



وزارة التربية
منطقة الأحمدي التعليمية
ثانوية عيسي عبد الله الهولي بنين
قسم الرياضيـــات

دفتر الطالب

مادة الإحصـــــــــاء

الصف الحادي عشر أدبـــــــي

اسم الطالب	
الصـــف	١١ د /.....



الدفتر لا يغني عن الكتاب المدرسي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤-١

الوسيط
الربيع الأدنى والربيع الأعلى
ومخطط الصندوق ذو العارضتين

(٤-١-م) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى من جدول تكراري

• **الوسيط**

الوسيط لعدد ن من قيم البيانات المرتبة تصاعديًا هو القيمة التي ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$ من هذه القيم إذا كان العدد ن فرديًّا. والمتوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{ن}{٢}$، $\frac{ن}{٢} + ١$ من هذه القيم إذا كان العدد ن زوجيًّا.

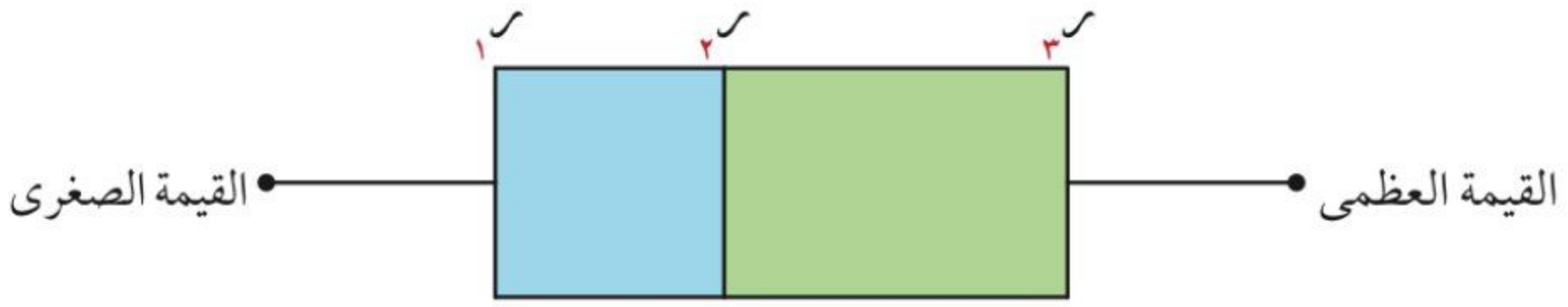
يقسم الوسيط مجموعة القيم في البيانات إلى مجموعتين متساويتين من حيث عدد القيم ويرمز له بالرمز $ر_٢$.

• **الربيع الأدنى والربيع الأعلى لمجموعة من قيم البيانات مرتبة تصاعديًّا.**

- الربيع الأدنى هو وسيط النصف الأدنى من قيم البيانات ويرمز له بالرمز $ر_١$.
- الربيع الأعلى هو وسيط النصف الأعلى من قيم البيانات ويرمز له بالرمز $ر_٣$.

• **مخطط الصندوق ذي العارضتين**

يبين الشكل التالي مخطط الصندوق ذي العارضتين، ممثل عليه مجمل الأعداد الخمسة وهي:
القيمة الصغرى، الربيع الأدنى، الوسيط، الربيع الأعلى، القيمة العظمى



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

١ يمثّل الجدول التكراري التالي معدل أجر الموظفين بالدينار الكويتي مقابل كل ساعة عمل في بعض الشركات.

معدل الأجر	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار	٢	٢	٢	٣	٢	٢	١٣

أ رتِّب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًا.

ب أوجد الوسيط ($ر_٢$).

ج أوجد الربيع الأدنى ($ر_١$)، والربيع الأعلى ($ر_٣$).

د مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

٢ يمثل الجدول التكراري التالي مبيعات أحد المتاجر في أحد الأيام لأنواع مختلفة من ساعات اليد بالدينار الكويتي.

سعر الساعة	٥٠	٦٥	٧١	٩٥	١٢٠	المجموع
التكرار	٤	٢	٣	٥	٢	١٦

أ رتّب هذه البيانات بحسب القيم تصاعديًّا.

ب أوجد الوسيط لهذه البيانات ($ر_٢$).

جـ أوجد الربيع الأدنى ($ر_١$) والربيع الأعلى ($ر_٣$).

د مثّل هذه البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حساب الوسيط للفئات:

$$\text{الوسيط } (\breve{س}_{٢}) = \text{الحد الأدنى لفئة الوسيط} + \frac{\frac{ن}{٢} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

إمتحانات وزارة

مثال ٣

يمثل الجدول التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات:

الفئة	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٣	٣	٥	٢	٥	٢	٢٠

أ كوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد.

ب أوجد الوسيط حسابيًّا.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

٣ يمثل الجدول التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات

الفئة	٠-	١٥-	٣٠-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٧	٦	٣	٢٠

أ كوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد.

ب أوجد الوسيط حسابيًّا.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\text{الربيع الأدنى } (ر_١) = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى} + \frac{\frac{ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الربيع الأعلى } (ر_٣) = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى} + \frac{\frac{٣ن}{٤} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

حيث ن مجموع التكرارات

حاول أن تحل

إمتحانات وزارة

٤ يمثل الجدول التكراري التالي درجات ٣٢ طالب في مادة الرياضيات في أحد فصول الصف الحادي عشر حيث النهاية العظمى ٣٠ درجة.

الفئة	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	المجموع
التكرار	٩	٦	٨	٥	٤	٣٢

المطلوب إيجاد كلًّا من:

أ جدول التكرار المتجمع الصاعد.

ب الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

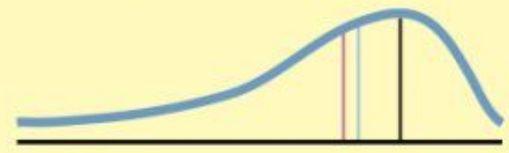
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الإلتواء

(٤-٢-م) الالتواء وعلاقته بمقاييس النزعة المركزية

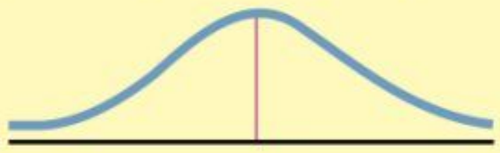
الربط بين مقاييس النزعة المركزية والالتواء

- المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي



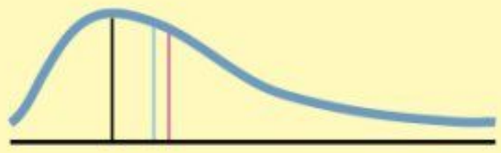
الالتواء إلى اليسار (الالتواء السالب)

- المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي



التماثل (لا وجود للالتواء)

- المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي



الالتواء إلى اليمين (الالتواء الموجب)

مثال ١ (امتحانات وزارة)

يبيّن الجدول أدناه التوزيع التكراري لدرجات ٣٠ طالبًا في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

الفئة	٦-	٨-	١٠-	١٢-	١٤-	١٦-	١٨-	المجموع
التكرار	٢	٤	٩	٧	٥	٢	١	٣٠

أ مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.

ب هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

١ يبيّن الجدول أدناه أوزان ٣٠ طالبًا بالكيلوجرام.

الفئة	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٧٥-	٨٠-	المجموع
التكرار	٢	٥	٧	١٠	٥	١	٣٠

أ مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري.

ب هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

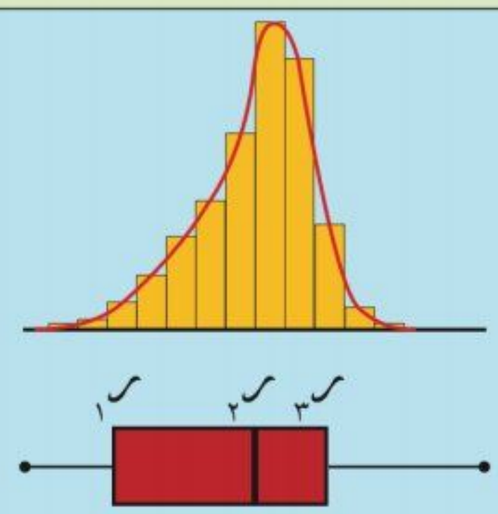
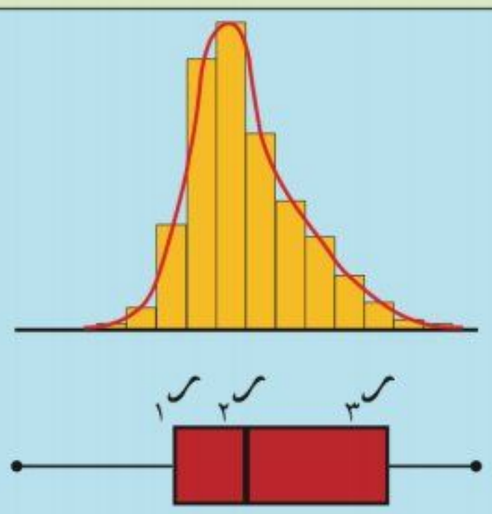
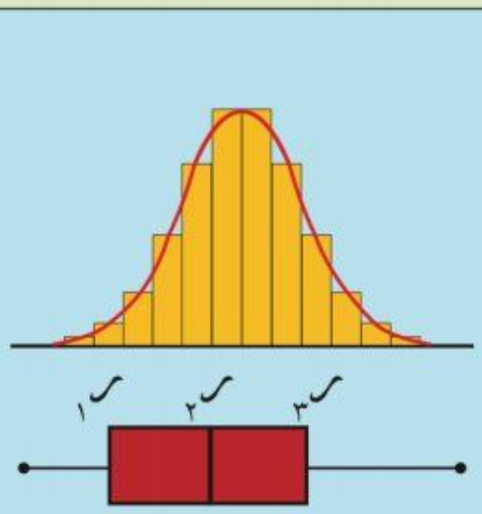
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٢ تمثّل البيانات التالية درجات الحرارة في بعض مدن العالم: ٢٤°، ٢٠°، ٢٢°، ٣٥°، ٣٧°، ٣٤°، ٤٠°، ٣٧°، ٣٠°

أ احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه البيانات.

ب هل يوجد التواء؟ حدّد نوعه إن وجد.

(٤–٢– ب) العلاقة بين الالتواء ومخطط الصندوق ذي العارضتين

الالتواء إلى اليسار (الالتواء السالب)	الالتواء إلى اليمين (الالتواء موجب)	متماثل
		
يوضّح مخطط الصندوق ذي العارضتين أن الوسيط أقرب إلى الربيع الأعلى منه إلى الربيع الأدنى.	يوضّح مخطط الصندوق ذي العارضتين أن الوسيط أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى.	يوضّح مخطط الصندوق ذي العارضتين أن الوسيط يقع في المنتصف بين الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٤–٢– ب) العلاقة بين الالتواء ومخطط الصندوق ذي العارضتين

إمتحانات وزارة

(أ) تمثل البيانات التالية عدد البطاقات المباعة خلال عدة أيام لزيارة المركز العلمي: ٤٨٠ ، ٣٠٠ ، ٣٢٠ ، ٥٠٠ ، ٦٠٠ ، ٤٠٠ ، ٥٠٠ ، ٤٥٠ ، ٣٥٠

١) أوجد الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى لهذه البيانات

٢) مثل البيانات السابقة بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

٣) هل يوجد التواء ؟ حدد نوعه إن وجد .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مقاييس التشتت

(٤ – ٣ – ١) مقاييس التشتت

المدى = القيمة العظمى – القيمة الصغرى

نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى – الربيع الأدنى}}{٢}$

التباين $ع^{٢} = \frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن}$

الانحراف المعياري $ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن}}$

حيث س = المتغير، $\overline{س}$ = المتوسط الحسابي، ن = عدد القيم.

إذا كان يوجد تكرار للقيم في البيانات يكون لدينا:

$ع^{٢} = \frac{\sum_{ر=١}^{م} (س_ر - \overline{س})^{٢} ت_ر}{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر}$ ؛ $ع = \sqrt{\frac{\sum_{ر=١}^{م} (س_ر - \overline{س})^{٢} ت_ر}{\sum_{ر=١}^{م} ت_ر}}$

حيث $ت_ر$ = عدد تكرار المتغيّر س

ملاحظة

في حالة التوزيع التكراري ذي الفئات س$_ر$ تمثل مراكز الفئات، ونستخدم القوانين السابقة نفسها.

إمتحانات وزارة

أوجد المتوسط الحسابي ، التباين ، الانحراف المعياري للبيانات التالية:

٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

١ لنأخذ البيانات: ١٧، ١٦، ٨، ١٥، ٩، ١١، ١٢، ١٣، ٧.

أ أوجد المدى، الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى، نصف المدى الربيعي لهذه البيانات.

ب أوجد المتوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

٢ لاحظ صاحب صيدلية أن مبيع الأدوية بحسب أسعارها بالدينار الكويتي كما يلي:

الفئة (بالدينار)	٠ -	٥ -	١٠ -	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -	المجموع
التكرار	١٩	٣٠	٤٧	٢٨	٢٠	١٦	١٦٠

أ أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة، ثم أوجد المتوسط الحسابي.

ب أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار الأدوية.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

القاعدة التجريبية

تطبيق القاعدة التجريبية

- حوالى ٦٨٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\overline{س} - \sigma ، \overline{س} + \sigma]$.
- حوالى ٩٥٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\overline{س} - ٢\sigma ، \overline{س} + ٢\sigma]$
- حوالى ٩٩,٧٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\overline{س} - ٣\sigma ، \overline{س} + ٣\sigma]$

إمتحانات وزارة

مثال ٣

إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات الصغيرة ٣٥٠ دينارًا والانحراف المعياري ١١٥ والمنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي).

أ طبّق القاعدة التجريبية.

ب هل وصلت أرباح الشركة إلى ٦٩٠ دينارًا؟ فسّر ذلك.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل
إمتحانات وزارة

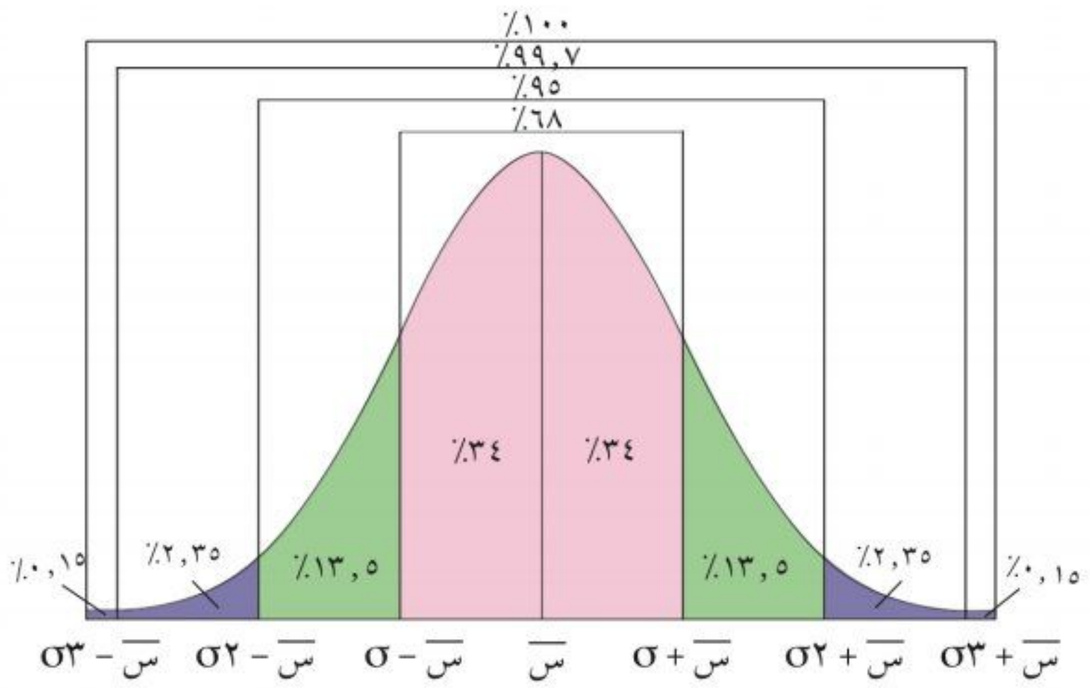
٣ لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها ٤٧٥ دينارًا بانحراف معياري ١١٥ دينارًا.

أ طبّق القاعدة التجريبية.

ب هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى ٧٥٠ دينارًا؟ فسّر ذلك.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

يبيّن الشكل أدناه التوزيعات للفترات الثلاث ونسبها المئوية.



حاول أن تحل

٤ يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (أ) هو ٧٠٠ ساعة بانحراف معياري ١٠٠ ساعة على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

امتحانات وزارة

أ طبّق القاعدة التجريبية.

ب أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (أ) التي يزيد عمرها عن ٥٠٠ ساعة.

جـ أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (أ) التي يقل عمرها عن ٤٠٠ ساعة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

القيمة المعيارية

$$\text{القيمة المعيارية } (ن) = \frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{س - \overline{س}}{\sigma}$$

مثال ٥

في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة ١٦ من ٢٠ في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي ١٣ والانحراف المعياري ٥ ونال أيضًا ١٦ من ٢٠ في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي ١٤ والانحراف المعياري ٤.
ما القيمة المعيارية للدرجة ١٦ مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

حاول أن تحل

٥ جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٤ والانحراف المعياري ٣,٨ وفي مادة الكيمياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٣ والانحراف المعياري ٧,٨
ما القيمة المعيارية للدرجة ١٥ مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٦
امتحانات وزارة

في نتيجة نهاية العام الدراسي حصلت الطالبة موضي على ٦٤ درجة في مادة اللغة العربية حيث المتوسط الحسابي ٦٩ والانحراف المعياري ٨. وحصلت على ٤٨ درجة في مادة الجغرافيا حيث المتوسط الحسابي ٥٦ والانحراف المعياري ١٠.
في أي من المادتين كانت موضي أفضل؟

حاول أن تحل

٦ يسكن خالد في المدينة (أ) حيث إن طول قامته ١٨٠ سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٧٤ سم مع انحراف معياري ١٢ سم. أما صالح فيسكن في المدينة ب حيث إن طول قامته ١٧٢ سم والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٦٥ سم مع انحراف معياري ١٥.
أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الإحتمال

(٥-١-ب) المبدأ الأساسي للعد

مثال ٢

لوحات السيارات في إحدى القرى السياحية تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه رقمان يتم اختيارهما من المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

كم عدد لوحات السيارات الممكنة بحيث أنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف أو الأرقام في أي من لوحات السيارات؟

حاول أن تحل

٢ في المثال (٢) كم عدد لوحات السيارات إذا كانت اللوحات تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه ثلاثة أرقام يتم اختيارها من المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

إمتحانات وزارة

كم عدد الأعداد المكون رمز كل منها من أربعة أرقام
مأخوذة من عناصر { ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٩ } في كل مما يلي :

(١) إذا كان رقم الآحاد ٦ ولا يسمح بالتكرار .

(٢) إذا كان العدد فردي و يسمح بالتكرار .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٥-١-جـ) مضروب العدد

ن! = ن × (ن − ١) × (ن − ٢) × (ن − ٣) × ... × ٣ × ٢ × ١ حيث ن عدد صحيح موجب.

٠! = ١

ن! = ن × (ن − ١)!

مثال ٤ احسب (موضحًا خطوات الحل):

أ) ٥!

ب) $\frac{!١٢}{!٩}$

جـ) $\frac{!١٦}{!١٢ \times !٤}$

حاول أن تحل

٤ احسب (موضحًا خطوات الحل):

أ) ٧!

ب) $\frac{!١٠}{!٨}$

جـ) $\frac{!١٤}{!٨ \times !٧}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اذا كان الترتيب مهمًّا ومأخوذًا بعين الاعتبار.

مثل هذا الترتيب يسمى **تبديلًا**.

مثال ٥ فصل فيه ٢٠ طالبًا. يراد اختيار ثلاثة منهم على أن يكون الأول رئيسًا والثاني نائبًا للرئيس والثالث أمينًا للسر. بكم طريقة يمكن اختيار الطلاب الثلاثة؟

حاول أن تحل

٥ ما عدد الكلمات المكونة من ٣ أحرف مختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام أحرف كلمة «سعود»؟

قانون التباديل

$$ل^{ن}_{ر} = \frac{ن!}{(ن - ر)!} \quad : \quad ر \geq ن \quad ، \quad ر ، ن \in ص^{+}$$

مثال ٦ أوجد قيمة كل مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

أ $ل^{٨}_{٣}$

ب $ل^{٧}_{٣} + ل^{٧}_{٥}$

ج $\frac{ل^{٩}_{٥}}{ل^{٨}_{٤}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

٦ أوجد قيمة كل مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

أ $ل^{٧}_{٤}$

ب $ل^{٥}_{٤} + ل^{٥}_{٥}$

ج $\frac{ل^{١٠}_{٧}}{ل^{٩}_{٦}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٥-١-هـ) التوافيق

اذا كان الاختيار بصرف النظر عن الترتيب فنحن نحسب **التوافيق** ويرمز له بالرمز $\binom{ن}{ر}$ ، $ن ق_ر$.

قانون التوافيق

$$ن ق_ر = \frac{ن ل_ر}{ر!}$$

$$ن ق_ر = \frac{ن!}{(ن - ر)!\, ر!}$$

ملاحظات:

- عندما ر = ٠ يعرّف $ن ق_٠ = ١$
- $ن ق_ن = ١$
- $ن ق_١ = ن$
- $ن ق_ر = ن ق_{ن-ر}$

حاول أن تحل

إمتحانات وزارة

٨ في محافظة أخرى ١٢ صيدلية والمطلوب اختيار ٤ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الأربع؟

حاول أن تحل

٩ في الصف الحادي عشر ٢٠ طالبًا، وفي الصف العاشر ٢٤ طالبًا. أراد معلم الرياضة اختيار ٦ طلاب من الصف الحادي عشر و٥ طلاب من الصف العاشر لتشكيل فريق كرة القدم. كم عدد الفرق التي بإمكانه تشكيلها؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٦

حلّ كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢.

إمتحانات وزارة

أ $ن ق_{٢} = ١٠$

ب $ن ل_{٢} = ١٢ ن$

جـ $ن ق_{٢} = ن$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل

١٠ حل كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢

إمتحانات وزارة

أ $ن^{+1}ق_{٢} = ٢ ن$

ب $ن^{ل}_{٣} = ٢٤$

جـ $ن^{ق}_{٣} = ن^{ل}_{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\frac{!(ن+٢)}{!ن} = ٤٢$$

حل المعادلة التالية :

$$\frac{!(ن+٣)}{!(ن+١)} = ٢٠$$

حل المعادلة التالية : $ل_{٢}^{ن} = ٦ن$ حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نظرية ذات الحدين

نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب ن،

$$(أ + ب)^{ن} = {}_{ن}ق_{٠}\, أ^{ن} + {}_{ن}ق_{١}\, أ^{ن-١} ب + {}_{ن}ق_{٢}\, أ^{ن-٢} ب^{٢} + \ldots + {}_{ن}ق_{ن-١}\, أ ب^{ن-١} + {}_{ن}ق_{ن}\, ب^{ن}$$

الحد الذي ترتيبه ر + ١ يرمز له بالرمز $ح_{ر+١} = {}_{ن}ق_{ر}\, أ^{ن-ر} ب^{ر}$

حاول أن تحل إمتحانات وزارة

٣ استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(س + ٣)^{٥}$

إمتحانات وزارة

أوجد مفكوك $(٢ س - ص)^{٣}$ باستخدام نظرية ذات الحدين

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٥

أوجد الحد الثالث في مفكوك $(٢س + ص)^{٥}$

حاول أن تحل

٥ أوجد الحد السادس في مفكوك $(س + ٢ص)^{٧}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ٥ في مفكوك $(٣س - ٢)^{٨}$ أوجد معامل $س^{٥}$.

حاول أن تحل

٦ في مفكوك $(٣س - ٢)^{٨}$ أوجد معامل $س^{٦}$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٥-٣-أ) التجربة العشوائية و فضاء العينة

فضاء العينة لتجربة عشوائية هو المجموعة المكونة من جميع النواتج الممكنة للتجربة. نرمز لفضاء العينة بالرمز (ف) ونرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز ن(ف).

الحدث **الحدث هو مجموعة جزئية من فضاء العينة وقد يساويه.**

أنواع الحدث

(١) **الحدث البسيط** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ف تحتوي على عنصر واحد.

(٢) **الحدث المركب** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ف تحتوي على أكثر من عنصر.

(٣) **الحدث المستحيل** هو مجموعة جزئية خالية من فضاء العينة ف ويرمز له بالرمز ϕ أو $\{\}$.

(٤) **الحدث المؤكد** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ف ويساويه.

مثال ٢

في تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة ثلاث مرّات متتالية، أوجد:

أ **فضاء العيّنة (ف).**

ب **الحدث أ: «ظهور صورتين وكتابة».**

ج **الحدث ب: «ظهور ثلاث صور».**

د **الحدث جـ: «ظهور صورة واحدة على الأقل».**

هـ **الحدث د: «ظهور صورة واحدة على الأكثر».**

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حاول أن تحل ٢ في تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة ثلاث مرّات متتالية، أوجد:

أ الحدث أ: «ظهور كتابتين وصورة».

ب الحدث ب: «ظهور كتابة واحدة على الأقل».

احتمال وقوع الحدث

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث (أ)}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة (ف)}} = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن أ حدث في فضاء عينة ف (منته وغير خال) فإن:

١ $٠ \leq ل(أ) \leq ١$.

٢ إذا كان أ = { }، فإن ل(أ) = ٠ ويسمى أ بالحدث المستحيل.

٣ إذا كان أ = ف، فإن ل(أ) = ١ ويسمى ف بالحدث المؤكد.

مثال ٤ ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائيًّا مكوّن من ٥ أرقام مختلفة من عناصر المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}؟

حاول أن تحل ٤

ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائيًّا مكون من ٧ أرقام مختلفة من عناصر المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٥-٣-جـ) الأحداث المتنافية

يسمى أ ، ب **حدثان متنافيان**.

عندما تكون $أ \cap ب = \phi$

- إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة فإن: ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل (ب) – ل(أ ∩ ب)
- إذا كان أ، ب حدثين متنافيين، فإنّ: ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل (ب) حيث ل(أ ∩ ب) = ٠ والعكس صحيح

حاول أن تحل

٥ في تجربة إلقاء حجر نرد، ما احتمال الحدث «الحصول على عدد أصغر من ٢ أو من مضاعفات العدد٣»؟

(٥-٣-د) متمم الحدث

متمم الحدث أ ويرمز له بالرمز $\overline{أ}$، هو مجموعة كل نواتج فضاء العينة وغير الموجودة في الحدث أ

حيث $أ \cup \overline{أ} = ف$ و$أ \cap \overline{أ} = \phi$ $\quad$ $ل(أ \cup \overline{أ}) = ل(أ) + ل(\overline{أ}) = ١$

قاعدة الحدث المتمم

إذا كانت أ حدثًا، فاحتمال عدم حدوث أ هو:

$ل(\overline{أ}) = ١ - ل(أ)$

مثال ٦

في تجربة رمي حجر نرد منتظم، إذا كان الحدث أ «ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٥».

أوجد ما يلي:

أ ل(أ)

ب $ل(\overline{أ})$

حاول أن تحل

٦ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين أوجد احتمال الحصول على عددين مختلفين.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٥-٣-هـ) الحدثان المستقلان

يكون الحدثان مستقلين إذا كان وقوع أحدهما ليس له أي تأثير على وقوع الآخر.

قاعدة الأحداث المستقلة

إذا كان أ، ب حدثين مستقلين، فإن احتمال وقوع الحدثين معًا هو:
ل(أ ∩ ب) = ل(أ) • ل(ب)، والعكس صحيح.

لإيجاد احتمال اتحاد حدثين نستخدم القاعدة:

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

وفي حالة حدثين مستقلين تصبح هذه القاعدة:

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ) • ل(ب)

مثال ٧

يلعب ابراهيم ويوسف لعبة رمي السهم.
احتمال أن يصيب ابراهيم الهدف يساوي $\frac{٢}{٥}$، واحتمال أن يصيب يوسف الهدف يساوي $\frac{١}{٣}$
رمى كل منهما سهمًا على الهدف.
ما احتمال:

أ أن يصيب كل من ابراهيم ويوسف الهدف؟

ب إصابة الهدف؟

ج ما احتمال عدم إصابة الهدف؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إمتحانات وزارة

إذا كان م ، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث :

ل ($\overline{م}$) = ٠,٤٥ ، ل (ن) = ٠,٣٢ ، ل (م ∩ ن) = ٠,١٨

أوجد: (١) ل (م)
(٢) ل (م ∪ ن)

في تجربة لرمي حجر نرد منتظم مرة واحدة ، إذا كان الحدث م هو
(ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٥) اوجد ما يلي :

١ - ل (م)

٢ - ل ($\overline{م}$)

إذا كان م ، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث :

ل (م) = ٠,٤ ، ل ($\overline{ن}$) = ٠,٨

فأوجد كلا مما يلي : (١) ل (ن)

(٢) ل (م ∩ ن)

(٣) ل (م ∪ ن)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إذا كان م ، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث :

ل(ن) = $\frac{١}{٢}$ ، ل($\overline{م}$) = $\frac{٣}{٥}$ أوجد :

(أ) ل (م)

(ب) ل (م ∩ ن)

إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث :

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٣٥

أوجد كلا مما يلي :

١) ل (أ ∩ ب) ٢) ل (أ ∪ ب) ٣) ل ($\overline{أ ∪ ب}$)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner