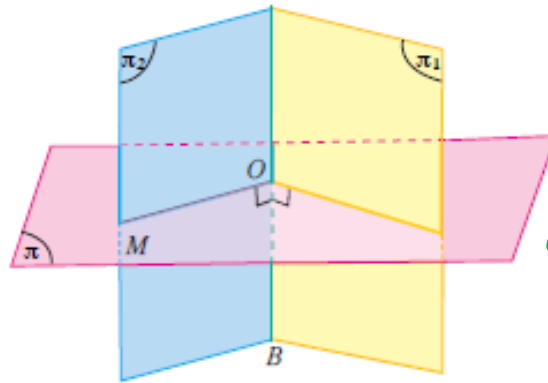


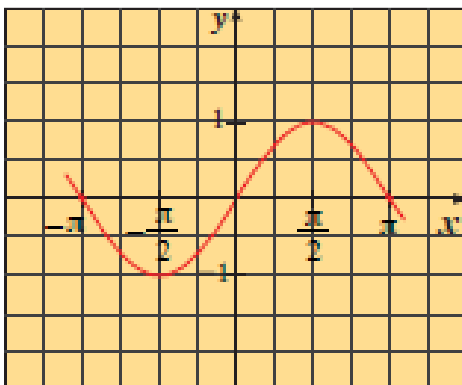
الرياضيات



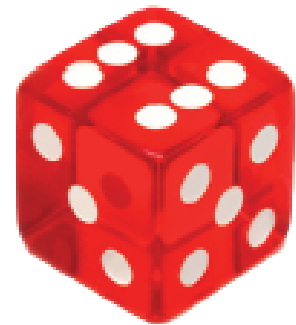
الفصل الدراسي الثاني

العام الدراسي

٢٠٢٣ \ ٢٠٢٤



إعداد رئيس القسم :
أ. محمود حامد العلو



مدير المدرسة: أ. صلاح عباس الناصر

ملاحظة: أوراق العمل هذه تقويمية لا تغني عن الكتاب المدرسي وكراسة التمارين

أسم الطالب: ، الصف: ١١/ع.....



الكتاب الثاني

"مادة الرياضيات"

الوحدة السابعة

الأعداد المركبة

Complex Numbers

العدد	المقياس	سعة (بالراديان) (rad)
a	a	0
$-a$	$ -a = a$	π
bi	b	$\frac{\pi}{2}$
$-bi$	$ -b = b$	$\frac{3\pi}{2}$

رئيس القسم: محمود حامد العلو

الأعداد المركبة	الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب	حل معادلات
7-1	7-2	7-3



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



أوراق متابعة الوحدة السابعة (الأعداد المركبة)

تمارين (1 - 7) الأعداد المركبة

مثال (1) : بسط كل مما يلي مستخدماً الوحدة التخيلية i :
صفحة 13

a) $\sqrt{-4}$

b) $\sqrt{-8}$

حاول أن تحل (1) : بسط كل عدد مما يلي مستخدماً الوحدة التخيلية i :
صفحة 13

a) $\sqrt{-2}$

b) $-\sqrt{-12}$

c) $\sqrt{-36}$

مثال (2) : اكتب كلا من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية:
صفحة 14

a) $\sqrt{-9} + 6$

b) $\frac{1 + \sqrt{-25}}{4}$

c) $1 - \sqrt{-20}$

حاول أن تحل (2) : اكتب كلا من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية:
صفحة 14

a) $\sqrt{-18} + 7$

b) $\frac{10 - \sqrt{-100}}{5}$

c) $\frac{\sqrt{-9} + 5}{7}$

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

[illegible]

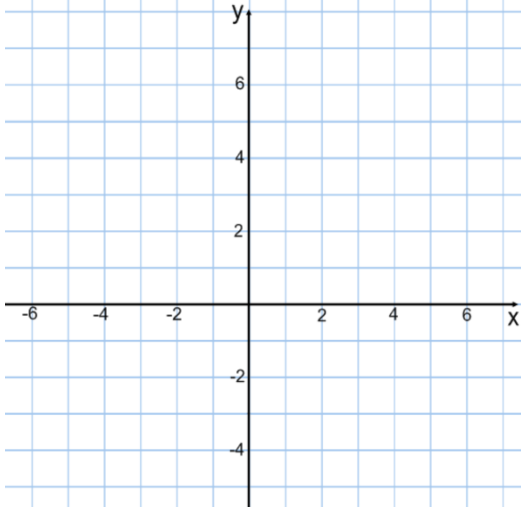


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



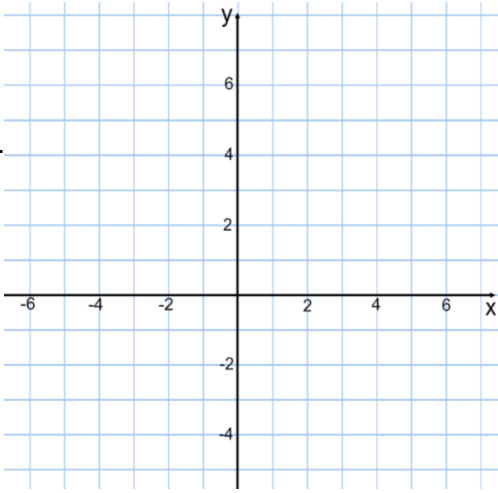
مثال (4): مثل كلاً مما يلي في المستوى المركب: صفحة 16

a) $z_1 = 3 + 2i$ b) $z_2 = -1$ c) $z_3 = -i - 2$ d) $z_4 = i$



حاول أن تحل (4): مثل كلاً مما يلي في المستوى المركب: صفحة 16

a) $z_1 = 4 - i$ b) $z_2 = -3i$ c) $z_3 = -4 - 3i$ d) $z_4 = 2$



مثال (5): اكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط: $J(0, -5)$, $L(2, -1)$, $M(3, 2)$ صفحة 16

حاول أن تحل (5): اكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط: $K(7, 0)$, $H(1, -2)$, $N(-4, 1)$ صفحة 16



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (6) : إذا كان: $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 4 - 7i, z_3 = 2i$ فأوجد: صفحة 17

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 - z_2$

c) $z_3 + z_2 + z_1$

حاول أن تحل (6) : إذا كان: $z_1 = -2 + 5i, z_2 = 3.4 - 1.2i, z_3 = -0.3i$ فأوجد: صفحة 17

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 - z_2$

c) $z_3 - z_2 - z_1$



مثال (7): أوجد الناتج:

$$a) (5i)(-4i)$$

$$b) 3(7 + 5i)$$

$$c) (2 + 3i)(-3 + 5i)$$

$$d) 4i \left(1 - \frac{1}{2}i\right) \left(1 + \frac{1}{2}i\right)$$



حاول أن تحل (7): أوجد الناتج: صفحة 19

$$a) (6 - 5i)(4 - 3i)$$

$$b) (9 + 4i)(9 - 4i)$$

$$d) (12i)(7i)(i+1)$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (9): إذا كان: $z_1 = i, z_2 = -2i, z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ فأوجد: صفحة 20

a) z_1^{21}

b) z_2^6

c) z_3^2

a) $5(i)^{73}$

حاول أن تحل (9): أوجد: صفحة 21



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (10) : إذا كان: $z_1 = 2 - 7i$, $z_2 = 3 + 5i$ فأوجد: صفحة 22

a) $\overline{z_1} + \overline{z_2}$

b) $\overline{z_1 - z_2}$

c) $\overline{z_1 \cdot z_2}$

d) $\overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (11) : أوجد المعكوس الضربي لكل مما يلي: صفحة 23

a) $z_1 = 3 - 5i$

b) $z_2 = 2i - 1$

c) $z_3 = -7i$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (11) : أوجد المعكوس الضربي لكل مما يلي: صفحة 23

a) $z_1 = -3i - 6$

b) $z_2 = 5 + 11i$

c) $z_3 = 6i$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (12): أوجد ناتج قسمة $5 - 6i$ على $2 + 3i$ صفحة 24

حاول أن تحل (12): أوجد ناتج قسمة $2i - 3$ على $1 + 2i$ صفحة 24



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (13) : أكتب كلاً مما يلي بالصورة الجبرية للعدد المركب:
صفحة 24

a) $\frac{2}{3-i}$

b) $\overline{\left(\frac{5+i}{2-3i}\right)}$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



تمارين (2 - 7) الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

مثال (1) : أوجد:
صفحة 25

a) $|5i|$

b) $|3 - 4i|$

حاول أن تحل (1) : أوجد:
صفحة 26

a) $|6 - 4i|$

b) $|-2 + 5i|$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2) : أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين: صفحة 26

a) $M(5, \frac{\pi}{4})$

b) $N(\sqrt{2}, \frac{5\pi}{6})$

حاول أن تحل (2) : أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين: صفحة 27

a) $A(5, 300)$

b) $B(2, \frac{2\pi}{3})$



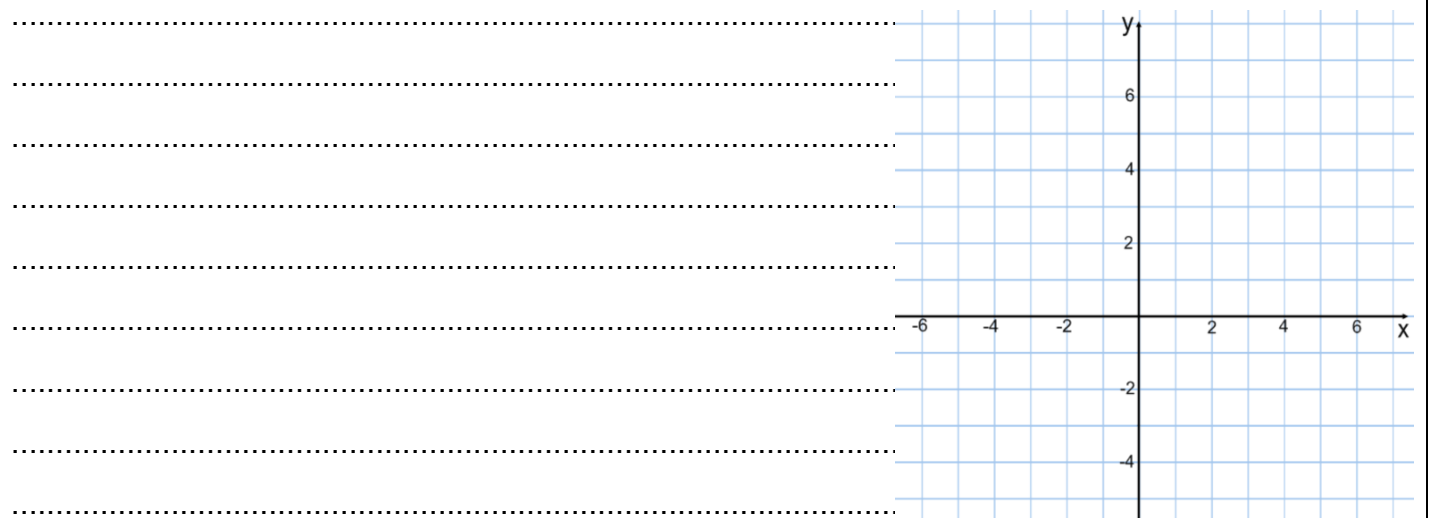
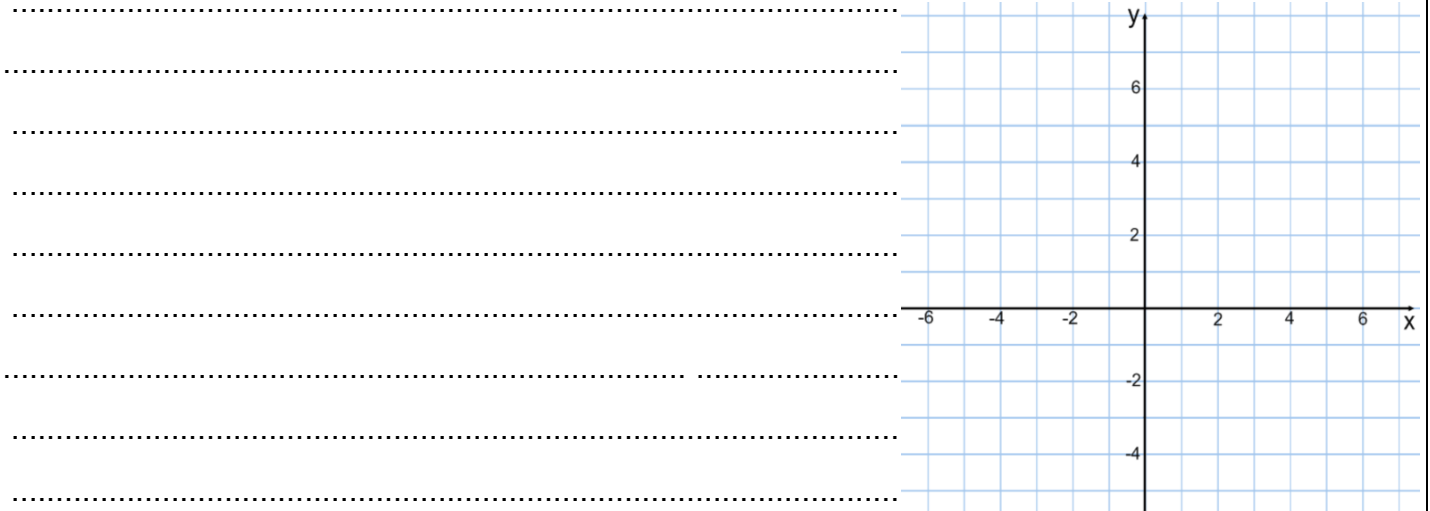
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : حول من الإحداثيات الديكارتية الى الإحداثيات القطبية (r, θ) لكل مما يلي: صفحة 27

a) $L(1, -\sqrt{3}), 0 \leq \theta < 2\pi$

b) $M(-3, -4), 0 \leq \theta < 360$





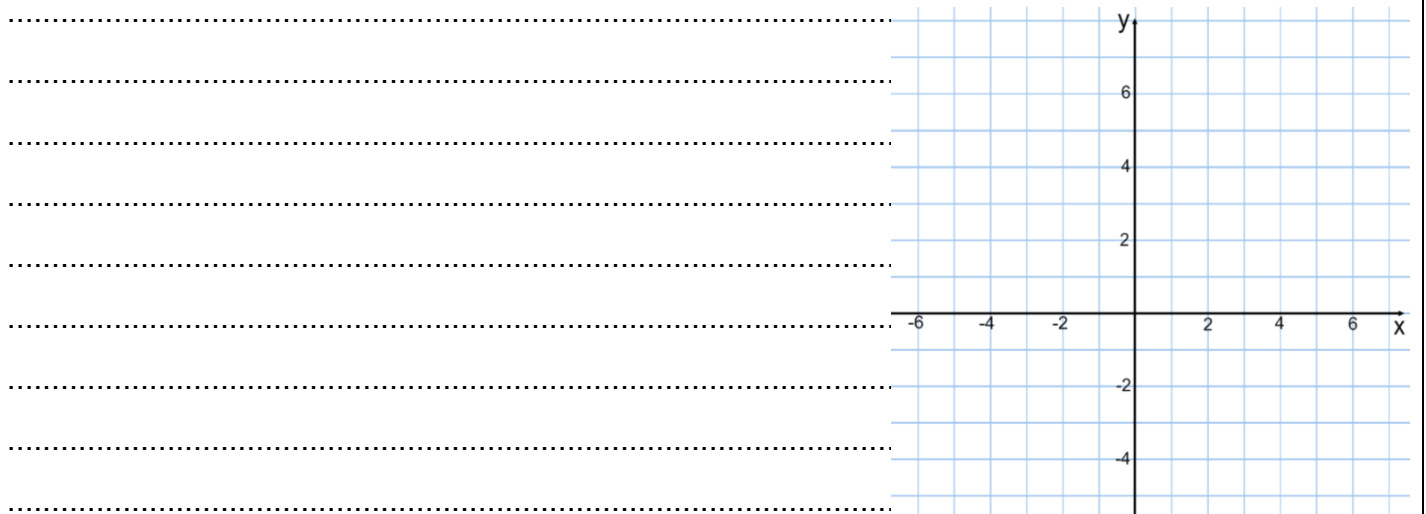
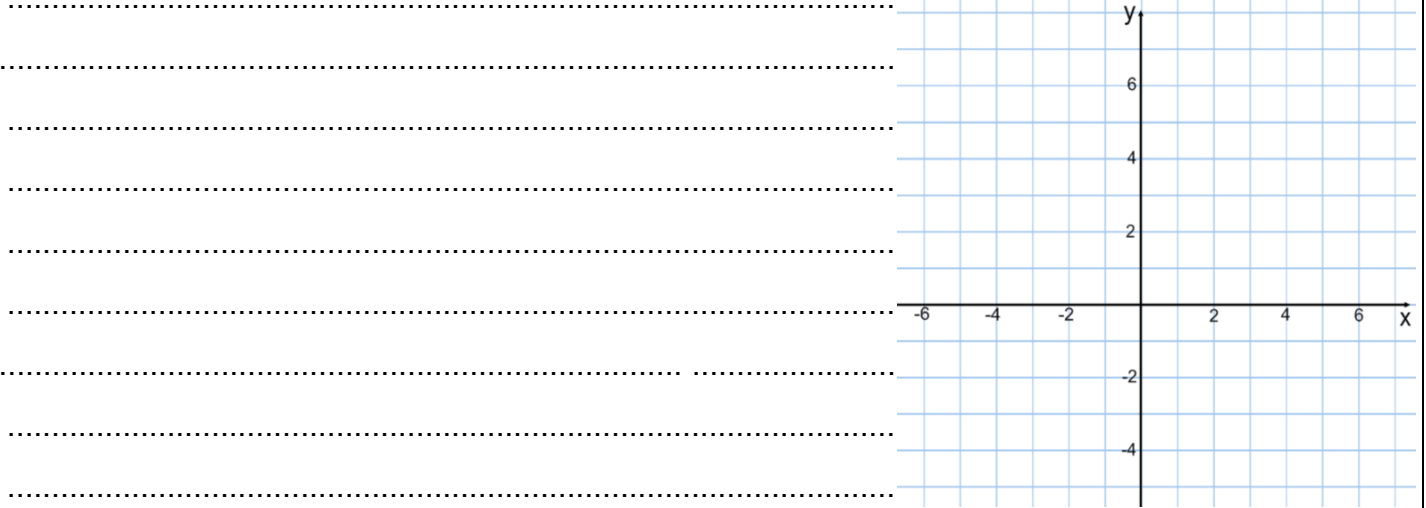
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$:
صفحة 28

a) $D(3\sqrt{3}, 3)$

b) $C(4, -2\sqrt{5})$





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4) : ضع كلاً مما يلي بالصورة المثلثية:
صفحة 29

$$a) z_1 = 1 + \sqrt{3} i$$

$$b) z_2 = -2 - 2 i$$

$$c) z_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (5): ضع كلاً مما يلي بالصورة المثلثية $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ مستخدماً السعة الأساسية: صفحة 30

a) $z_1 = \sqrt{2} (\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$

b) $z_2 = \sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}$

This image shows a full page of a document template designed for handwritten notes or essays. It features approximately 28 evenly spaced, thin grey horizontal lines across the entire width of the page. The margins are consistent on all sides, providing ample space for writing. There are no pre-printed questions, headings, or other markings on the page.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (5) : ضع كلاً مما يلي بالصورة المثلثية $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ مستخدماً السعة الأساسية: صفحة 31

a) $z_1 = 3 \left(-\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

b) $z_2 = 2 \left(\sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4} \right)$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



تابع حاول أن تحل (5): ضع كلاً مما يلي بالصورة المثلثية $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ مستخدماً السعة الأساسية:
صفحة 31

c) $z_3 = -\sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

d) $z_4 = 3 (\cos 50 - i \sin(-130))$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (6) : ضع كلاً مما يلي في الصورة الجبرية:
صفحة 31

$$a) z_1 = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$$

$$b) z_2 = 3 \left(\cos \left(\frac{-\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{6} \right) \right)$$

حاول أن تحل (6) : ضع كلاً مما يلي في الصورة الجبرية:
صفحة 31

$$a) z_1 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$b) z_2 = \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (7) : ضع في الصورة المثلثية كلاً من الاعداد التالية:
صفحة 32

a) $z_1 = 3$

b) $z_2 = -5$

c) $z_3 = i$

d) $z_4 = -3i$

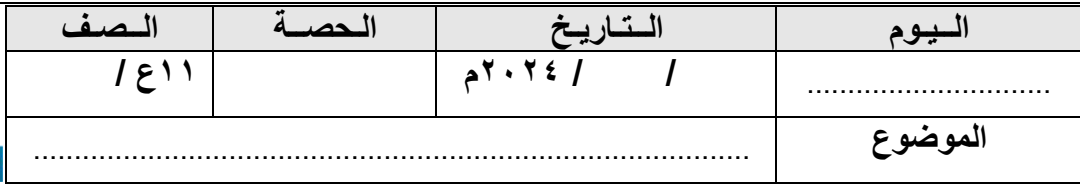
حاول أن تحل (7) : ضع في الصورة المثلثية كلاً من الاعداد التالية:
صفحة 32

a) $z_1 = 2i$

b) $z_2 = 5$

c) $z_3 = \frac{-3}{4}$

d) $z_4 = -\frac{5}{2}i$





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + i\bar{z} = 5 - 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة C.

صفحة 34



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + i = 2\bar{z} + 1$ في مجموعة الأعداد المركبة C.

صفحة 34



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $4x^2 + 100 = 0$ حيث $x \in C$.
صفحة 34

حاول أن تحل (3) : أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in C$:
صفحة 35

a) $3x^2 + 48 = 0$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



تابع حاول أن تحل (3) : أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in C$:
صفحة 35

b) $-5x^2 - 150 = 0$

c) $8x^2 + 2 = 0$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (4) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C. صفحة 35

حاول أن تحل (4) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$ في C. صفحة 35



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (6) : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 3 + 4i$.
صفحة 36



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (6) : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 - 4i$.
صفحة 37



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (7) : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 7 - 24i$.
صفحة 37



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (7) : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 5 + 12i$.
صفحة 38



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (8) : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -21 - 20i$.
صفحة 37



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (8) : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 7 + 24i$.
صفحة 38



الكتاب الثاني

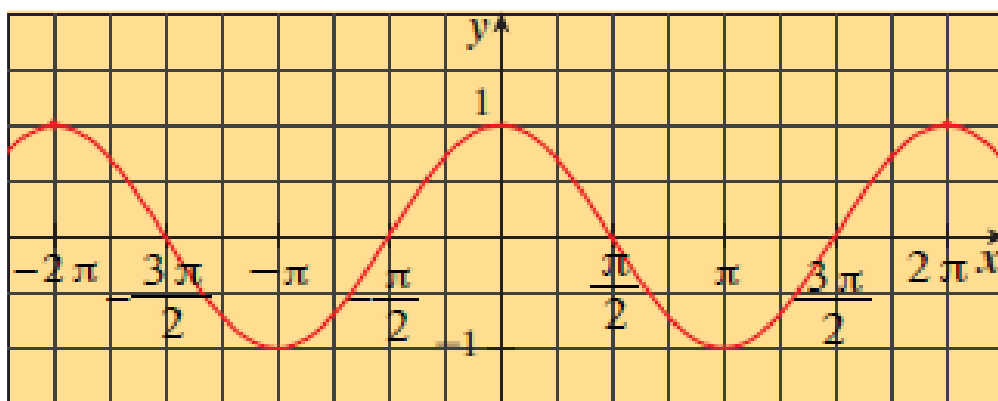
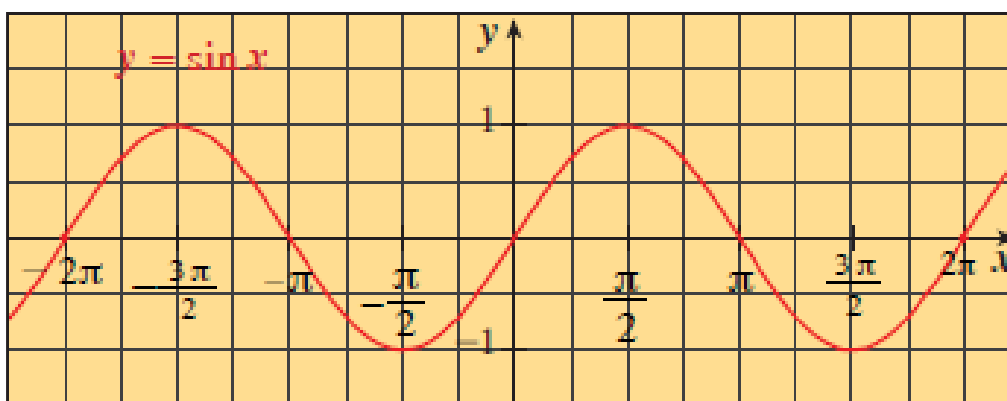


"مادة الرياضيات"

الوحدة الثامنة

حساب المثلثات

Trigonometry



رئيس القسم: محمود حامد العلو

التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل)	التحويلات الهندسية للدوال الجيبية	قانون الجيب	قانون جيب التمام	مساحة المثلث
8-1	8-2	8-3	8-4	8-5



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



أوراق متابعة الوحدة الثامنة (حساب المثلثات)

تمارين (1 - 8) التمثيل البياني للدوال المثلثية

مثال (1) : أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي: صفحة 45

a) $y = 2 \cos x$

b) $y = -5 \cos \frac{x}{3}$

حاول أن تحل (1) : أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي: صفحة 46

a) $y = -2 \cos 5x$

b) $y = \frac{1}{2} \cos(-x)$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2): اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a \sin bx$ إذا كانت: صفحة 46

(a) الدورة هي: $\frac{\pi}{2}$, $a = 3$.

(b) الدورة هي: 2π , $a = -\frac{1}{2}$.

(c) الدورة هي: 3 , $a = 1.5$.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

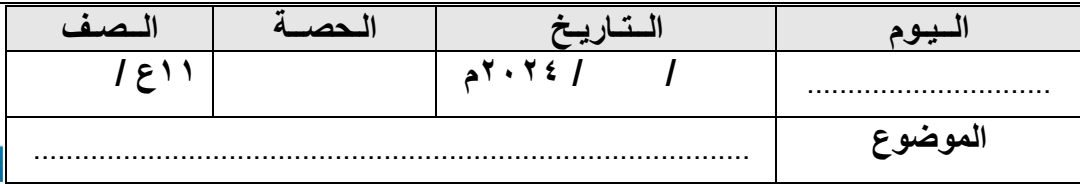
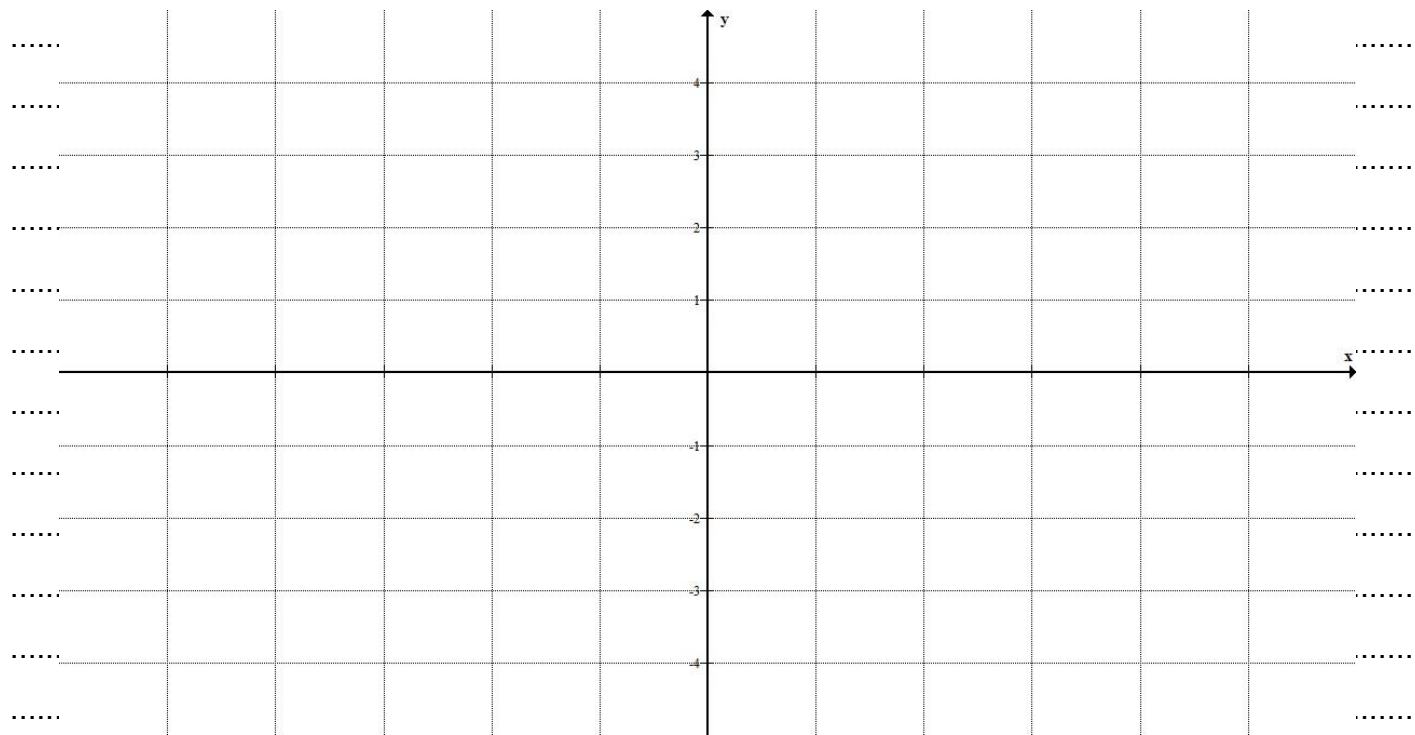


حاول أن تحل (2) : اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a \cos bx$ إذا كانت: صفحة 46

(a) الدورة هي: $\frac{\pi}{3}$, $a = -2$.

(b) الدورة هي: π , $a = 0.25$.

(c) الدورة هي: 2 , $a = 1$.

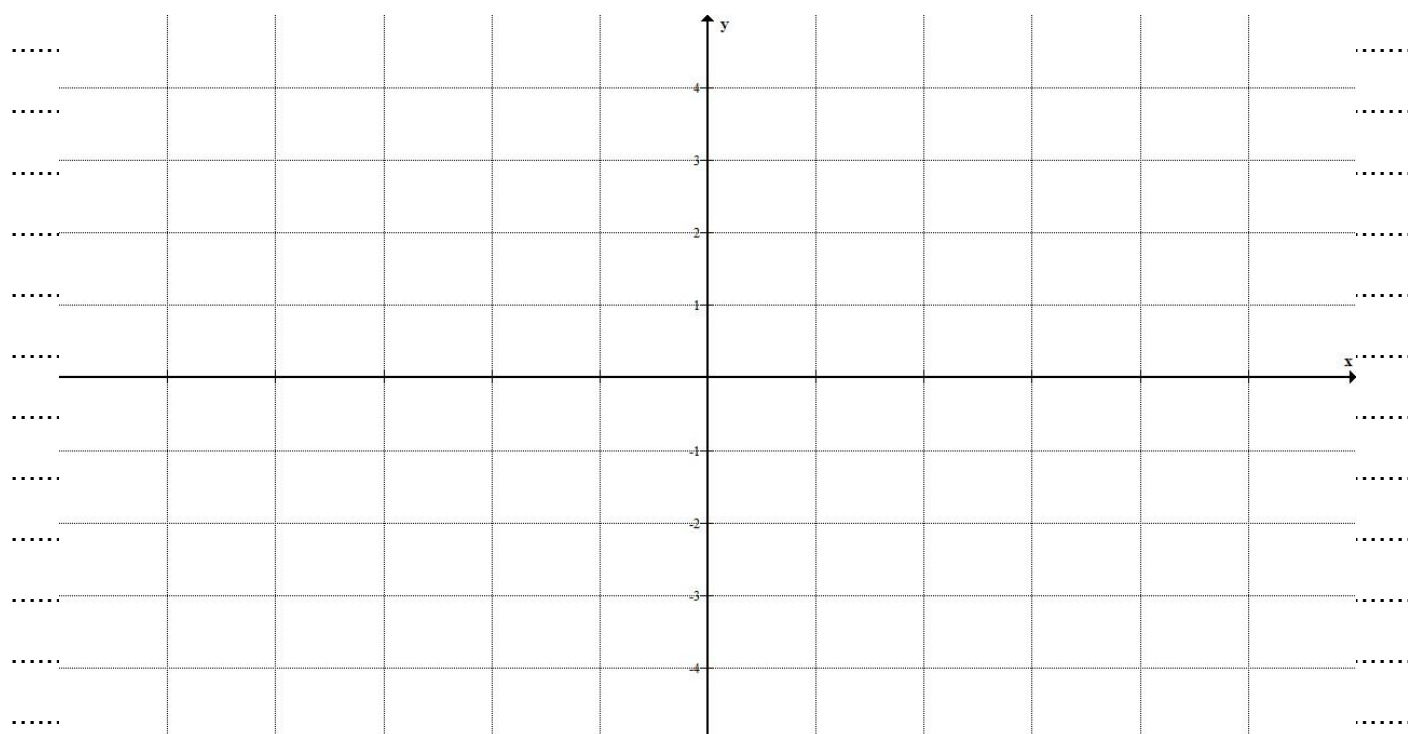

$$a) y = \frac{1}{2} \sin 4x$$


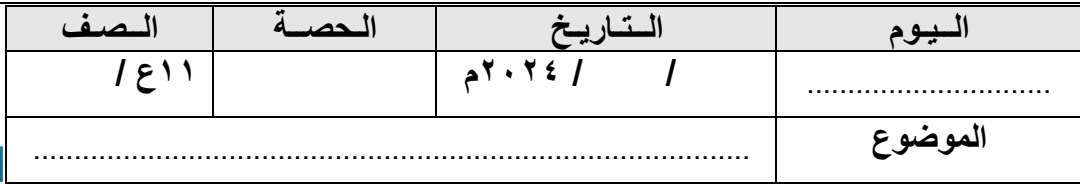
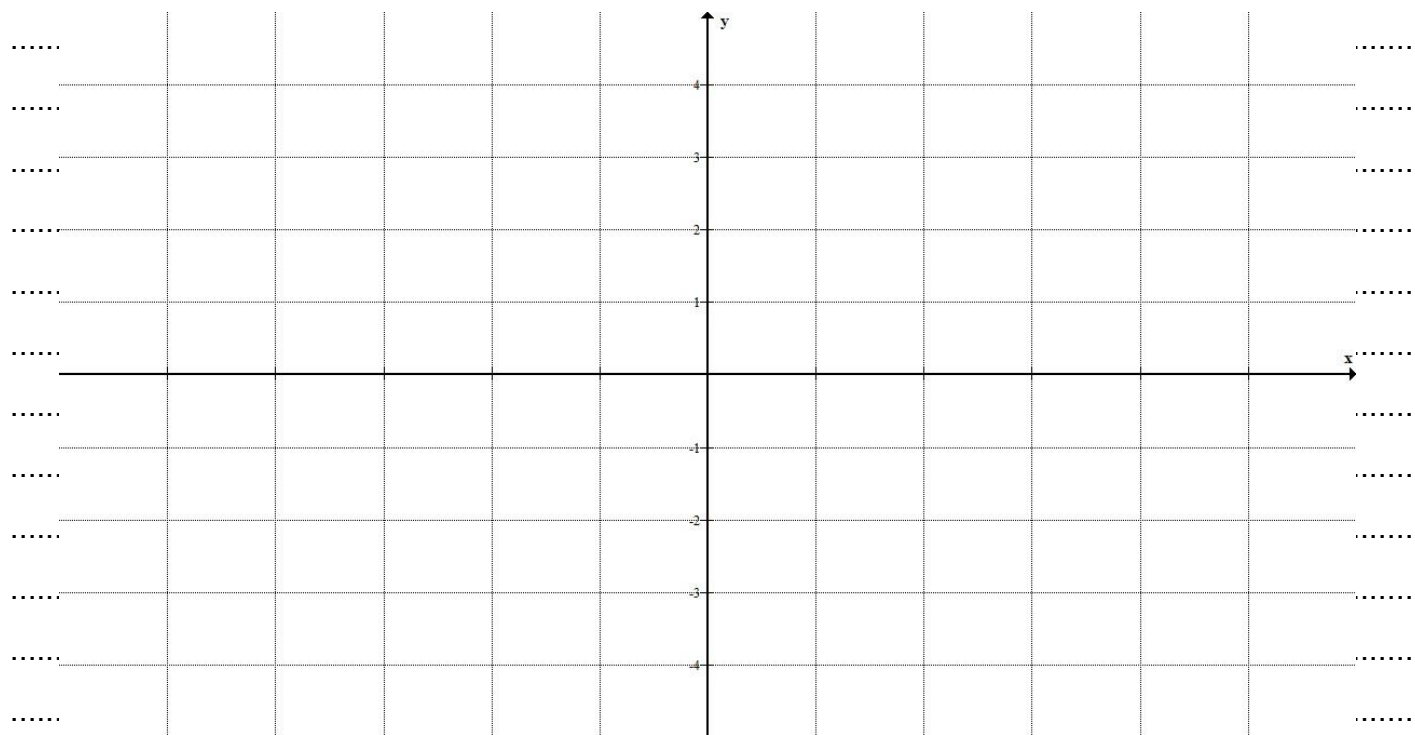


تابع حاول أن تحل (3): أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

صفحة 48

b) $y = -4 \sin x$, $x \in [-\pi, 2\pi]$



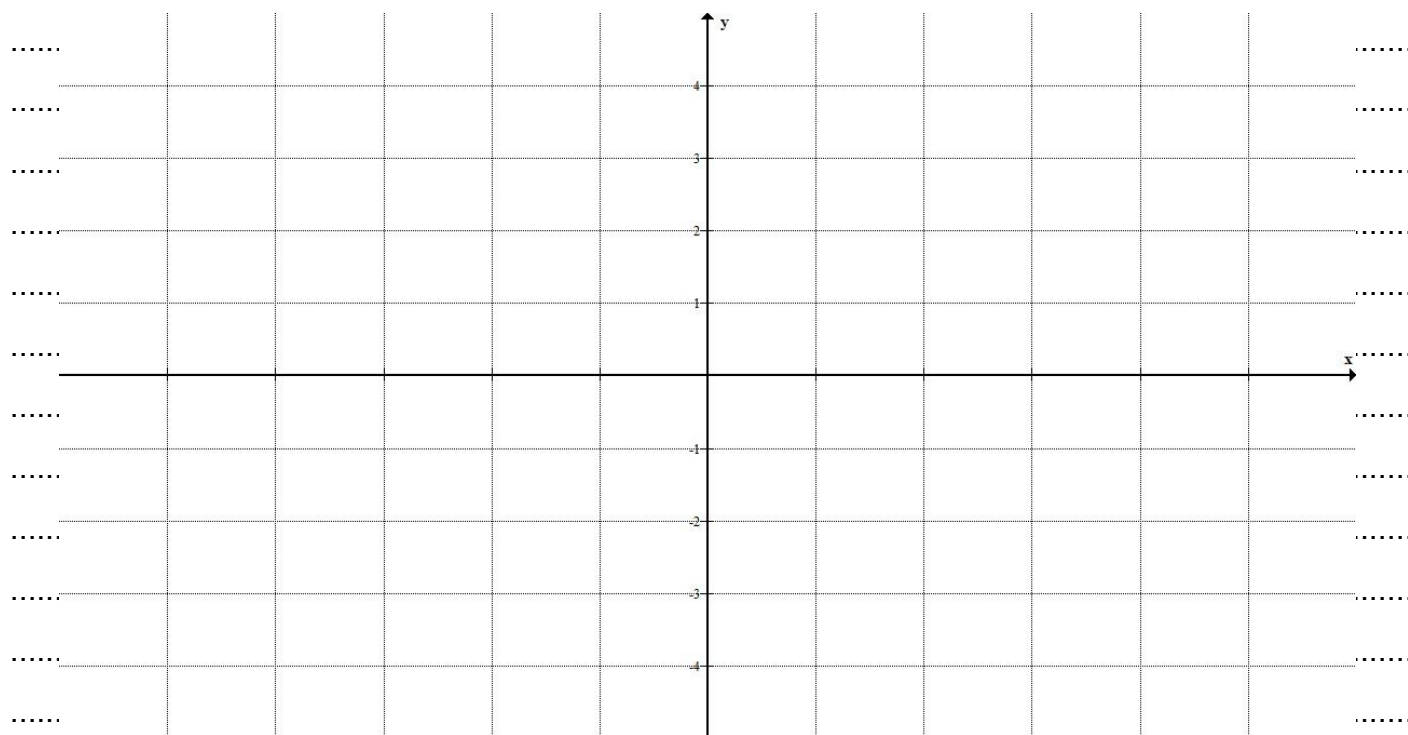

$$a) y = 3 \cos 2x$$


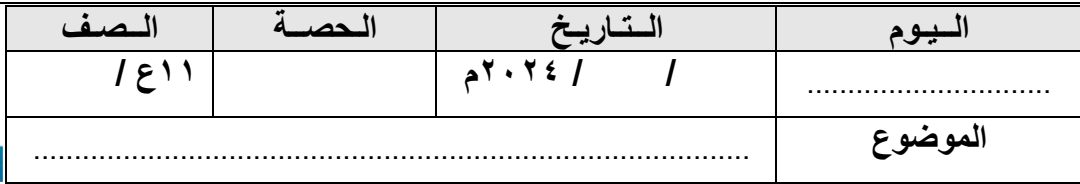


تابع حاول أن تحل (4): أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

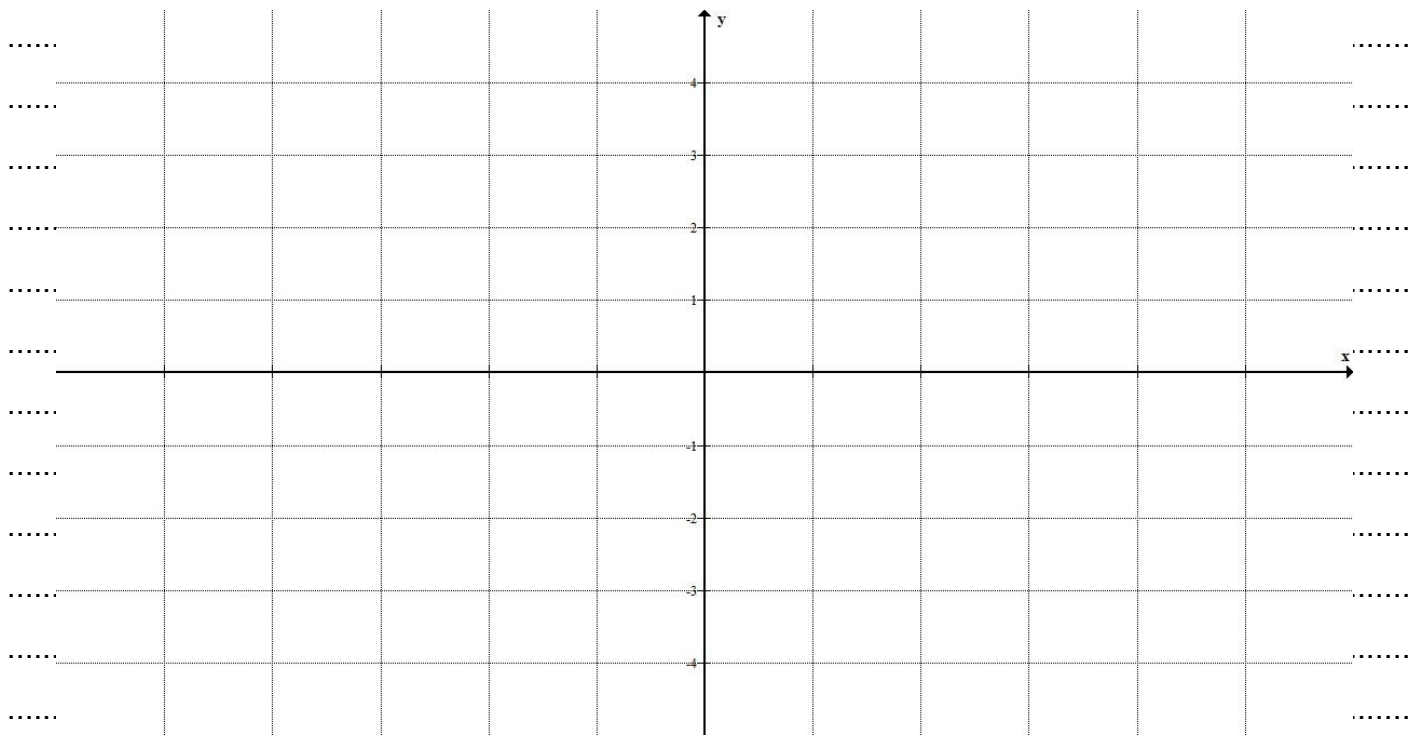
صفحة 49

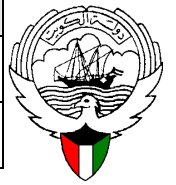
$$b) \ y = -2 \cos\left(\frac{3}{4}x\right), \ 0 \leq x \leq 2\pi$$





تابع مثال (5) : أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

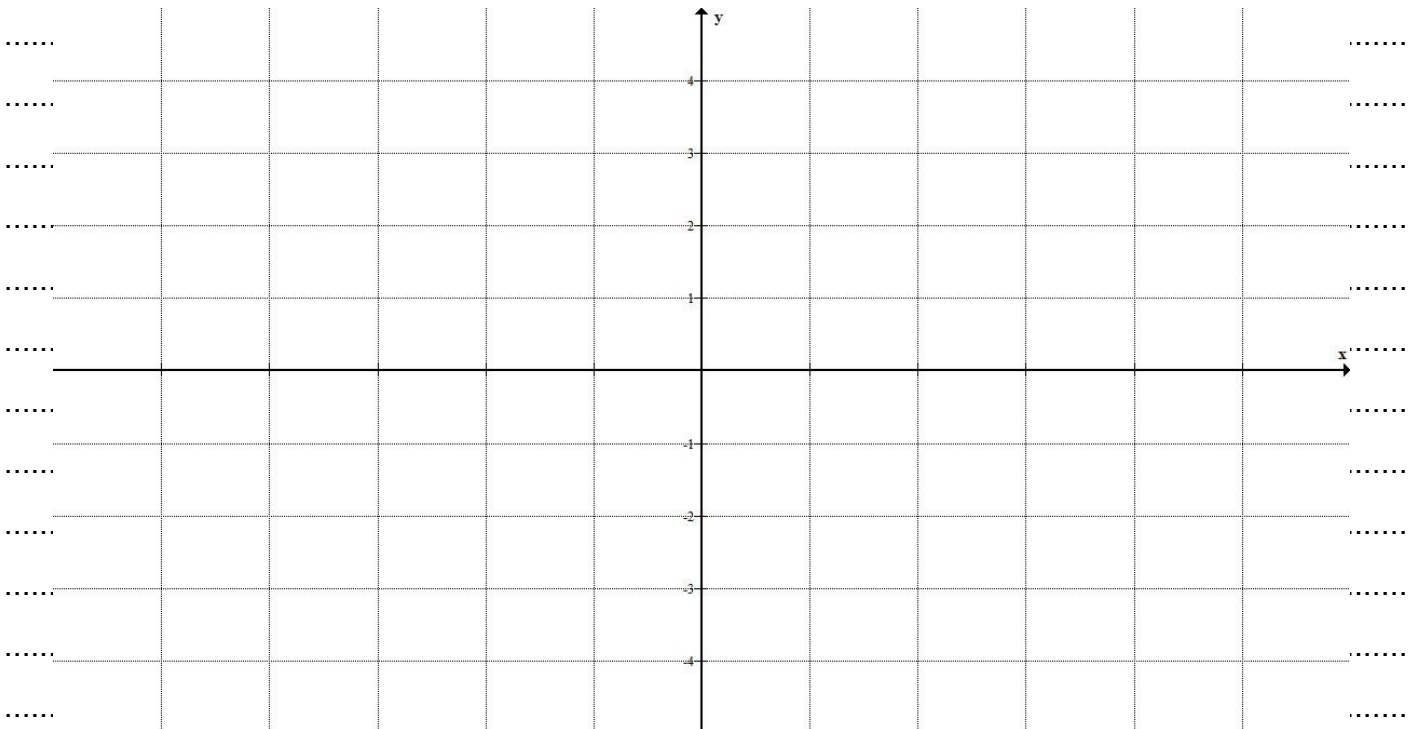




حاول أن تحل (5) : أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

صفحة 51

$$a) y = -\tan x$$





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (2) : حل المثلث ABC حيث : $a = 3 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $\alpha = 40^\circ$:
صفحة 66



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : حل المثلث ABC حيث : $a = 7 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $\alpha = 26.3^\circ$ صفحة 66



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : حل المثلث ABC حيث : $a = 5 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 30^\circ$ صفحة 67



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : حل المثلث ABC حيث : $a = 6 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$ صفحة 67

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting or typing. There are no margins, text, or other markings on the page.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (1) : حل المثلث ABC حيث : $a = 11 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $\gamma = 20^\circ$ صفحة 72



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : حل المثلث ABC حيث : $a = 6 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $\alpha = 30^\circ$ باستخدام قانون الجيب.

صفحة 73



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : حل المثلث ABC حيث : $a = 5 \text{ cm}$, $b = 6.5 \text{ cm}$, $\alpha = 25^\circ$ باستخدام قانون الجيب. صفحة 73



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2) : أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: 7 cm , 5 cm , 8 cm
صفحة 76

حاول أن تحل (2) : أوجد مساحة المثلث ABC حيث : $a = 4 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$
صفحة 76



الكتاب الثاني



"مادة الرياضيات"

الوحدة التاسعة

تطبيقات على حساب المثلثات

Applications of Trigonometry

$$\cos(\beta + \alpha) = \cos \beta \cos \alpha - \sin \beta \sin \alpha$$

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta + \alpha) = \sin \beta \cos \alpha + \cos \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha$$

$$\tan(\beta + \alpha) = \frac{\tan \beta + \tan \alpha}{1 - \tan \beta \tan \alpha}$$

$$\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

رئيس القسم: محمود حامد العلو

المتطابقات المثلثية	إثبات صحة متطابقات مثلثية	حل معادلات مثلثية	متطابقات المجموع والفرق	متطابقات ضعف الزاوية ونصفها
9-1	9-2	9-3	9-4	9-5



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



أوراق متابعة الوحدة التاسعة (تطبيقات على حساب المثلثات)

تمارين (2 - 9) إثبات صحة متطابقة مثلثية

مثال (1) : أثبت صحة المتطابقة: $\frac{(1-\cos \theta)(1+\cos \theta)}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$ صفحة 88

حاول أن تحل (1) : أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\sin \theta}{1+\cos \theta} + \frac{1+\cos \theta}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$ صفحة 88



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2) : أثبت صحة المتطابقة: $2 \cot x \cdot \csc x = \frac{1}{\sec x - 1} + \frac{1}{\sec x + 1}$ صفحة 88



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1+\sin x}{1-\sin x} - \frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 4 \tan x \cdot \sec x$ صفحة 89



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{1+\sin x}{\cos x}$ صفحہ 89



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1-\cos x}{1+\cos x} = (\csc x - \cot x)^2$ صفحة 90



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4): أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\cot^2 \theta}{1 + \csc \theta} = (\cot \theta)(\sec \theta - \tan \theta)$ صفحة 90



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (4) : أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\sec x + \tan x}{\cot x + \cos x} = \sin x + \sin x \cdot \tan^2 x$ صفحة 90



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



تمارين (3 - 9) حل معادلات مثلثية

مثال (1): حل المعادلة: $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$ صفحة 93

حاول أن تحل (1): حل المعادلة: $\sqrt{2} \cos x = 1$ صفحة 93



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (2) : حل المعادلة: $4 \sin \theta + 1 = \sin \theta$ ، حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ صفحة 94



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : حل المعادلة: $5 \sin \theta - 3 = \sin \theta$ صفحة 94



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3): حل المعادلة: $\tan x = \sqrt{3}$ صفحة 94

حاول أن تحل (3): حل المعادلة: $\tan x = 1$ صفحة 95



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4): حل المعادلة: $2 \cos \theta \cdot \sin \theta = -\sin \theta$ صفحة 95

حاول أن تحل (4): حل المعادلة: $\sin \theta \cdot \cos \theta - \cos \theta = 0$ صفحة 96



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (5): حل المعادلة: $4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 = 0$ صفحة 96



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (5) : حل المعادلة: $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$ صفحة 97



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4): إذا كان: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, $\cos \beta = \frac{-12}{13}$.

صفحة 103

أوجد كلا مما يلي:

a) $\sin(\alpha + \beta)$

b) $\cos(\alpha - \beta)$

c) $\tan(\alpha - \beta)$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



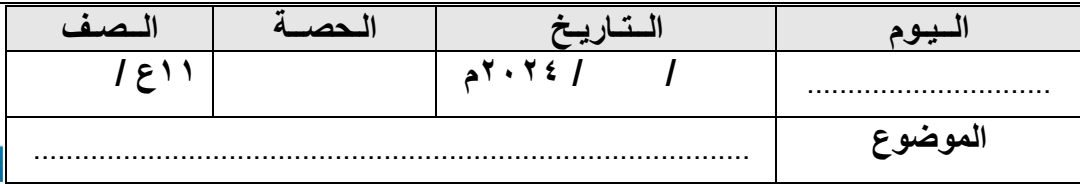
حاول أن تحل (4) : إذا كان: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, $\cos \beta = \frac{-12}{13}$.
صفحة 104

أوجد كلا مما يلي:

a) $\cos(\alpha + \beta)$

b) $\tan(\alpha + \beta)$

c) $\sin(\beta - \alpha)$



مثال (1): أثبت صحة مطابقة جيب تمام ضعف الزاوية: $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$

صفحة 105

حاول أن تحل (1): أثبت صحة مطابقة جيب تمام ضعف الزاوية: $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$

صفحة 105



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : إذا كان: $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$.
صفحة 106

حاول أن تحل (3) : إذا كان: $\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$.
صفحة 106



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4) : إذا كان: $\tan \theta = -1 + \sqrt{2}$. استخدم متطابقة ظل ضعف الزاوية لإيجاد $\tan 2\theta$ صفحة 107

حاول أن تحل (4) : إذا كان: $\tan \theta = \sqrt{3}$. استخدم متطابقة ظل ضعف الزاوية لإيجاد $\tan 2\theta$ صفحة 107

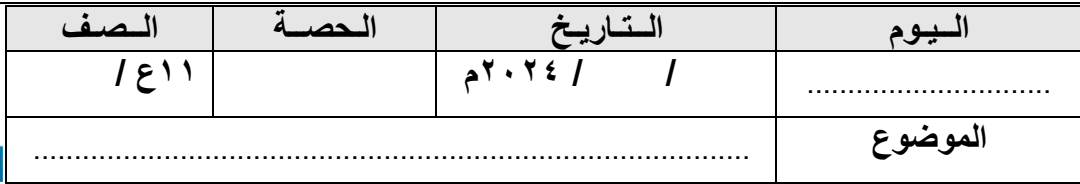


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (5) : أثبت صحة المتطابقة: $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ صفحة 107

حاول أن تحل (15) : أثبت صحة المتطابقة: $2 \cos 2\theta = 4 \cos^2 \theta - 2$ صفحة 107



مثال (6): أثبت صحة المتطابقة: $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ صفحة 108



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (6) : أثبت صحة المتطابقة: $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$ صفحة 108



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (7) : استخدم متطابقات نصف الزاوية لإيجاد $\sin 15^\circ$ صفحة 109

حاول أن تحل (7) : استخدم متطابقات نصف الزاوية لإيجاد $\cos 15^\circ$ صفحة 109



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (8) : إذا كان: $\sin \theta = -\frac{24}{25}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ، فأوجد $\sin \frac{\theta}{2}$.
صفحة 109

حاول أن تحل (8) : إذا كان: $\sin \theta = -\frac{24}{25}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ، فأوجد $\cos \frac{\theta}{2}$, $\tan \frac{\theta}{2}$.
صفحة 109



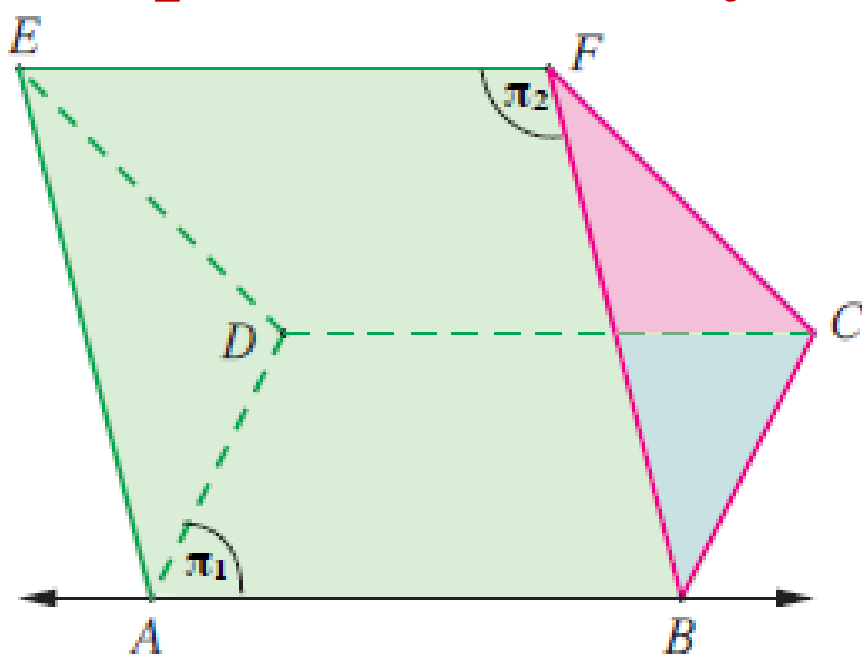
الكتاب الثاني

"مادة الرياضيات"

الوحدة العاشرة

الهندسة الفراغية

Space Geometry

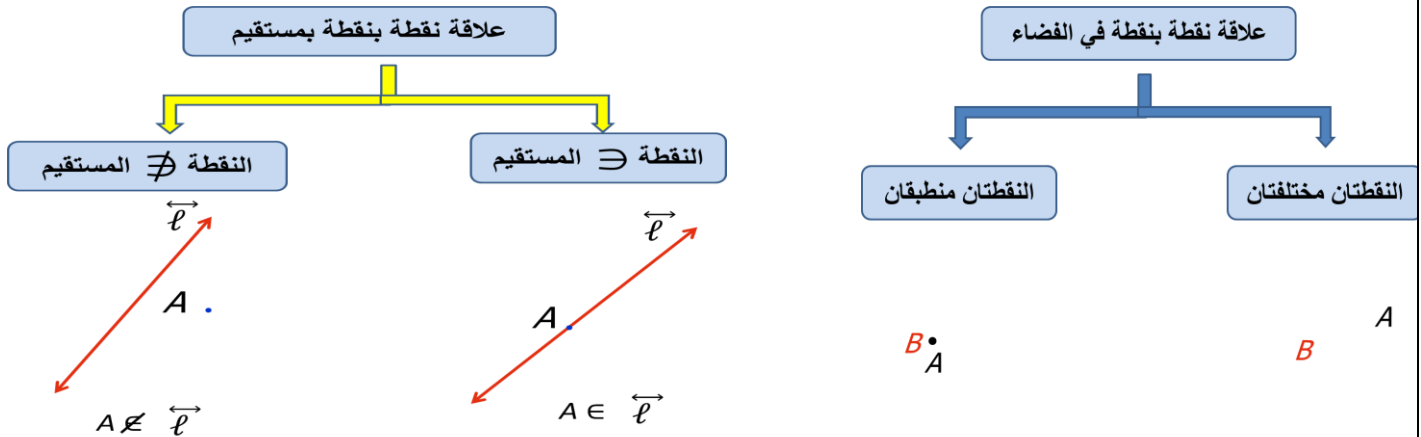


رئيس القسم: محمود حامد العلو

المستويات المتعامدة	الزاوية الزوجية	تعامد مستقيم مع مستو	المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء	المستقيمات والمستويات في الفضاء
10-5	10-4	10-3	10-2	10-1

أوراق متابعة الوحدة العاشرة (هندسة الفضاء)

تمارين (1 - 10) المستقيمات والمستويات في الفضاء



المسلمة (الموضوعة)

هي عبارة أولية (رياضية) نسلم بصحتها (نقبلها) دون برهان.

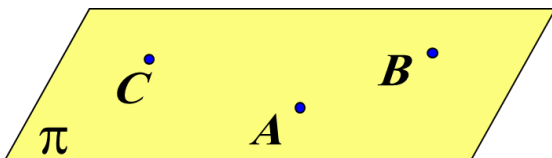
a

(i) أي نقطتين مختلفتين في الفضاء يمر بهما مستقيم وحيد (واحد فقط).

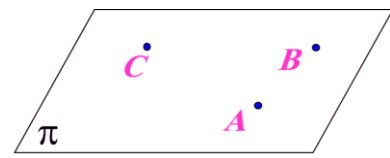
(ii) كل مستقيم في الفضاء يحوي على الأقل نقطتين مختلفتين.

b

- أي ثلاث نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة يحتويها مستو واحد.



- في كل مستو يوجد على الأقل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

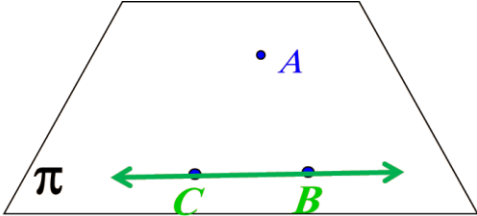


A, B, C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

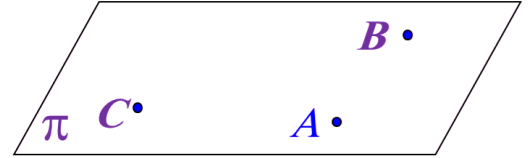
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

حالات تعيين المستوى في الفضاء

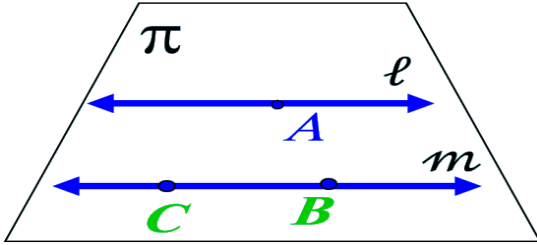
- أي مستقيم ونقطة خارجة عنه يعينان مستويا وحيدا فقط.



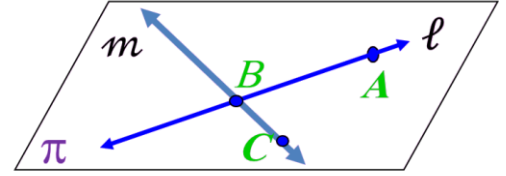
- أي ثلاث نقاط مختلفة ليست على استقامة واحدة تعين مستويا واحدا فقط.



- أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستويا واحدا فقط.

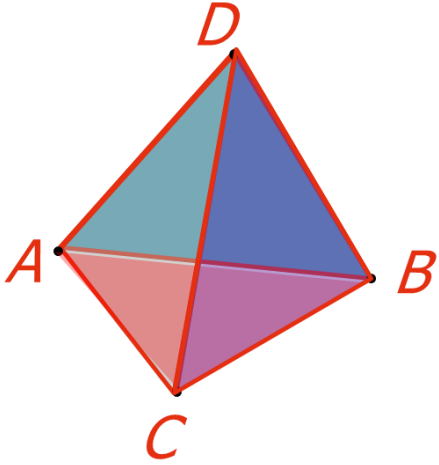


- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويا واحدا فقط.



C

يحتوي الفضاء على الأقل أربع نقاط مختلفة غير مستوية.
وعلى الأقل أربع مستويات مختلفة.

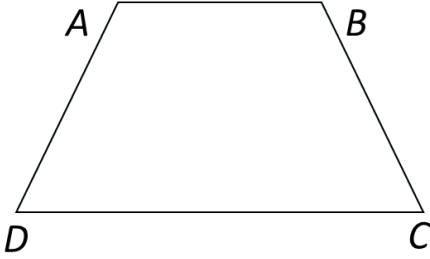


النقاط A, B, C, D لا تقع في مستو واحد

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

مثال (1) :
صفحة 119

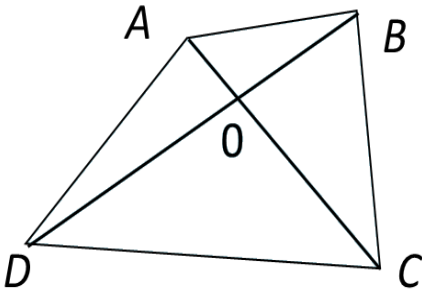
أثبت أن أضلاع أي شبه منحرف تقع جميعها في مستو واحد.



حاول أن تحل (1) : في الشكل المقابل \overline{AC} ، \overline{BD} يتقاطعان في O .

صفحة 119

أثبت أن أضلاع الرباعي ABCD تقع جميعا في مستو واحد



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

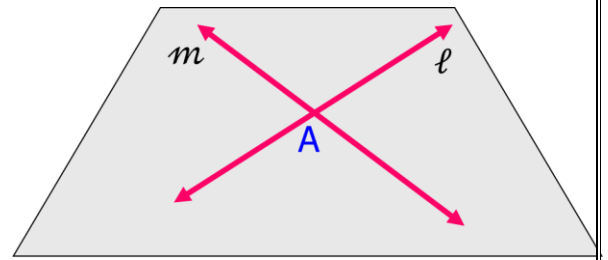
أوضاع المستقيمت في الفضاء

يقال لمستقيمين مختلفين بالفضاء أنهما:

- متقاطعان:

إذا وقعا في مستو واحد وكان

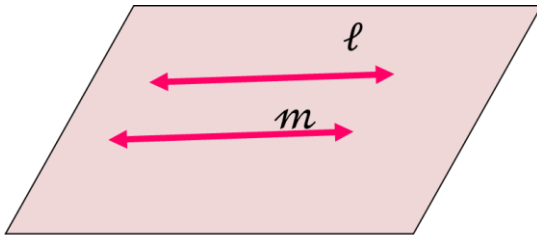
بينهما نقطة واحدة مشتركة فقط.



$$\vec{\ell} \cap \vec{m} = \{A\}$$

- متوازيان:

إذا وقعا في مستو واحد وكانا غير متقاطعين.

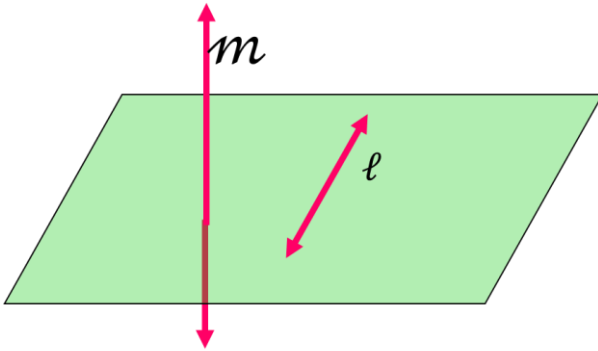


$$\vec{\ell} \subset \pi, \vec{m} \subset \pi$$

$$\vec{\ell} \cap \vec{m} = \emptyset \Rightarrow \vec{\ell} \parallel \vec{m}$$

- متخالفان:

إذا كان لا يحتويهما مستو واحد.



$$\vec{\ell} \subset \pi, \vec{m} \not\subset \pi$$

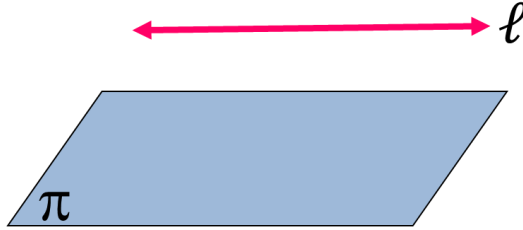
$$\vec{\ell} \cap \vec{m} = \emptyset$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٤ / /		١١ / ع
الموضوع		

أوضاع مستقيم ومستوي في الفضاء

إن معرفة عدد النقاط المشتركة بين مستقيم ومستوي تسمح بمعرفة أوضاعهما وهي:

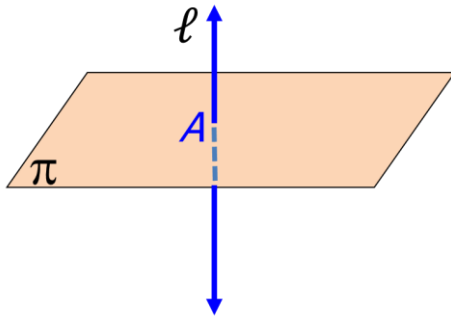
- صفر نقطة مشتركة:



المستقيم موازي للمستوي.

$$\vec{l} \cap \pi = \emptyset \Rightarrow \vec{l} // \pi$$

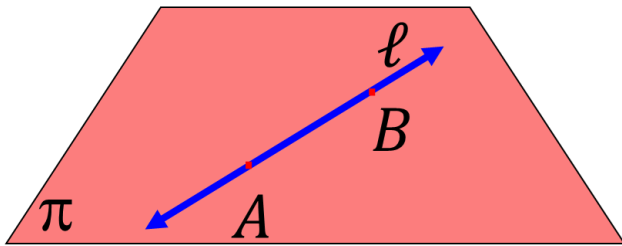
- نقطة مشتركة واحدة:



المستقيم يقطع المستوي

$$\vec{l} \cap \pi = \{A\}$$

- نقطتان مختلفتان مشتركتان على الأقل:



المستقيم يقع بكامله (بتمامه) في المستوي

(المستقيم يوازي المستوي)

$$\vec{AB} \subset \pi$$

$$\vec{AB} \cap \pi = \vec{AB}$$

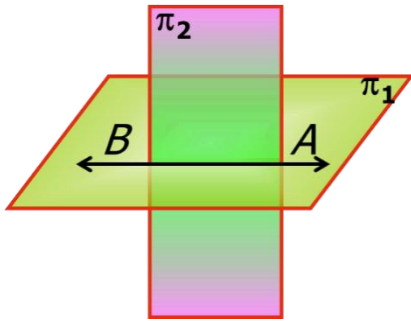
$$\therefore \vec{AB} // \pi$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

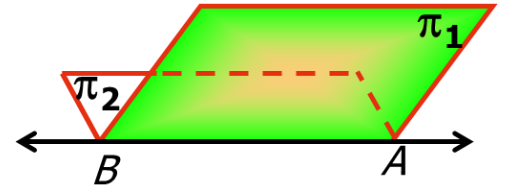
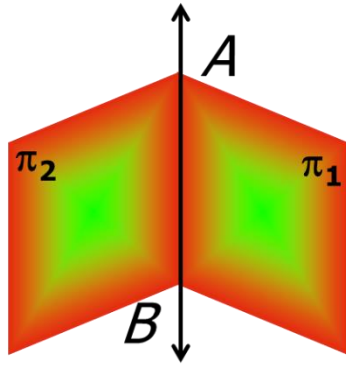
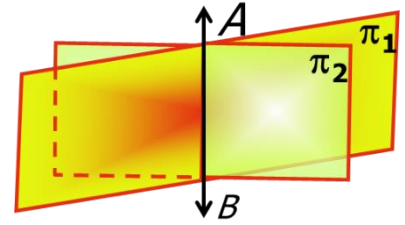
أوضاع مستويين في الفضاء

- إذا أشرت مستويان مختلفان في نقطة فإنه يوجد على الأقل نقطة أخرى مشتركة بين هذين المستويين.
- إذا تقاطع مستويان مختلفان فإنهما يتقاطعان في مستقيم.
- إذا أشرت مستويان في ثلاث نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة يكون المستويان منطبقين.

أوضاع مستويين في الفضاء



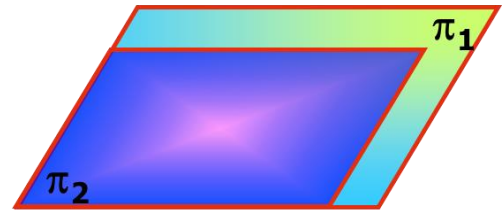
المستويان متقاطعان في مستقيم: $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{AB}$



المستويان منطبقان (يشتركان في جميع النقاط):

$$\pi_1 = \pi_2$$

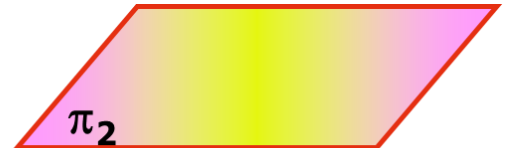
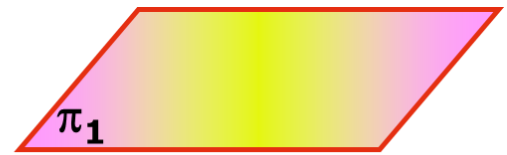
$$\pi_1 // \pi_2$$



المستويان لا يشتركان في أي نقطة:

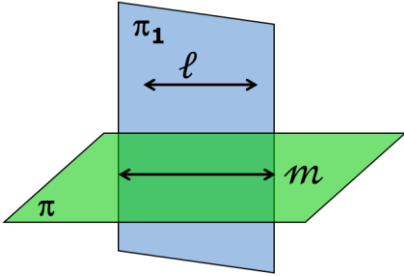
$$\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$$

$$\pi_1 // \pi_2$$



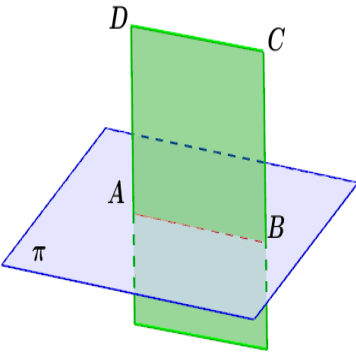
تمارين (2 - 10) المستقيمات والمتوازيات في الفضاء

نظرية (1)



إذا وازي مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوي فإنه يوازي المستوي.

- $$\left. \begin{array}{l} 1) \vec{l} \not\subset \pi \\ 2) \vec{m} \subset \pi \\ 3) \vec{l} // \vec{m} \end{array} \right\} \therefore \vec{l} // \pi$$



مثال (1) : في الشكل المقابل: $AD = BC$ ، $\overrightarrow{AB} \subset \pi$ ، $\overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$:
 أثبت أن : $\overrightarrow{CD} // \pi$ صفحة 125

.....

.....

.....

.....

.....

.....

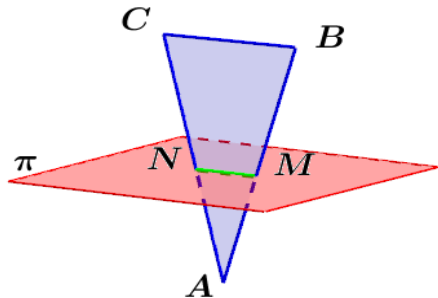
.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل (1) : في الشكل المقابل: المثلث ABC فيه M منتصف \overline{AB} ، N منتصف \overline{AC} . صفحة 125



N ، M تنتميان إلى المستوي π . أثبت أن : $\overrightarrow{CB} // \pi$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

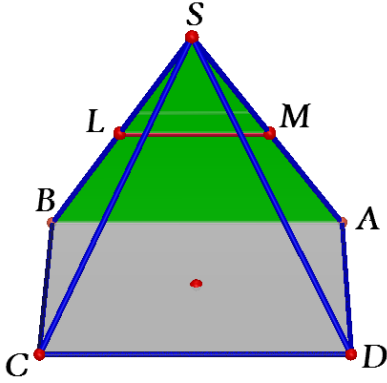
.....

.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

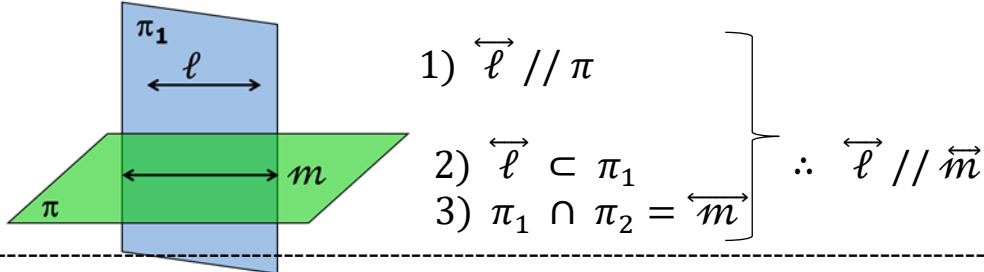
كراسة (3) : هرم قاعدته $ABCD$ مربعة الشكل. M منتصف \overline{SA} ، L منتصف \overline{SB} ،
صفحة 51

أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML} \parallel (ABCD)$



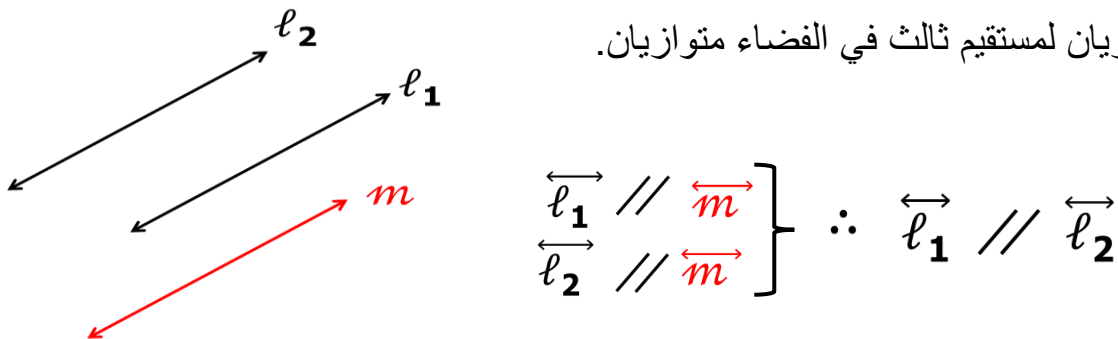
نظرية (2)

إذا وازى مستقيم مستويا، فكل مستو مار بالمستقيم ويقطع المستوي، يقطعه في مستقيم مواز للمستقيم المعلوم.



نظرية (3)

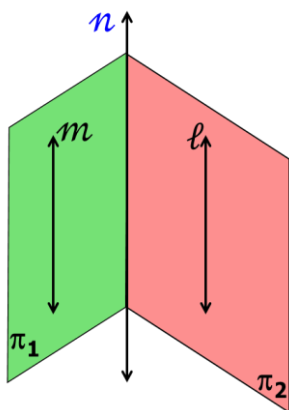
المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفضاء متوازيان.



نتيجة (1)

إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان،

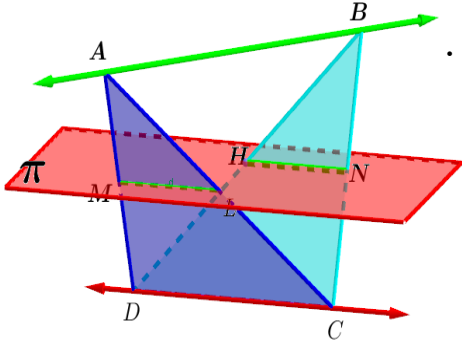
فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

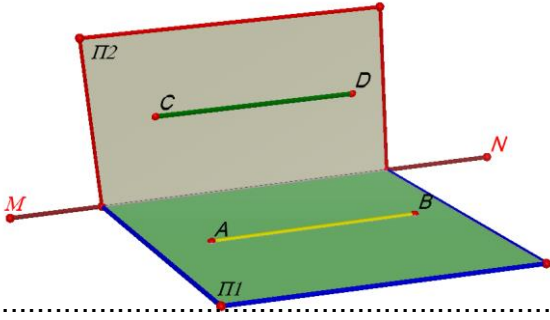
مثال (2): في الشكل المقابل: إذا كان $\vec{CD} \parallel \pi$ ، \vec{AB} متخالفان ، \vec{AD} تقطع π في M ، \vec{BC} تقطع π في N .

صفحة 126



\vec{AC} تقطع π في L ، \vec{BD} تقطع π في H .
أثبت أن : $\vec{ML} \parallel \vec{HN}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

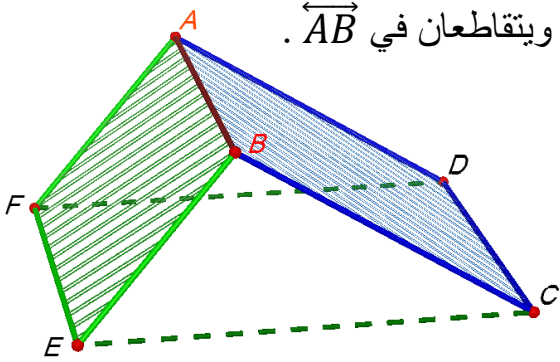


كراسة (7) : ليكن مستويان متقاطعان في \overrightarrow{MN} حيث:

صفحة 52

$\overrightarrow{CD} \subset \pi_2$, $\overrightarrow{CD} // \pi_1$ ، $\overrightarrow{AB} \subset \pi_1$, $\overrightarrow{AB} // \pi_2$

أثبت أن: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$.



كراسة (8) : متوازي أضلاع $ABEF$, $ABCD$ متوازي أضلاع غير مستويين معاً ويتقاطعان في \overrightarrow{AB} .

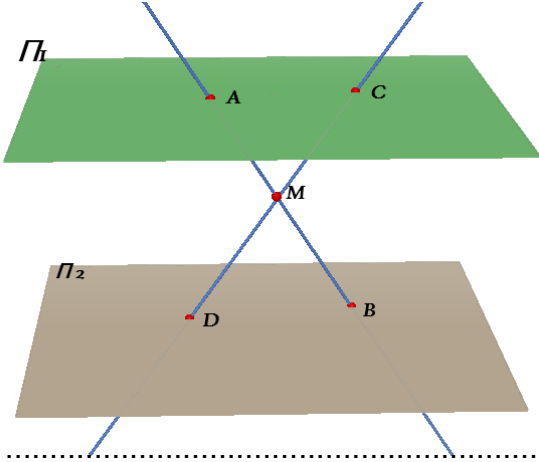
صفحة 52

أثبت أن $CDEF$ متوازي أضلاع

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

كراسة (9) : في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما حيث $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$.
صفحة 52

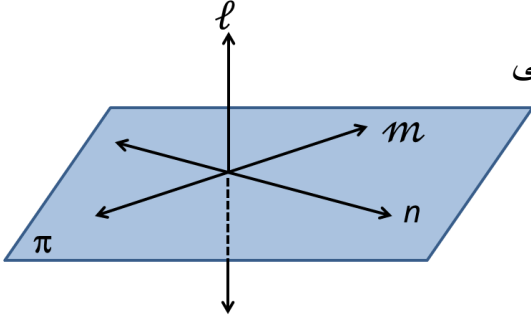
أثبت أن: $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٤ / /		١١٤ /
الموضوع		

تمارين (3 - 10) تعامد مستقيم مع مستو

تعريف

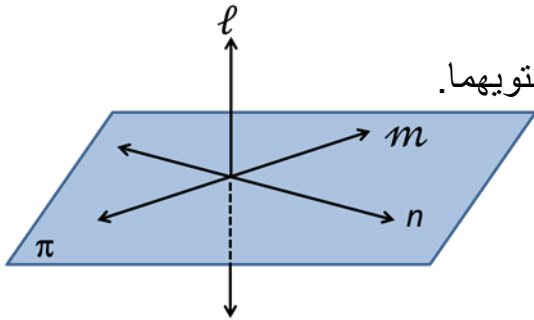


يكون المستقيم l عموديا على المستوى π إذا كان \vec{l} عموديا على جميع المستقيمت الواقعة في π ويرمز له بـ :

$$\vec{l} \perp \pi$$

في الشكل المجاور : إذا كان
فإن l عموديا على كل المستقيمت في المستوى π

نظرية (5)



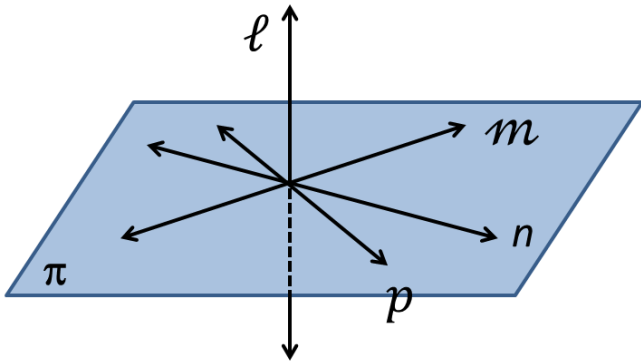
المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديا على مستويهما.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \perp \vec{m} \\ l \perp \vec{n} \\ \vec{m} \cap \vec{n} = A \end{array} \right\} \vec{l} \perp \pi$$

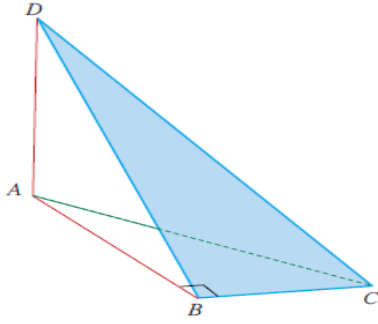
نتيجة (2)

جميع المستقيمت العمودية على مستقيم معلوم من نقطة تنتمي إلى هذا المستقيم

تكون محتواه في مستو واحد عموديا على المستقيم المعلوم.



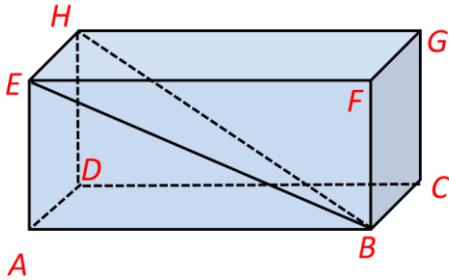
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (1): في الشكل المقابل : المثلث ABC قائم في B ، $\overrightarrow{AD} \perp (ABC)$ ،

صفحة 131

المطلوب : أثبت أن المثلث DBC قائم في B

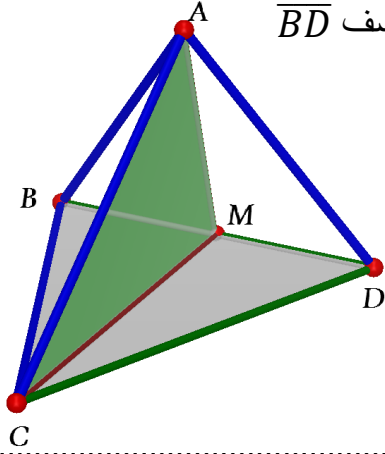


حاول أن تحل (2): في شبه المكعب المقابل .

صفحة 132

المطلوب : أثبت أن المثلث BEH قائم في E .

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



كراسة (3) : $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة فيه: $AD = AB, CD = CB$ ، M منتصف \overline{BD} صفحة 54

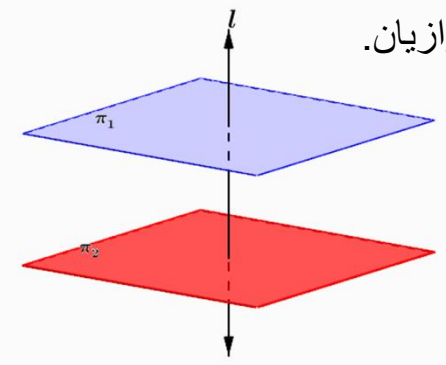
(a) أثبت أن: بينهما حيث $\overrightarrow{DB} \perp (AMC)$.

(b) استنتج أن: $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

نظرية (6)

إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستويين مختلفين، فإنهما يكونان متوازيان.



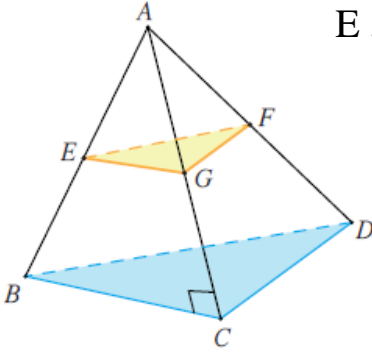
$$\left. \begin{array}{l} \vec{\ell} \perp \pi_1 \\ \vec{\ell} \perp \pi_2 \end{array} \right\} \pi_1 \parallel \pi_2$$

نظرية (7)

إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين، فإنه يكون عموديا على المستوى الآخر.

$$\left. \begin{array}{l} \pi_1 \parallel \pi_2 \\ \vec{\ell} \perp \pi_1 \end{array} \right\} \vec{\ell} \perp \pi_2$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



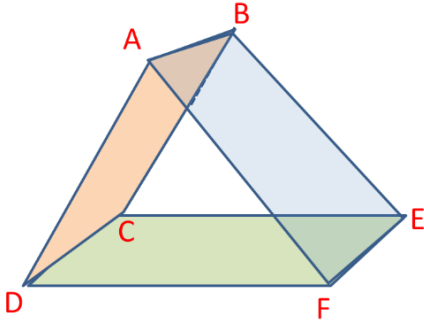
مثال (2): في الشكل المقابل : A نقطة خارج المستوى BCD ، و النقاط E , G , F
صفحة 132

منتصفات AC , AD , AB على الترتيب . إذا كان $\vec{AC} \perp \vec{CB}$
و كان $AC = 12\text{cm}$, $AD = 13\text{cm}$, $CD = 5\text{cm}$.
فأثبت أن : $(EGF) \parallel (BCD)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

حاول أن تحل (2) : في الشكل المقابل : $ABEF, ABCD$ مستطيلان
صفحة 133

أثبت أن : $(AFD) \parallel (BEC)$

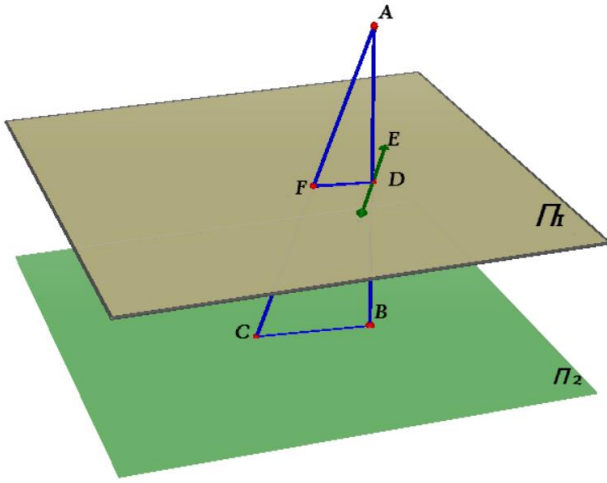


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

كراسة (5) : في الشكل المقابل، \overrightarrow{AB} عمودي على المستوي π_2 ، $\overrightarrow{DE} \subset \pi_1$ ، $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE}$ ،
صفحة 54

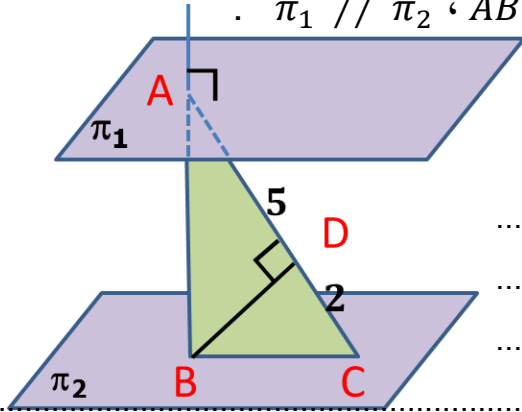
فإذا كانت M منتصف \overline{AB} ، F منتصف \overline{AC} .

أثبت أن: $\pi_1 // \pi_2$.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ، $\overrightarrow{AB} \perp \pi_1$ ، $A \in \pi_1$ ، $\overrightarrow{BC} \subset \pi_2$.



رسم $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$ في المستوى ABC ،

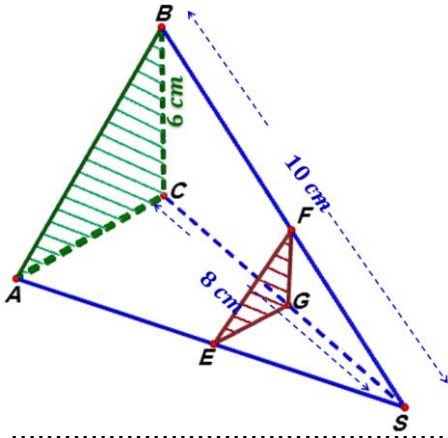
المطلوب : أوجد طول BD .

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

كراسة (7) : في الشكل المقابل، $(ABC) // (EFG)$ ، S نقطة خارج (ABC) ، بحيث $\vec{SC} \perp \vec{AC}$.
صفحة 55

فإذا كان: $SB = 10 \text{ cm}$, $SC = 8 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$.

فإذا كانت E منتصف AS ، F منتصف BS . أثبت أن: $\vec{SC} \perp \vec{FE}$.

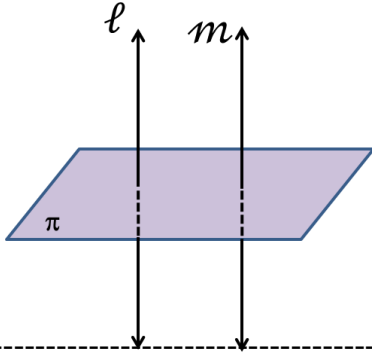


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



نظرية (8)

المستقيمان العموديان على مستو متوازيان.



$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \perp \pi \\ \vec{m} \perp \pi \end{array} \right\} \vec{l} \parallel \vec{m}$$

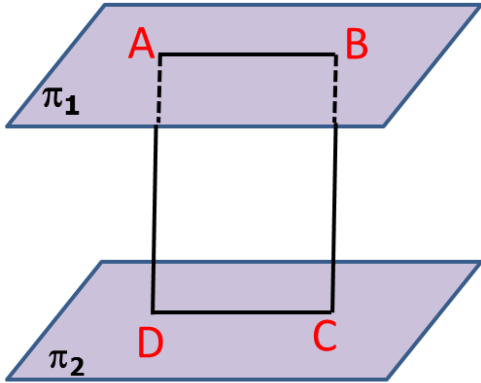
نظرية (9)

إذا توازي مستقيمان أحدهما عموديا على مستو كان المستقيم الآخر عموديا على المستوى أيضا.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \parallel \vec{m} \\ \vec{l} \perp \pi \end{array} \right\} \vec{m} \perp \pi$$

حاول أن تحل (3): في الشكل المقابل: $\pi_1 \parallel \pi_2$ ، A, B نقطتان في π_1 ، C, D نقطتان في π_2 ،

صفحة 134



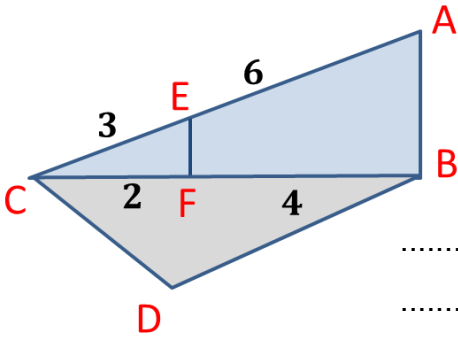
حيث: A, B, C, D في مستو واحد $\vec{BC} \perp \pi_2$ ، $\vec{AD} \perp \pi_2$ ،
اثبت أن: $ABCD$ مستطيل.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

مثال (4) : في الشكل المقابل إذا كان $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$ صفحة 135

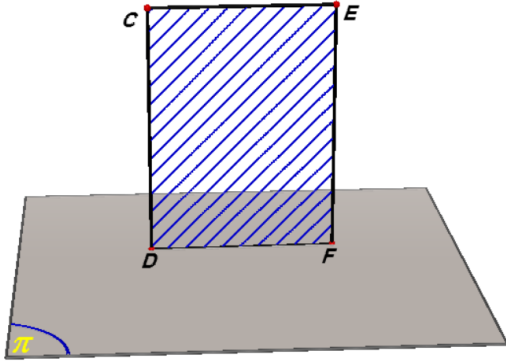
وكان: $CE=3\text{cm}$, $EA=6\text{cm}$, $CF=2\text{cm}$, $FB=4\text{cm}$

اثبت أن : $\overline{EF} \perp \overline{DB}$.

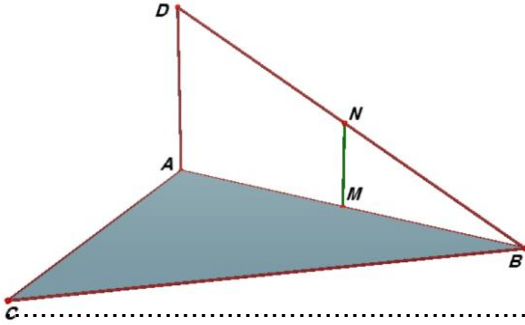


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

كراسة (8) : ليكن \vec{EF}, \vec{CD} عموديان على المستوي π ، ويقطعانه في D, F على الترتيب. فإذا كان \vec{CE} يوازي π .
صفحة 55
أثبت أن: $CDEF$ مستطيل.



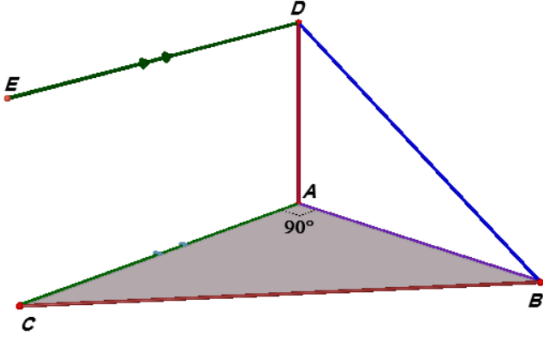
كراسة (9) : ABC مثلث، اخذت النقطة D خارج مستوي المثلث بحيث كان: \vec{DA} عمودي على كل من \vec{AB}, \vec{AC} .
صفحة 55
فإذا كانت M منتصف \vec{AB} ، N منتصف \vec{DB} .
أثبت أن: $\vec{MN} \perp (ABC)$.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

كراسة (10) : في الشكل المقابل: مثلث قائم الزاوية في A . رسم \overrightarrow{AD} عمودي على مستوي المثلث ABC .
صفحة 55

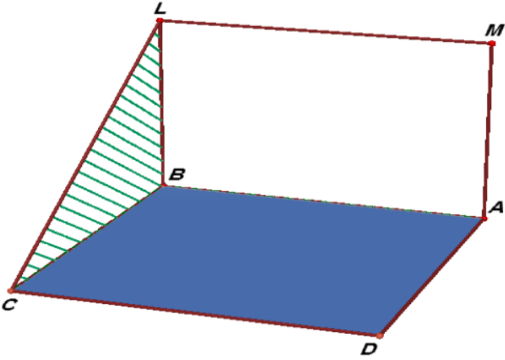
ورسم $\overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{AB}$ أثبت أن: $\overrightarrow{ED} \parallel \overrightarrow{CA}$.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

كراسة (11) : $ABLM, ABCD$ مربعان ليسا في مستو واحد، لهما ضلع مشترك \overline{AB} .
صفحة 55

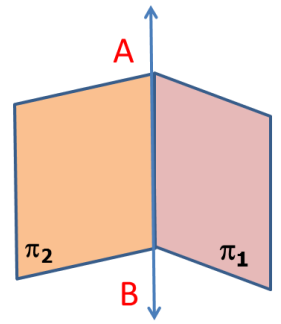
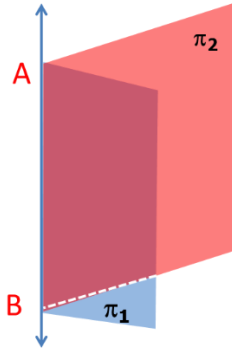
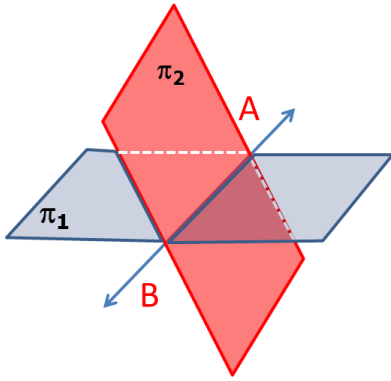
أثبت أن: $\overrightarrow{LM} \perp (LBC)$.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

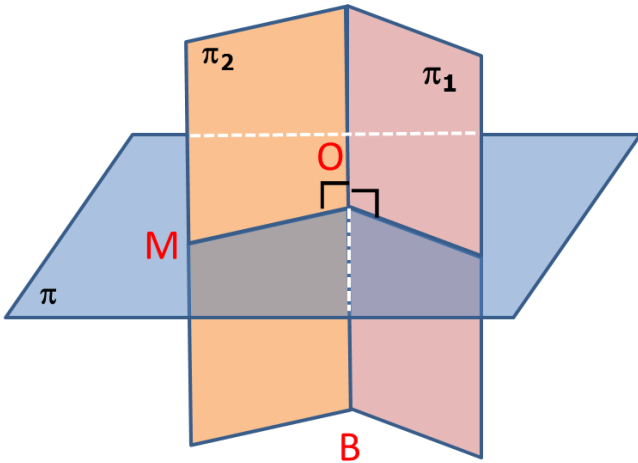
تمارين (4 - 10) الزاوية بين مستويين (الزاوية الزوجية)

- * إذا تقاطع مستويان مختلفان في الفضاء فإنهما يتقاطعان في مستقيم وينتج من هذا التقاطع أربع زوايا زوجية.
- * يقسم المستقيم المشترك كل مستوى إلى نصفين ويسمى المستقيم المشترك حافة الزاوية الزوجية أو الفاصل المشترك ويسمى كل من نصفي المستويين وجه الزاوية الزوجية.



الزوايا المستوية للزاوية الزوجية

هي الزوايا التي تنشأ من تقاطع الزاوية الزوجية مع مستو عمودي على حافتها.



وتكون قياس الزاوية الزوجية

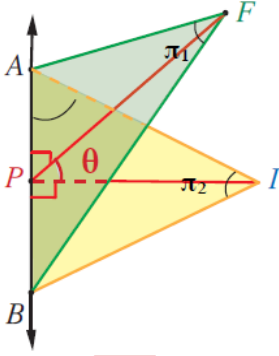
هو قياس إحدى زواياها المستوية

ودائماً نأخذ قياس الزاوية الحادة

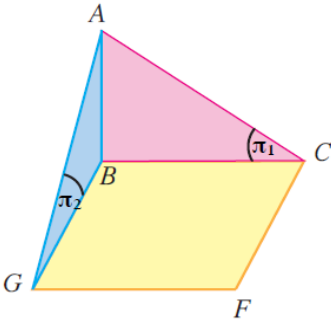
تدريب (1) صفحة (138)

في كل من الأشكال التالية عيّن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين π_1, π_2

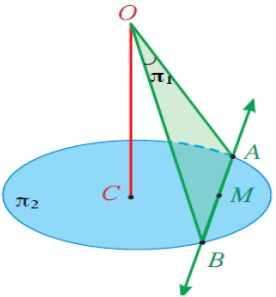
1 $\overline{FP} \perp \overline{AB}$, $\overline{IP} \perp \overline{AB}$



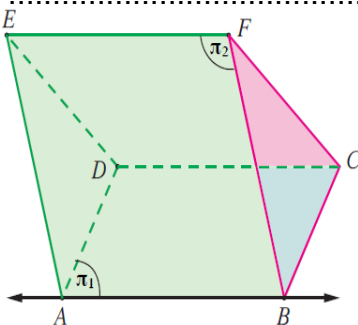
2 $\overline{AB} \perp (CBGF)$



3 $\overline{OC} \perp \pi_2$, \overline{AB} منتصف M



4 $\overline{FC} \perp (ABCD)$, مستطيل ABCD



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١٤١ /
الموضوع		

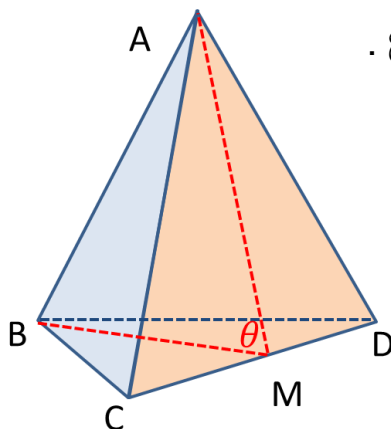


مثال (1) : في الشكل المقابل : هرم ثلاثي القاعدة أوجهه مثلثات متطابقة الأضلاع .

طول حرفه 8 cm ، M منتصف DC .

(a) حدد الزاوية المستوية بين المستويين ADC, BDC .

(b) أوجد قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overrightarrow{DC} .

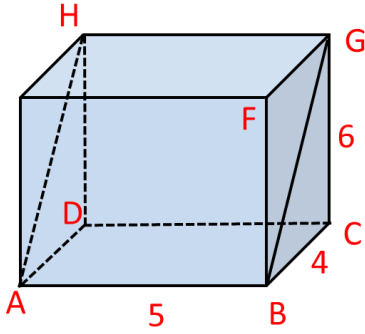




اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

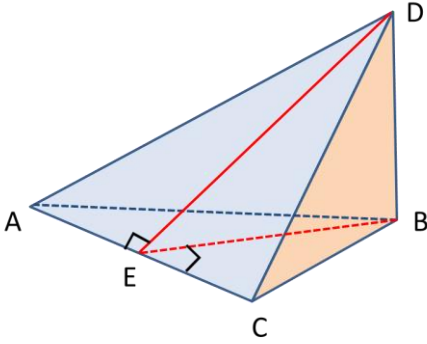


حاول أن تحل (1) : في شبه المكعب المقابل .
صفحة 140



أثبت أن الزاوية GBC هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية للمستويين $(ABCD)$ ، $(ABGH)$ ، ثم أوجد قياسها.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2) : في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ،
صفحة 140

$$DB = 5 \text{ cm} , AB = 10 \text{ cm} , m(\widehat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

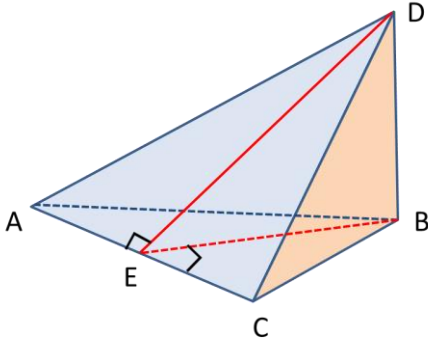
$$\overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

أوجد :

$$\overline{BE} , \overline{DE} \quad (1)$$

$$(2) \text{ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين } BAC , DAC .$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ،
صفحة 141

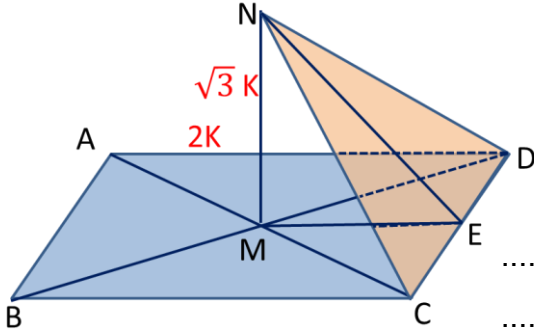
$$DB = 5 \text{ cm} , AB = 10 \text{ cm} , m(\widehat{BAC}) = 45$$

$$\overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

أوجد :

- (1) $\overline{BE} , \overline{DE}$.
(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC .

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		

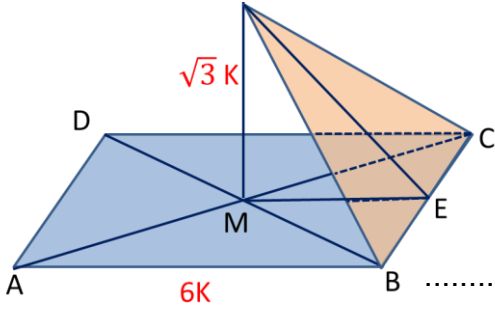


مثال (3) : مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AD = 2K$: صفحة 142

أقيم NM عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه
بحيث: $MN = \sqrt{3} K$.

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين: NCD ، $ABCD$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٤ / /		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AB = 6K$ صفحة 142

أقيم NM عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3} K$.
أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABC ، $ABCD$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٤ / /		١١ ع
الموضوع		

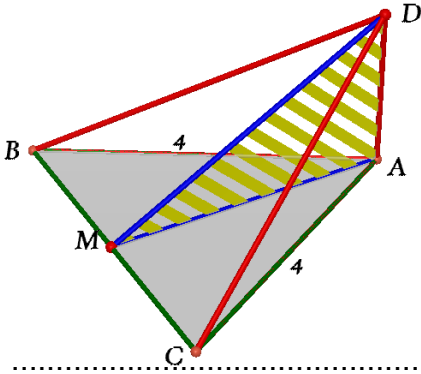
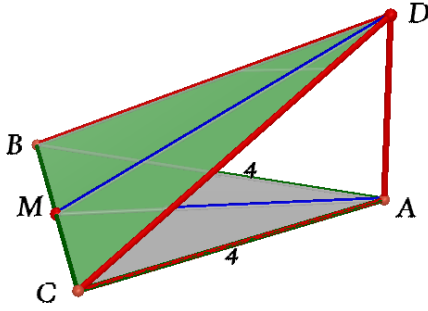
كراسة (1) : ABC مثلث متطابق الاضلاع وطول ضلعه 4 cm ، \overrightarrow{AD} عمودي على مستوي المثلث ABC .
صفحة 57

بحيث $AD = 2\sqrt{3}$ ، M منتصف \overline{BC} .

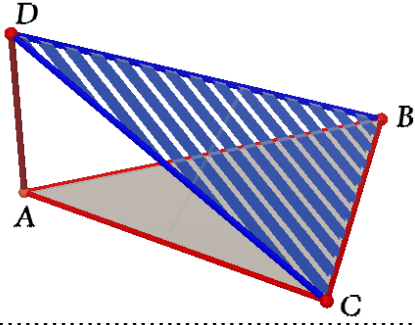
(a) أثبت أن \overrightarrow{CB} متعامد مع المستوي AMD .

(b) أوجد الزاوية الزوجية $(DCB, \overrightarrow{BC}, ACB)$.

(c) أوجد قياس الزاوية الزوجية $(DCB, \overrightarrow{BC}, ACB)$.

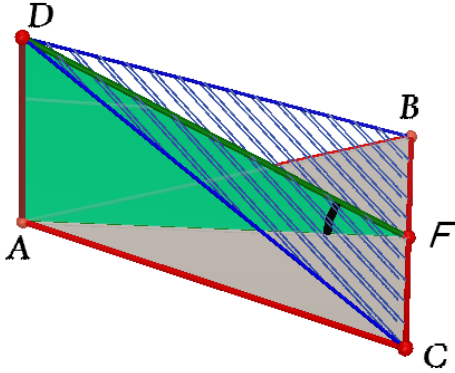


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



كراسة (2) : ABC مثلث متطابق الاضلاع \overrightarrow{DA} متعامد مع المستوي (ABC) .
صفحة 57

أوجد قياس الزاوية الزوجية $(DAB, \overrightarrow{DA}, DAC)$.





الكتاب الثاني



"مادة الرياضيات"

الوحدة الحادية عشرة

الجبر المتقطع

Discrete Algebra

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A, B حدثان فإن

$$P(A \cap B) = 0$$

\Leftrightarrow

A, B حدثان متنافيان

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

\Leftrightarrow

A, B حدثان مستقلان

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

\Leftrightarrow

\bar{A} هو الحدث المتمم للحدث A

رئيس القسم: محمود حامد العلو

الاحتمال	نظرية ذات الحدين	مبدأ العد والتباديل والتوافيق
11-3	11-2	11-1

This image shows a single page of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

(a) عدد الأعداد الفردية الممكن تكوينها.
(b) عدد الأعداد الزوجية الممكن تكوينها.
(c) عدد الأعداد الزوجية المختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4) : اشتركت 7 يخوت في سباق. بكم طريقة مختلفة يمكن توقع وصول اليخوت الثلاثة الأوائل بالترتيب؟
صفحة 156

حاول أن تحل (4) : ما عدد الطرائق المختلفة لوصول اليخوت الثلاثة الأوائل إذا اشترك في السباق 10 يخوت؟
صفحة 156



مثال (5): حل المعادلات التالية:

$$a) nP5 = 6 \times nP4, n \geq 5 \quad b) 6Pr = 4 \times 6Pr - 1 \quad c) \frac{2nPn+2}{2nPn-1} = 60$$



حاول أن تحل (5) : حل المعادلات التالية:

صفحة 157

$$a) nP7 = 12 \times nP5$$

$$b) \ 8Pr = 4 \times 8Pr - 1$$

This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, typical of notebook paper. There are no margins, text, or other markings on the page.



حاول أن تحل (1): استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل من:

صفحة 165

$$a) (a - b)^4$$

$$b) (d+2)^7$$

$$c) (2x - y^2)^5$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2) : في مفكوك: $(2x - 3y^2)^{10}$ أوجد الحد السابع. صفحة 165

حاول أن تحل (12) : في مفكوك: $(3x^2 - y)^{15}$ أوجد معامل T_{12} . صفحة 165



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : أوجد الحد الذي يحتوي على x^3y^4 في مفكوك $(2x + 3y)^7$.
صفحة 165

حاول أن تحل (3) : أوجد الحد الذي يحتوي على x^2y^3 في مفكوك $(3x - y)^5$.
صفحة 166

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no text or other markings on the paper.

[illegible]



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2): يبين الجدول المقابل وسيلة النقل التي يستخدمها طلاب الصف الحادي عشر بشعبتيه للمجيء إلى المدرسة. **صفحة 171**

وسيلة النقل	الشعبة A	الشعبة B	المجموع
الحافلة المدرسية	16	15	31
مع الأهل	6	8	14
سيارة نقل عام	2	5	7
المجموع	24	28	52

اختير طالب عشوائياً من بين طلاب شعبتي الصف الحادي عشر.
ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين
يستقلون الحافلة المدرسية للمجيء إلى المدرسة؟

حاول أن تحل (2): في المثال (2) : **صفحة 171**

(a) ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يقلونهم أهلهم إلى المدرسة؟

(b) ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الشعبة B؟



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٤م		١١ع /
الموضوع		



مثال (6) : رُمي حجر نرد منتظم. فما احتمال الحصول على أحد مضاعفات العدد 3 أو عدد زوجي؟
صفحة 174

حاول أن تحل (6) : رُمي حجر نرد منتظم. ما احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي؟
صفحة 174

مثال (7): خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي: عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة. تفوز 40 %
صفحة 175
من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي. مع راشد 3 بطاقات.
ما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين؟

حاول أن تحل (7): خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي: عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة.

صفحة 175

تفوز 40 % من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الاربعة بشكل عشوائي مع راشد 3 بطاقات .
ما احتمال أن يفوز راشد بجائزة واحدة فقط؟

