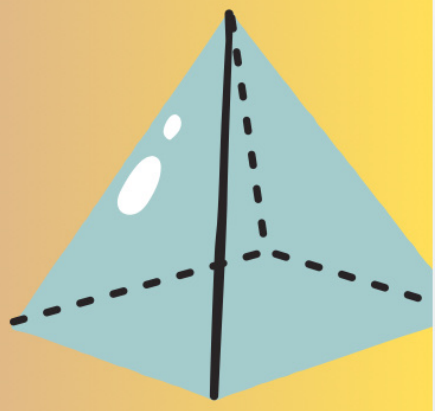
سر التفوق
في الرياضيات





الفصل الدراسي الأول

10

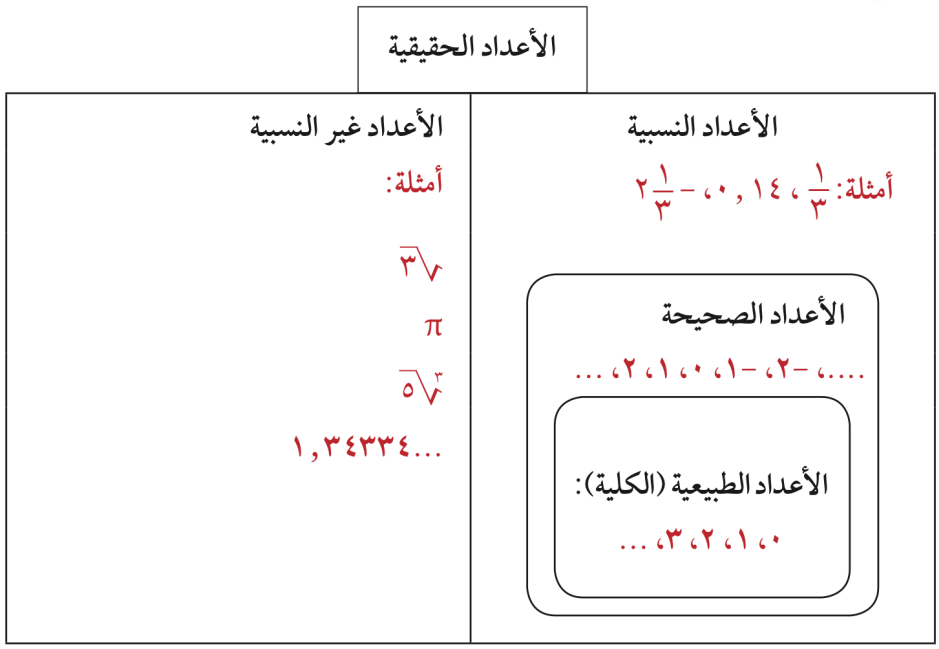


أ/ شكري الجميعي

خواص نظام الأعداد الحقيقية

١-١

يوضّح المخطط التالي العلاقات بين مجموعات الأعداد.



مثال ١

حدد أيًّا من الأعداد التالية عددًا نسبيًّا وأيها عددًا غير نسبي.

أ $-\frac{١٨}{٥}$ ب $\sqrt{٤١}$

ج ٠,٣٣٣... د ١,٠١٠٠١٠٠٠١ ...

الحل

حاول أن تحل

١ حدد أيًّا من الأعداد التالية عددًا نسبيًّا وأيها عددًا غير نسبي: $\frac{\sqrt{٤}}{٣}$ ، ٤, ١ ، $\pi٥$.

الحل

كراسة التمارين

حدد أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأي منها عدد غير نسبي.

(١) ٤ _____ (٢) π _____ (٣) $-\overline{٠,٤٧}$ _____

استخدم رمز علاقة > أو < أو = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

(٤) $٣,١٤ \square \pi$ (٥) $\overline{١٠٧} \square ٠,١٤$ (٦) $٠,٣ \square ٠,\overline{٣}$

خواص نظام الأعداد الحقيقية

مثال ٢

أعط خمسة أعداد حقيقية بين ٣,١٤ ، ٣,١٥.

الحل

حاول أنه تحل

٢ أعط ستة أعداد حقيقية بين ١,٤١٤ ، ١,٤١٥.

الحل

كراسة التمارين

في التمارين (٢٠-٢٢) أجب بصح أو خطأ.

(٢٠) العدد $٠,\overline{٤}$ هو عدد غير نسبي.

(٢١) إذا كانت أ ≥ ب فإن العدد أ - ب ≥ ٠.

(٢٢) العدد الحقيقي ٥,١٦٣ يقع بين العددين الحقيقين ٥,١٦ ، ٥,١٧.

في التمارين (٥-٨) استخدم رمز علاقة > أو < أو = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

(٥) $٠,٨ \square \frac{٤}{٥}$ (٦) $٠,٧٢٧٣٧٤ \square ٠,٧٣٧٣٧٣$

(٧) $\overline{٣٧} \square -\overline{٥٧}$ (٨) $٠,\overline{٦} \square \frac{٢}{٣}$

الفترات

مثال ٢ اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية:

الحل

أ $[٣ ،١-)$

ب $[٥ ،٤]$

جـ $(٢ ،\infty-)$

د $(\infty ،٤]$

حاول أن تحل

٣ اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية:

أ $(١ ،٢-)$ ب $[٣ ،\infty-)$

٤ مثل كلًّا مما يلي على خط الأعداد:

أ $[٢ ،\infty) \cup (\infty- ،٣-)$ ب $[٥- ،\infty-) \cup [١- ،\infty)$

الحل

Mr. Shokry

أسئلة موضوعية

(١) العدد $0,\overline{4}$ عدد نسبي

أ ب

(٢) العدد ٠,١٤١٤٤١٤٤٠٠٠٠٠٠ عدد غير نسبي

أ ب

(٣) $\sqrt{\frac{٩}{١٦}}$ عدد نسبي

أ ب

(٤) المتباينة : ٤ < س ≤ ٨ يعبر عنها بالفترة :

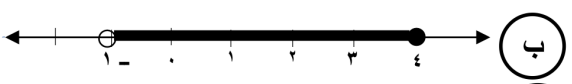
أ $(٤ , ٨)$ ب $(٤ , ٨]$ جـ $[٤ , ٨)$ د $[٤ , ٨]$

(١) التمثيل البياني للفترة [ـ ١ ، ٤) هو

أ



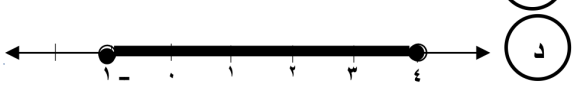
ب



جـ



د



١ـ٣ حل المتباينات

حاول أن تحل

١ أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد لكل مما يلي:

أ ص − ٤ ≤ ١ ب ١٢ ≥ س − ٥

الحل

Mr. Shokry

مثال ٢ أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{س}{-٢} < ١$ ، ومثل الحلول بيانيًّا على خط الأعداد.

الحل

حاول أن تحل

٣ أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{ب}{٤} \leq ١$ ، ومثل الحلول بيانيًّا على خط الأعداد.

الحل

مثال ٥ أوجد مجموعة حل المتباينة: $٢(م + ٢) - ٣م \leq ١$ ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد.

الحل

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

٥ أوجد مجموعة حل المتباينة ثم مثّل الحل على خط الأعداد:

الحل

أ ٣ (س + ٤) + ٥ س ≥ ٢.

ب −٣ ≥ ١ − ٢س > ٣

مثال ٦ أوجد مجموعة حل المتباينة ٦س − ١٥ > ٤س + ١ ومثّل الحلّ على خط الأعداد.

الحل

حاول أنه تحل

٧ أوجد مجموعة حل المتباينات التالية، ومثلها على خط الأعداد إن أمكن.

الحل

أ ٢(٢س − ٨) > ٤س + ٢

ب ٣س + ٧ > ٣(س − ٣)

Mr. Shokry

١-٤ القيمة المطلقة

تعريف:

لكل عدد حقيقي س يكون:

$$|س| = \begin{cases} س & \text{إذا كان } س > ٠ \\ ٠ & \text{إذا كان } س = ٠ \\ -س & \text{إذا كان } س < ٠ \end{cases}$$

ليكن أ، ب ∈ ح

١) $|أ| \geq ٠$

٢) $|-أ| = |أ|$

٣) $|أ \times ب| = |أ| \times |ب|$

٤) $\left|\frac{أ}{ب}\right| = \frac{|أ|}{|ب|}$، حيث ب ≠ ٠

٥) $|أ| \geq أ$

٦) $|أ - ب| = |ب - أ|$

حاول أن تحل

١ أعد تعريف كلّ مما يلي دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

أ $|س + ٣|$

ب $|٤ - ٢س|$

الحل

حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة

نتيجة

١) إذا كان أ عددًا حقيقيًّا موجبًا فإن حل المعادلة $|س| = أ$ هو: $س = أ$ أو $س = -أ$ وتكون مجموعة الحل $\{-أ، أ\}$.

٢) إذا كان أ عددًا حقيقيًّا سالبًا فإن المعادلة $|س| = أ$ مجموعة حلها ∅

٣) إذا كان أ = ٠ فإن $|س| = أ$ مجموعة حلها $\{٠\}$.

تذكر أن : $|أ - س| = |س - أ|$

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

٢ أوجد مجموعة حل كلّ من المعادلتين

أ $|٥س + ٣| = ٨$

ب $|٢س - ١| = ٠$

الحل

حاول أنه تحل

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة: $٥ + |-٢س + ٤| = ٠$

الحل

Mr. Shokry

مثال ٤ أوجد مجموعة حل المعادلة $٤|٢س + ٣| - ٥ = ١١$

الحل

حاول أن تحل

٤ أوجد مجموعة حل كلّ من المعادلتين:

أ $٣|٢س + ٤| - ٦ = ٠$

ب $|٥س - ٤| + ٣ = ٠$

الحل

- من خواص القيمة المطلقة :

(١) | أ ـ س | = | س ـ أ | (٢) | س^{٢} | = | س |^{٢} = س^{٢}

(٣) إذا كان | س | = | ص | فإن (أ) س = ص أو س = ـ ص (ب) (| س |)^{٢} = (| ص |)^{٢}

مثال ٥ أوجد مجموعة حل المعادلة: |٢م − ٣| = |م + ١|

الحل

حاول أن تحل

٥ أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين التاليتين:

أ |ص − ٥| = |٢ص + ٣| ب |س − ٥| = |س − ٧|

الحل

Mr. Shokry

مثال ٦

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|٢س + ٣| = ٣س - ٢$

الحل

حاول أنه تحل

٦ أوجد مجموعة حل المعادلة: $|٤س - ١| = س + ٢$.

الحل

حل متباينات تتضمن قيمة مطلقة

ليكن ا عددًا حقيقيًا موجبًا.

١ |س| ≥ ا تكافئ −ا ≥ س ≥ ا

٢ |س| ≤ ا تكافئ س ≤ ا أو س ≥ −ا

مثال ٦

أوجد مجموعة حل المتباينة ٤|٢س + ١| + ٤ ≥ ١٢، ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد.

الحل

امتحانات سابقة

أوجد مجموعة حل المتباينة |٢ س − ٣| − ١ ≥ ٦

ومثل مجموعة الحل بيانيا على خط الأعداد .

الحل

Mr. Shokry

امتحانات سابقة

أوجد مجموعة حل المتباينة $٣|٢ص - ١| \geq ٢١$

ومثل مجموعة الحل بيانيا على خط الأعداد .

الحل

مثال ٦

أوجد مجموعة حل المتباينة: $٢|٣م - ٤| - ١ > ٥$، ومثّل الحل على خط الأعداد.

الحل

Mr. Shokry

كراسة التمارين

(١٤) **الاختيار من متعدد:** أحد حلول المعادلة |س − ٣| = س − ٣ هو:

(أ) −٣ (ب) ٠

(جـ) ١ (د) ٣

(١٠) مجموعة حل المعادلة |٣س − ٢| = ٣س − ٢ هي:

(أ) $[\frac{٢}{٣}، +\infty)$ (ب) $(\frac{٢}{٣}، +\infty)$

(جـ) $(-\infty، \frac{٢}{٣})$ (د) $(-\infty، \frac{٢}{٣}]$

(١١) حل المتباينة $|\frac{٣ - س}{٢}| < ٤$ هو:

(أ) −٥ < س < ١١ (ب) −١١ < س < −٥

(جـ) ٥ < س < ١١ (د) −١ < س < ١١

امتحانات سابقة

- مجموعة حل المتباينة | س | − ١ ≥ ٣ هي (− ٤ ، ٤) (أ) (ب)

- مجموعة حل المتباينة | س +٤ | > ٥ هي (−٥ ، ٥) (أ) (ب)

- أحد حلول المعادلة | س − ٣ | = س − ٣ هو :

(أ) ١ (ب) صفر (ج) −٣ (د) ٣

- مجموعة حل المتباينة −٣ ≤ ١− ٢س < ٣ هي :

(أ) [−١ ، ٢] (ب) [−١ ، ٢) (جـ) (-١ ، ٢] (د) (−١ ، ٢)

- مجموعة حل المعادلة | س − ٥ | = | س + ٥ | هي :

① { ٠ } ② { ٥ } ③ { − ٥ } ④ ϕ

- مجموعة حل المتباينة : ٤ − س > ٢ هي

① (− ∞ ، ٢) ② (− ٢ ، ∞) ③ (٢ ، ∞) ④ (− ∞ ، ٦)

Mr. Shokry

دالة القيمة المطلقة

رأس منحنى الدالة ص = |أ س + ب| + جـ هو النقطة $\left(-\frac{ب}{أ}\ ،\ جـ\right)$

ملاحظة: رأس منحنى الدالة ص = |أ س + ب| هو النقطة $\left(-\frac{ب}{أ}\ ،\ ٠\right)$

رسم بيان دوال المطلق باستخدام بعض التحويلات الهندسية

مثال ٥ استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة:

أ ص = |س| + ٣

ب ص = −|س| + ٢

الحل

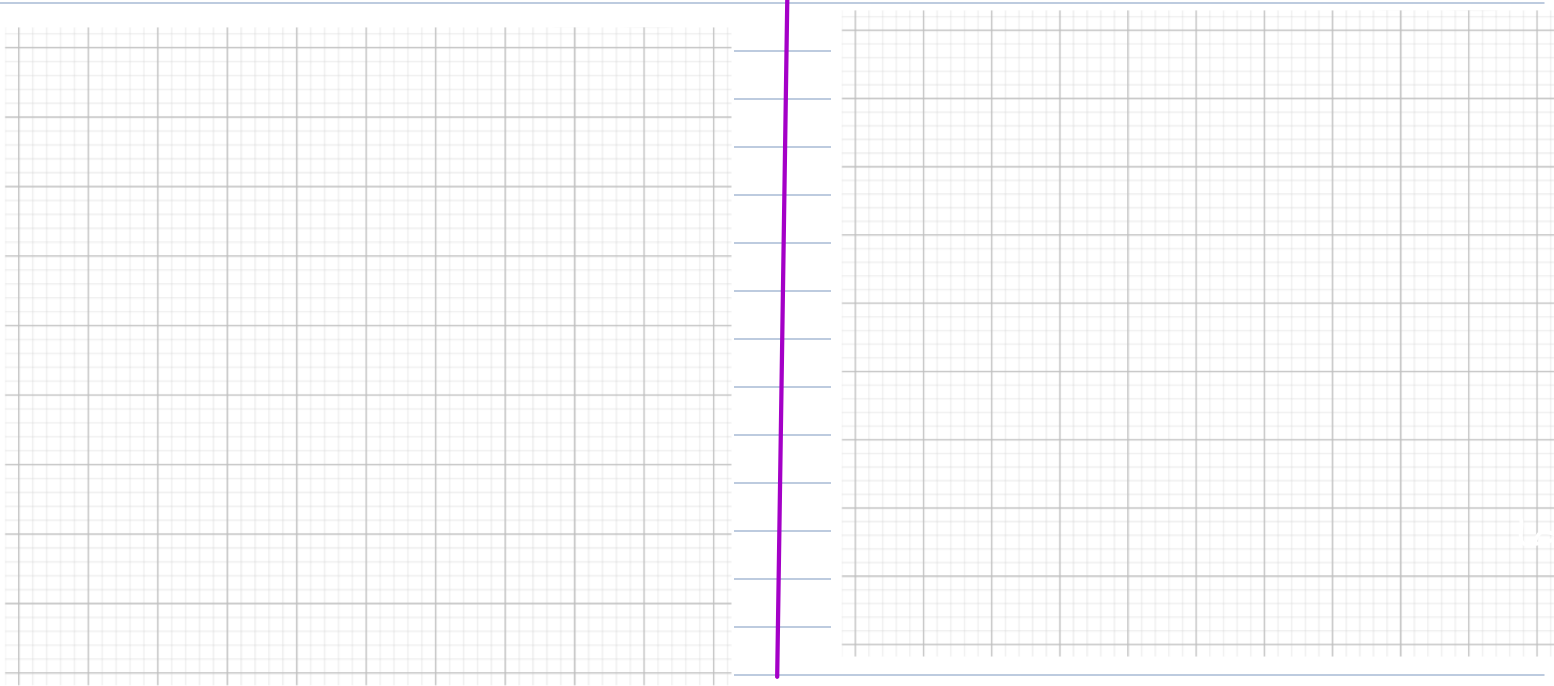
مثال ٦

استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة:

أ ص = |س + ٢|

ب ص = |س − ٣|

الحل



حاول أن تحل

٦ استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة ص = $\left|س + \frac{٥}{٢}\right|$.

الحل

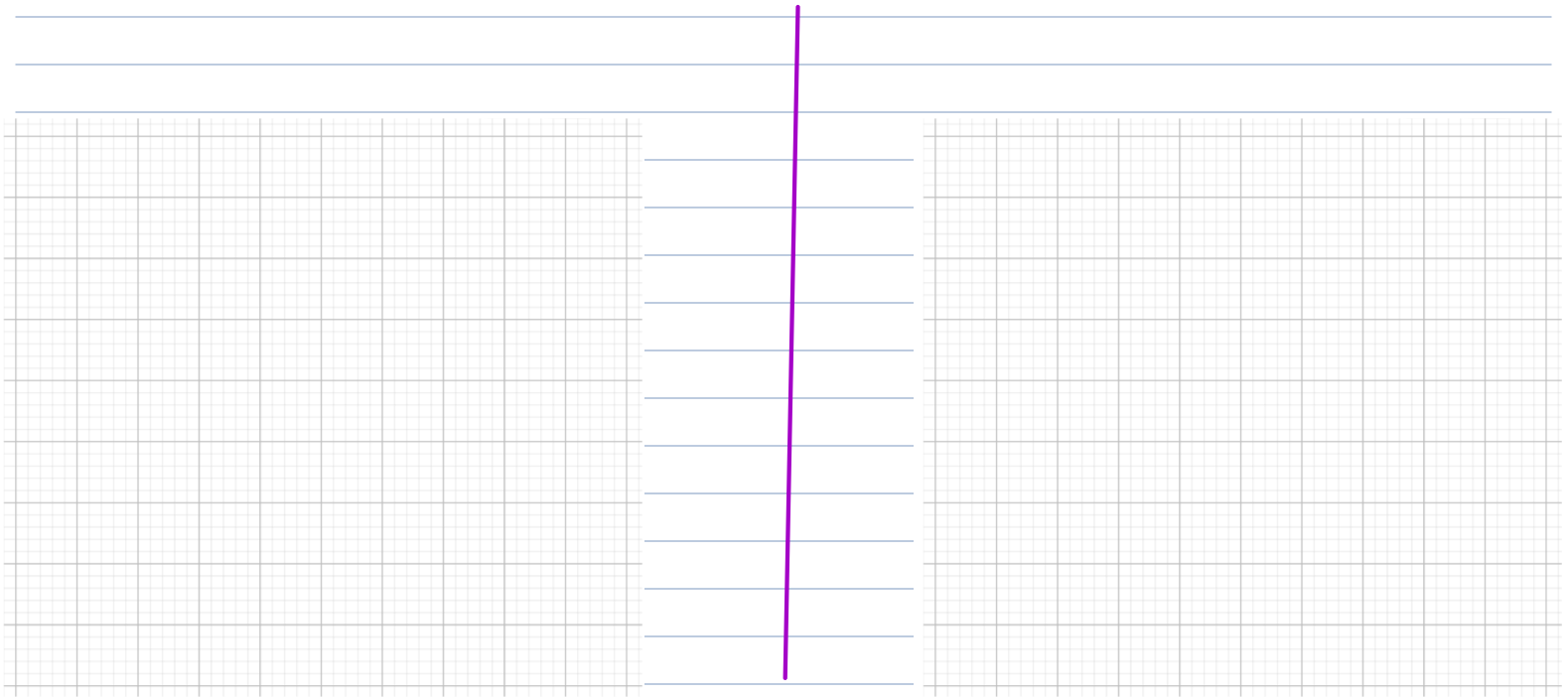
حاول أن تحل

٧ لكلّ من الدالتين، حدد دالة المرجع وقيمة مسافة الانسحاب ل، ثم ارسم بيانيًّا كل دالة مستخدمًا الانسحاب.

أ ص = − |س − ٢| .

ب ص = −|س + ٣| .

الحل



مثال ٨

استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة:

أ ص = |س − ٢| + ١

ب ص = −|س + ٣| − ٢

الحل



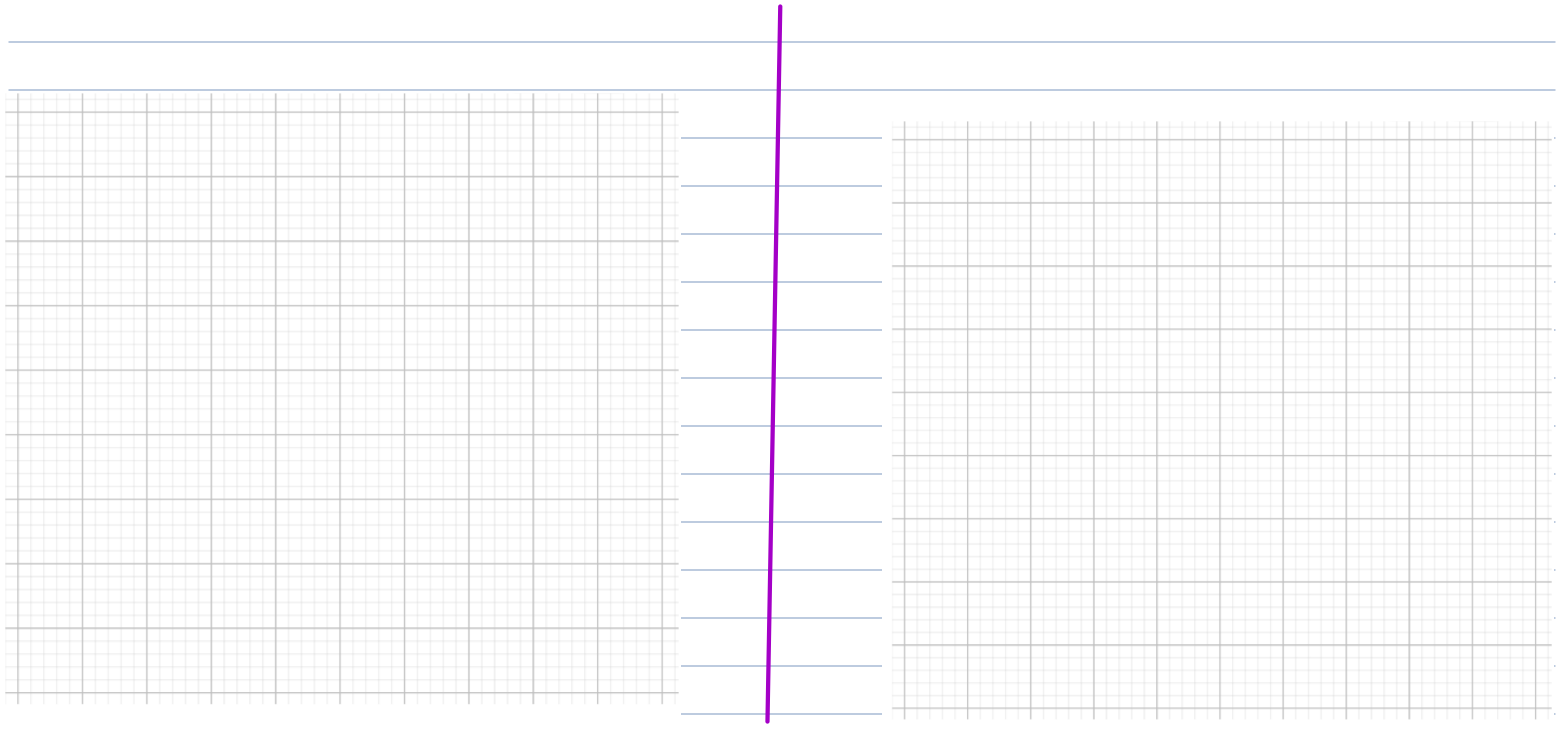
حاول أن تحل

٨ استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة:

أ ص = |س + ٤| + ٣

ب ص = −|س − ٥| − ٣

الحل

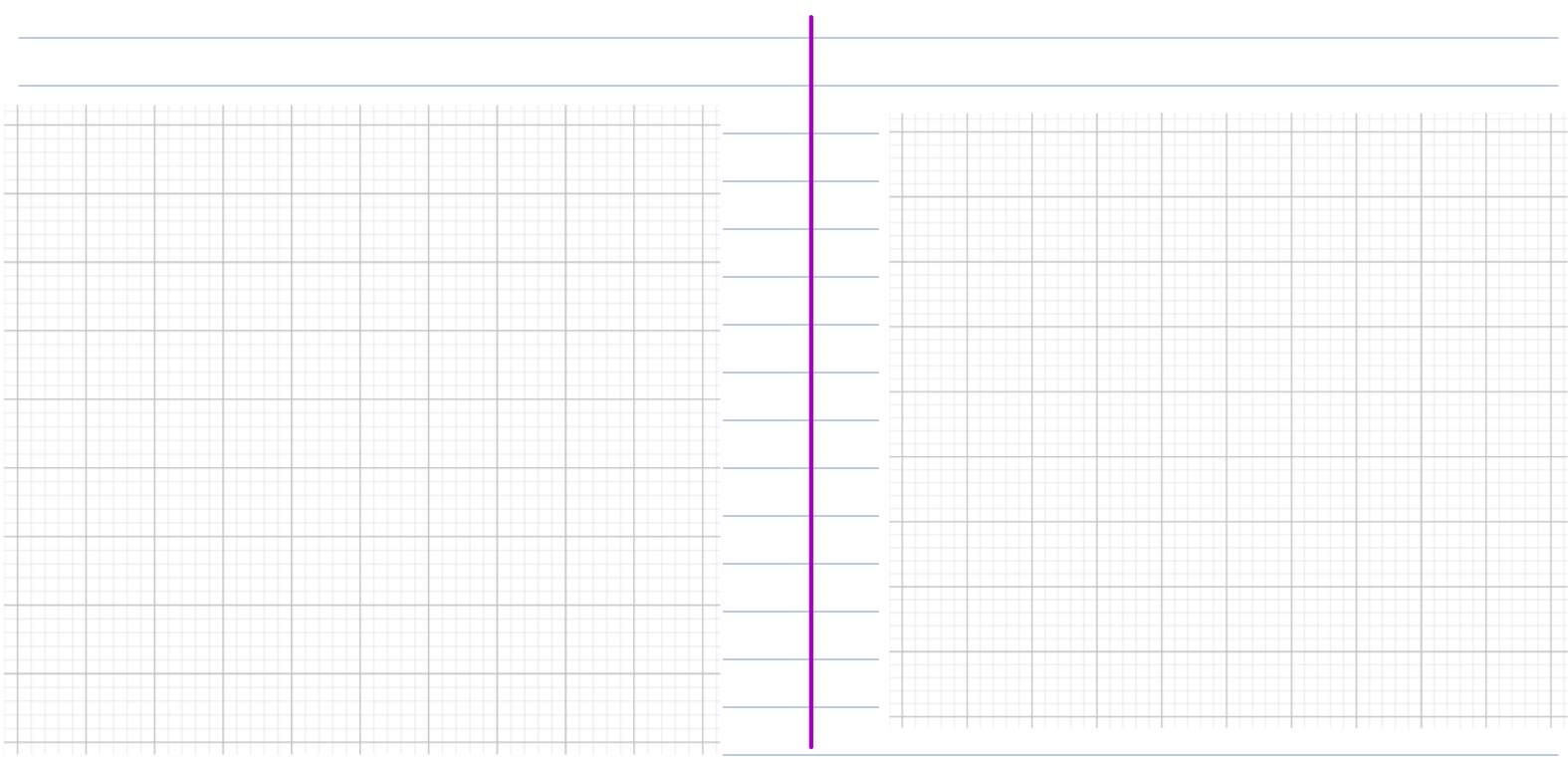


كراسة التمارين

١٤ ص = ٢ − |س|

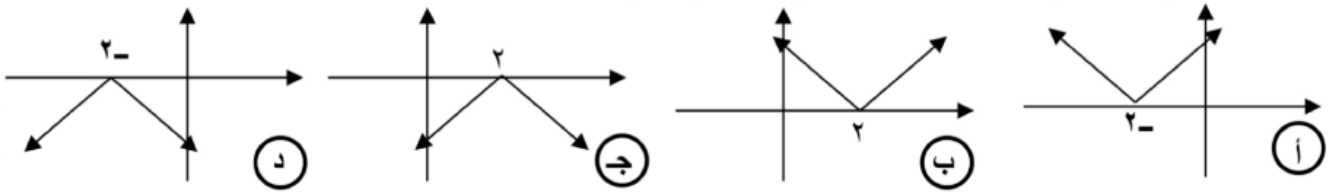
١٦ ص = |س + ٢| − ٣

الحل



امتحانات سابقة

سؤال موضوعي : إذا تم انسحاب دالة المرجع ص = | س | وحدتين جهة اليمين فإن بيان الدالة الجديدة هو



تم انسحاب بيان الدالة ص = | س | ثلاث وحدات إلى الأسفل وحدتين إلى اليمين فإن معادلة الدالة الجديدة هي

(أ) ص = | س +٢| +٣ (ب) ص = |س +٢| -٣ (جـ) ص = |س -٢| +٣ (د) ص = |س -٢| -٣

تم انسحاب بيان الدالة ص = | س | ثلاث وحدات إلى الأسفل ووحدتين إلى اليمين.
فإن الدالة الناتجة هي :

(أ) ص = | س − ٢ | − ٣ (ب) ص = | س + ٢ | − ٣
(ج) ص = | س − ٢ | + ٣ (د) ص = | س + ٢ | + ٣

Mr. Shokry

حل نظام معادلتين خطيتين

طريقة الحذف

مثال ٢

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٢س - ص = ١٣ \\ ٣س + ص = ٧ \end{cases}$

الحل

حاول أن تحل

٢ استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٢س + ٣ص = ١١ \\ -٢س + ٤ص = ١٠ \end{cases}$

الحل

مثال ٣

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٢س + ٣ص = ٣ \\ ٣س - ٥ص = ١٤ \end{cases}$

الحل

حاول أن تحل

٣ استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٢س + ٣ص = ١٢ \\ ٥س - ص = ١٣ \end{cases}$

الحل

Mr. Shokry

طريقة التعويض.

حاول أن تحل

٤ حل النظام $\begin{cases} ت = ٢ر + ٣ \\ ٥ر - ٤ت = ٦ \end{cases}$ مستخدمًا طريقة التعويض

الحل

كراسة التمارين

اختر طريقة الحل التي تراها الأفضل لإيجاد مجموعة الحل.

(١١) $\begin{cases} ٣س - ص = ٥ \\ ص = ٤س + ٢ \end{cases}$

الحل

اختر طريقة الحل التي تراها الأفضل لإيجاد مجموعة الحل.

(١٢) $\left\{\begin{array}{l} ٢س - ٣ص = ٤ \\ ٢س - ٥ص = -٦ \end{array}\right.$

الحل

امتحانات سابقة

- مجموعة حل النظام $\left\{\begin{array}{l} ٢س - ٣ص = ١ \\ ٣س + ٤ص = ١٠ \end{array}\right.$ هي $\{(١ ، ٢)\}$

- مجموعة حل النظام $\left\{\begin{array}{l} س + ص = ١٤ \\ س - ص = ٢ \end{array}\right.$ هي

(أ) $\{(٨ ، -٦)\}$ (ب) $\{(٦ ، ٨)\}$ (جـ) $\{(٨ ، ٦)\}$ (د) $\{(٧ ، ٦)\}$

Mr. Shokry

حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد

١- حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد بإكمال المربع:

مثال ١ أوجد مجموعة حلّ المعادلة: $س^{٢} + ١٠ س = -١٦$ بإكمال المربع

الحل

حاول أن تحل

١ حلّ المعادلة: $س^{٢} - ٨ س = -١٥$ بإكمال المربع.

الحل

حـــل معادلات من الدرجة الثانية

$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ ، أ \neq ٠$

القانون: $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$

المميز: $ب^{٢} - ٤ أ جـ = ٠$

- $ب^{٢} - ٤ أ جـ > ٠$ (عدد موجب) ← الجذران حقيقيان (مختلفان)
- $ب^{٢} - ٤ أ جـ = ٠$ ← الجذران حقيقيان متساويان
- $ب^{٢} - ٤ أ جـ < ٠$ (عدد سالب) ← جذران غير حقيقيين

● أوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام القانون :

$٢ س^{٢} - س - ٥ = ٠$

● حدد نوع جذري المعادلة $٢ س^{٢} - ٩ س - ٥ = ٠$

ثم أوجد مجموعة حل المعادلة باستخدام القانون

الحل

حاول أن تحل

٢ باستخدام القانون، أوجد مجموعة حل المعادلة:

أ $س^{٢} - ٦س + ٥ = ٠$

ب $س(س - ٢) = ٧$

الحل

حاول أن تحل

٣ أوجد مجموعة حلّ المعادلة: $٤س^{٢} = ١٣س - ٩$

الحل

حاول أنه تحل

٥ حدد نوع جذري المعادلة: $٢س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$، تحقق من الحل جبريًا

الحل

حاول أنه تحل

٦ حدد نوع جذري المعادلة: $س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = ٠$، تحقق من الحل جبريًا

الحل

حاول أنه تحل

٧ حدد نوع جذري المعادلة: $س^{٢} - ٥س + ٧ = ٠$

الحل

مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية:

إذا كان جذرا المعادلة: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ هما م، ن

فإن: م + ن = $-\frac{ب}{أ}$ ، م × ن = $\frac{جـ}{أ}$

إيجاد المعادلة التربيعية إذا علم جذراها:

المعادلة على الصورة: س^{٢} − (م + ن)س + م ن = ٠

حاول أن تحل

٨ بدون حلّ المعادلة، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: ٤ س^{٢} − ٩ س + ٣ = ٠ إذا وجدا.

الحل

مثال ٩ إذا كان مجموع جذري المعادلة: ٢ س^{٢} + ب س − ٥ = ٠ يساوي ١ . فأوجد قيمة ب، ثم حلّ المعادلة.

الحل

حاول أنه تحل

٩ إذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة: ٢س^{٢} − ٥س + ٢ = ٠ يساوي $\frac{٢}{٣}$. فأوجد قيمة ٢، ثم حلّ المعادلة.

الحل

مثال ١٠ أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣، ٥

الحل

حاول أنه تحل

٩ إذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة: ٢س^{٢} − ٥س + ٢ = ٠ يساوي $\frac{٢}{٣}$. فأوجد قيمة ٢، ثم حلّ المعادلة.

الحل

- للمعادلة م^{٢} + ٤ م + ٥ = ٠ جذران حقيقيان مختلفان (أ) (ب)

- المعادلة التربيعية التي جذراها ٣ ، ٥ هي :

(أ) س^{٢} + ٢س + ١٥ = ٠ (ب) س^{٢} −٢س +١٥ = ٠

(حـ) س^{٢} − ٨س +١٥ = ٠ (د) س^{٢} + ٨س +١٥ = ٠

- إذا كان م ، ن جذرين للمعادلة التربيعية : ٣ س^{٢} + ٢ س − ٣ = ٠

فإن م × ن يساوي :

(أ) ١ (ب) ٠ (ج) −١ (د) $\frac{٢}{٣}$

- قيمة ك التي تجعل للمعادلة : ك س^{٢} + ٤٠ س + ٢٥ = ٠ جذران حقيقيان متساويان هي:

(أ) ٩ (ب) ١٦ (جـ) −١٦ (د) ٢٥

- المعادلة التي أحد جذراها هو مجموع جذري المعادلة : س^{٢} − ٥س + ٦ = ٠

وجذرها الآخر هو (− ٥) هي :

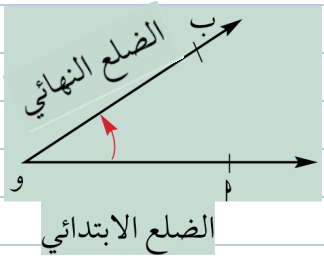
(أ) س^{٢} − ٥= ٠ (ب) س^{٢} − ٥س − ٥ = ٠

(ج) س^{٢} − ٢٥= ٠ (د) س^{٢} − ١٠س + ٢٥ = ٠

Mr. Shokry

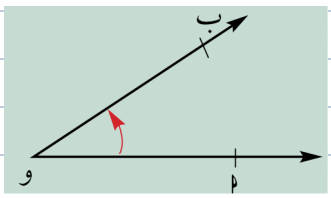
الزوايا وقياساتها

الزاوية الموجهة



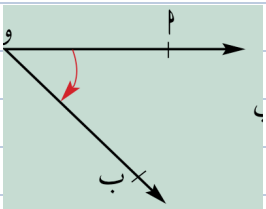
$\overrightarrow{م و}$ ، $\overrightarrow{و ب}$ هي $\angle$ م و ب

الزاوية الموجهة الموجبة:



عكس اتجاه دوران عقارب الساعة.

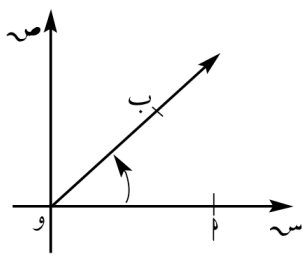
الزاوية الموجهة السالبة:



مع اتجاه دوران عقارب الساعة.

الزاوية الموجهة في الوضع القياسي:

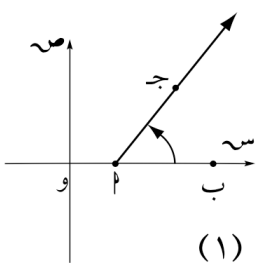
تكون الزاوية الموجهة في الوضع القياسي إذا كان الضلع الابتدائي لها ينطبق على الجزء الموجب من محور السينات ورأسها نقطة الأصل كما في الشكل المقابل.



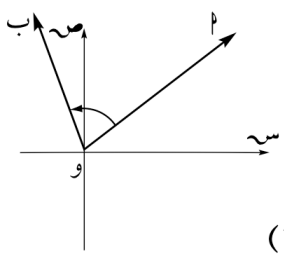
في الأشكال التالية:

أ سمّ الضلع الابتدائي والضلع النهائي، واذكر إذا كان قياس الزاوية سالبًا أو موجبًا.

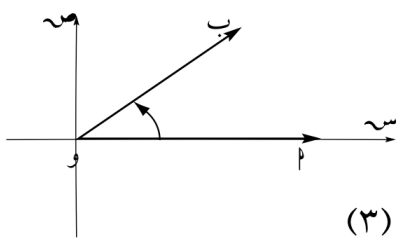
ب حدّد الزوايا الموجهة التي في وضع قياسي.



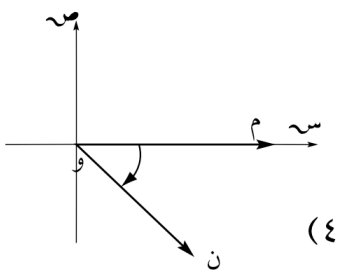
(١)



(٢)



(٣)



(٤)

الزاوية الربعية

هي زاوية موجهة في الوضع القياسي ينطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الإحداثيات مثل الزوايا
٠°، ٩٠°، ١٨٠°، ٢٧٠°، ٣٦٠° أو -٩٠°، -١٨٠°، -٢٧٠°، -٣٦٠°.

Mr. Shokry

أنظمة قياس الزاوية :

أولا : القياس الستيني :

مثال ١ أوجد $\frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة بالقياس الستيني. (بالدرجات والدقائق)

حاول أنه تحل

١ اكتب كلًّا مما يلي بالقياس الستيني.

أ $\frac{٧}{٣٢}$ الزاوية القائمة

ب ٠,٦٢٥ الزاوية القائمة

الحل

حاول أنه تحل

٢ استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد $\frac{٣}{٧}$ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني.

الحل

Mr. Shokry

ثانيا: القياس الدائري (الراديان):

تعريف:

القياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة = $\frac{\text{طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية}}{\text{طول نصف قطر هذه الدائرة}}$

ويرمز إليه بالرمز هـ^{د}.

فإذا رمزنا إلى طول القوس بالرمز (ل) وإلى طول نصف القطر بالرمز نق

فإن $\text{هـ}^{د} = \frac{\text{ل}}{\text{نق}}$ ومنها $\text{ل} = \text{هـ}^{د} \times \text{نق}$

حاول أنه تحل

٣ دائرة طول نصف قطرها ٦ سم. أوجد طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها

أ $(١,٢)^{د}$ ب $(١,٥٧)^{د}$

الحل

كراسة التمارين

١٥ الزاوية المركزية ع وَ د قياسها $٠,٧٥^{د}$ في دائرة طول قطرها ٨ سم. فإن طول القوس $\overset{\frown}{\text{ع د}}$ الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم.

١٦ الزاوية التي قياسها $\frac{١١\pi}{٩}$ تقع في الربع الرابع.

العلاقة بين القياسين الدائري والستيني:

قانون: إذا كان لدينا زاوية قياسها الدائري هـ^{د} وقياسها الستيني س$^{\circ}$ فإن:

$\frac{\text{هـ}^{د}}{\pi} = \frac{\text{س}^{\circ}}{١٨٠^{\circ}}$ ومنها $\text{س}^{\circ} = \text{هـ}^{د} \times \frac{١٨٠^{\circ}}{\pi}$ $\text{هـ}^{د} = \text{س}^{\circ} \times \frac{\pi}{١٨٠^{\circ}}$

حاول أنه تحل

٤ أوجد بدلالة π القياس الدائري للزوايا التي قياساتها:

أ ٤٥° ب ٣٠٠° جـ ٢٢٥° د ١٥٠°

الحل

حاول أنه تحل

٥ أوجد القياس الستيني للزوايا التالية:

أ $\pi \times \frac{٥}{٨}$ ب ٠,٧٥ د ج ٣,٣٥ د $\frac{\pi}{٥}$

الحل

حاول أنه تحل

٦ أوجد القياس الستيني للزوايا التالية:

أ $\frac{\pi}{٢}$ ب $\frac{\pi}{٣}$ ج $\frac{\pi}{٦}$ د $\frac{\pi}{٤}$

الحل

حاول أنه تحل

٧ حدّد الزوايا الربعية من بين الزوايا التالية: π، ٢٥٠°، $\frac{\pi ٥}{٧}$، $-\frac{\pi}{٢}$، ٣٣٠°.

الحل

امتحانات سابقة

أسئلة موضوعية

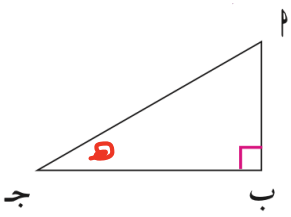
(١) ٠,٧٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني ٣٠′ ٦٧° أ ب

(٢) القياس الستيني للزاوية التي قياسها $\frac{\pi ٢}{٣}$ هو ١٢٠° أ ب

٠,٦٢٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني ٣٠′ ١١٢° أ ب

Mr. Shokry

النسب المثلثية

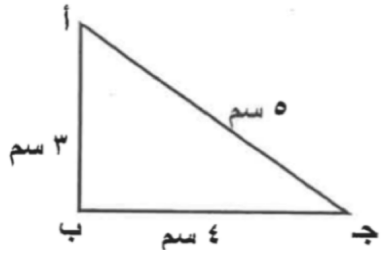


- جا هـ = المقابل / الوتر ← المقلوب ← قتا هـ = الوتر / المقابل
- جتا هـ = المجاور / الوتر ← المقلوب ← قا هـ = الوتر / المجاور
- ظا هـ = المقابل / المجاور ← المقلوب ← ظتا هـ = المجاور / المقابل

امتحانات سابقة

في الشكل المقابل : اثبت أن المثلث أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في $\hat{ب}$

ثم أوجد جا أ ، ظتا جـ ، قا أ



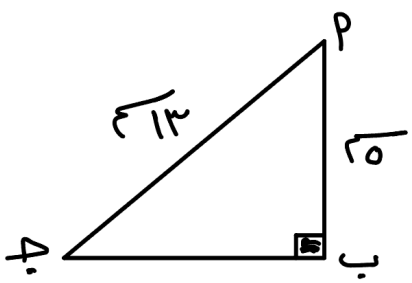
الحل

امتحانات سابقة

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه أ ب = ٥ سم ، أ جـ = ١٣ سم

١) أوجد ب جـ

٢) أوجد جا جـ ، ظتا جـ



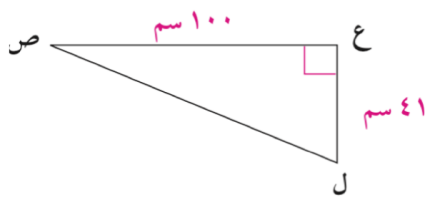
الحل

Mr. Shokry

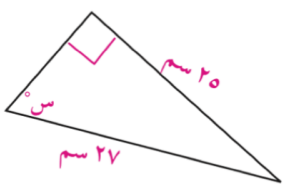
امتحانات سابقة

أ ب جـ مثلث فيه: أ ب = ٧ سم، ب جـ = ٢٤ سم، أ جـ = ٢٥ سم.
أثبت أن Δ أ ب جـ قائم الزاوية، ثم أوجد جا أ، جتا أ، قا أ، قتا أ، جاجـ ، ظتا جـ

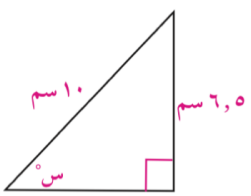
الحل



أوجد ق(ل) لأقرب درجة.



أوجد قيمة س° لأقرب درجة.



أوجد قيمة س° لأقرب درجة.

الحل

Mr. Shokry

حل المثلث القائم الزاوية

مثال ١ حلّ المثلث أ ب جـ القائم في بَ إذا علم أن: أ ب = ٤ سم، ب جـ = ٣ سم

الحل

حاول أن تحل

١ حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في جَ حيث: ب جـ = ١٥ سم، أ جـ = ١٢ سم

الحل

مثال ١ حلّ المثلث أ ب جـ القائم في (جـ) إذا علم أن: أ ب = ٤٠ سم، ق(ب) = ٢٥°

الحل

حاول أنه تحل

٢ حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ حيث: أ جـ = ٢٠ سم، ق(ب) = ٧٥°

الحل

Mr. Shokry

زوايا الارتفاع والانخفاض

مثال ١

لقياس طول إحدى المسلات قام مرشد سياحيّ برصد قمة المسلة من خلال جهاز للرصد، فوجد أنّ قياس زاوية الارتفاع ٤٨°. إذا كان الجهاز يبعد عن قاعدة المسلة مسافة ١٨ م فاحسب ارتفاع المسلة.

الحل

حاول أنه تحل

١ من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ متر عن قاعدة مئذنة، وجد أن قياس زاوية ارتفاع المئذنة ١٢° . أوجد ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض.

الحل

مثال ٢

تحلق مروحية فوق محمية طبيعية على ارتفاع ٢٥٠ مترًا وتواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية. شاهد ربان المروحية قطيعًا من الفيلة بزاوية انخفاض قياسها ٤٨°. ما المسافة بين المروحية والقطيع في تلك اللحظة علمًا بأن السيارة مباشرة تحت المروحية؟

الحل

حاول أنه تحل

٢ يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ مترًا. شاهد حريقًا بزاوية انخفاض قياسها ٤٠°. ما المسافة بين قاعدة برج المراقبة وموقع الحريق؟

الحل

حاول أنه تحل

٣ زُوِّد منطاد بهوائي تلفزيون لنقل مباراة كرة القدم، حيث تراقب آلة التصوير الملعب عند النقطة A بزاوية انخفاض ٣١°. يبلغ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض ٤٠٠ متر.

ما طول خط الضوء المرسل من آلة التصوير إلى الملعب؟

الحل

كراسة التمارين

٣ من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة، فوجد أنها ١٢′ ٥٤°، إذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م، فما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟

الحل

٥ رُصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه ٢٥′ ٣٤°. أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار.

الحل

٦ قاس بحّار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م، فوجد أنها ٣٩°. أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.

الحل

٤ رصد شخص من نافذة منزله على ارتفاع ٣٠ م سيارة في الطريق، فوجد أن قياس زاوية انخفاضها ١٥′ ٣٧°. أوجد بعد السيارة عن هذا الشخص.

الحل

القطاع الدائرى والقطعة الدائرية

سر التفوقه / شكرى



$$هـ^{د} = \frac{\pi \times هـ^{\circ}}{١٨٠^{\circ}}$$

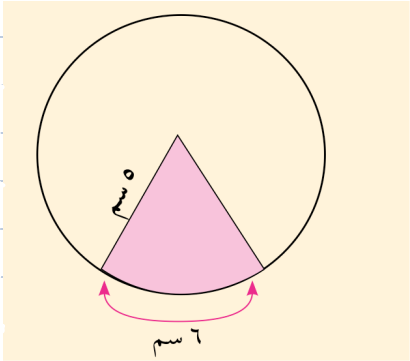


مساحة القطاع الدائري = $\frac{١}{٢}$ ل نق

مساحة القطاع الدائري $\frac{١}{٢}$ هـ^{د} نق^{٢}

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} (هـ^{د} − جاهـ^{د})

مثال ١ أوجد مساحة القطاع الأصغر في الشكل المقابل:



الحل

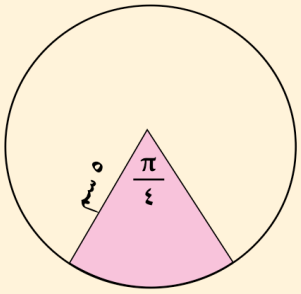
حاول أنه تحل

١ أوجد مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطر دائرته ١٠ سم وطول قوسه ٤ سم.

الحل

Mr. Shokry

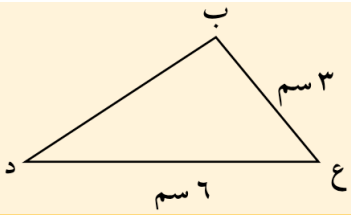
مثال ٣ أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر في الشكل المقابل:



الحل

حاول أنه تحل

٢ في المثلث المقابل إذا كانت مساحته = ٧ سم^{٢}. فأوجد ق(ع̂).



الحل

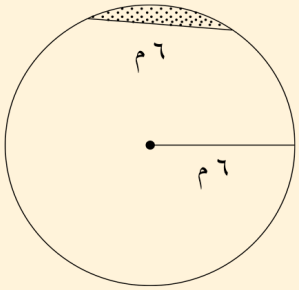
مثال ٤ احسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٦٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم.

الحل

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

٣ أ حوض زهور دائري طول نصف قطره ٦ م (انظر الشكل المقابل)، وفي هذا الحوض وتر طوله ٦ م. احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى.



الحل

حاول أنه تحل

ب أوجد مساحة قطعة دائرية طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم وقياس زاويتها المركزية ٧٠°.

الحل

كراسة التمارين

١ قطاع دائري طول قوسه ٦ , ١٣ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته.

الحل

(٢) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم، وزاوية رأسه ١٠٠°. أوجد مساحته.

الحل

(٣) قطاع دائري محيطه ٥٣ سم، وطول قوسه ٢ , ٦ سم. أوجد مساحته.

الحل

(٤) قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^{٢}، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم. احسب طول قوسه.

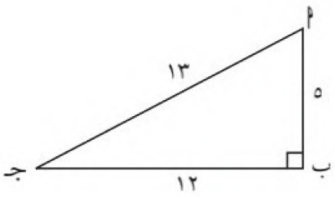
الحل

(٨) قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ومساحته ١٥ سم^{٢} فإن طول قوسه يساوي:

(أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (جـ) ١٢ سم (جـ) ٤ سم

Mr. Shokry

في التمارين (١ - ٩) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



١ في الشكل المقابل جا(٩٠° - أ) تساوي:

(أ) $\frac{١٢}{١٣}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$ (جـ) $\frac{١٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

٢ جا جـ قاجـ تساوي:

(أ) ظتاجـ (ب) ١ (جـ) جا^{٢} جـ (د) ظاجـ

٣ قاجـ جتاجـ تساوي:

(أ) قتا^{٢} جـ (ب) ١ (جـ) $\frac{\text{جاجـ}}{\text{ظاجـ}}$ (د) جتا^{٢}جـ

٤ جاجـ ظتاجـ تساوي:

(أ) جتاجـ (ب) $\frac{\text{جا}^{٢}\text{ جـ}}{\text{قاجـ}}$ (جـ) ظتا^{٢}جـ ظاجـ (د) ظاجـ

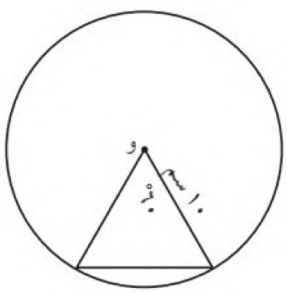
٥ ظا ٤٥° تساوي:

(أ) بين ٠، ١ (ب) أكبر من ١ (جـ) ١ (د) ٠

٦ أب جـ مثلث قائم في ب فإن أجـ تساوي:

(أ) أب جتاجـ (ب) أب ظاجـ (جـ) أب قتاجـ (د) أب جاجـ

٧ في الشكل المقابل، مساحة القطاع الأصغر تساوي:



(أ) $\frac{\pi ٥٠}{٣}$ سم^{٢} (ب) $\frac{\pi ١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

(جـ) $\frac{\pi ٥٠٠}{٣}$ سم^{٢} (د) $\frac{١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

٩ قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٤٠ سم، ومساحته ٥٠٠ سم^{٢}، فإن طول قوس القطاع (بالسنتيمترات) يساوي:

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ٧٥

Mr. Shokry

النسبة والتناسب

النسبة هي مقارنة بين كميتين من النوع نفسه يمكن تمثيلها بكسر.

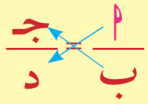
التناسب

التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر.

خاصيّة الضرب التقاطعي:

ليكن أ، ب، جـ، د ∈ ح*

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن أ د = ب جـ



حاول أنه تحل

٢ إذا كان $\frac{٤}{٦} = \frac{ص}{٩}$ فأوجد قيمة ص.

حاول أنه تحل

٣ أوجد قيمة ب في التناسب: $\frac{٢}{ب} = \frac{٨}{٢٠}$

تعريف:

ليكن أ، ب، جـ، د ∈ ح*

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإنه يقال أن أ، ب، جـ، د **أعداد متناسبة**.

وإذا كانت أ، ب، جـ، د أعداد متناسبة فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

ويسمى أ، د **طرفي التناسب**، كما يسمى جـ، ب **وسطي التناسب**.

ولأنّ في هذه الحالة أ د = ب جـ (خاصيّة الضرب التقاطعي)

فإنّ: حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين.

حاول أنه تحل

٤ أثبت أن ٣,٤ ، ٧ ، ٢,٠٤ ، ٤,٢ أعداد متناسبة

الحل

Mr. Shokry

معلومة رياضية:

إذا كانت ا، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد د، هـ، و، فإن:

$$\frac{ا}{د} = \frac{ب}{هـ} = \frac{جـ}{و} = م$$

حيث م عدد ثابت

مثال ٥

إذا كانت ا، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٢، ٥، ٧

فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{ا + ٣ب}{٢ب + جـ}$.

الحل

حاول أن تحل

٥ إذا كانت الأعداد ا، ب، جـ متناسبة مع ٣، ٥، ١١. فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{ا + ٣ب}{٥ب + جـ}$.

الحل

كراسة التمارين

١ إذا كان (٥س − ١): (س + ٤) = ٤: ٥، أوجد س.

الحل

(٢) ما العدد الذي يطرح من حدي النسبة ٢٣ : ٤٣ ليكون الناتج مساويًا للنسبة $\frac{١}{٣}$ ؟

الحل

(٥) إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{٩أ - ب} = \frac{٥}{٧}$ ، أوجد أ : ب

الحل

إذا كانت أ، ٣س، ٢ب، ٤س في تناسب فإن $\frac{أ}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

إذا كان ٢س − ٥ص = ٠ فإن $\frac{س}{ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

امتحانات سابقة

إذا كانت الأعداد ٢ ، ٣ ، ٤ ، س متناسبة ، فإن س تساوي ٦ (أ) (ب)

الأعداد ٦ ، ٩ ، ١٠ ، ١٥ أعداد متناسبة . (أ) (ب)

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ فإن أ ب = ٣ × ٤ (أ) (ب)

Mr. Shokry

التناسب المتسلسل

ليكن أ، ب، جـ ∈ ح*

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$ فإنّه يقال إن أ، ب، جـ في تناسب متسلسل (أو تناسب هندسي)

وبالعكس: إذا كانت أ، ب، جـ في تناسب متسلسل فإنّ: $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$

ويسمى ب الوسط المتناسب للعددين أ، جـ أو الوسط الهندسي لهما كما يسمى أ، جـ طرفي التناسب.

فمثلًا: ٢، ٤، ٨ في تناسب متسلسل لأن $\frac{٢}{٤} = \frac{٤}{٨}$.

ولاحظ أن ٨، ٤، ٢ كذلك في تناسب متسلسل لأن $\frac{٨}{٤} = \frac{٤}{٢}$.

امتحانات سابقة

إذا كانت ٦ ، ١٢ ، س ، ٤٨ في تناسب متسلسل فإن س =

(أ) ٣٠ (ب) ١٨ (ج) ٣٦ (د) ٢٤

اذا كانت ٦ ، ٩ ، س ، ١٥ في تناسب فان س تساوي

(أ) ٣٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

مثال ٩ إذا كانت الأعداد ٥، س، ٢٠ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س،

الحل

حاول أن تحل

٩ هل يمكن إيجاد قيمة س بحيث تكون الأعداد −٩، س، ٤ في تناسب متسلسل؟ فسّر.

الحل

مثال ١٠ إذا كانت الأعداد ٦، س، ٥٤، ١٦٢ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س.

الحل

حاول أن تحل

١٠ إذا كانت الأعداد ٤، س − ٢، ١، $\frac{١}{٢}$ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س.

الحل

امتحانات سابقة

إذا كانت الاعداد : ١ ، ٣ ، س ـ ٢ ، ٣٠ ، في تناسب متسلسل

أوجد قيمة س

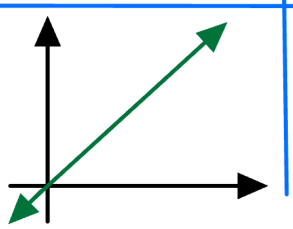
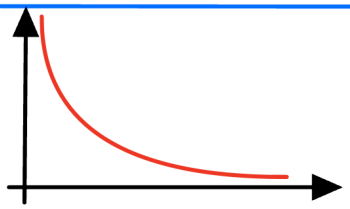
الحل

إذا كانت ٢٠، س، ٣٢ في تناسب متسلسل فإن س تساوي:

(أ) $\pm ١٠\sqrt{٢}$ (ب) $\pm ١٠\sqrt{٤}$ (جـ) $\pm ١٠\sqrt{٨}$ (د) $\pm \frac{١}{١٠\sqrt{٨}}$

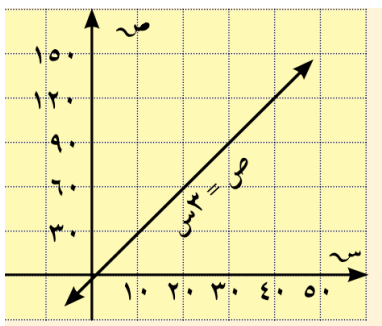
Mr. Shokry

التغير الطردي والتغير العكسي

نوع التغير	التغير الطردي	التغير العكسي
الرمز	ص ∝ س	ص ∝ $\frac{١}{س}$
ثابت التغير	ك = $\frac{ص}{س}$ ، ك ≠ ٠	ك = ص × س ، ك ≠ ٠
معادلة التغير	ص = ك س	ص = $\frac{ك}{س}$
التناسب	$\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$	$\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$
التمثيل البياني		

مثال ١ إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٣٠ عندما س = ١٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ٤٠، ثم مثل العلاقة بين س، ص بيانيًا.

الحل



حاول أن تحل

١ إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ١,٥ عندما س = ١٠، أوجد قيمة ص عندما س = ١٥

الحل

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

٢ هل المستقيم الذي يمر بالنقطتين: أ (٢، ٣)، ب (٤، ٦) يمثل تغيّرًا طرديًّا بين س، ص. اشرح إجابتك

الحل

حاول أنه تحل

٣ أي من المعادلات التالية تمثّل تغيّرًا طرديًّا؟ أوجد ثابت التغيّر في حالة التغير الطردي.

أ ٧ص = ٢س

ب ٣س + ٤ص = ٨

جـ ص + ٣س = ٢(س + ٢ص)

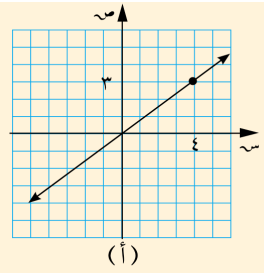
الحل

حاول أنه تحل

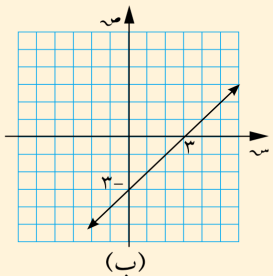
٥ هل تتغيّر ص طرديًّا مع س في الجدول:

س	١	١-	٢	٣-
ص	٣	١-	٥	٥-

الحل



(أ)
معادلة خط مستقيم تمثّل تغيّرًا طرديًّا



(ب)
معادلة خط مستقيم لا تمثّل تغيّرًا طرديًّا

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

٣ أ في تغيّر عكسي ص $\propto \frac{١}{س}$ إذا كانت ص = ٢ , ٠ عندما س = ٧٥. أوجد س عندما ص = ٣.

الحل

ج رحلة تستغرق ٣ ساعات عندما تسير السيارة بسرعة ٧٥ كم/ ساعة. كم تستغرق الرحلة إذا سارت السيارة بسرعة ٩٠ كم/ ساعة.

الحل

امتحانات سابقة

إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ٤٠ عندما س = ٥ ،

فأوجد قيمة ص عندما س = ١٠ .

الحل

إذا كانت ص $\propto \frac{١}{س}$ و كانت ص = ٥ عندما س = ٦ أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

Mr. Shokry

كراسة التمارين

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ، ب حيث أ (٨، ٢)، ب (س، -٣) يمثل تغيرًا طرديًا فإن س تساوي:

(أ) ١٢ (ب) -١٢ (جـ) $\frac{١٦}{٣}$ (د) $\frac{-١٦}{٣}$

إذا كان ص $\propto \frac{١}{س}$ ، ص = ٥ عندما س = ١٠ فإن س ص تساوي:

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٥٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٥٠

إذا كان ص $\propto$ س وكانت ص = ٨ عندما س = ٤، فإنه عندما ص = ٦ فإن س تساوي:

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٨}$

Mr. Shokry

المضلعات المتشابهة

المضـــلعات المتشـــابهة

تعميم (١)

يقال لمضلعين (لهما العدد نفسه من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان التاليان معًا:
- قياسات زواياهما المتناظرة متساوية.
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

والعكس صحيح.

وتسمى النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين **نسبة التشابه**.

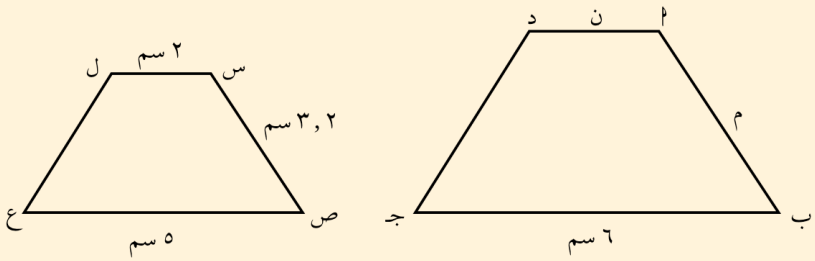
تعميم (٢)

المضلعان المتطابقان يكونان متشابهين.

تعميم (٣)

إذا كان المضلع أ يشابه المضلع ب وكان المضلع ب يشابه المضلع جـ ، فإن المضلع أ يشابه المضلع جـ.

مثال ١ في الشكل المقابل: إذا كان أب جـ د ~ س ص ع ل، أوجد قيمة ن، م.



الحل

Mr. Shokry

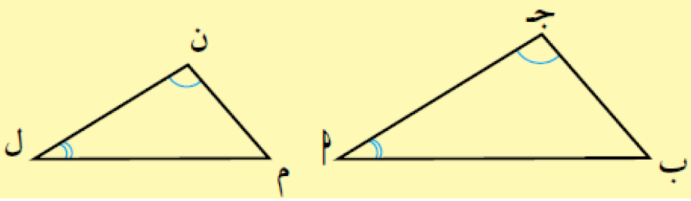
المثلثات المتشابهة

مستر التفوقة
أ/ شكرى

نظرية (١)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الآخر.

Δ أ ب جـ $\sim$ Δ ل م ن.



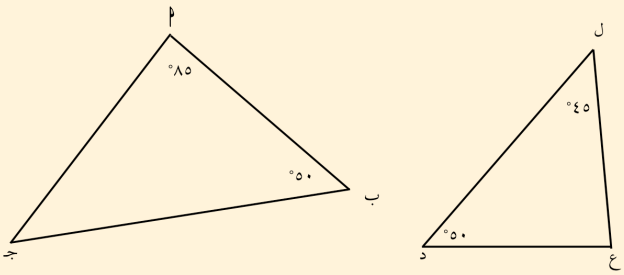
مثال ١

في الشكل المقابل أ ب جـ، ع ل د مثلثان، فإذا كان:

ق(ب) = ٥٠°، ق(أ) = ٨٥°

ق(ل) = ٤٥°، ق(د) = ٥٠°

أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ، ع د ل.

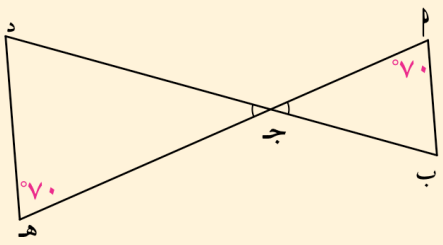


الحل

Mr. Shokry

مثال ٢

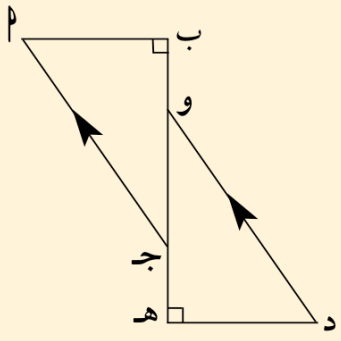
أثبت أن المثلثين في الشكل المقابل متشابهان. اكتب عبارة التشابه.



الحل

حاول أنه تحل

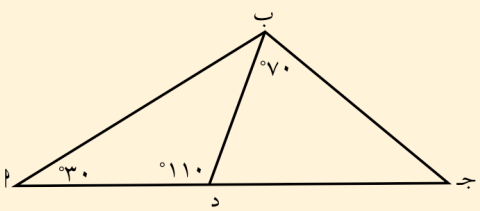
٢ في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين أب جـ، د هـ و.



الحل

مثال ٣

أثبت أن المثلثين أب د ، أجـ ب متشابهان. اكتب عبارة التشابه.

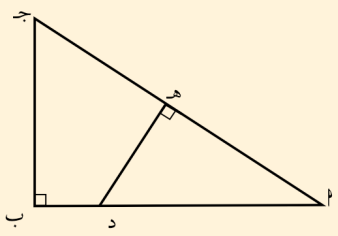


الحل

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

٣ في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ، أ هـ د، واكتب عبارة التشابه.



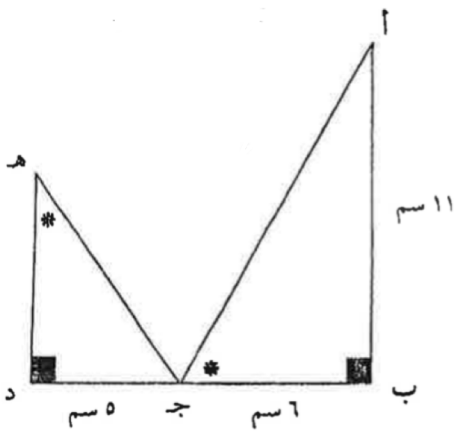
الحل

امتحانات سابقة

في الشكل التالي

(١) أثبت أن △ أ ب جـ يشابه △ جـ د هـ

(٢) أوجد طول $\overline{هـ د}$



الحل

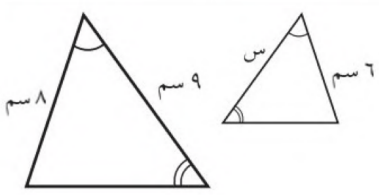
في الشكل المقابل قيمة س تساوي:

(أ) $\frac{1}{3}$ ٥ سم

(ب) ٦ سم

(جـ) ٦,٧٥ سم

(د) ٧ سم



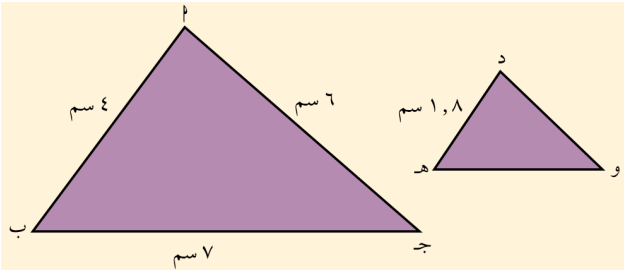
Mr. Shokry

نظرية (٢)

يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما.

حاول أنه تحل

٥ في الشكل المقابل المثلثان أ ب جـ ، د هـ و متشابهان.
أوجد طول كل من $\overline{دو}$ ، $\overline{وهـ}$.



الحل

مثال ٦

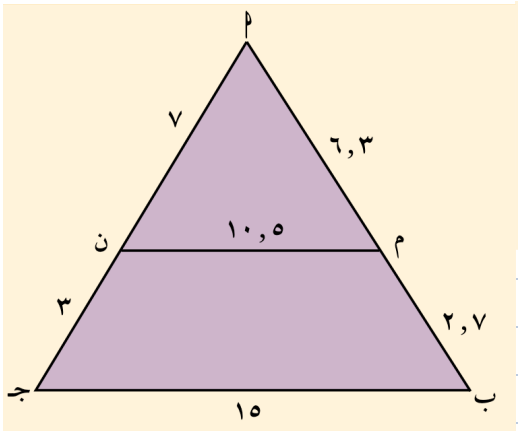
في الشكل المرسوم،

أولًا: أثبت أن:

أ Δ أ ب جـ ~ Δ أ م ن.

ب $\overline{ب جـ}$ // $\overline{م ن}$.

ثانيًا: أوجد النسبة بين محيطي المثلثين. ماذا تلاحظ؟



الحل

Mr. Shokry

نظرية (٣)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاوية في أحدهما مع زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين

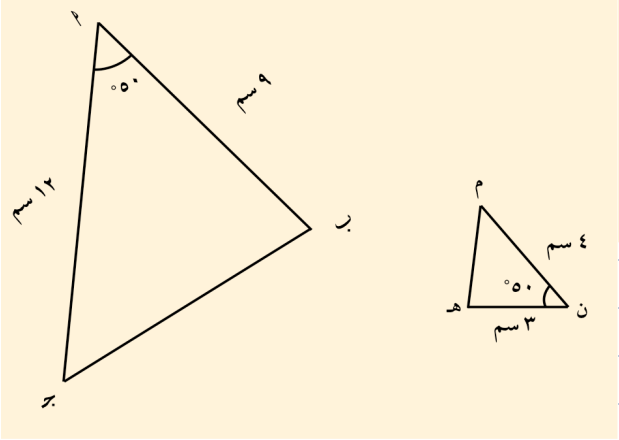
مثال ٨

في الشكل المقابل أ ب جـ، ن هـ م مثلثان، فإذا كان:

ق(أ) = ق(ن) = ٥٠°

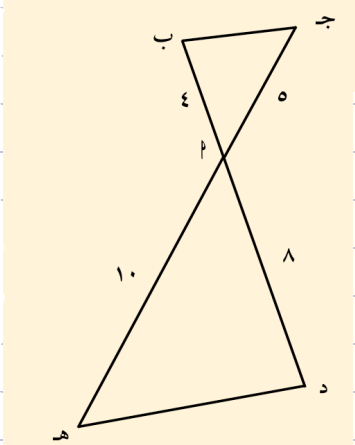
أ ب = ٩ سم، أ جـ = ١٢ سم، م ن = ٤ سم، ن هـ = ٣ سم.

أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ، ن هـ م.



الحل

٨ في الشكل المقابل $\overline{ب د} \cap \overline{جـ هـ} = \{م\}$ ، أثبت أنّ المثلثين أ ب جـ، أ د هـ متشابهان.

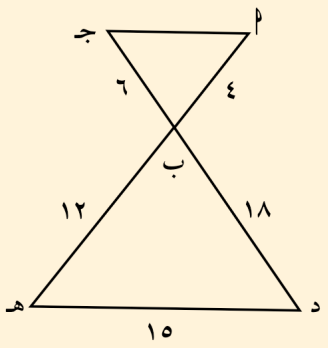


الحل

Mr. Shokry

مثال ١٠

في الشكل $\overline{أهـ} \cap \overline{جـ د} = \{ب\}$ ، برهن أن: (أ) $\overline{أجـ} // \overline{دهـ}$ (ب) أوجد طول $\overline{أجـ}$.



المعطيات: أ، ب، هـ على استقامة واحدة. جـ، ب، د على استقامة واحدة.

أب = ٤ ، ب هـ = ١٢ ، ب جـ = ٦ ، ب د = ١٨ ، دهـ = ١٥ .

المطلوب: (أ) إثبات توازي $\overline{أجـ}$ ، $\overline{دهـ}$. (ب) إيجاد طول $\overline{أجـ}$

الحل

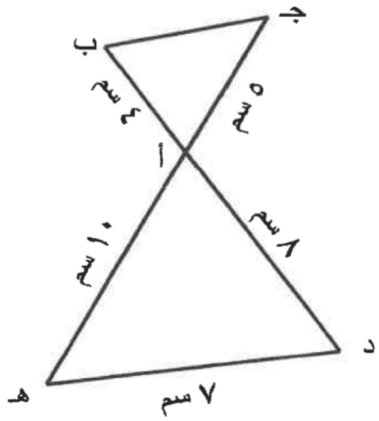
امتحانات سابقة

في الشكل المجاور $\overline{ب د} \cap \overline{جـ هـ} = \{ أ \}$ ، أ ب = ٤سم ،

أ جـ = ٥ سم ، أ د = ٨ سم ، أ هـ = ١٠ سم ، د هـ = ٧سم

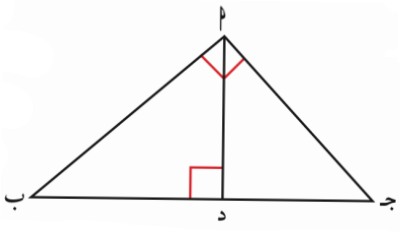
١) اثبت أن المثلث أ د هـ ~ المثلث أ ب جـ

٢) أوجد ب جـ



الحل

Mr. Shokry



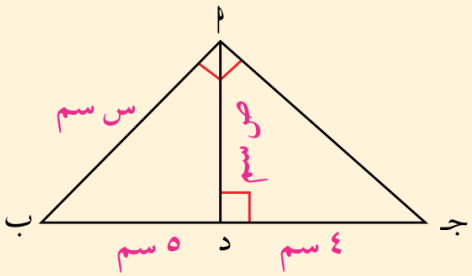
$(أد)^{٢} = ب د \times جـ د$

$(أب)^{٢} = ب د \times ب جـ$

$(أجـ)^{٢} = جـ د \times جـ ب$

$أب \times أجـ = أد \times ب جـ$

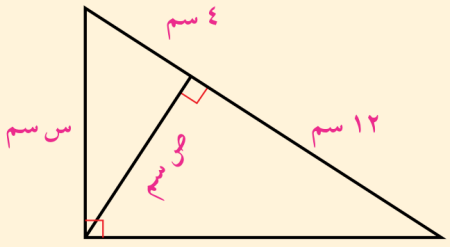
مثال ١ أوجد س، ص بحسب المعطيات في الشكل.



الحل

حاول أنه تحل

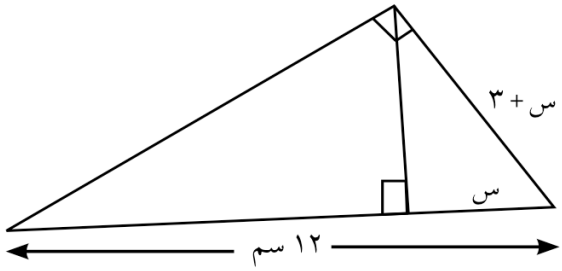
١ أوجد من الشكل المرسوم س، ص في أبسط صورة.



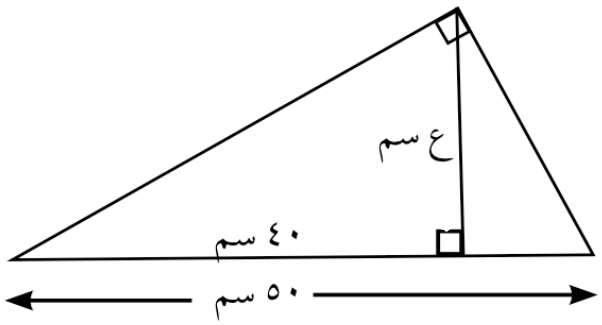
الحل

أوجد قيمة س، ص، ع في أبسط صورة

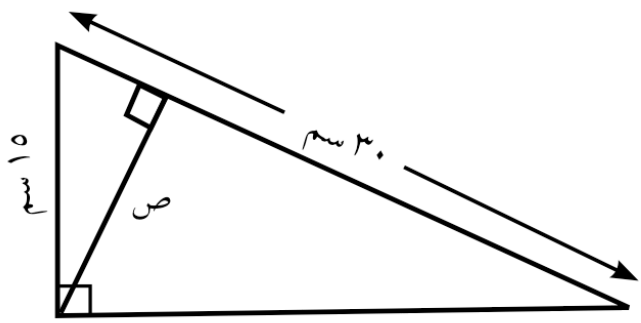
الحل



الحل



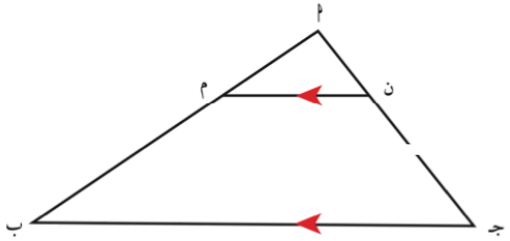
الحل



Mr. Shokry

نظرية (١) نظرية المستقيم الموازي

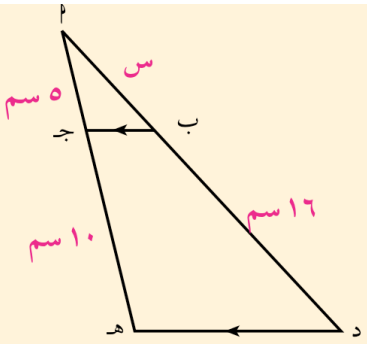
إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة.



$\triangle$ أ ب جـ مثلث، $\overleftrightarrow{م ن} // \overleftrightarrow{ب جـ}$

$$\frac{أ ن}{ن جـ} = \frac{أ م}{م ب}$$

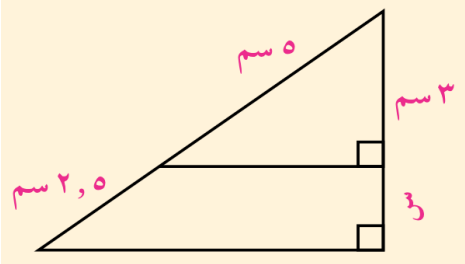
مثال ١ استخدم نظرية المستقيم الموازي السابقة لإيجاد قيمة س.



الحل

حاول أنه تحل

١ في الشكل المقابل، استخدم نظرية المستقيم الموازي السابقة لإيجاد قيمة س.



الحل

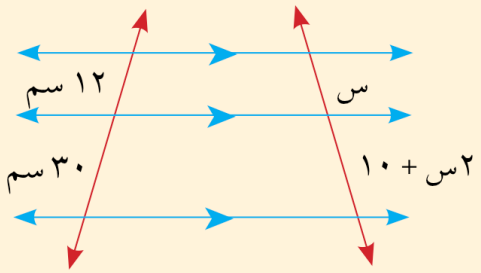
Mr. Shokry

نظرية (٢) نظرية طاليس

إذا قطع مستقيمان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر.

مثال ٢

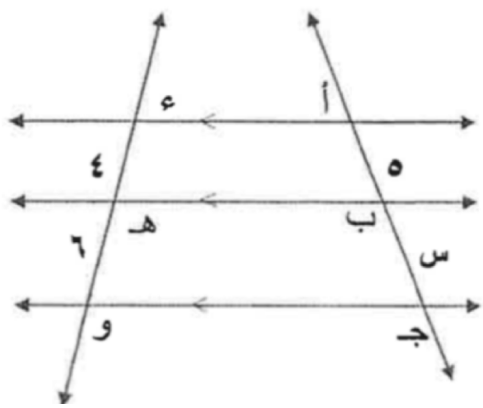
من الشكل المقابل أوجد قيمة س.



الحل

امتحانات سابقة

من الشكل المقابل أوجد س ؟



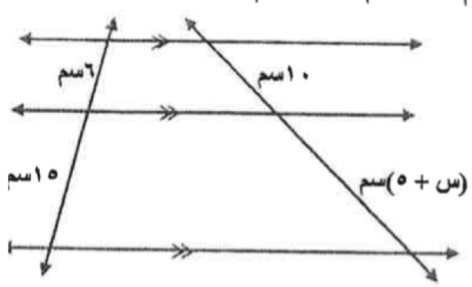
الحل

امتحانات سابقة

من الشكل المقابل : ثلاث مستقيمات متوازية يقطعها مستقيمان غير متوازيين .

أطوال القطع الناتجة هي ١٠سم ، (س + ٥) سم ، ٦ سم ، ١٥سم .

أوجد قيمة س .

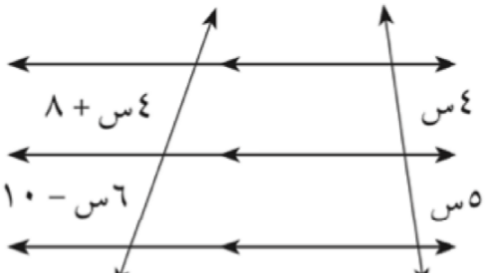


الحل

كراسة التمارين

الحل

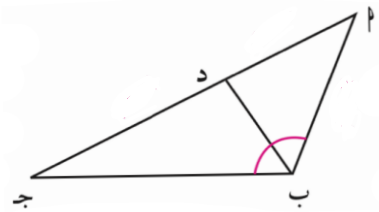
في الشكل أوجد قيمة س.



نظرية (٣) نظرية منصف الزاوية في مثلث

نظرية منصف الزاوية

في المثلث أ ب جـ،



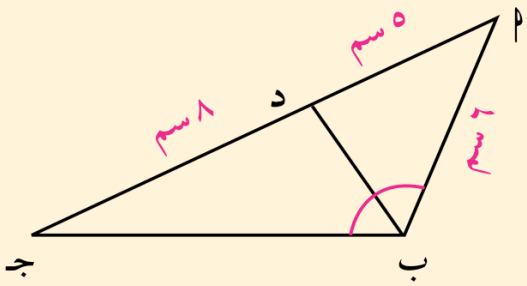
، $\overline{ب د}$ منصف $\angle أ ب جـ$.

$\therefore \frac{ب جـ}{ب أ} = \frac{د جـ}{د أ}$

مثال ٢

أوجد جـ ب في الشكل المبيّن حيث $\overline{ب د}$ ينصف $\angle أ ب جـ$.

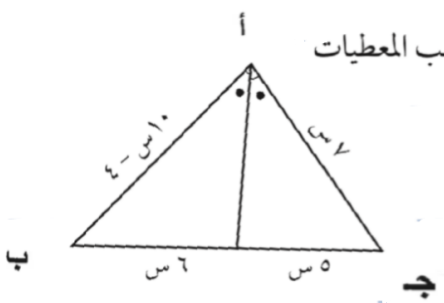
الحل



كراسة التمارين

الحل

أحسب س لأبسط صورة بحسب المعطيات

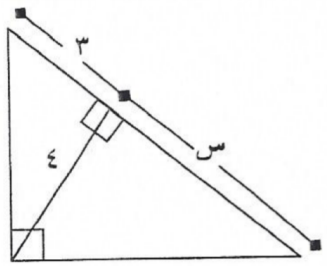


Mr. Shokry

امتحانات سابقة

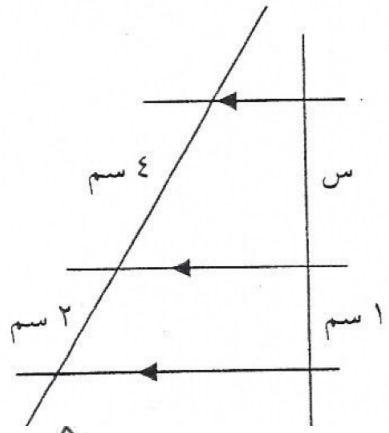
في الشكل المقابل

قيمة س تساوي



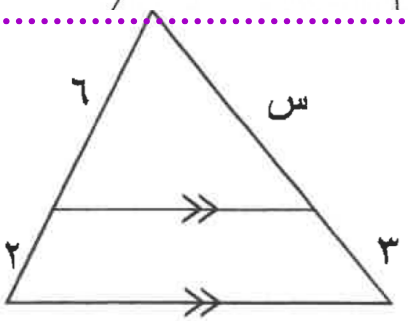
أ ٦ ب ٥ ج $\frac{٣}{١٦}$ د $\frac{١٦}{٣}$

في الشكل المقابل قيمة س بالسنتيمترات =



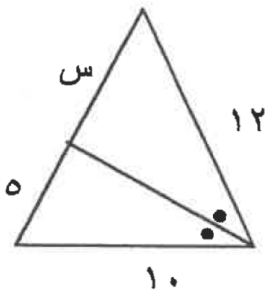
أ ٠,٥ ب ٠,٢٥ ج ٢ د ٤

من الشكل المجاور س تساوي :



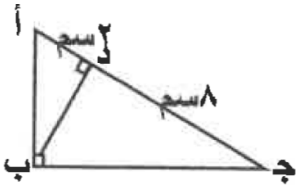
أ ٦ ب ٩ ج ٨ د ١٢

في الشكل المقابل قيمة س تساوي :



أ ٢ ب ٦ ج ٢٤ د $٤\frac{١}{٦}$

في الشكل المجاور : ب د = ١٦ سم



أ ب

المتتالية الحسابية

سر التفوق
أ/ شكرى

تعريف:

المتتالية (المتتابعة) الحسابية هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرة عددًا ثابتًا. يسمى هذا الناتج أساس المتتالية ويرمز إليه بالرمز $ع$. وعلى ذلك $ح_{ن+١} - ح_{ن} = ع$ أو $ح_{ن+١} = ح_{ن} + ع$.

حاول أنه تحل

١ هل المتتاليتان التاليتان حسابيتان؟ إذا كانتا كذلك، فأوجد أساس كل منهما.

أ المتتالية (٢، ٥، ٧، ١٢)

ب المتتالية (٤٨، ٤٥، ٤٢، ٣٩)

الحل

حاول أنه تحل

٢ إذا كان $ح_{١} = ٤$، $ع = -٣$ في متتالية حسابية، فاكتب الحدود الستة الأولى من المتتالية.

الحل

Mr. Shokry

الحد النوني للمتتالية الحسابية

$ح_ن = ح_1 + (ن - 1)ء$ لكل ن $\in$ صـ$_+$.

لاحظ أن $ء = \frac{ح_ن - ح_ك}{ن - ك}$: ن $\neq$ ك

لإيجاد الأساس ء
إذا علم حدين ح$_ن$ ، ح$_ك$

مثال ٣ أوجد الحد العاشر والحد المائة من المتتالية الحسابية (٨، ٦، ٤، ...).

الحل

حاول أنه تحل

٣ في المتتالية الحسابية ح$_1$ = ٤، ء = ٣.
أوجد ح$_{١٢}$.

الحل

مثال ٤ أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٩٩ من المتتالية الحسابية (٧، ٩، ١١، ...).

الحل

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

٤ أ في المتتالية الحسابية (٢، ٥، ٨، ١١، ...): أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٧١.

الحل

ب أوجد عدد حدود المتتالية الحسابية (٧، ١١، ١٥، ... ، ٤٧).

الحل

حاول أنه تحل

٥ في المتتالية (ح$_{ن}$) حيث ح$_{ن}$ = ٣ن + ٥ : ن ∈ ص$^{+}$

أثبت أن المتتالية حسابية.

الحل

مثال ٦ إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥ ، فأوجد أساس المتتالية.

الحل

حاول أنه تحل

٦ إذا كان الحد الثاني من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد السادس يساوي −٣، فأوجد أساس المتتالية ثم أوجد المتتالية الحسابية مكتفيًا بالحدود الأربعة الأولى منها.

الحل

الأوساط الحسابية

إذا كونت أ، ب، جـ متتالية حسابية حيث أ، ب، جـ هي عناصر من ح (أعداد حقيقية):

$$ب = \frac{أ + جـ}{٢}$$

أي أن ب هو **الوسط الحسابي** للعددين أ، جـ.

مثال ٨ إذا كانت (٨٤، س، ١١٠) متتالية حسابية، فأوجد قيمة س.

الحل

حاول أنه تحل

٨ أوجد قيمة ص من المتتالية الحسابية (٤٣، ص، ٥٧).

الحل

مثال ٩ أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣، ٦٥.

الحل

حاول أنه تحل

٩ أ أدخل ثلاثة أوساط حسابية بين −٩، ٣.

الحل

ب أدخل خمسة أوساط حسابية بين ١٣، ١.

الحل

مجموع ن حدا الأولى من حدود متتالية حسابية

مجموع ن حدًّا الأولى من حدود متتالية حسابية ($ح_ن$) يعطى بالقاعدة:

$$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(ح_١ + ح_ن) \quad \text{أو} \quad جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ح_١ + (ن - ١)ء]$$

حيث $ح_ن$ هو الحد الذي ترتيبه ن من المتتالية الحسابية وحدها الأول $ح_١$.

القانون (١): يعطي مجموع حدود متتالية حسابية بمعلومية الحد الأول والحد الأخير.

القانون (٢): يعطي مجموع ن حدًّا الأولى من حدود متتالية حسابية بمعلومية الحد الأول والأساس ء.

حاول أنه تحل

١٠ أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول −١٢ وحدها العاشر ٢٤.

الحل

حاول أنه تحل

١١ أ متتالية حسابية حدها الأول −٧ وأساسها ٤. أوجد مجموع أول خمسة وعشرين حدًّا منها.

الحل

ب أوجد مجموع حدود المتتالية الحسابية (٥، ٧، ٩، ... ، ٩٥).

الحل

Mr. Shokry

امتحانات سابقة

في المتتالية الحسابية (٨ ، ٦ ، ٤ ، ٠٠٠)

أوجد : (أ) الحد الخامس عشر .

(ب) مجموع الحدود العشرة الأولى منها .

الحل

متتالية حسابية فيها الحد الأول يساوي ٢ والحد العاشر يساوي ٢٠ فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي :

(أ) ٢٢ (ب) ٥٥ (حـ) ١١٠ (د) ٢٢٠

إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين -٩ ، ٣ فإن هذه الأوساط هي :

(أ) -٧ ، -٥ ، -٣ (ب) -٥ ، -١ ، ٣

(ج) -٨ ، -٥ ، -٢ (د) -٦ ، -٣ ، صفر

في المتتالية الحسابية (٤ ، ١ ، -٢ ، ٠٠٠) رتبة الحد الذي قيمته -٢٣ هي ٩ (أ) (ب)

Mr. Shokry

المتتالية الهندسية

تعريف:

المتتاليّة الهندسيّة: هي متتالية ناتج قسمة أي حد فيها على الحد السابق له مباشرة، يساوي عددًا حقيقيًّا ثابتًا غير صفري،

فيكون $\frac{ح_{ن+١}}{ح_ن} = ر$ حيث $ح_ن \neq ٠$.

لكل ن $\in$ صـ$_+$ ، ر عدد حقيقي ثابت يسمى أساس المتتالية الهندسية common ratio

الحد النوني للمتتالية الهندسية

$ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١}$

حاول أنه تحل

٢ اكتب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٥ وأساسها -٣.

الحل

حاول أنه تحل

٣ متتالية هندسية حدها الأول ٢٧ وحدها الخامس $\frac{١}{٣}$. اكتب المتتالية مكتفيًا بالحدود الخمسة الأولى منها.

الحل

إذا كوَّنت أ، ب، جـ متتالية هندسية حيث أ، ب، جـ أعداد حقيقية غير صفرية ∴ $ب = \pm\sqrt{أ جـ}$.

مثال ٥ أوجد وسطًا هندسيًّا بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧.

الحل

مثال ٧ أدخل خمسة أوساط هندسيّة موجبة بين العددين ٥١٢ ، ٨.

الحل

حاول أنه تحل

٧ أدخل ثمانية أوساط هندسية بين ٢ ، ١٠٢٤.

الحل

مجموع ن حدا الأولى من متتالية هندسية

$$جـ_ن = ح_1 \times \frac{ر^ن - 1}{ر - 1}$$

ر ≠ ١

إذا كانت ر = ١ فإن $جـ_ن = ن ح_1$

حاول أنه تحل

٨ أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣، ٩، ٢٧، ...).

الحل

مثال ٧ الحد الأول من متتالية هندسية يساوي ٨ والحد الثالث منها يساوي $\frac{٨}{٩}$. أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها.

الحل

امتحانات سابقة

في المتتالية الهندسية الموجبة الحدود (١٢ ، س ، ٣ ، ...)

قيمة س هي ٦

أ ب

بالتوفيق للجميع ١٢ متكرر للجميع

الحد السادس في المتتالية الهندسية التالية (٣ ، ٦ ، ١٢ ، ...) هو

أ ٨٠ ب ٣٢ ج ٩٦ د ١٩٢

Mr. Shokry