

اختبر نفسك (1)
Check yourself (1)

Mathematics الرياضيات

الصف الثاني عشر متقدم

الفصل الثاني

2024-2025

Lesson 4-3 (Maximum and Minimum Values)

&

Lesson 4-4 (Increasing and Decreasing Functions)

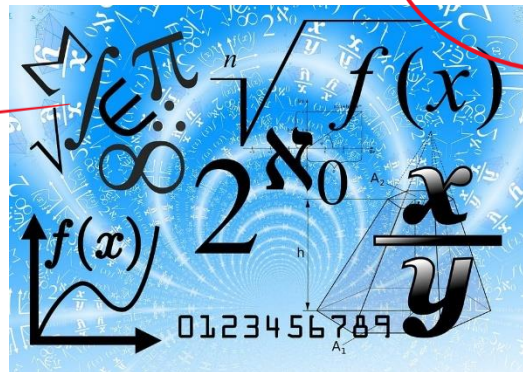
according to the previous exam

مراجعة الدرس الثالث (القيم القصوى) & الرابع (التزايد والتناقص)

من الوحدة الرابعة اعتمادا على

الاختبارات السابقة

الأستاذ عماد عودة



اسم الطالب: -



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q1 Find the derivative of the function

س1 اوجد مشتقة الدالة

$$f(x) = x^4 + 6x^2 - 2$$

a) $f'(x) = x^5 + 6x^3 - 2x$

$$f'(x) = 4x^3 + 12x$$

b) $f'(x) = x^3 + 6x - 2$

c) $f'(x) = 4x^3 + 12x$

d) $f'(x) = 4x^5 + x^3 - 2x$

Q2 Find the derivative of the function

س2 اوجد مشتقة الدالة

$$f(x) = \sin x \cos x$$

a) $f'(x) = \cos^2 x + \sin^2 x$

$$f'(x) = \cos x \cos x + \sin x (-\sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

b) $f'(x) = -\cos x \sin x$

c) $f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

d) $f'(x) = \sin^2 x - 1$

Q3 Find the derivative of the function

س3 اوجد مشتقة الدالة

$$f(x) = xe^{-2x}$$

a) $f'(x) = xe^{-2x} - 1$

$$f'(x) = 1 \cdot e^{-2x} + x \cdot e^{-2x} (-2)$$

b) $f'(x) = -2e^{-2x}$

$$f'(x) = e^{-2x} - 2xe^{-2x}$$

c) $f'(x) = e^{-2x}(1 - 2x)$

$$f'(x) = e^{-2x}(1 - 2x)$$

d) $f'(x) = -2xe^{-2x}$

Q4 If the function

س4 إذا كانت الدالة

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{5x}{x} + \frac{4}{x}$$

Find

a) $1 - \frac{5}{x}$

b) $x - 5 + \frac{5}{x}$

c) $\frac{8}{x^3}$

d) $1 - \frac{8}{x^3}$

$$f''(x)$$

$$f'(x) = x - 5 + 4x^{-1}$$

$$f'(x) = 1 - 0 - 4x^{-2}$$

$$f''(x) = 8x^{-3}$$

$$f''(x) = \frac{8}{x^3}$$

Q5 Find all critical points of

س5 اوجد جميع الاعداد الحرجة ل

$$f(x) = x^4 + 3x^3 + 2$$

a) $x = -\frac{9}{4}, x = 1, x = \frac{9}{4}$

b) $x = -\frac{9}{4}, x = \frac{9}{4}$

c) $x = -\frac{9}{4}, x = 0$

d) $x = 0, x = \frac{9}{4}$

$$f'(x) = 4x^3 + 9x^2 = 0$$

$$x^2(4x + 9) = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$4x + 9 = 0$$

$$x = -\frac{9}{4}$$

Q6 find all critical numbers of

س6 اوجد كل الاعداد الحرجة ل

$$f(x) = -9x^2 - 12x - 6$$

$$f'(x) = -18x - 12 = 0$$

a) $x = -\frac{2}{3}$

b) $x = \pm \frac{2}{3}$

c) $x = 3, x = -2$

d) $x = -3, x = 2$

$$-18x = 12$$

$$x = \frac{12}{-18}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

Q7 find all critical numbers of

س7 اوجد كل الاعداد الحرجة ل

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$$

a) $x = 0, x = 1$

b) $x = \pm 1$

c) $x = \pm 3$

d) $x = -1, x = 0$

$$3(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = 1, x = -1$$

Q8 find all critical numbers of

س8 اوجد كل الاعداد الحرجة ل

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0$$

a) $x = -3, x = 0$

b) $x = -9, x = 1$

c) $x = -1, x = 1$

d) $x = -1, x = 3$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 3, x = -1$$

Q9 Find all critical points of

س9 اوجد جميع الاعداد الحرجة ل

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$$

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 0$$

a) $x = -\frac{1}{2}, x = 0, x = \frac{1}{2}$

b) $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$

c) $x = -2, x = 2$

d) $x = -2, x = 0, x = 2$

$$4x(x^2 - 4) = 0$$

$$4x = 0 \quad x^2 - 4 = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2 \quad x = -2$$

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/lomaths12>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q10 Find the absolute extrema of the function on the given interval

س10 اوجد القيم القصوى المطلقة للدالة على الفترة المعطاة

$$f(x) = x^3 - 12x + 10, [0, 3]$$

a) $f(0) = 10, f(3) = 1$

b) $f(0) = 10, f(2) = -6$

c) $f(2) = -6, f(3) = 1$

d) $f(0) = 10, f(2) = -6, f(3) = 1$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

$$f(0) = (0)^3 - 12(0) + 10 = 10$$

$$f(3) = (3)^3 - 12(3) + 10 = 1$$

$$f(2) = (2)^3 - 12(2) + 10 = -6$$

Q11 Find the absolute minimum of the function on the given interval

س11 اوجد القيمة الصغرى المطلقة للدالة على الفترة المعطاة

$$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1, [-2, 1]$$

a) -7

b) $-\frac{1}{4}$

c) 0

d) 2

$$f'(x) = 12x^2 + 6x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, x = -1$$

$$f(-2) = 4(-2)^3 + 3(-2)^2 - 6(-2) + 1 = -7$$

$$f(1) = 4(1)^3 + 3(1)^2 - 6(1) + 1 = 2$$

$$f(\frac{1}{2}) = 4(\frac{1}{2})^3 + 3(\frac{1}{2})^2 - 6(\frac{1}{2}) + 1 = \frac{6}{4}$$

$$f(-1) = 4(-1)^3 + 3(-1)^2 - 6(-1) + 1 = \frac{-3}{4}$$

Q12 Find the absolute extrema of

س12 اوجد القيم القصوى المطلقة ل

$$f(x) = e^{x^2} \text{ on the interval } [0, 2]$$

a) $f(1) = 0, f(2) = e^{-4}$

b) $f(0) = 1, f(2) = e^{-4}$

c) $f(0) = 1, f(2) = e^4$

d) $f(1) = 0, f(2) = e^4$

$$f'(x) = 2x e^{x^2} = 0$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(0) = e^0 = 1 \\ f(2) = e^4 \end{cases}$$

Q13 Use the graph to determine the absolute extrema of the function on the given interval

س13 استخدم الرسم البيان لتحديد القيم القصوى المطلقة للدالة على الفترة ان وجدت على الفترة المعطاة

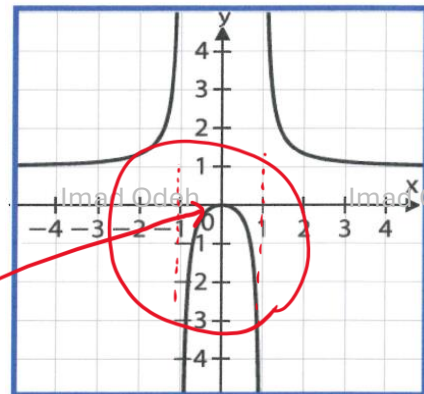
$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}, (-1, 1)$$

a) (0,0) minimum absolute value

b) (0, -1) minimum absolute value

c) (0,0) maximum absolute value

d) NO absolute extrema



abs. max
عظمى مطلقة
(-1, 1)

Q14 Find the local minimum of the Function where $f(x)$ is graphically represented below.

س14 اوجد القيم الصغرى المحلية الدالة $f(x)$ والموضحة بيانيا

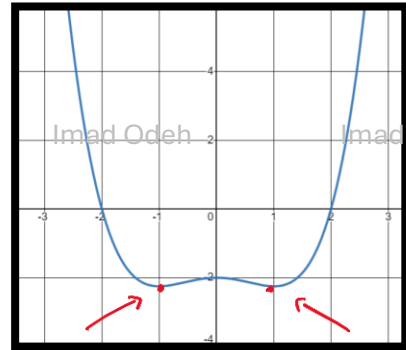
$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 2$$

a) $f(0) = -2$

b) $f(-2) = 0$

c) $f(2) = 0$

d) $f(-1) = -2.25, f(1) = -2.25$



Q15 Find the x -coordinate of the local maximum of

س15 اوجد احداثيات x للقيمة العظمى المحلية ل

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

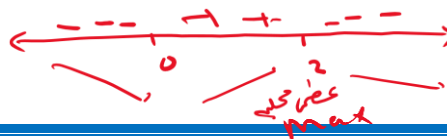
a) $x = -2$

b) $x = -\frac{1}{2}$

c) $x = 0$

d) $x = 2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x e^{-x} + x^2 e^{-x}(-1) \\ &= 2x e^{-x} - x^2 e^{-x} = 0 \\ &: x e^{-x} (2 - x) = 0 \\ x &= 0 \quad x = 2 \end{aligned}$$



Q16 Find the x -coordinate of the local maximum of

س16 اوجد احداثيات x للقيمة العظمى المحلية ل

$$y = \frac{x}{1+x^3}$$

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

c) $-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

d) $-\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1(1+x^3) - x(3x^2)}{(1+x^3)^2} \\ y' &= \frac{1+x^3-3x^3}{(1+x^3)^2} \\ y' &= \frac{1-2x^3}{(1+x^3)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &\text{ DNE} \\ (1+x^3)^2 &= 0 \\ \text{وهذا غير ممكن} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= 0 \\ 1-2x^3 &= 0 \\ 2x^3 &= 1 \\ x^3 &= \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \end{aligned}$$

Q17 Find the intervals where the function $f(x)$ is increasing

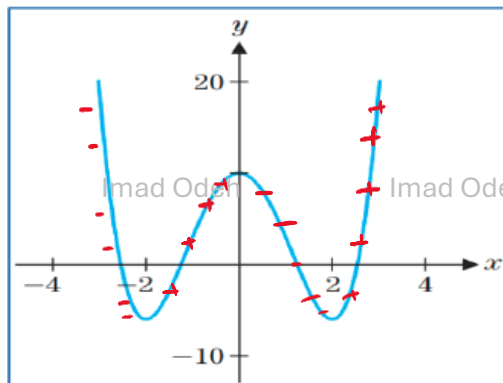
س17 اوجد الفترات التي تكون فيها الدالة $f(x)$ متزايدة

a) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

b) $(-2, 0) \cup (2, \infty)$

c) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

d) $(-2, 0) \cup (0, 2)$



Q18 Find the intervals where the function $f(x)$ is increasing

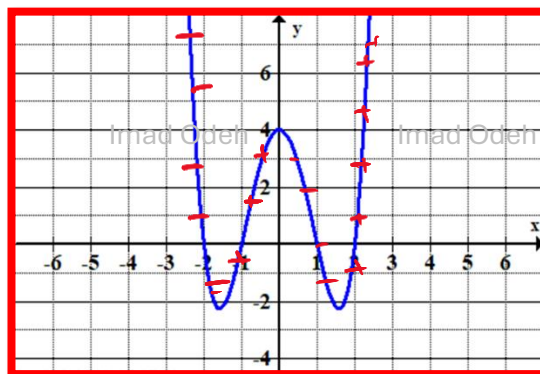
س18 اوجد الفترات التي تكون فيها الدالة $f(x)$ متزايدة

a) $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$

b) $\left(-\sqrt{\frac{5}{2}}, 0\right) \cup \left(\sqrt{\frac{5}{2}}, \infty\right)$

c) $\left(-\infty, -\sqrt{\frac{5}{2}}\right) \cup \left(0, \sqrt{\frac{5}{2}}\right)$

d) $\left(-2, -\sqrt{\frac{5}{2}}\right) \cup (0, 1)$



Q19 Find the intervals where the function $f(x)$ is decreasing

س19 اوجد الفترات التي تكون فيها الدالة $f(x)$ متناقصة

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1,$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

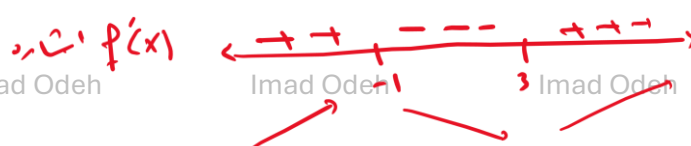
$$x = 3 \quad x = -1$$

a) $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

b) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$

c) $(-1, 3)$

d) $(-3, 1)$



س20 اوجد الفترات التي تكون فيها الدالة $g(x)$ متزايدة

Q20 Find the intervals where the function $g(x)$ is increasing

$$g(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 70x + 5,$$

a) $(-\infty, -10) \cup (7, \infty)$

b) $(-\infty, -7) \cup (10, \infty)$

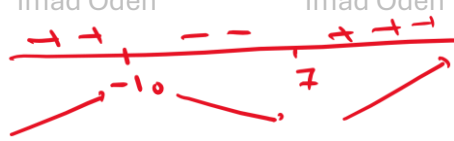
c) $(-\infty, 10)$

d) $(-10, 7)$

$$g'(x) = x^2 + 3x - 70 = 0$$

$$x = -10 \quad x = 7$$

$f'(x)$ إشارة



Q21 find value of k such that the function $f(x)$ has a local extremum value at $x = 2$

س21 اوجد قيمة k والتي تجعل للدالة $f(x)$ قيمة قصوى محلية عند $x = 2$

$$f(x) = x^3 + kx + 5$$

$$f'(2) = 0$$

a) $k = 12$

b) $k = -12$

c) $k = 6$

d) $k = -6$

$$f'(x) = 3x^2 + k$$

$$f'(2) = 3(2)^2 + k = 0$$

$$12 + k = 0$$

$$k = -12$$

Q22 Find value of a, b such that the function $f(x)$ has a local extremum value at $f(-1) = 7$

س22 اوجد قيمة a, b والتي تجعل للدالة $f(x)$ قيمة قصوى محلية هي $f(-1) = 7$

$$f(x) = ax^3 + bx + 3$$

$$f(-1) = 7$$

$$f'(-1) = 0$$

a) $a = -2, b = -6$

b) $a = 2, b = 6$

c) $a = 2, b = -6$

d) $a = -6, b = -2$

$$f(-1) = a(-1)^3 + b(-1) + 3 = 7$$

$$-a - b + 3 = 7$$

$$-a - b = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(-1) = 3a(-1)^2 + b = 0$$

$$3a + b = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$b = -3a$$

$$-a - (-3a) = 4$$

$$-a + 3a = 4$$

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

$$b = -3(2)$$

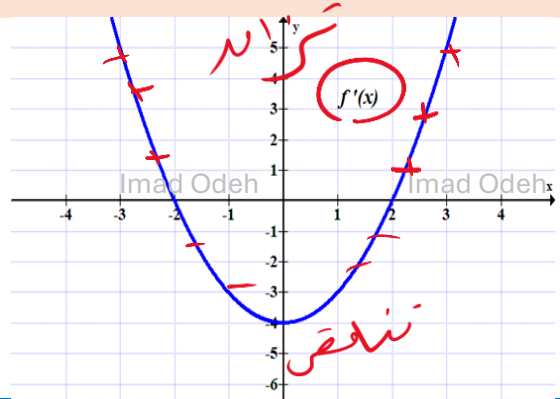
$$b = -6$$

Q23 The graph represents $f'(x)$
determine where $f(x)$ is decreasing

س23 الرسم الموضح ادناه يمثل بيان $f'(x)$ حدد
الفترة تكون عندها الدالة $f(x)$ متناقصة

- a) $(-\infty, 0)$
- b) $(-\infty, 2)$
- c) $(-2, 2)$
- d) $(2, \infty)$

لا حظ ان الرسم يمثل المشتقة
وعليه ففوق محور x تكون الدالة
الاصليه متزايدة و تحت
محور x تكون الدالة الاصليه متناقصة



Q24 Find all critical points of

س24 اوجد جميع الاعداد الحرجة لـ

$$y = \tan^{-1}(x^2)$$

$$y' = \frac{2x}{1+x^4}$$

$y' = 0$ or $1+x^4 = 0$ (impossible)
 $2x = 0$
 $x = 0$ (critical number)

Q25 Find the local minimum of the
Function where $f(x)$ is

س25 اوجد القيم الصغرى المحلية للدالة $f(x)$

$$y = x^{\frac{4}{3}} + 4x^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} + \frac{4}{3}x^{-\frac{2}{3}}$$

$$y' = \frac{4}{3}x^{-\frac{2}{3}}(x+1)$$

$$y' = \frac{4}{3\sqrt[3]{x^2}}(x+1)$$

critical numbers

$$x = 0 \quad x = -1$$

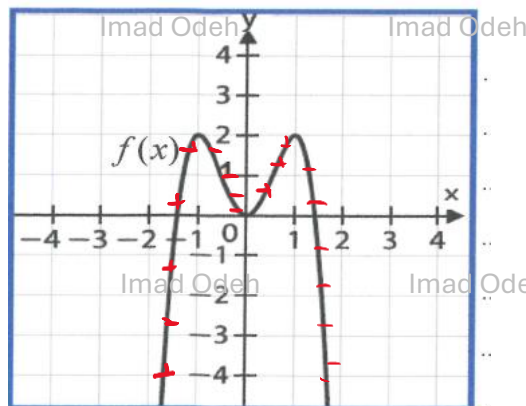
$y' = 0$ or $3\sqrt[3]{x^2} = 0$
 $x = 0$

$y' = 0$
 $x+1 = 0$
 $x = -1$

Q26 The graph represents $f(x)$ determine where $f(x)$ is decreasing and where increasing

س26 الرسم الموضح ادناه يمثل بيان $f(x)$ حدد الفترات تكون عندها الدالة $f(x)$ متناقصة والفترات التي تكون متزايدة

Imad Odeh
increasing $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
decreasing $(-1, 0) \cup (1, \infty)$



Q27 Find the absolute extrema of the given function on the indicated interval.

س27 أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المعطاة على الفترة المشار إليها.

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 2x}, [-1, 3]$$

جال
Domain
 $x^3 - 3x^2 + 2x \geq 0$
 $x(x^2 - 3x + 2) \geq 0$
 $x(x-2)(x-1) \geq 0$
 $x \sim 0, x \sim 2, x \sim 1$
-1 0 1 2 3
[0, 1] $\cup$ [2, 3]

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 6x + 2}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2x}}$$

$f'(x) \neq \infty$
 $x = 0, x = 1, x = 2$
نقاط الجانبي
end points

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$x = 0.42, x = 1.58$$

مرفوضة

$$f(0) = 0 \text{ absolute min}$$

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = 0$$

$$f(0.42) = 0.62$$

$$f(3) = 2.45 \text{ absolute max}$$

اطيب التمنيات للجميع

