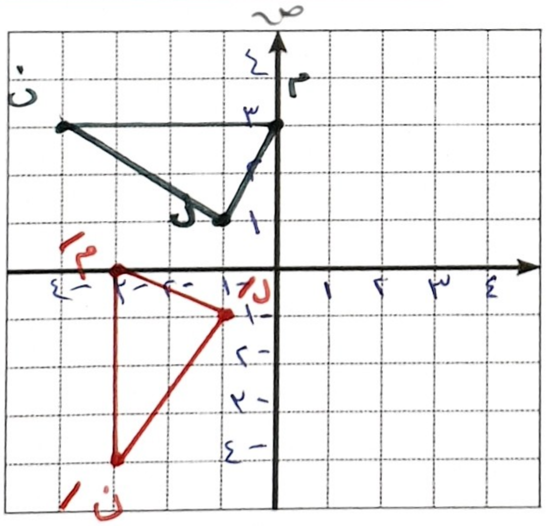
أ (٣ ، ٢) ←د(و، ١٨٠°)— أَ (−٣ ، −٢)

ب (٠ ، ٣) ←د(و، ١٨٠°)— بَ (٠ ، −٣)

ب د (و ، ٢٧٠°)

أ (٣ ، ٢) ←د(و، ٢٧٠°)— أً (٢ ، −٣)

ب (٠ ، ٣) ←د(و، ٢٧٠°)— بً (٣ ، ٠)

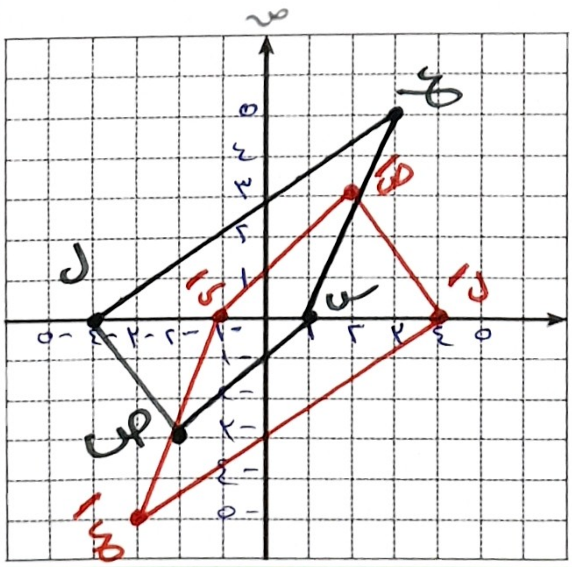


في المستوى الإحداثي ارسم المثلث ل م ن بحيث ل (−١ ، ١) ، م (٠ ، ٣) ، ن (−٤ ، ٣) ثم ارسم صورته بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته ٩٠° .

ل (−١ ، ١) ←د(و، ٩٠°)— لَ (−١ ، −١)

م (٠ ، ٣) ←— مَ (−٣ ، ٠)

ن (−٤ ، ٣) ←— نَ (−٣ ، −٤)



ارسم صورة الشكل الرباعي س ص ع ل ، حيث س (١ ، ٠) ، ص (−٢ ، −٣) ، ع (٣ ، ٥) ، ل (−٤ ، ٠) بالدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ١٨٠° .

(س ، ص) ←د(و، ١٨٠°)— (−س ، −ص)

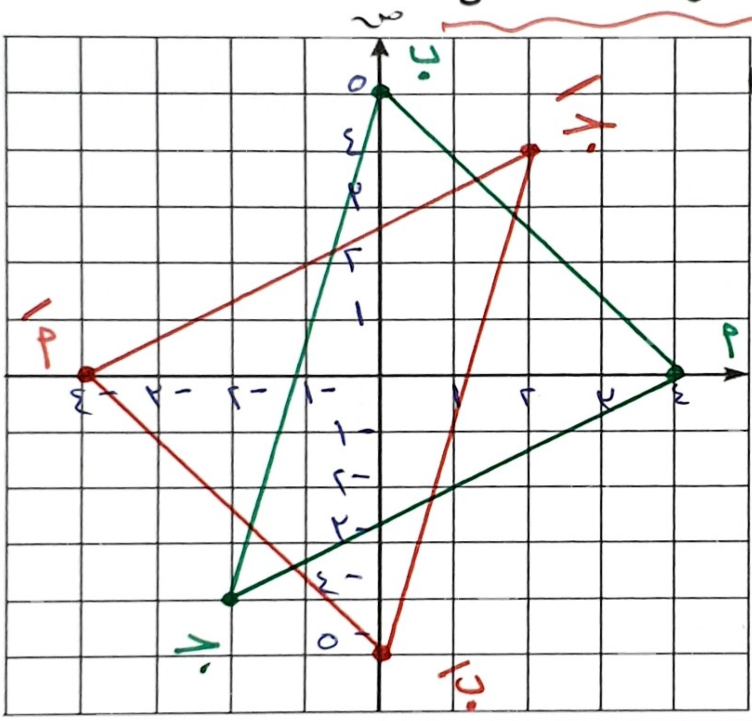
س (١ ، ٠) ←— سَ (−١ ، ٠)

ص (−٢ ، −٣) ←— صَ (٢ ، ٣)

ع (٣ ، ٥) ←— عَ (−٣ ، −٥)

ل (−٤ ، ٠) ←— لَ (٤ ، ٠)

ارسم صورة المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه أ (٤ ، ٠) ، ب (٠ ، ٥) جـ (-٢ ، -٤) بدوران نصف دورة حول نقطة الأصل .



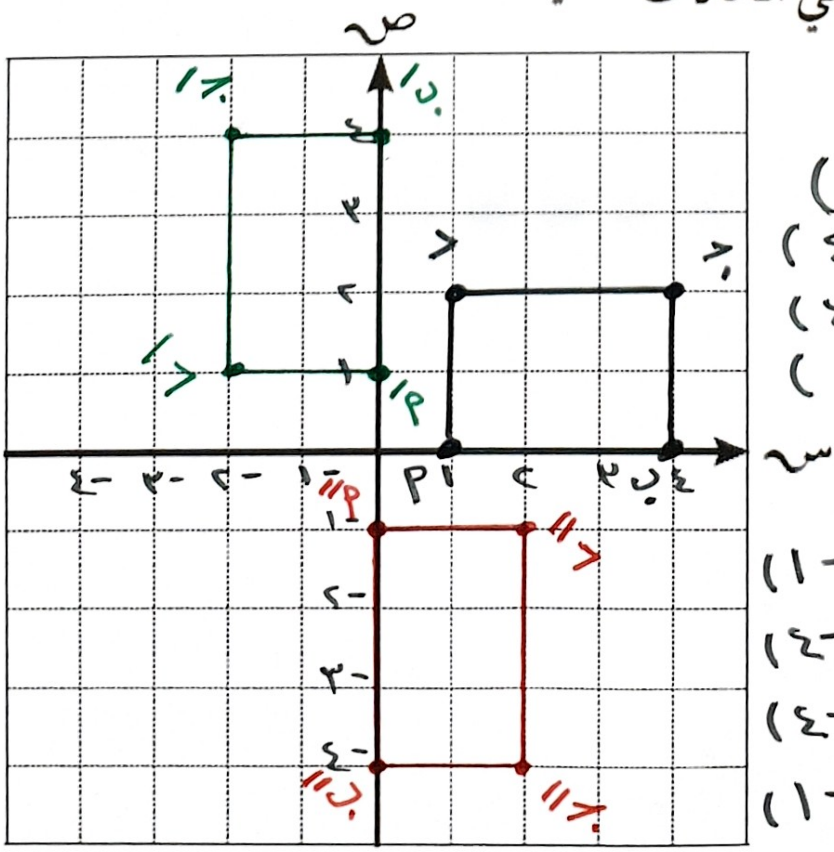
(س ، ص) $\xrightarrow{د(و، ١٨٠°)}$ (-س ، -ص)

أ (٤ ، ٠) ← أَ (-٤ ، ٠)

ب (٠ ، ٥) ← بَ (٠ ، -٥)

جـ (-٢ ، -٤) ← جـَ (٢ ، ٤)

ارسم المستطيل أ ب جـ د الذي رؤوسه أ (١ ، ٠) ، ب (٤ ، ٠) ، جـ (٤ ، ٢) ، د (١ ، ٢) ، ثم ارسم صورته في الحالات التالية :



د(و، ٩٠°)

أ (١ ، ٠) ← أَ (٠ ، ١)

ب (٤ ، ٠) ← بَ (٠ ، ٤)

جـ (٤ ، ٢) ← جـَ (-٢ ، ٤)

د (١ ، ٢) ← دَ (-٢ ، ١)

د(و، ٢٧٠°)

أ (١ ، ٠) ← أً (٠ ، -١)

ب (٤ ، ٠) ← بً (٠ ، -٤)

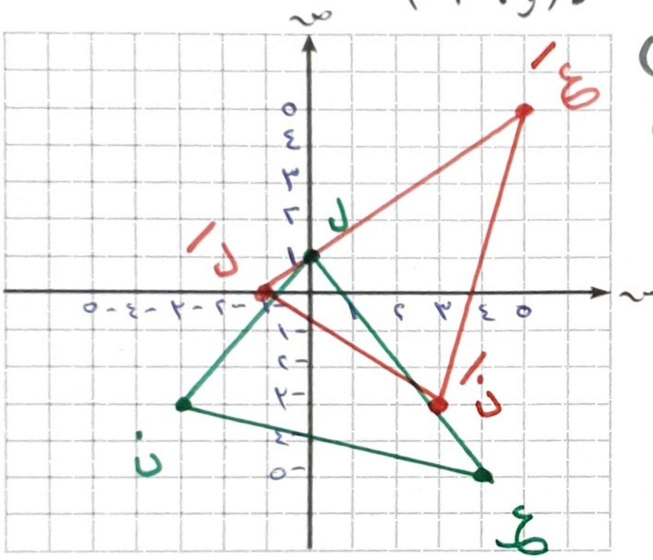
جـ (٤ ، ٢) ← جـً (٢ ، -٤)

د (١ ، ٢) ← دً (٢ ، -١)

١٠٠

ارسم Δ ن ل ع حيث ن (−٣ ، −٣) ، ل (٠ ، ١) ، ع (٤ ، −٥) ، ثم عيّن صورته تحت تأثير كلٍّ من :

د (و ، ٩٠°)



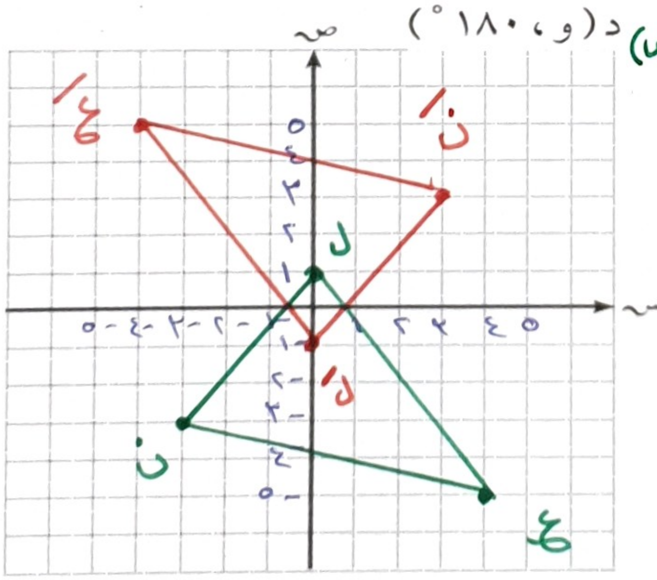
(س ، ص) ⟵ د(و، ٩٠°) ⟵ (−ص ، س)

ن (−٣ ، −٣) ⟵ نَ (٣ ، −٣)

ل (٠ ، ١) ⟵ لَ (−١ ، ٠)

ع (٤ ، −٥) ⟵ عَ (٥ ، ٤)

د (و ، ١٨٠°)



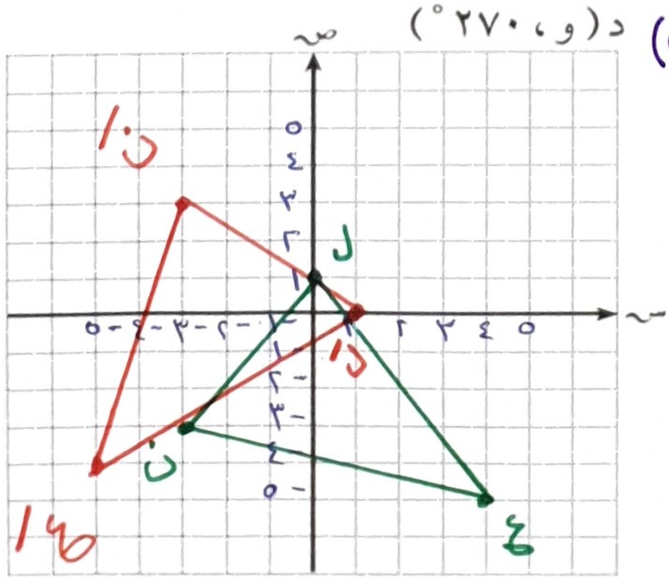
(س ، ص) ⟵ د(و، ١٨٠°) ⟵ (−س ، −ص)

ن (−٣ ، −٣) ⟵ نَ (٣ ، ٣)

ل (٠ ، ١) ⟵ لَ (٠ ، −١)

ع (٤ ، −٥) ⟵ عَ (−٤ ، ٥)

د (و ، ٢٧٠°)



(س ، ص) ⟵ د(و، ٢٧٠°) ⟵ (ص ، −س)

ن (−٣ ، −٣) ⟵ (−٣ ، ٣)

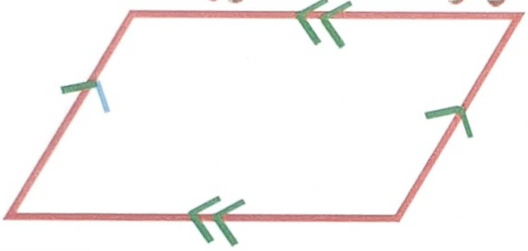
ل (٠ ، ١) ⟵ (١ ، ٠)

ع (٤ ، −٥) ⟵ (−٥ ، −٤)

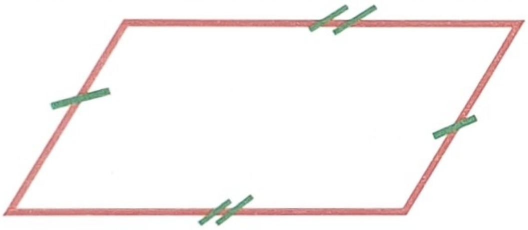
بند (٨-٣) حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

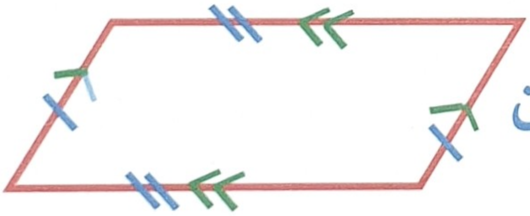
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا توفرت أحد الشروط



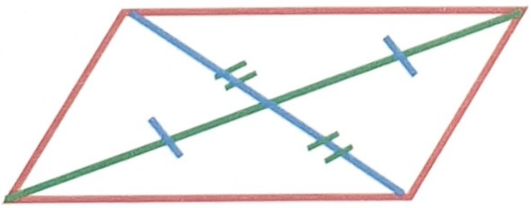
كل ضلعين متقابلين متوازيين



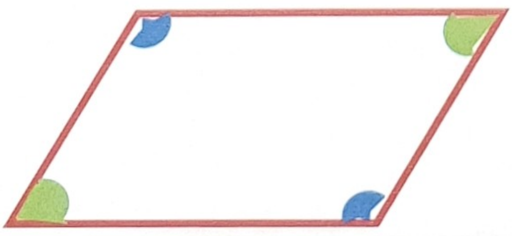
كل ضلعين متقابلين متطابقين



ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين

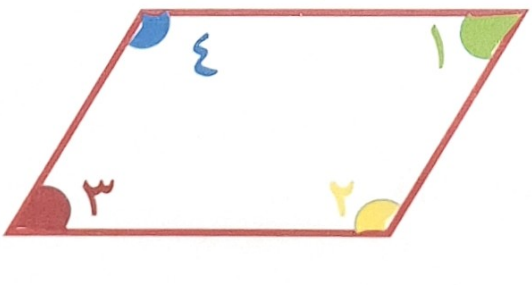


القطران ينصف كل منهما الآخر



كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

كل زاويتين متتاليتين متكاملتين



١̂ + ٢̂ = ١٨٠°

٢̂ + ٣̂ = ١٨٠°

٣̂ + ٤̂ = ١٨٠°

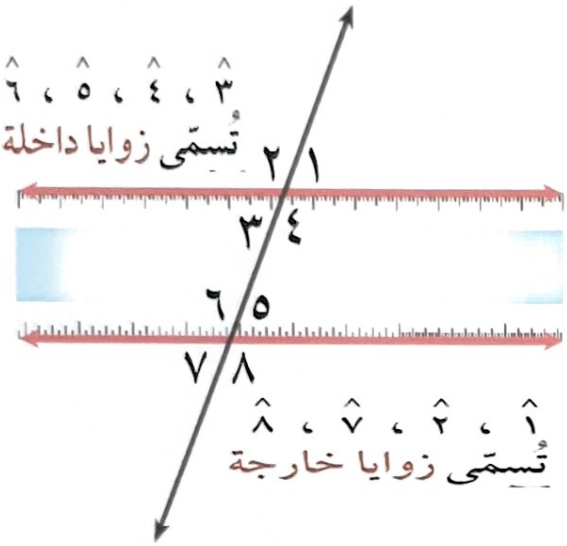
٤̂ + ١̂ = ١٨٠°

كل ضلعان متقابلان متوازيان
كل ضلعان متقابلان متطابقان
أي ضلعين متقابلين متوازيان و متطابقان
كل زاويتين متقابلتين متطابقتين
كل زاويتين متتاليتين متكاملتين
القطران ينصف كل منهما الآخر

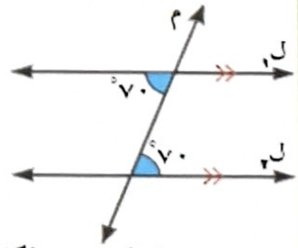
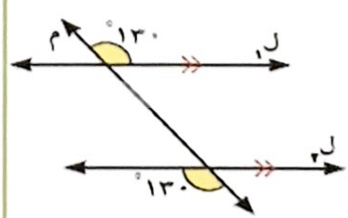
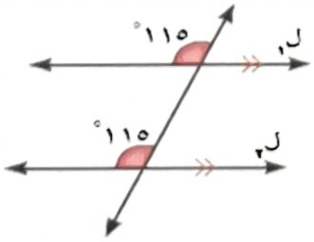
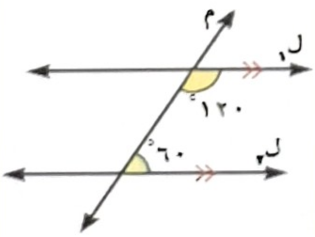
المستقيمات المتوازية

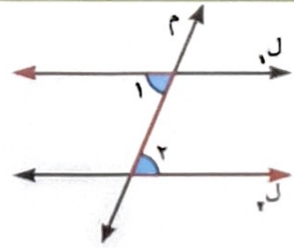
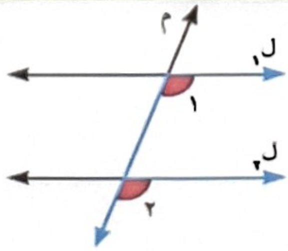
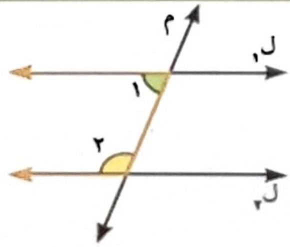
عندما يقطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن:

١	كل زاويتين متبادلتين متطابقتان	$\hat{٤} \cong \hat{٦}$ $\hat{٣} \cong \hat{٥}$
٢	كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	$\hat{١} \cong \hat{٥}$ $\hat{٢} \cong \hat{٦}$ $\hat{٤} \cong \hat{٨}$ $\hat{٣} \cong \hat{٧}$
٣	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان	($\hat{٣}$ ، $\hat{٦}$) ($\hat{٤}$ ، $\hat{٥}$)

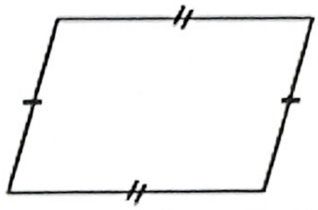


- كلّ زاويتين متجاورتين على مستقيم واحد متكاملتان (مجموع قياسهما = ١٨٠°)
- كلّ زاويتين متقابلتين بالرأس متطابقتان
- الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسهما ١٨٠°
- الزاويتان المتتامتان مجموع قياسهما ٩٠°

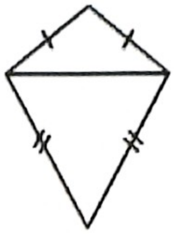
كل زاويتين متبادلتين متطابقتان		كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
 زوايا متبادلة داخليًا	 زوايا متبادلة خارجيًا		

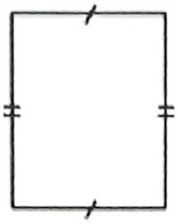
إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى وكان :		
الزاويتان المتبادلتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتناظرتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتحالفتان ١ ، ٢ متكاملتان
 فإنَّ ل١ // ل٢	 فإنَّ ل١ // ل٢	 فإنَّ ل١ // ل٢

أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟ ولماذا ؟



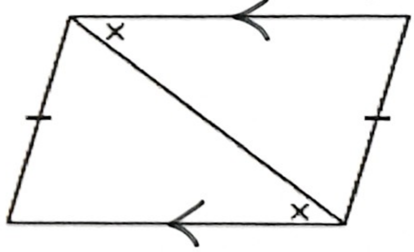
متوازي أضلاع
كل ضلعين متقابلين
متطابقان

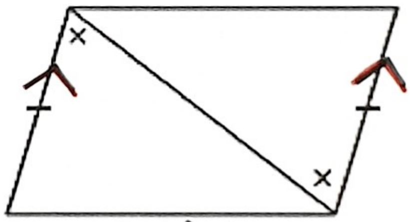




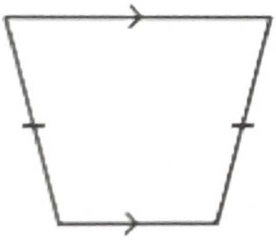
متوازي أضلاع
كل ضلعين متقابلين
متطابقان

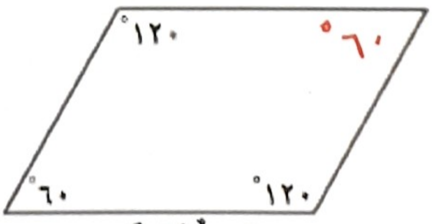
أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟



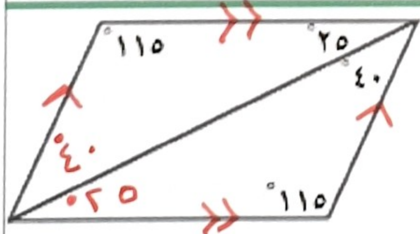


متوازي أضلاع
فيه ضلعان متقابلان
متطابقان ومتوازيان

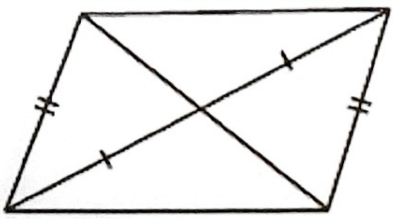


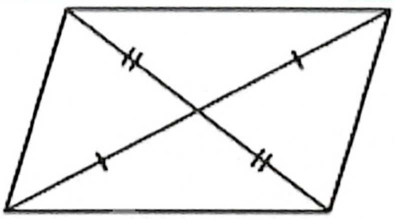


متوازي أضلاع
كل زاويتين متقابلتين
متطابقتان

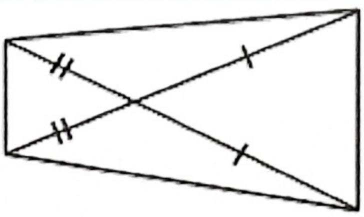


متوازي أضلاع
كل زاويتين متقابلتين
متطابقتان
أو
كل ضلعين متقابلين متوازيان

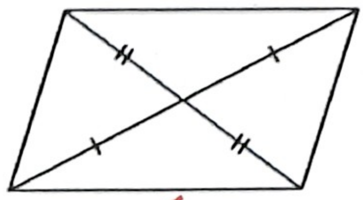




متوازي أضلاع
القطران ينصف كل منهما
الآخر.

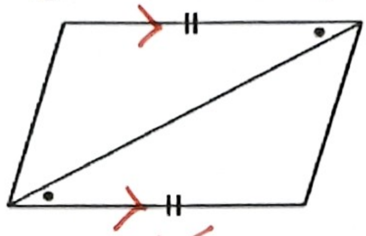


ضع علامة (✓) أسفل الشكل الذي يمثل متوازي أضلاع وفق المعطيات المبينة عليه مع ذكر السبب :



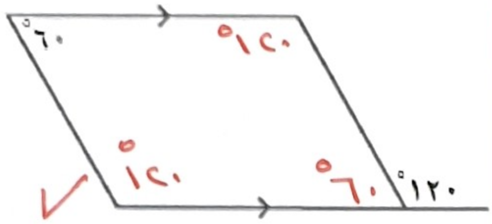
✓

القطران ينصف كل منهما الآخر



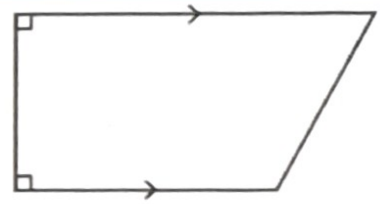
✓

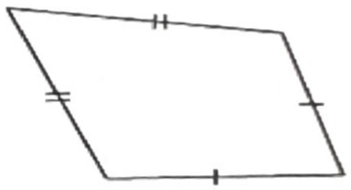
فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان

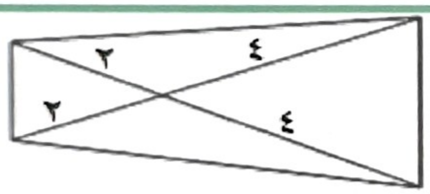


✓

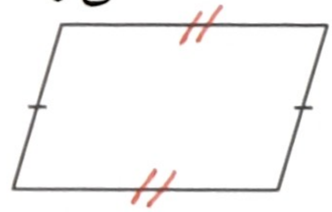
كل زاويتين متقابلتين متطابقتان

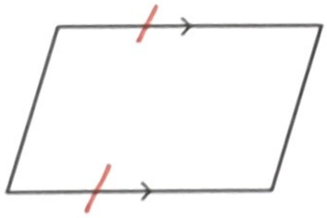


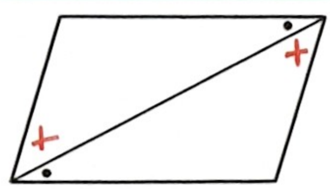


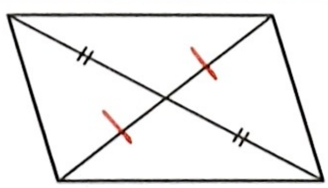


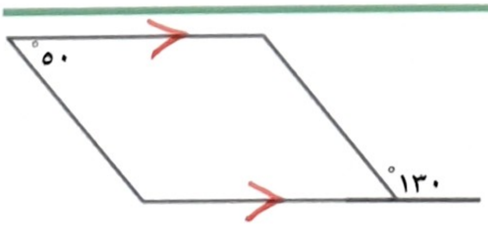
أضف معطى واحدًا فقط من عندك يجعل كلًا من الأشكال التالية متوازي أضلاع :







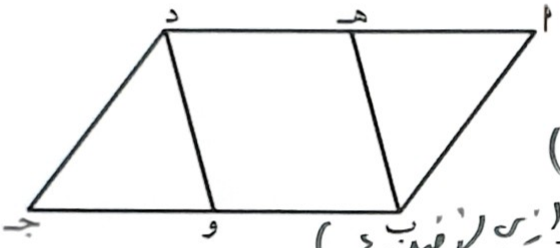




H.L.

إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه هـ منتصف أ د ، و منتصف ب جـ

برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع



البرهان :

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (معطى)

∴ أ د = ب جـ (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ $\frac{1}{2}$ أ د = $\frac{1}{2}$ ب جـ (من خواص المساواة)

هـ منتصف $\overline{\text{أ د}}$ (معطى)

و منتصف ب جـ (معطى)

∴ هـ د = ب و ——(1)

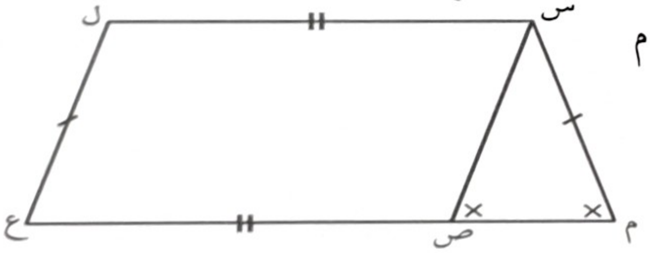
∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ $\overline{\text{هـ د}}$ // $\overline{\text{ب و}}$ ——(2)

من (1) ، (2) ينتج أن أ ب جـ د متوازي أضلاع (فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان)

إذا كان س ل = ص ع ، س م = ل ع ، $\hat{\text{م}}$ ≅ س $\hat{\text{ص}}$ م

برهن أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .



البرهان :

في △ س م ص :

∵ ق(س $\hat{\text{م}}$ ص) = ق(س $\hat{\text{ص}}$ م) (معطى)

∴ س م = س ص (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

س م = ل ع (معطى)

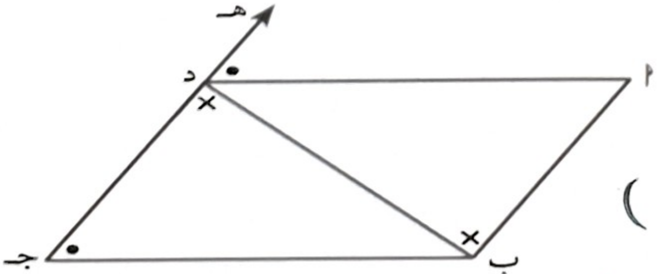
∴ س ص = ل ع (من خواص المساواة) ——(1)

س ل = ص ع (معطى) ——(2)

من (1) ، (2) ينتج أن س ص ع ل متوازي أضلاع (كل ضلعين متقابلين متطابقان)

من البيانات على الشكل المقابل :

أثبت أنَّ أ ب جـ د متوازي أضلاع .



البرهان :

ق(أ $\hat{\text{د}}$ هـ) = ق(ب $\hat{\text{جـ}}$ د) (معطى)

وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ——(1)

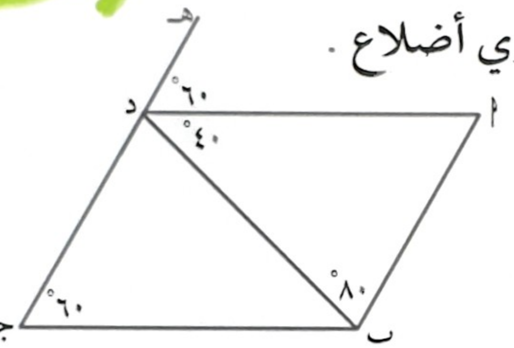
∵ ق(أ $\hat{\text{ب}}$ د) = ق(ب $\hat{\text{د}}$ جـ) (معطى)

وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$ ——(2)

من (1) ، (2) ينتج أن أ ب جـ د متوازي أضلاع (كل ضلعين متقابلين متوازيان)

برهن على أنَّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع .

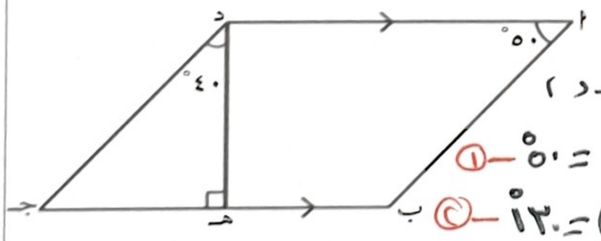


البرهان:

ق(ب د̂ جـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٤٠°)
= ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠°
(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)
ق(ب د̂ جـ) = ق(أ ب̂ د)
وهما في وضع تبادل
∴ أب // جـ د ——— ①
ق(أ د̂ هـ) = ق(د ج̂ ب) (معطى)
وهما في وضع تناظر
∴ أد // ب جـ ——— ②
من ١، ٢ ينتج أن أ ب جـ د متوازي أضلاع
(كل ضلعين متقابلين متوازيان)

إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي فيه أد // ب جـ ، دهـ ⊥ ب جـ ، ق (أ̂) = ٥٠°
ق (هـ د̂ جـ) = ٤٠° ، فبرهن أنَّ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع

البرهان:



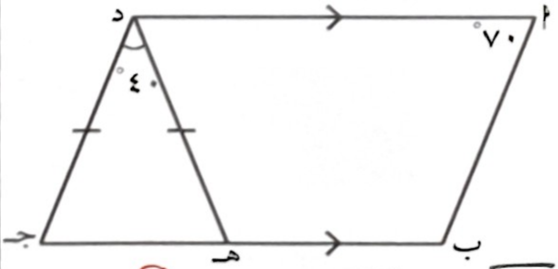
في △ د هـ جـ:
ق(جـ̂) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°)
= ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°
(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)
ق(أ د̂ هـ) = ٩٠°
(بالتبادل والتوازي مع (ب هـ̂ د))
ق(ب̂) = ١٨٠° − ٥٠°
= ١٣٠°
(بالتحالف والتوازي مع (أ̂))

في الشكل أ ب جـ د:
ق(أ̂) = ق(جـ̂) = ٥٠° — ①
ق(ب̂) = ق(د̂) = ١٣٠° — ②
من ١، ٢ ينتج أن الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع
(فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)

في الشكل المقابل : أد // ب جـ ، دهـ = دجـ ، ق (أ̂) = ٧٠°
ق (هـ د̂ جـ) = ٤٠° ، برهن أنَّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع

* من الممكن الحل عن طريق إيجاد الزوايا

البرهان:

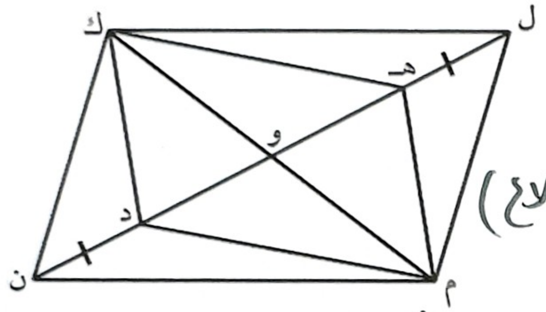


في △ د هـ جـ:
∵ دهـ = دجـ (معطى)
∴ ق(جـ̂) = ق(د هـ̂ جـ) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = $\frac{١٤٠°}{٢}$ = ٧٠°
(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)
ق(ب̂) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°
(بالتحالف والتوازي مع (أ̂))
ق(ب̂) + ق(جـ̂) = ١١٠° + ٧٠°
= ١٨٠°
وهما في وضع تحالف
∴ أب // دجـ ——— ①
أد // ب جـ (معطى) ——— ②
من ١، ٢ ينتج أ ب جـ د متوازي أضلاع
(كل ضلعين متقابلين متوازيان)

H.L.

إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د

برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع



البرهان :

∵ ل م ن ك متوازي أضلاع (معطى)

∴ ل و = ن و (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ ل هـ = ن د (معطى)

∴ ل و - ل هـ = ن و - ن د (من خواص التساوي)

∴ هـ و = د و ——— ①

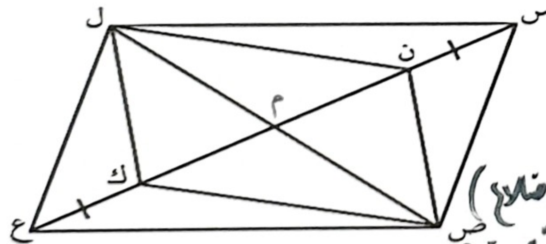
م و = ك و ——— ② (معطى)

من ١ ، ٢ ينتج أن هـ م د ك متوازي أضلاع

(القطران ينصف كل منهما الآخر)

إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، س ن = ك ع

فأثبت أنَّ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع



البرهان :

∵ ن ص ك ل متوازي أضلاع (معطى)

∴ ص م = ل م ——— ① (من خواص متوازي الأضلاع)

ن م = ك م (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ س ن = ع ك (معطى)

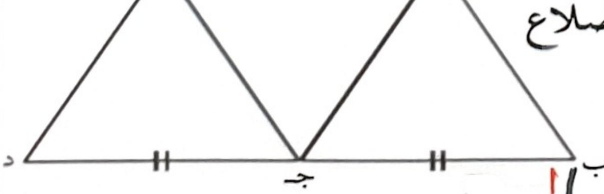
∴ ن م + س ن = ك م + ع ك (من خواص التساوي)

∴ س م = ع م ——— ②

من ١ ، ٢ ينتج أن س ص ع ل متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)

إذا كان أ ب جـ هـ متوازي أضلاع ، ب جـ = جـ د

فبرهن أنَّ الشكل الرباعي أ جـ د هـ متوازي أضلاع



البرهان :

∵ أ ب جـ هـ متوازي أضلاع (معطى)

∴ ب جـ = أ هـ (من خواص متوازي الأضلاع)

ب جـ = د جـ (معطى)

∴ أ هـ = د جـ ——— ① (من خواص التساوي)

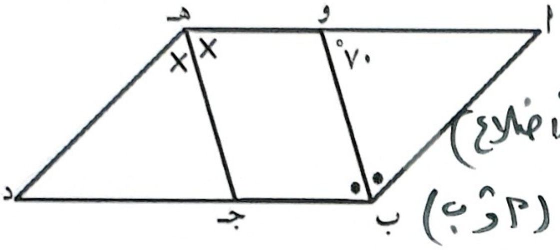
∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$ ——— ②

من ١ ، ٢ ينتج أن أ جـ د هـ متوازي أضلاع (فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان)

H.L.

إذا كان ٩ ب د هـ متوازي أضلاع ، $\overleftarrow{\text{ب و}}$ منصف ٩ $\hat{\text{ب}}$ د ، $\overleftarrow{\text{هـ جـ}}$ منصف ٩ $\hat{\text{هـ}}$ د ، ق (٩ $\hat{\text{و}}$ ب) = ٧٠° ، فبرهن أنَّ الشكل الرباعي و ب جـ هـ متوازي أضلاع .



البرهان :

∵ ٩ ب د هـ متوازي أضلاع (معطى)

∴ ق (٩ $\hat{\text{ب}}$ د) = ق (٩ $\hat{\text{هـ}}$ د) (من خواص متوازي الأضلاع)

ق (و $\hat{\text{ب}}$ جـ) = ٧٠° (بالتبادل والتوازي مع (٩ $\hat{\text{و}}$ ب))

ق (ب $\hat{\text{و}}$ هـ) = ١٨٠° - ٧٠°
= ١١٠° (بالتحالف والتوازي مع (و $\hat{\text{ب}}$ جـ))

ق ($\hat{\text{هـ}}$) = ق ($\hat{\text{ب}}$) (من خواص متوازي الأضلاع

∴ ق (و $\hat{\text{هـ}}$ جـ) = ½ × ١٤٠ = ٧٠°

ق (ب $\hat{\text{جـ}}$ هـ) = ٣٦٠° - (٧٠° + ٧٠° + ١١٠°)
= ٣٦٠° - ٢٥٠°
= ١١٠° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

في الشكل و هـ جـ ب :

ق (و $\hat{\text{ب}}$ جـ) = ق (و $\hat{\text{هـ}}$ جـ) = ٧٠° ——— ①

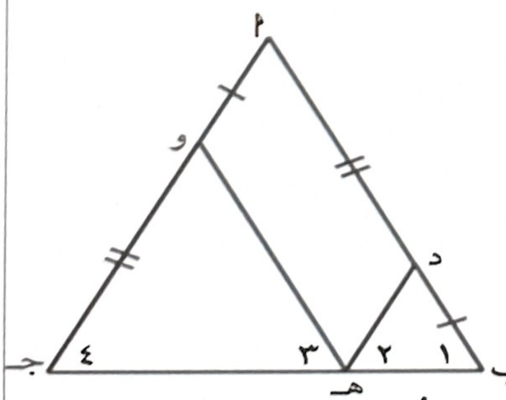
ق (ب $\hat{\text{و}}$ هـ) = ق (ب $\hat{\text{جـ}}$ هـ) = ١١٠° ——— ②

من ١ ، ٢ ينتج أن و ب جـ هـ متوازي أضلاع (كل زاويتين متقابلتين متطابقتين)

في الشكل المقابل : ق ($\hat{1}$) = ق ($\hat{2}$)

ق ($\hat{3}$) = ق ($\hat{4}$) ، ٩د = و جـ ، ٩و = د ب

برهن أنَّ ٩ د هـ و متوازي أضلاع



البرهان :

في △ ب هـ د :

∵ ق ($\hat{1}$) = ق ($\hat{2}$) (معطى)

∴ ب د = هـ د (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

∵ ب د = ٩ و (معطى)

∴ هـ د = ٩ و ——— ① (من خواص التساوي)

في △ هـ و جـ :

∵ ق ($\hat{3}$) = ق ($\hat{4}$) (معطى)

∴ و هـ = و جـ (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

و جـ = ٩ د (معطى)

∴ و هـ = ٩ د ——— ② (من خواص التساوي)

من ١ ، ٢ ينتج أن :
٩ د هـ و متوازي أضلاع
(كل ضلعين متقابلين
متطابقين)