عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أُسيًّا.

2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالسنوات، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر.**	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، وt هو الزمن بالسنوات، وk هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر.**

PALEONTOLOGY The half-life of Potassium- 40 is about 1.25 billion years.

a. Determine the value of k and the equation of decay for Potassium- 40. k ≈ 5.545 × 10^{-10}

b. A specimen currently contains 36 milligrams of Potassium- 40. How long will it take the specimen to decay to only 15 milligrams of Potassium- 40? 1,578,843,530 yr

c. How many milligrams of Potassium- 40 will be left after 300 million years? about 30.48 mg

d. How long will it take Potassium- 40 to decay to one eighth of its original amount? 3,750,120,003 yr

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

$f(t) = a e^{-kt}$

$\frac{1}{2}\cancel{a} = \cancel{a} e^{-k(1.25 \times 10^9)}$

$\ln \frac{1}{2} = -k(1.25 \times 10^9)$

$k = \dfrac{\ln \frac{1}{2}}{-1.25 \times 10^9}$

$k = 5.545177444 \times 10^{-10}$

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 mg من البوتاسيوم 40. فكم من الزمن ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 mg فقط من البوتاسيوم 40.

$f(t) = a e^{-kt}$

$15 = 36 e^{(-5.545 \times 10^{-10})t}$

$\frac{15}{36} = e^{(-5.545 \times 10^{-10})t}$

$\ln \frac{15}{36} = (-5.545 \times 10^{-10})t$

$t = \dfrac{\ln \frac{15}{36}}{-5.545 \times 10^{-10}}$

$= 1578843530$ عام

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

$f(t) = a e^{-kt}$

$f(t) = 36 e^{(-5.545 \times 10^{-10})(300 \times 10^6)} = 30.48299352$ mg

d. كم الزمن الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

$f(t) = a e^{-kt}$

$\frac{1}{8}\cancel{a} = \cancel{a} e^{(-5.545 \times 10^{-10})t}$

$\ln \frac{1}{8} = (-5.545 \times 10^{-10})t$

$t = \dfrac{\ln \frac{1}{8}}{-5.545 \times 10^{-10}}$

$= 3750120003$ عام

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسِّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$ ، حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فجد قيمة k للجراثيم.

$f(x) = a e^{kt}$ $\quad \frac{8}{2} = e^{20k}$ $\quad \ln 4 = 20k$

$8 = 2e^{k(20)}$ $\quad 4 = e^{20k}$ $\quad k = \frac{\ln 4}{20} = 0,06931471806$

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

$f(x) = a e^{kt} = 2e^{0.0693(5)} = 2,828218988$

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

نعم. لأنه لم تنمُ أي خلية إضافية من الجراثيم في خلال 5 ثواني.
ولكن ربما لا وذلك بسبب عدم نظافة الأرض أو بسبب نوع الطعام الذي سقط.

SCIENCE A certain food is dropped on the floor and is growing bacteria exponentially according to the model $y = 2e^{kt}$, where t is the time in seconds.

a. If there are 2 cells initially and 8 cells after 20 seconds, find the value of k for the bacteria. k ≈ 0.0693

b. The "5-second rule" says that if a person who drops food on the floor eats it within 5 seconds, there will be no harm. How much bacteria is on the food after 5 seconds? about 2.828 cells

c. Would you eat food that had been on the floor for 5 seconds? Why or why not? Do you think that the information you obtained in this exercise is reasonable? Explain. Sample answer: Yes; it has not even grown 1 cell in 5 seconds. There are many factors that affect this equation, such as how clean the floor is and what type of food was dropped.

النمو الأُسي غير مقيَّد، بمعنى أنه يتزايد دون توقف. أما نموذج النمو اللوجيستي، فيمثل النمو الذي له عامل مُحدِّد. وتعد النماذج اللوجيستية النماذج الأدق لتمثيل النمو السكاني.

المفهوم الأساسي دالة النمو اللوجيستي

افترض أن a، و b، و c هي الثوابت الموجبة حيث $b < 1$. ويتم تمثيل دالة النمو اللوجيستي بالآتي $f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$، حيث t تمثل الزمن.

ZOOLOGY Suppose the red fox population in a restricted habitat follows the function $P(t) = \frac{16{,}500}{1+18e^{-0.085t}}$, where t represents the time in years.

a. Graph the function for $0 \le t \le 200$. See margin.

b. What is the horizontal asymptote? $P(t) = 16{,}500$

c. What is the maximum population? 16,500

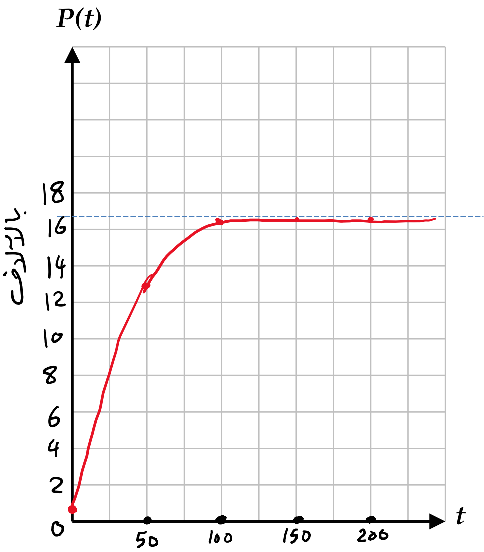
d. When does the population reach 16,450? about 102 years

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1+18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الزمن بالسنوات.

a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟ 16'500

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ 16'500



t	$P(t)$
0	868
50	13'129
100	16'439.7
150	16'499.1
200	16'499.9

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450 ؟

$$P(t) = \frac{16'500}{1+18e^{-0.085t}}$$

$$16\,450 = \frac{16'500}{1+18e^{-0.085t}}$$

$$1+18e^{-0.085t} = \frac{16'500}{16450}$$

$$18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450} - 1$$

$$e^{-0.085t} = \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$$

$$-0.085t = \ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$$

$$t = \frac{\ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}}{-0.085}$$

$$= 102{,}1932883$$ عام