الإجابات :

حالة لبيب

H.L.

٢٠٢٤ - ٢٠٢٣

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

مدرسة حمود برغش السعدون المتوسطة للبنين

قسم الرياضيات

مذكرة الصف التاسع

للعام الدراسي

2020/2019

رئيس القسم

أ/ يوسف الحريبي

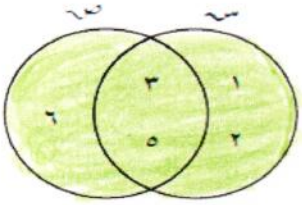
مدير المدرسة

حسين عباس عبد الله

H.L.

مجموعة الفرق

من شكل ڤن المقابِل ، أكمِل بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



أ س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦}

ب ص = {٣ ، ٥ ، ٦ ، ٦}

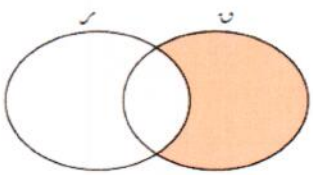
جـ س ∩ ص = {٣ ، ٥}

د س ∪ ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٦}

ثم ظلِّل المنطقة التي تمثّل س ∪ ص .

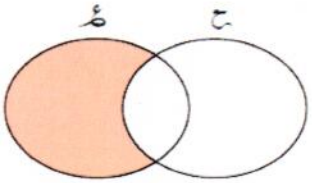
أُكتب ما يمثّله الجزء المظلَّل في كلّ من الأشكال التالية :

أ



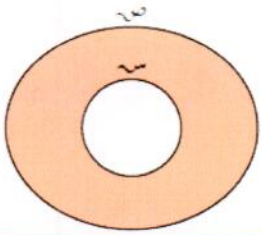
ن − ر

ب



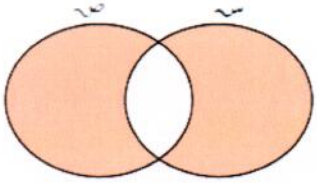
ع − ح

جـ



ص − س

د

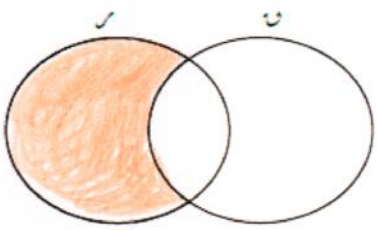


(س − ص) ∪ (ص − س)

---

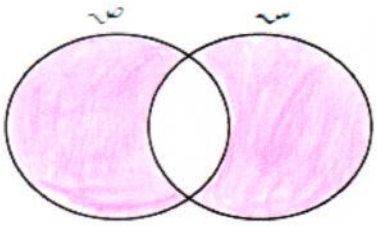
١ ظلّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال التالية :

أ



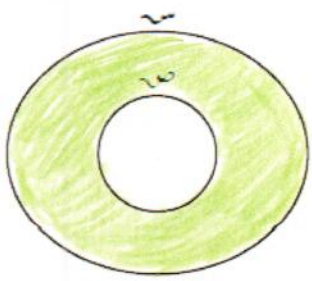
ر − ن

ب



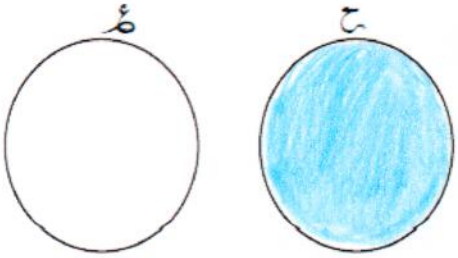
(س − ص) ∪ (ص − س)

جـ



س − ص

د



ح − ع

H.L.

إذا كانت س = مجموعة مضاعَفات العدد ٣ الأصغر من ٩ ،

ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ }

فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

س = { ٣ ، ٦ }

س − ص = ∅

ص − س = { ١ ، ٢ ، ٤ }

مثِّل كلًّا من س ، ص بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ص − س .

إذا كانت ع = { أ : أ ∈ ص ، ١ ≤ أ < ٥ } ،

حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

ح = { ب : ب عامل من العوامل الأوّلية للعدد ٣٠ }

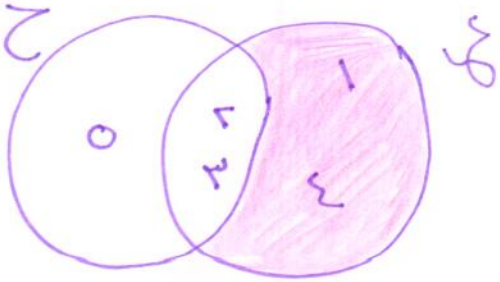
فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

ح = { ٢ ، ٣ ، ٥ }

ع − ح = { ١ ، ٤ }

مثِّل كلًّا من ع ، ح بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع − ح .

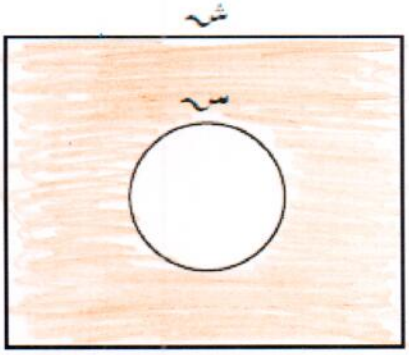


H.C.

المجموعة الشاملة – المجموعة المتممة

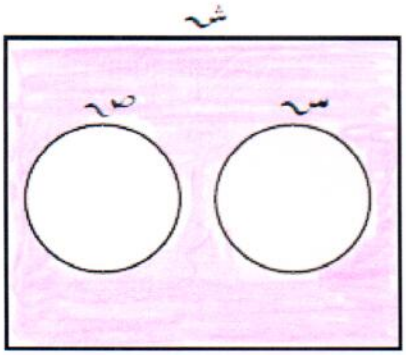
ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال التالية :

أ



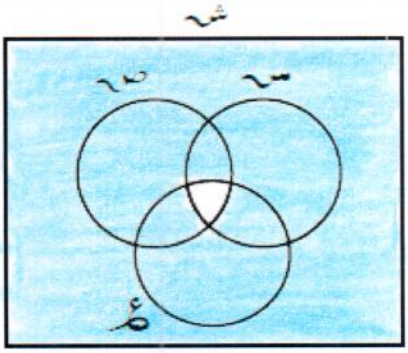
$\overline{س}$

ب



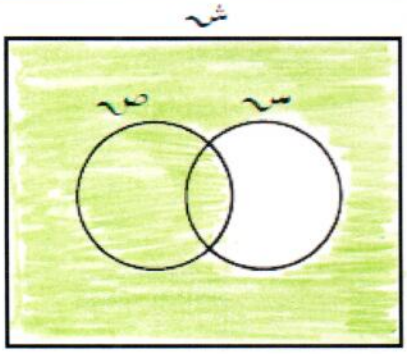
$\overline{س \cup ص}$

جـ



$\overline{(س \cap ص \cap ع)}$

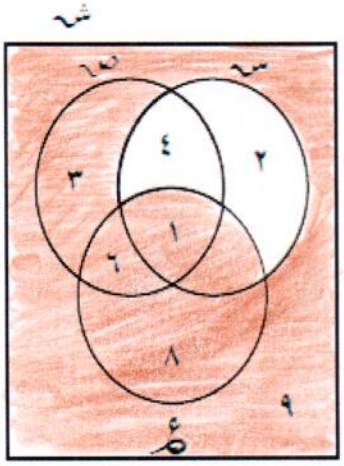
د



$\overline{(س - ص)}$

---

٥ من شكل ڤن المقابل ، أكمل بذكر العناصر كلاًّ ممّا يلي :



أ ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٦، ٨، ٩}

ب ص = {١، ٣، ٤، ٦، ٦}

جـ $\overline{س}$ = {٣، ٦، ٦، ٨، ٩}

د ص − ع = {٣، ٤}

هـ $\overline{(س \cap ص)}$ = {٢، ٣، ٦، ٦، ٨، ٩}

ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل $\overline{(س - ع)}$.

H.L.

لتكن المجموعة الشاملة ش = مجموعة الأعداد الكلّية الأصغر من ٥ ،
س = { أ : أ عدد صحيح موجَب ، أ ≤ ٤ } ، ع = { ٢ ، ٤ } .

أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

أ) ش = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

ب) س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

جـ) $\overline{س}$ = { ٠ }

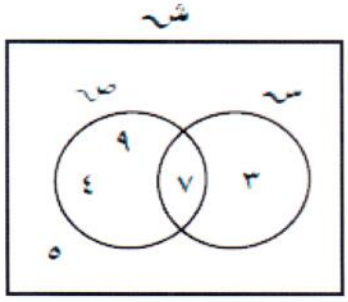
د) $\overline{ع}$ = { ٠ ، ١ ، ٣ }

هـ) س − ع = { ١ ، ٣ }

و) ($\overline{س}$ ∩ $\overline{ع}$) = { ٠ }

ز) $\overline{(س ∩ ع)}$ = $\overline{س}$ ∪ $\overline{ع}$ = { ٠ ، ١ ، ٣ }

ح) $\overline{\overline{س}}$ = س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }



من الشكل المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ش = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩ }

س = { ٣ ، ٧ }

ص = { ٤ ، ٧ ، ٩ }

$\overline{س}$ = { ٤ ، ٥ ، ٩ }

$\overline{ص}$ = { ٣ ، ٥ }

$\overline{س}$ ∩ $\overline{ص}$ = { ٥ }

س ∪ ص = { ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٩ }

$\overline{س ∪ ص}$ = { ٥ }

ماذا تلاحظ؟ نلاحظ أن: $\overline{س ∪ ص}$ = $\overline{س}$ ∩ $\overline{ص}$

$\overline{س}$ ∪ $\overline{ص}$ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٩ }

س ∩ ص = { ٧ }

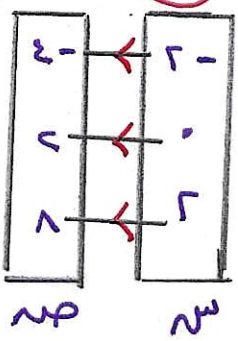
$\overline{س ∩ ص}$ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٩ }

ماذا تلاحظ؟ نلاحظ أن: $\overline{س ∩ ص}$ = $\overline{س}$ ∪ $\overline{ص}$

H.L.

التطبيق و أنواعه

(جـ)



١ إذا كانت س = {-٢ ، ٠ ، ٢} ، ص = {-٤ ، ٢ ، ٨} ،
التطبيق ق : س ⟵ ص ، حيث ق(س) = ٣س + ٢

أ أوجِد مدى التطبيق ق المدى = {-٤ ، ٢ ، ٨}

ب أُكتب التطبيق ق كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
ق = {(-٢ ، -٤) ، (٠ ، ٢) ، (٢ ، ٨)}

جـ مثِّل التطبيق ق بمخطَّط سهمي .

د بيِّن نوع التطبيق ق من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

ق(س) = ٣س + ٢
ق(-٢) = (٣×-٢) + ٢
= -٦ + ٢ = -٤
ق(٠) = (٣×٠) + ٢
= ٠ + ٢ = ٢
ق(٢) = (٣×٢) + ٢
= ٦ + ٢ = ٨

ق تطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل
ق تطبيق متباين لأن :
ق(-٢) ≠ ق(٠) ≠ ق(٢)
∴ ق تطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين

---

٢ إذا كانت ل = {١ ، -١ ، ٣} ، م = {٢ ، ٥ ، ١٠} ،
التطبيق هـ : ل ⟵ م ، حيث هـ(س) = س² + ١

أ أوجِد مدى التطبيق هـ المدى = {٢ ، ٥ ، ١٠}

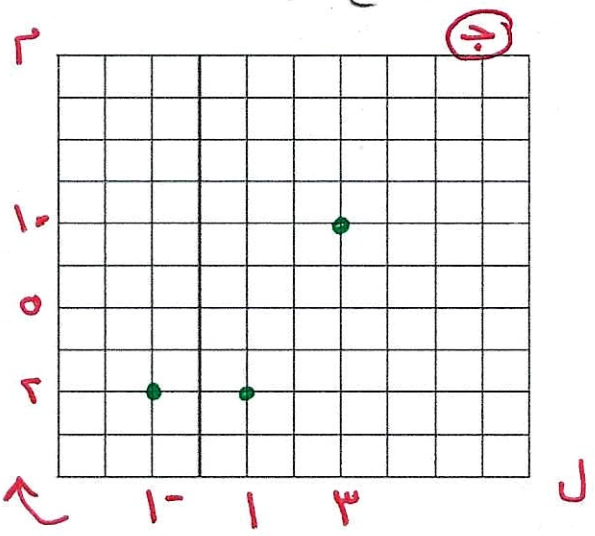
ب أُكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
هـ = {(١ ، ٢) ، (-١ ، ٢) ، (٣ ، ١٠)}

جـ مثِّل التطبيق هـ بمخطَّط بياني .

د بيِّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

هـ(س) = س² + ١
هـ(١) = (١)² + ١
= ١ + ١ = ٢
هـ(-١) = (-١)² + ١
= ١ + ١ = ٢
هـ(٣) = (٣)² + ١
= ٩ + ١ = ١٠

(جـ)



هـ تطبيق ليس شامل :
لأن المدى ≠ المجال المقابل
هـ تطبيق ليس متباين :
لأن هـ(١) = هـ(-١)
∴ هـ تطبيق ليس تقابل :
لأنه ليس شامل وليس متباين

٣ إذا كانت س = { ٠ ، ١ ، ٢ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٨ } ،
التطبيق د : س ⟵ ص ، حيث د (س) = $س^٣$

د (س) = $س^٣$
د (٠) = $٠^٣$ = ٠
د (١) = $١^٣$ = ١
د (٢) = $٢^٣$ = ٨

أ أوجِد مدى التطبيق د . المدى = { ٠ ، ١ ، ٨ }

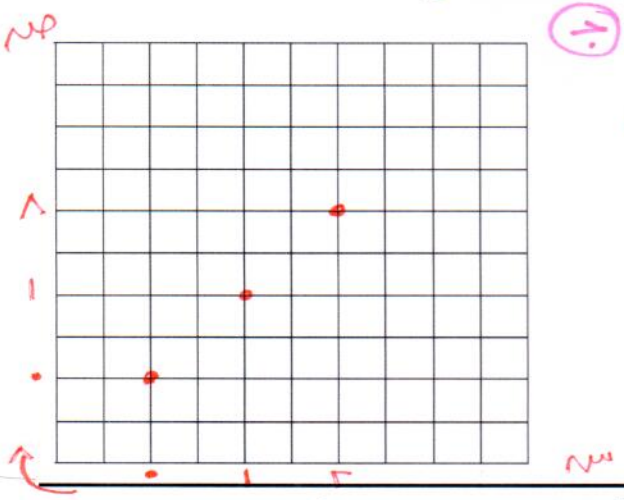
ب أُكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

جـ مثِّل التطبيق د بمخطَّط بياني .

د بيِّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

(ب) د = { (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨) }

(جـ)



(د) د تطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل

د تطبيق متباين لأن :
د (٠) ≠ د (١) ≠ د (٢)

∴ د تطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين .

---

٤ إذا كانت س = { ١ ، ٤ ، ٩ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ،
التطبيق ت : س ⟵ ص ، حيث ت (س) = $\sqrt{س}$

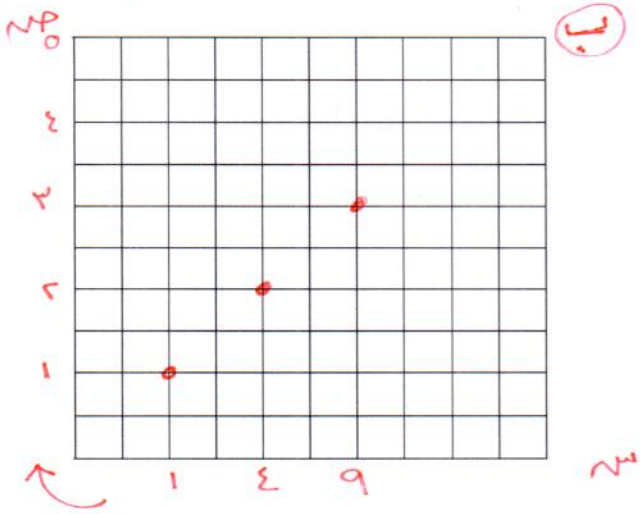
ت (س) = $\sqrt{س}$
ت (١) = $\sqrt{١}$ = ١
ت (٤) = $\sqrt{٤}$ = ٢
ت (٩) = $\sqrt{٩}$ = ٣

أ أوجِد مدى التطبيق ت . المدى = { ١ ، ٢ ، ٣ }

ب مثِّل التطبيق ت بمخطَّط بياني .

جـ بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

(ب)



ت تطبيق ليس شامل
لأن المدى ≠ المجال المقابل

ت تطبيق متباين لأن
ت (١) ≠ ت (٤) ≠ ت (٩)

∴ ت تطبيق ليس تقابل
لأنه ليس شامل .

H.L.

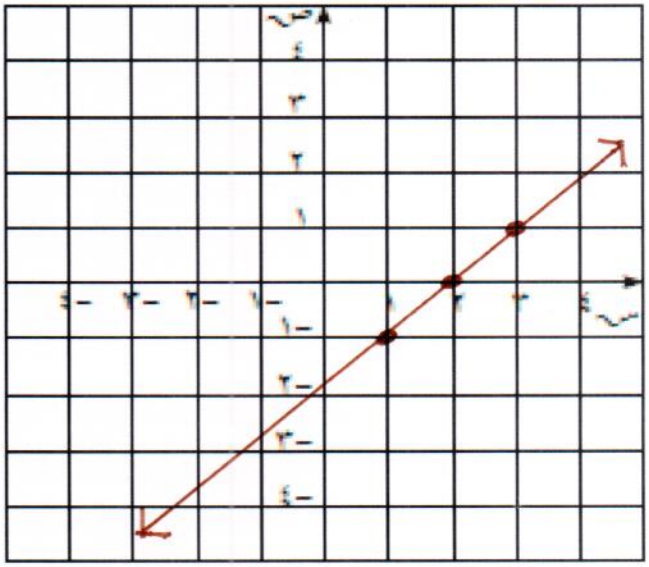
الدالة الخطية

٢ أُرسم بيانيًا كلًّا من الدوالّ الخطّية التالية :

أ ص = س − ٢

س	١	٢	٣
ص	−١	٠	١

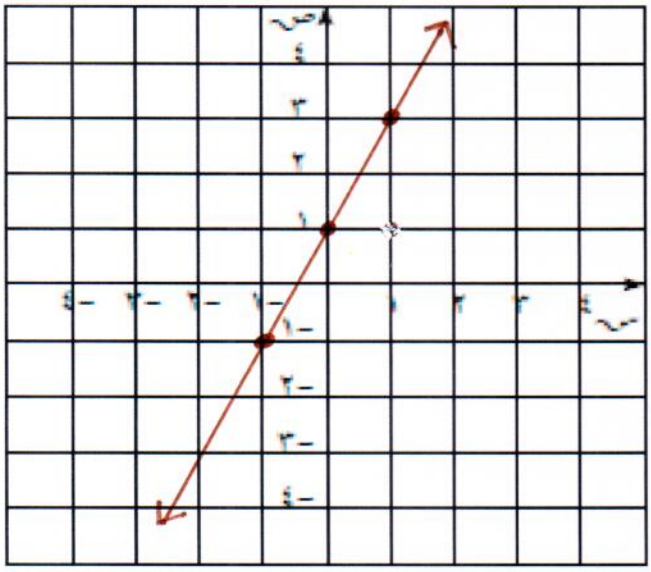
ص = س − ٢
ص = ١ − ٢
= −١
ص = ٢ − ٢
= ٠
ص = ٣ − ٢
= ١



ب ص = ٢ س + ١

س	−١	٠	١
ص	−١	١	٣

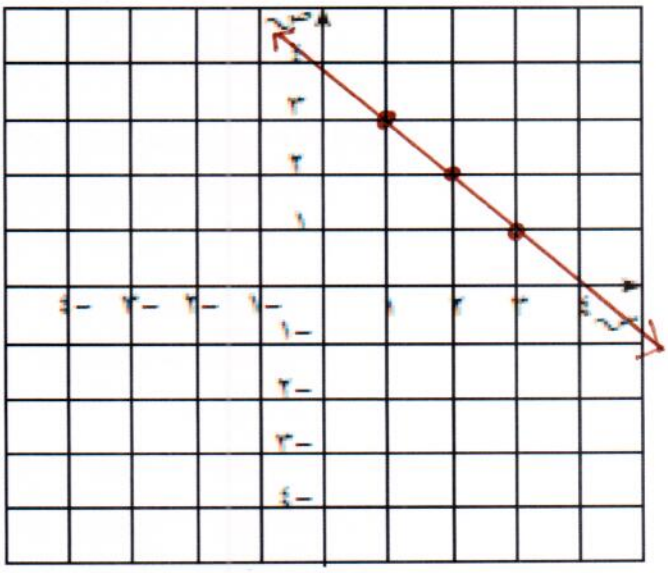
ص = ٢ س + ١
ص = ٢×−١ + ١
= −٢ + ١ = −١
ص = ٢×٠ + ١
= ٠ + ١ = ١
ص = ٢×١ + ١
= ٢ + ١ = ٣



جـ ص = ٤ − س

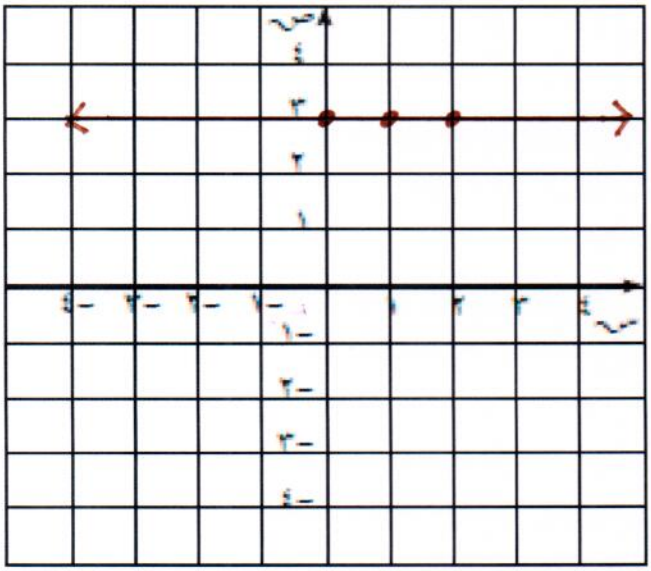
س	١	٢	٣
ص	٣	٢	١

ص = ٤ − س
ص = ٤ − ١ = ٣
ص = ٤ − ٢ = ٢
ص = ٤ − ٣ = ١



د ص = ٣

س	٠	١	٢
ص	٣	٣	٣



H.L.

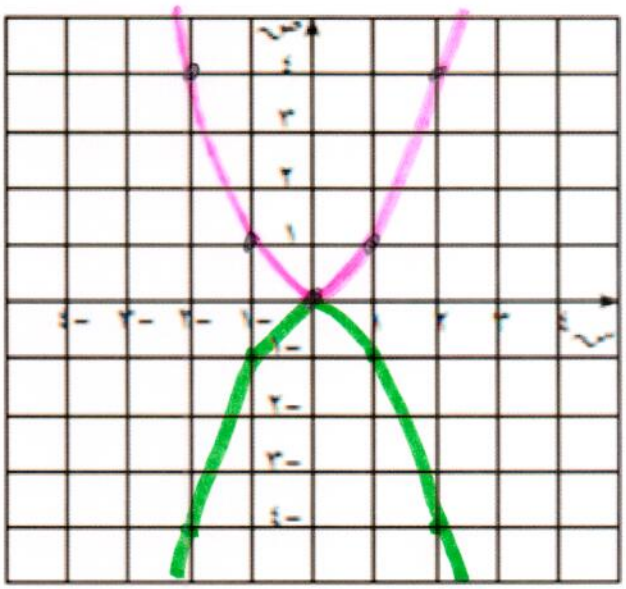
H.L.

الدالة التربيعية

مستخدمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} ، مثّل بيانيًا كلًا من الدوالّ التالية :

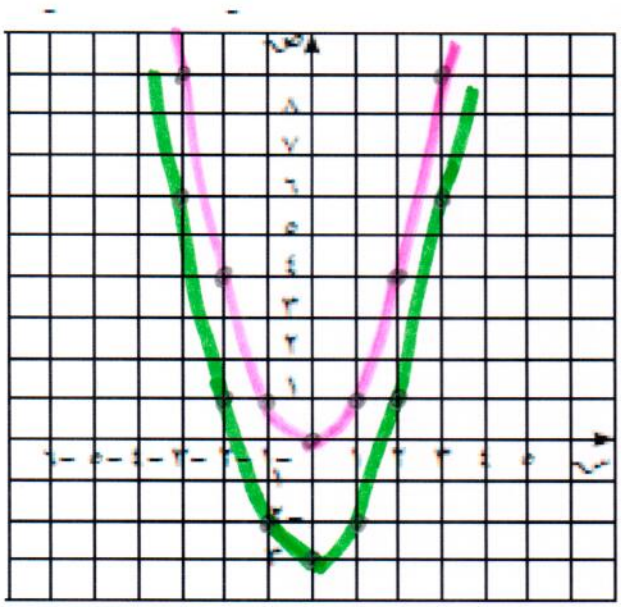
ص = − س^{٢} :

* نرسم بيان الدالة : ص = س^{٢}
* بيان الدالة ص = −س^{٢} هو انعكاس لبيان الدالة ص = س^{٢} في محور السينات .



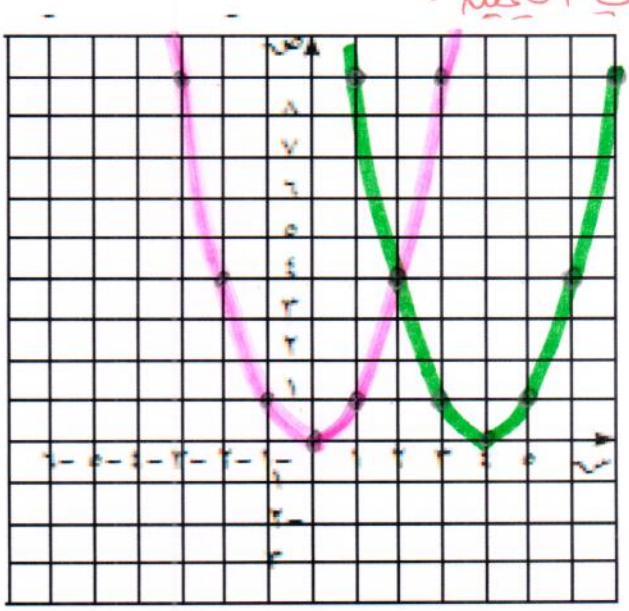
ص = س^{٢} − ٣

* نرسم بيان الدالة : ص = س^{٢}
* بيان الدالة ص = س^{٢} − ٣ هو إزاحة رأسية لبيان الدالة ص = س^{٢} ٣ وحدات إلى الأسفل .



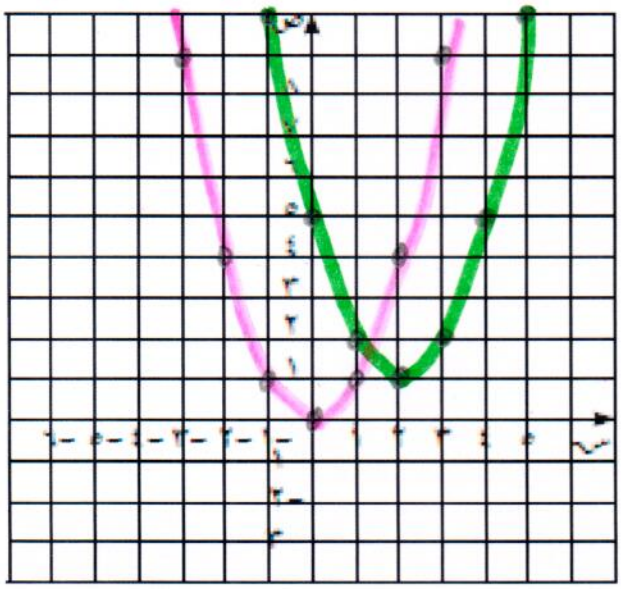
ص = (س − ٤)^{٢}

* نرسم بيان الدالة : ص = س^{٢}
* بيان الدالة ص = (س − ٤)^{٢} هو إزاحة أفقية لبيان الدالة ص = س^{٢} ٤ وحدات إلى اليمين .



ص = (س − ٢)^{٢} + ١

* نرسم بيان الدالة ص = س^{٢}
* بيان الدالة ص = (س − ٢)^{٢} + ١ هو إزاحة أفقية لبيان الدالة ص = س^{٢} وحدتين إلى اليمين ، وإزاحة رأسية وحدة واحدة إلى الأعلى .

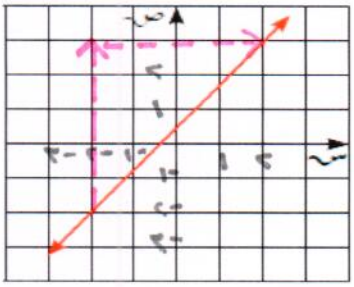


H.L.

الميل

١ أوجِد ميل كلّ من المستقيمات التالية إن أمكن ذلك :

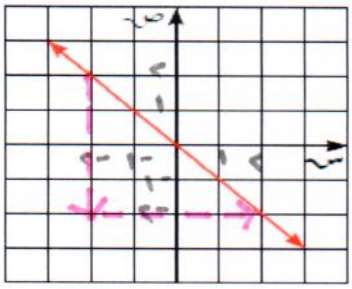
أ



الميل = التغير الرأسي / التغير الأفقي

م = ٥/٤

ب

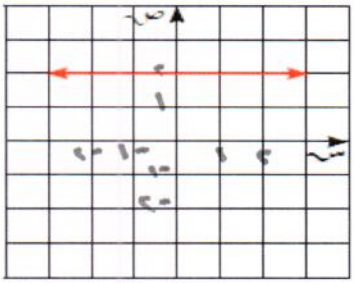


الميل = التغير الرأسي / التغير الأفقي

م = -٤/٤

= -١

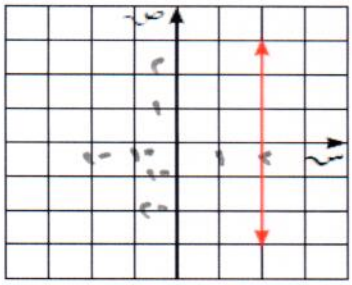
جـ



∵ المستقيم أفقي

∴ الميل = صفر

د



∵ المستقيم رأسي

∴ ليس له ميل

٢ أوجِد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين في كلّ مما يلي :

أ أ(١، ٢) ، ب(٣، ٤)

س١ ص١ ، س٢ ص٢

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = (ص٢ - ص١) / (س٢ - س١)

م = (٤ - ٢) / (٣ - ١)

= ٢/٢

= ١

ب د(-١، ٦) ، هـ(٤، ٥)

س١ ص١ ، س٢ ص٢

ميل $\overleftrightarrow{دهـ}$ = (ص٢ - ص١) / (س٢ - س١)

م = (٥ - ٦) / (٤ - (-١))

= -١ / (٤ + ١)

= -١/٥

جـ ل(-٤، ٠) ، ك(٠، -٣)

س١ ص١ ، س٢ ص٢

ميل $\overleftrightarrow{لك}$ = (ص٢ - ص١) / (س٢ - س١)

م = (-٣ - ٠) / (٠ - (-٤))

= -٣ / (٠ + ٤)

= -٣/٤

د م(٢، ٣) ، ن(-٥، ٣)

س١ ص١ ، س٢ ص٢

ميل $\overleftrightarrow{من}$ = (ص٢ - ص١) / (س٢ - س١)

م = (٣ - ٣) / (-٥ - ٢)

= ٠/-٧

= ٠

H.L.

٣ أوجِد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته :

أ ص = ٣ س + ٤

* م = ٣

* الجزء المقطوع من محور الصادات = ٤

ب ص = -٣ - ٧ س

ص = -٧ س - ٣

* م = -٧

* الجزء المقطوع من محور الصادات = -٣

جـ ص = ٥ س

* م = ٥

* الجزء المقطوع من محور الصادات = ٠

د ٢ س + ص = ١

ص = -٢ س + ١

* م = -٢

* الجزء المقطوع من محور الصادات = ١

هـ ٣ ص - ٦ س + ٧ = ٠

٣ ص = ٦ س - ٧

$\frac{٣ ص}{٣} = \frac{٦ س}{٣} - \frac{٧}{٣}$

ص = ٢ س - $\frac{٧}{٣}$

* م = ٢

* الجزء المقطوع من محور الصادات = $-\frac{٧}{٣}$

و ٢ ص = ٣ س + ٨

$\frac{٢ ص}{٢} = \frac{٣ س}{٢} + \frac{٨}{٢}$

ص = $\frac{٣}{٢}$ س + ٤

* م = $\frac{٣}{٢}$

* الجزء المقطوع من محور الصادات = ٤

ز -ص + س + ٢ = ٠

-ص = -س - ٢

$\frac{-ص}{-١} = \frac{-س}{-١} - \frac{٢}{-١}$ أ، x = -١

ص = س + ٢

* م = ١

* الجزء المقطوع من محور الصادات = ٢

ح ص = ٩

* م = ٠

* الجزء المقطوع من محور الصادات = ٩

H.L.

المستقيمات المتوازية و المتعامدة

١ أكمِل ما يلي :

ميل $\overleftrightarrow{ل}$	ميل المستقيم الموازي له	ميل المستقيم العمودي عليه
٢	٢	$-\frac{١}{٢}$
$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٢}{٣}$	$\frac{٣}{٢}$
$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	٤-
$\frac{٢}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$-\frac{٥}{٢}$

٢ إذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو -٤ ، فأيّ من المستقيمات التالية يوازي $\overleftrightarrow{أب}$:

أ $\overleftrightarrow{جـ د}$ الذي يمرّ بالنقطتين :

جـ (٠ ، ٦) ، د (-٤ ، ٢)

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٢ - ٦}{-٤ - ٠}$

= $\frac{-٤}{-٤}$

= ١

$\overleftrightarrow{جـ د}$ لا يوازي $\overleftrightarrow{أب}$

لأن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{أب}$

ب $\overleftrightarrow{ع ل}$ الذي معادلته :

ص + ٤ س - ٥ = ٠

ص = -٤ س + ٥

ميل $\overleftrightarrow{ع ل}$ = -٤

∴ $\overleftrightarrow{ع ل}$ // $\overleftrightarrow{أب}$

لأن ميل $\overleftrightarrow{ع ل}$ = ميل $\overleftrightarrow{أب}$

٣ إذا كانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٤ س + ٣ ← ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = ٤

ومعادلة $\overleftrightarrow{ن}$: ٤ ص - ١٦ س = ١ ، فهل المستقيمان متوازيان ؟ وضِّح ذلك .

$\frac{٤ ص}{٤} = \frac{١٦ س}{٤} + \frac{١}{٤}$

ص = ٤ س + $\frac{١}{٤}$

ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = ٤

لأن ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = ميل $\overleftrightarrow{ن}$

∴ $\overleftrightarrow{ك}$ // $\overleftrightarrow{ن}$

٤ إذا كان $\overleftrightarrow{أ}$ يمرّ بالنقطتين (٨ ، ١) ، (٣ ، ٤)

$س_١$ $ص_١$ $س_٢$ $ص_٢$

ومعادلة $\overleftrightarrow{ب}$: ١٠ س - ٦ ص = -٥ ، فهل المستقيمان متعامدان ؟ وضِّح ذلك .

ميل $\overleftrightarrow{أ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٤ - ١}{٣ - ٨}$

= $\frac{٣}{-٥}$

= $-\frac{٣}{٥}$

١٠ س - ٦ ص = -٥

$\frac{-٦ ص}{-٦} = \frac{-١٠ س}{-٦} - \frac{٥}{-٦}$

ص = $\frac{٥}{٣}$ س + $\frac{٥}{٦}$

ميل $\overleftrightarrow{ب}$ = $\frac{٥}{٣}$

$م_١ \times م_٢ = -\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٣}$

= -١

∴ $\overleftrightarrow{أ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب}$

H.L.

٥ إذا كان $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ يمرّ بالنقطتين م (٢ ، ٦) ، ن (٧ ، ٦) ،
$\overleftrightarrow{\text{هـ ط}}$ يمرّ بالنقطتين هـ (٢ ، ١) ، ط (٥ ، ١) .

أثبت أنّ : $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ // $\overleftrightarrow{\text{هـ ط}}$.

ميل $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$\text{م}_1 = \frac{6-6}{7-2} = \frac{0}{5} = 0$

ميل $\overleftrightarrow{\text{هـ ط}}$ = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

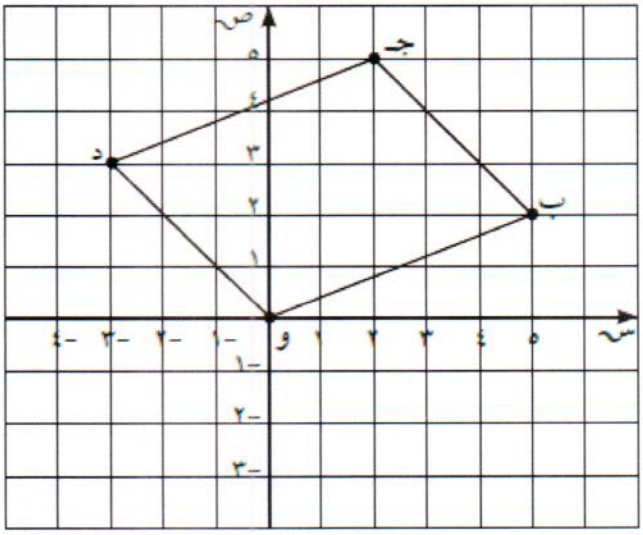
$\text{م}_2 = \frac{1-1}{5-2} = \frac{0}{3} = 0$

∵ $\text{م}_1 = \text{م}_2$

∴ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ // $\overleftrightarrow{\text{هـ ط}}$

---

٧ في الشكل الرباعي و ب جـ د ، أثبت أنّ : $\overline{\text{و ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$.



$\overline{\text{و ب}}$ تمر بالنقطتين و (٠ ، ٠) ، ب (٥ ، ٢)

$\text{م}_1 = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$= \frac{2-0}{5-0} = \frac{2}{5}$

$\overline{\text{د جـ}}$ تمر بالنقطتين د (-٣ ، ٣) ، جـ (٢ ، ٥)

$\text{م}_2 = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$= \frac{5-3}{2-(-3)}$

$= \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$

∵ $\text{م}_1 = \text{م}_2$

∴ $\overline{\text{و ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$

---

٨ إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ حيث معادلة $\overleftrightarrow{\text{ك}}$: ٨ س − ٢ ص = ٩ ،

أوجد ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$.

٨ س − ٢ ص = ٩

$\frac{-2\text{ص}}{-2} = \frac{-8\text{س}}{-2} + \frac{9}{-2}$

ص = ٤ س − $\frac{9}{2}$

ميل $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ (م_1) = ٤

∵ $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ل}}$

∴ $\text{م}_1 \times \text{م}_2 = -1$

$4 \times \text{م}_2 = -1$

$\frac{1}{\cancel{4}} \times \cancel{4}\,\text{م}_2 = -1 \times \frac{1}{4}$

$\text{م}_2 = \frac{-1}{4}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ = $\frac{-1}{4}$

H.L.

حل المعادلة من الدرجة الاولى في متغيرين بيانياً

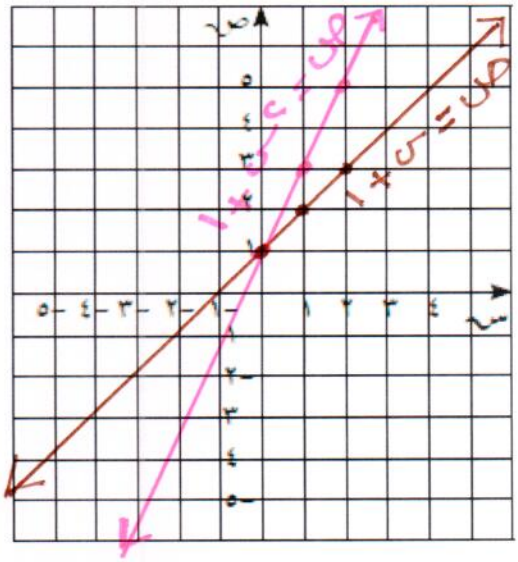
تحديد النقاط والمدارك في الصفحة التالية

١ أوجِد مجموعة حلّ المعادلتين الآتيتين بيانيًّا :

ص = ٢ س + ١ ، ص = س + ١

∴ المستقيمان يتقاطعان في النقطة (٠، ١)

∴ مجموعة الحل = {(٠، ١)}

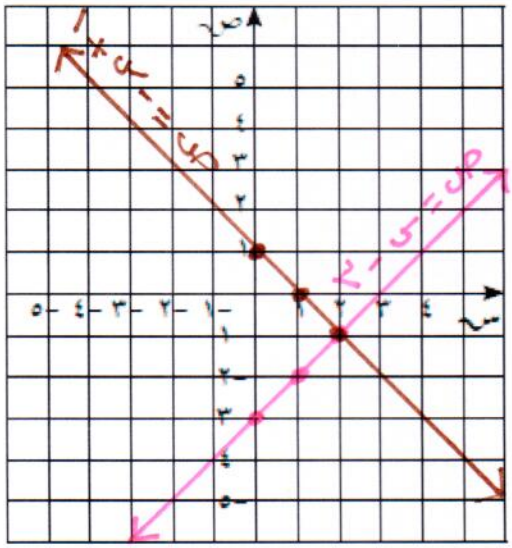


٢ أوجِد مجموعة حلّ المعادلتين الآتيتين بيانيًّا :

ص = س − ٣ ، ص = − س + ١

∴ المستقيمان يتقاطعان في النقطة (٢، −١)

∴ مجموعة الحل = {(٢، −١)}

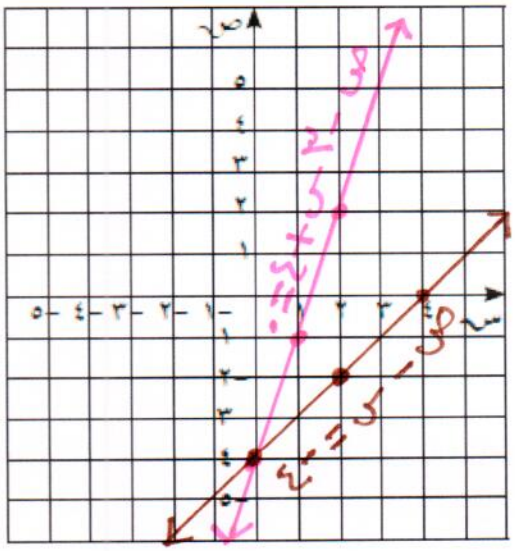


٣ أوجِد مجموعة حلّ المعادلتين الآتيتين بيانيًّا :

ص − ٣ س + ٤ = ٠ ، ص − س = −٤

∴ المستقيمان يتقاطعان في النقطة (٠، −٤)

∴ مجموعة الحل = {(٠، −٤)}

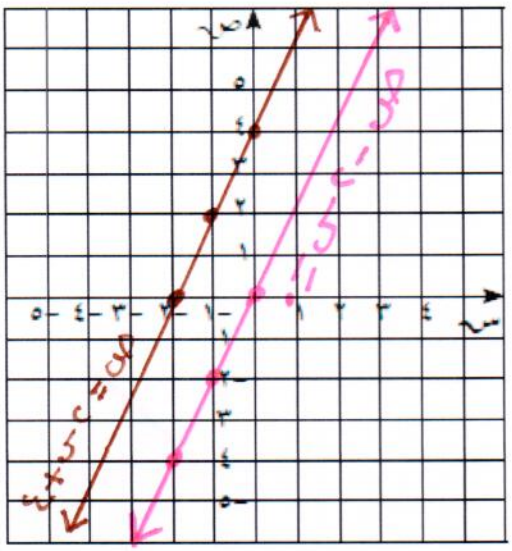


٤ أوجِد مجموعة حلّ المعادلتين الآتيتين بيانيًّا :

ص − ٢ س = ٠ ، ص = ٢ س + ٤

∴ المستقيمان لا يتقاطعان (متوازيان)

∴ مجموعة الحل = ∅



H.L.

١

ص = ٢س + ١

ص = ٢×٠ + ١
= ٠ + ١ = ١

ص = ٢×١ + ١
= ٢ + ١ = ٣

ص = ٢×٢ + ١
= ٤ + ١ = ٥

س	٠	١	٢
ص	١	٣	٥

ص = س + ١

ص = ٠ + ١ = ١

ص = ١ + ١ = ٢

ص = ٢ + ١ = ٣

س	٠	١	٢
ص	١	٢	٣

٢

ص = س − ٣

ص = ٠ − ٣ = −٣

ص = ١ − ٣ = −٢

ص = ٢ − ٣ = −١

س	٠	١	٢
ص	−٣	−٢	−١

ص = −س + ١

ص = −٠ + ١ = ١

ص = −١ + ١ = ٠

ص = −٢ + ١ = −١

س	٠	١	٢
ص	١	٠	−١

٣

ص − ٣س + ٤ = ٠

ص = ٣س − ٤

ص = ٣×٠ − ٤
= ٠ − ٤ = −٤

ص = ٣×١ − ٤
= ٣ − ٤ = −١

ص = ٣×٢ − ٤
= ٦ − ٤ = ٢

س	٠	١	٢
ص	−٤	−١	٢

ص − س = −٤

ص = س − ٤

ص = ٠ − ٤ = −٤

ص = ٢ − ٤ = −٢

ص = ٤ − ٤ = ٠

س	٠	٢	٤
ص	−٤	−٢	٠

٤

ص − ٢س = ٠

ص = ٢س

ص = ٢×−٢
= −٤

ص = ٢×−١
= −٢

ص = ٢×٠
= ٠

س	−٢	−١	٠
ص	−٤	−٢	٠

ص = ٢س + ٤

ص = ٢×−٢ + ٤
= −٤ + ٤ = ٠

ص = ٢×−١ + ٤
= −٢ + ٤ = ٢

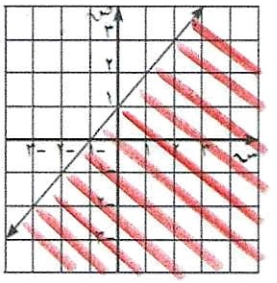
ص = ٢×٠ + ٤
= ٠ + ٤ = ٤

س	−٢	−١	٠
ص	٠	٢	٤

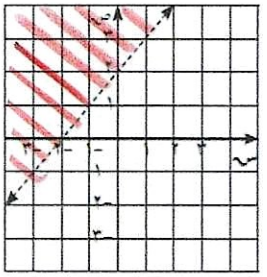
المتباينات الخطية (منطقة الحل المشتركة) الحل في الصفحة التالية

١ ظلّل منطقة حلّ كلّ متباينة في ما يلي :

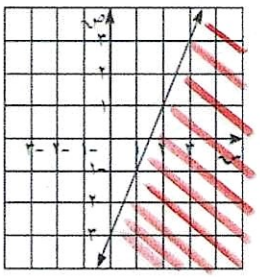
أ ص ≥ س + ١



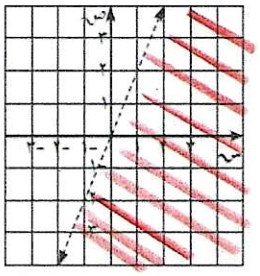
ب ص > س + ٢



جـ ص ≤ ٢ س − ٣



د ص < ٢ س



---

٢ مثل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة :

ص > ٣ س − ١

المعادلة المناظرة : ص = ٣س − ١

س	−١	٠	١
ص	−٤	−١	٢

ص = ٣ × −١ − ١
= −٣ − ١ = −٤

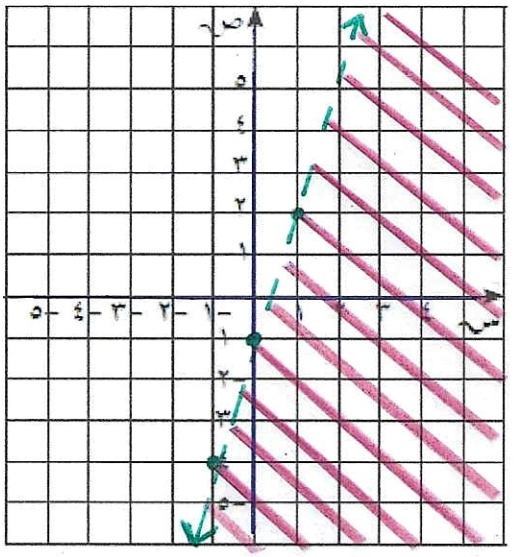
ص = ٣ × ٠ − ١
= ٠ − ١ = −١

ص = ٣ × ١ − ١
= ٣ − ١
= ٢

بالتعويض بنقطة الأصل (٠،٠) في المتباينة :

ص > ٣س − ١
٠ > ٣ × ٠ − ١
٠ > ٠ − ١
٠ > −١

عبارة خاطئة



---

٣ مثل بيانيًّا منطقة الحل للمتباينة :

ص ≤ ٤ − س

المعادلة المناظرة : ص = ٤ − س

س	٠	١	٢
ص	٤	٣	٢

ص = ٤ − ٠
= ٤

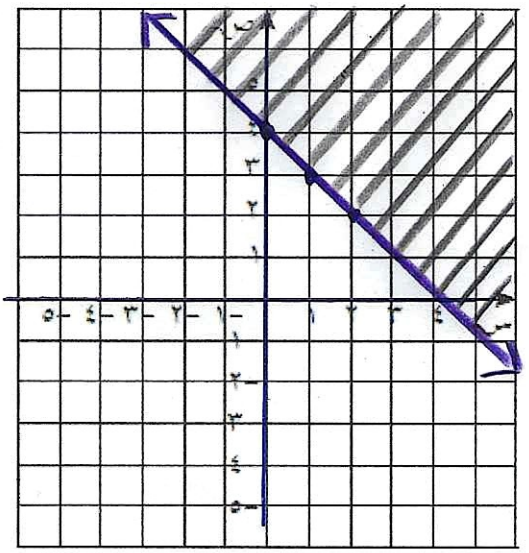
ص = ٤ − ١
= ٣

ص = ٤ − ٢
= ٢

بالتعويض بنقطة الأصل (٠،٠) في المتباينة :

ص ≤ ٤ − س
٠ ≤ ٤ − ٠
٠ ≤ ٤

عبارة خاطئة



H.L.

أ) بالتعويض بنقطة الأصل (٠، ٠) (س، ص) في المتباينة :

ص ≥ س + ١

٠ ≥ ٠ + ١

٠ ≥ ١ عبارة صحيحة

∴ نظلل المنطقة التي تنتمي إليها نقطة الأصل .

ب) بالتعويض بنقطة الأصل (٠، ٠) (س، ص) في المتباينة :

ص > س + ٢

٠ > ٠ + ٢

٠ > ٢ عبارة خاطئة

∴ نظلل المنطقة التي لا تنتمي إليها نقطة الأصل

جـ) بالتعويض بنقطة الأصل (٠، ٠) (س، ص) في المتباينة :

ص ≤ ٢س - ٣

٠ ≤ ٢ × ٠ - ٣

٠ ≤ ٠ - ٣

٠ ≤ -٣ عبارة خاطئة

∴ نظلل المنطقة التي لا تنتمي اليها نقطة الأصل .

د) بالتعويض بالنقطة (١، ١) في المتباينة :

ص < ٢س

١ < ٢ × ١

١ < ٢ عبارة صحيحة

∴ نظلل المنطقة التي تنتمي إليها النقطة (١، ١)

٤ مثل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينتين :

ص > ٢ س ، ص < ١ − س

المعادلة المناظرة : ص = ٢ س

س	٠	١	٢
ص	٠	٢	٤

ص = ٢ × ٠ = ٠
ص = ٢ × ١ = ٢
ص = ٢ × ٢ = ٤

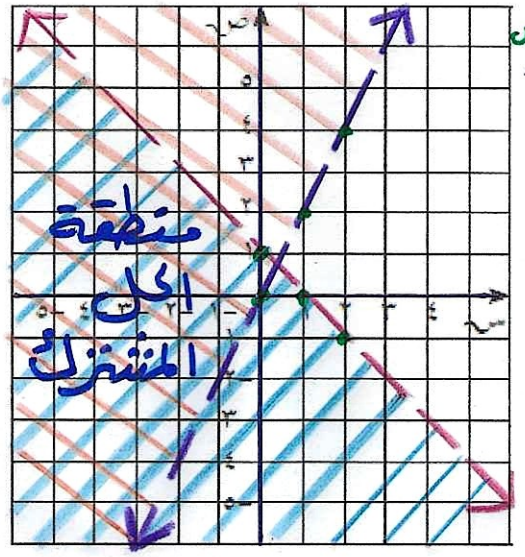
بالتعويض بالنقطة (١ ، ١) في المتباينة
ص > ٢ س
١ > ٢ × ١
١ > ٢
عبارة خاطئة

المعادلة المناظرة : ص = ١ − س

س	٠	١	٢
ص	١	٠	−١

ص = ١ − ٠ = ١
ص = ١ − ١ = ٠
ص = ١ − ٢ = −١

بالتعويض بنقطة الأصل (٠ ، ٠) في المتباينة :
ص < ١ − س
٠ < ١ − ٠
٠ < ١ عبارة صحيحة



٥ مثل بيانيًّا منطقة الحل المشترك للمتباينتين :

ص < ٣ س − ٢ ، ص ≥ −٢

المعادلة المناظرة :
ص = ٣ س − ٢

س	٠	١	٢
ص	−٢	١	٤

ص = ٣ × ٠ − ٢
= ٠ − ٢
= −٢

ص = ٣ × ١ − ٢
= ٣ − ٢
= ١

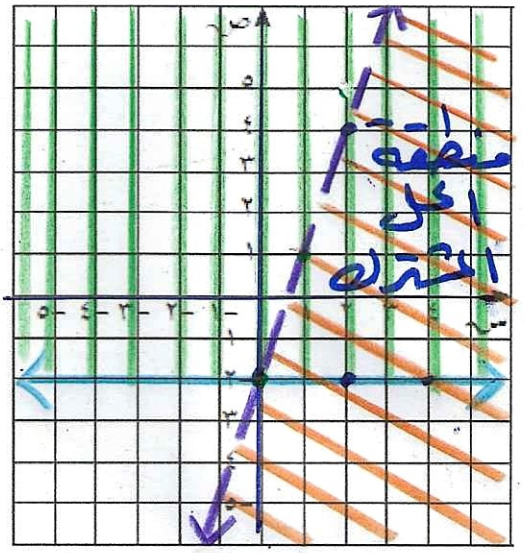
ص = ٣ × ٢ − ١
= ٦ − ٢
= ٤

بالتعويض بنقطة الأصل (٠ ، ٠) في المتباينة :
ص < ٣ س − ٢
٠ < ٣ × ٠ − ٢
٠ < ٠ − ٢
٠ < −٢
عبارة خاطئة

المعادلة المناظرة
ص = −٢

س	٠	٢	٤
ص	−٢	−٢	−٢

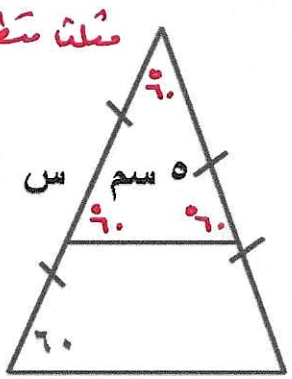
بالتعويض بنقطة الأصل (٠ ، ٠) في المتباينة :
ص ≥ −٢
٠ ≥ −٢
عبارة صحيحة



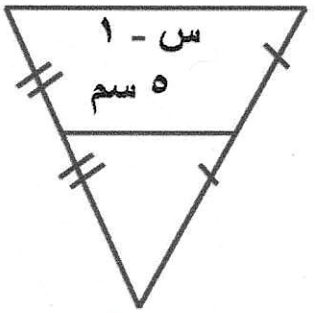
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث

نظرية : القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .

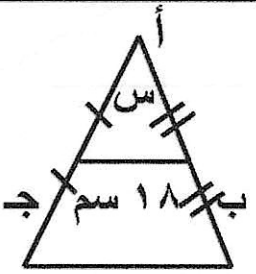
أوجد قيمة س في الحالات الآتية :



س = ٥ سم

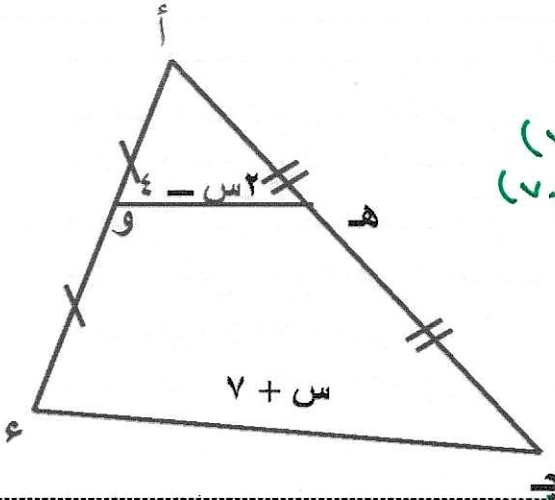


س - ١ = ٢ × ٥
س - ١ = ١٠
س - ١ + ١ = ١٠ + ١
س = ١١ سم



س = ½ × ١٨
= ٩ سم

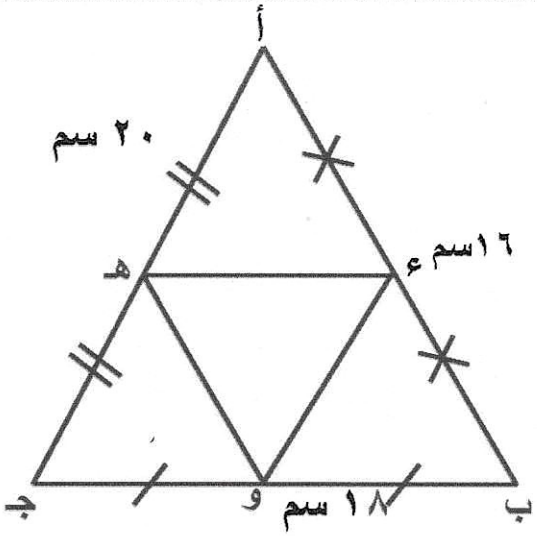
في الشكل المقابل : أوجد قيمة س



في △ أ جـ ء :
هـ منتصف أ جـ (معطى)
و منتصف أ ء (معطى)
∴ هـ و // جـ ء ،
هـ و = ½ جـ ء
(نظرية)

٢س - ٤ = ½ (س + ٧)
٢ × (٢س - ٤) = ٢ × ½ (س + ٧)
٤س - ٨ = س + ٧
٤س - س - ٨ = ٧
٣س - ٨ = ٧
٣س - ٨ + ٨ = ٧ + ٨
٣س = ١٥
٣س / ٣ = ١٥ / ٣
س = ٥ وحدة طول

أوجد محيط د هـ و



H.L.

في Δ أ ب جـ :

د منتصف $\overline{أب}$ (معطى)

هـ منتصف $\overline{أجـ}$ (معطى)

∴ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$ ،

دهـ = $\frac{1}{2}$ بجـ (نظرية)

دهـ = $\frac{1}{2}$ × ١٨

= ٩ سم

د منتصف $\overline{أب}$ (معطى)

و منتصف $\overline{بجـ}$ (معطى)

∴ $\overline{دو}$ // $\overline{أجـ}$ ،

دو = $\frac{1}{2}$ أجـ (نظرية)

دو = $\frac{1}{2}$ × ٢٠

= ١٠ سم

هـ منتصف $\overline{أجـ}$ (معطى)

و منتصف $\overline{بجـ}$ (معطى)

∴ $\overline{هـو}$ // $\overline{أب}$ ،

هـو = $\frac{1}{2}$ أب

هـو = $\frac{1}{2}$ × ١٦

= ٨ سم

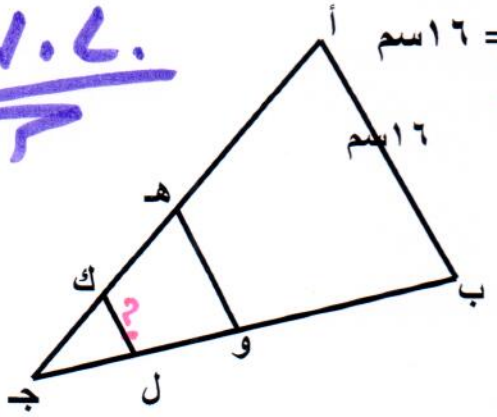
محيط المثلث دهـو = مجموع أطوال أضلاعه

= ٩ + ١٠ + ٨

= ٢٧ سم

H.L.

مثال ٣: في الشكل المقابل : المثلث أ ب جـ فيه ، أ ب = ١٦سم
هـ منتصف أ جـ ، ومنتصف ب جـ ، ك منتصف هـ جـ
ل منتصف و جـ
أوجد طول ك ل

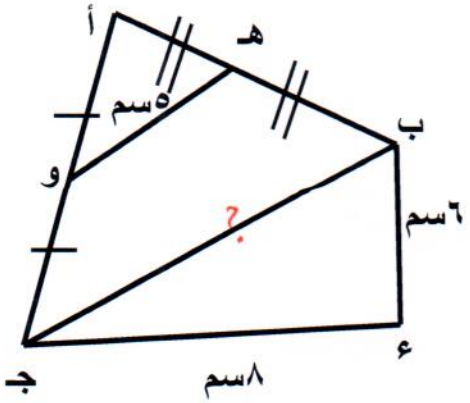


البرهان:

في Δ أ ب جـ :
هـ منتصف $\overline{أجـ}$ (معطى)
و منتصف $\overline{بجـ}$ (معطى)
∴ $\overline{وهـ}$ // $\overline{أب}$ ، (نظرية)
وهـ = $\frac{1}{2}$ أب
= $\frac{1}{2}$ × ١٦
= ٨ سم

في Δ هـ و جـ :
ك منتصف $\overline{هـجـ}$ (معطى)
ل منتصف $\overline{وجـ}$ (معطى)
∴ $\overline{كل}$ // $\overline{هـو}$ ، (نظرية)
ك ل = $\frac{1}{2}$ هـ و
= $\frac{1}{2}$ × ٨
= ٤ سم

مثال ٤: في الشكل المقابل :
هـ منتصف أ ب ، و منتصف أ جـ
هـ و = ٥سم ، ب ء = ٦سم ، جـ ء = ٨سم
أوجد: طول ب جـ
اثبت أن ق (ب $\hat{ء}$ جـ) = ٩٠°

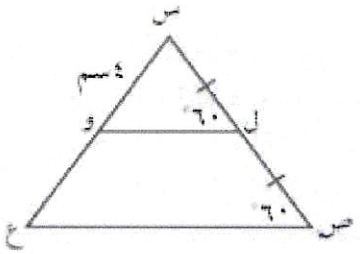


البرهان:

في Δ أ ب جـ :
هـ منتصف $\overline{أب}$ (معطى)
و منتصف $\overline{أجـ}$ (معطى)
∴ $\overline{هـو}$ // $\overline{بجـ}$ ، (نظرية)
هـ و = $\frac{1}{2}$ ب جـ
∴ ب جـ = ٢ × هـ و
= ٢ × ٥
= ١٠ سم

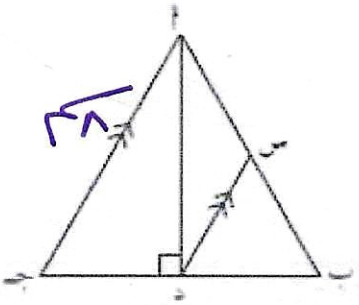
في Δ ب ء جـ :
$(بجـ)^2 = (١٠)^2 = ١٠٠$
$(بء)^2 + (ءجـ)^2 = ٦^2 + ٨^2$
= ٣٦ + ٦٤
= ١٠٠
∴ $(بجـ)^2 = (بء)^2 + (ءجـ)^2$
∴ Δ ب ء جـ قائم الزاوية في ء
(عكس نظرية فيثاغورث)
∴ ق (ب $\hat{ء}$ جـ) = ٩٠°

نظرية :
إذا رُسِم مستقيم من منتصف أحد أضلاع مثلث موازيًا ضلعًا آخر فيه ، فإنّه ينصّف الضلع الثالث .



س ص ع مثلث فيه : ل منتصف $\overline{س ص}$ ،
ق ($\hat{ص}$) = ق (س $\hat{ل}$ و) = ٦٠° ، س و = ٤سم .
أوجد طول $\overline{س ع}$.

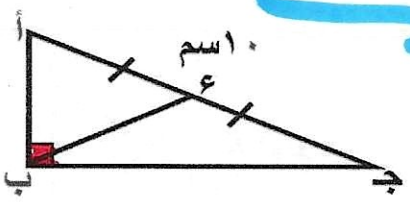
البرهان :-
في Δ س ص ع :
ل منتصف $\overline{س ص}$ (معطى)
ق (س $\hat{ل}$ و) = ق (س $\hat{ص}$ ع) (معطى)
وهما في وضع تناظر
أو (وهما متناظرتان)
∴ $\overline{ل و}$ // $\overline{ص ع}$
∴ و منتصف $\overline{س ع}$ (نظرية)
∴ س و = ع و = ٤ سم
$\overline{س ع}$ = ٤ + ٤
= ٨ سم



عند تصميم أحد الجسور ، قام المهندس
برسم المثلث في الشكل المقابل :
حيث أب = أجـ = ٨ سم ، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ،
رسم $\overline{د س}$ // $\overline{جـ أ}$ ، س ∈ $\overline{أب}$.
أوجد طول $\overline{س د}$.

البرهان :
في Δ أ ب جـ :
أ ب = أ جـ (معطى)
∴ د منتصف $\overline{ب جـ}$ (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)
$\overline{س د}$ // $\overline{أ جـ}$ (معطى)
∴ س منتصف $\overline{أ ب}$ (نظرية)
∴ س د = $\frac{1}{2}$ أ جـ
س د = $\frac{1}{2}$ × ٨
= ٤ سم

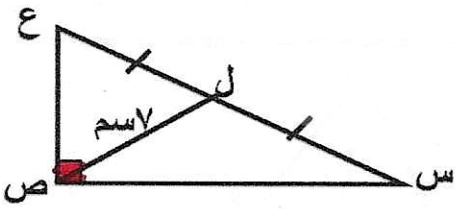
نظرية : طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر في المثلث القائم الزاوية تساوي نصف طول الوتر



ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠

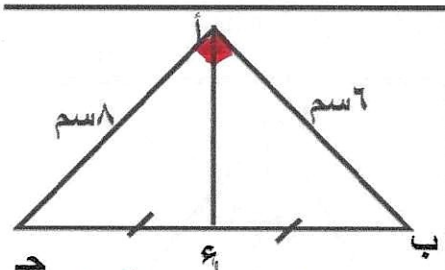
= ٥ سم



س ع = ٢ × ل ص

= ٢ × ٧

= ١٤ سم



أ ء = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠

= ٥ سم

(ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

= ٦^{٢} + ٨^{٢}

= ٣٦ + ٦٤

= ١٠٠

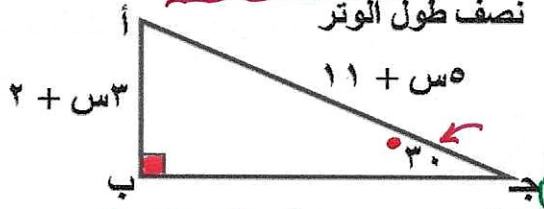
ب جـ = $\sqrt{١٠٠}$

= ١٠ سم

(نظرية فيثاغورث)

نتيجة :

في المثلث الثلاثيني الستيني يكون طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° مساويا نصف طول الوتر



أوجد قيمة س ؟

٣س + ٢ = $\frac{١}{٢}$ (٥س + ١١)

٢ × (٣س + ٢) = ٢ × $\frac{١}{٢}$ (٥س + ١١)

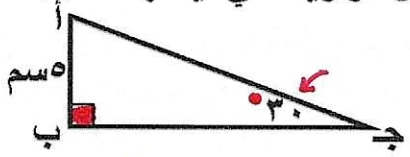
٦س + ٤ = ٥س + ١١

٦س − ٥س + ٤ = ١١

س + ٤ = ١١

س + ٤ − ٤ = ١١ − ٤

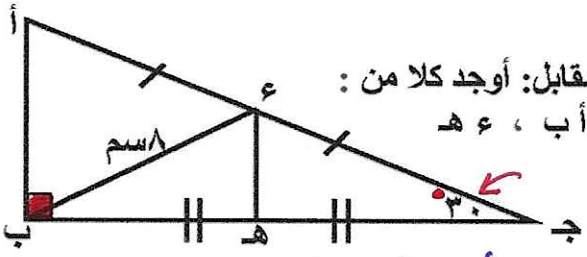
س = ٧ وحدة طول



أ جـ = ٢ × أ ب

= ٢ × ٥

= ١٠ سم



في الشكل المقابل: أوجد كلا من :
أ جـ ، أ ب ، ء هـ

البرهان:

في Δ أ ب جـ القائم الزاوية في ب:

م (∠ب) = ٩٠° (معطى)

ء منتصف $\overline{أ جـ}$ (معطى)

∴ ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ جـ (نظرية)

∴ أ جـ = ٢ × ب ء

= ٢ × ٨

= ١٦ سم

∵ م (∠جـ) = ٣٠° (معطى)

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ (نتيجة)

= $\frac{١}{٢}$ × ١٦

= ٨ سم

∵ ء منتصف $\overline{أ جـ}$ (معطى)

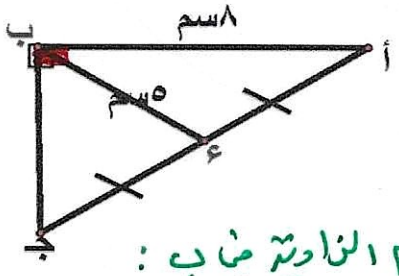
هـ منتصف $\overline{ب جـ}$ (معطى)

∴ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{أ ب}$

ء هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب (نظرية)

= $\frac{١}{٢}$ × ٨

= ٤ سم



في الشكل المقابل:
أوجد طول كلا من :
$\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب جـ}$

البرهان:

في Δ أ ب جـ القائم الزاوية في ب:

م (∠ب) = ٩٠° (معطى)

ء منتصف $\overline{أ جـ}$ (معطى)

∴ ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ جـ (نظرية)

∴ أ جـ = ٢ × ب ء

= ٢ × ٥

= ١٠ سم

(ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} − (أ ب)^{٢}

= (١٠)^{٢} − (٨)^{٢}

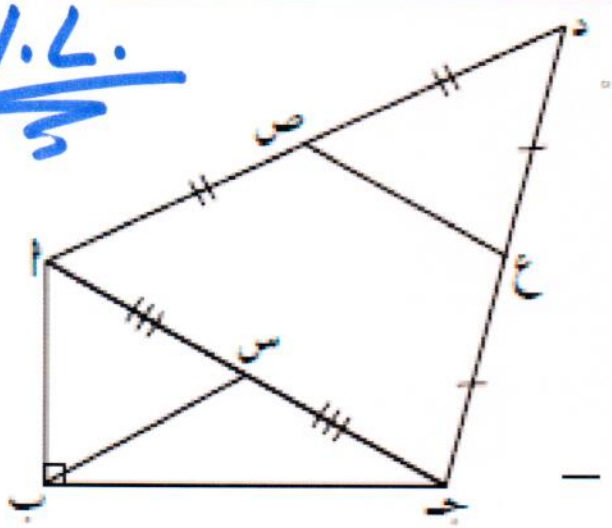
= ١٠٠ − ٦٤

= ٣٦

ب جـ = $\sqrt{٣٦}$ (نظرية فيثاغورث)

= ٦ سم

H.L.



أ ب جـ د شكل رباعي فيه : ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٩٠°

ص منتصف $\overline{د أ}$ ، ع منتصف $\overline{د جـ}$ ،

إذا كانت س منتصف $\overline{أ جـ}$.

فأثبت أنّ : ب س = ع ص .

البرهان :

في △ أ جـ د :

ع منتصف $\overline{د جـ}$ (معطى)

ص منتصف $\overline{أ د}$ (معطى)

∴ $\overline{ع ص}$ // $\overline{أ جـ}$ ،

ع ص = $\frac{1}{2}$ أ جـ (نظرية)

في △ أ ب جـ القائم الزاوية في ب :

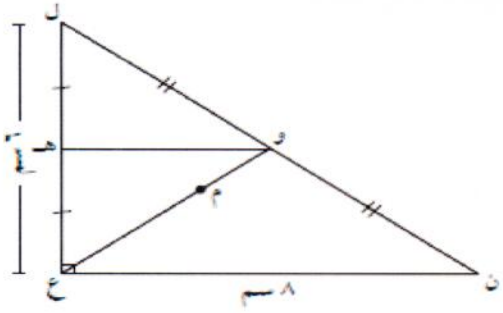
م (ق) = ٩٠° (معطى)

س منتصف $\overline{أ جـ}$ (معطى)

∴ ب س = $\frac{1}{2}$ أ جـ (نظرية)

ع ص = $\frac{1}{2}$ أ جـ

∴ ب س = ع ص (من خواص المساواة)



عند تصميم جسر تمّ رسم المثلّث في الشكل المقابل حيث ل ع ن مثلّث قائم الزاوية في ع ،

ع ن = ٨ سم ، ع ل = ٦ سم ،

و منتصف $\overline{ل ن}$ ، هـ منتصف $\overline{ل ع}$ ،

م نقطة تقاطع القطع المتوسّطة للمثلّث ل ع ن .

أوجد بالبرهان كلًّا ممّا يلي :

(١) و هـ (٢) ل ن (٣) ع و (٤) م و

البرهان :

① في △ ن ع ل :

و منتصف $\overline{ل ن}$ (معطى)

هـ منتصف $\overline{ل ع}$ (معطى)

∴ $\overline{و هـ}$ // $\overline{ن ع}$ ،

و هـ = $\frac{1}{2}$ ن ع (نظرية)

و هـ = $\frac{1}{2}$ × ٨

= ٤ سم

② $(ل ن)^2 = (ن ع)^2 + (ل ع)^2$

= $٨^2 + ٦^2$

= ٦٤ + ٣٦

= ١٠٠

ل ن = $\sqrt{١٠٠}$

= ١٠ سم (نظرية فيثاغورث)

③ م (ق ع) = ٩٠° (معطى)

و منتصف $\overline{ن ل}$ (معطى)

∴ ع و = $\frac{1}{2}$ ل ن (نظرية)

ع و = $\frac{1}{2}$ × ١٠

= ٥ سم

H.L.

محاور أضلاع المثلث

نظرية:

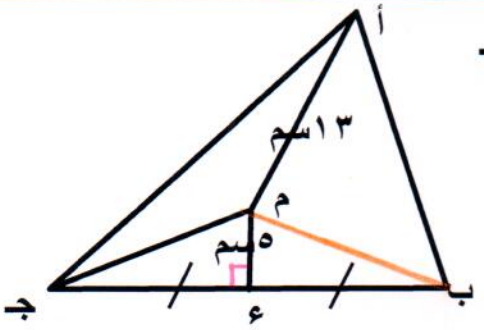
محاور الأضلاع الثلاثة في المثلث تتلاقى في نقطة واحدة

نتيجة:

نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث على أبعاد متساوية من رؤوسه

ملحوظة :

١) نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث الحاد الزوايا تقع داخل المثلث
٢) نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث المنفرج الزاوية تقع خارج المثلث
٣) نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث القائم الزاوية تقع في منتصف الوتر

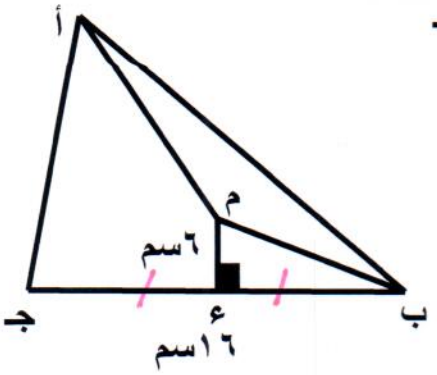


مثال : في الشكل المقابل : م نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث أ ب جـ
إذا كان ء منتصف ب جـ ، م أ = ١٣ سم ، م ء = ٥سم
أوجد : م جـ ، ب جـ ، محيط المثلث م ب جـ

البرهان :

في Δ أ ب جـ :
∵ م نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث أ ب جـ (معطى)
∴ م جـ = أ م = ١٣ سم (نتيجة)
في Δ م ء جـ القائم الزاوية في ء :
(ء جـ)² = (م جـ)² − (م ء)²
= (١٣)² − ٥²
= ١٦٩ − ٢٥
= ١٤٤
ء جـ = √١٤٤ = ١٢ سم (نظرية فيثاغورث)

في Δ م ب جـ :
ب م = أ م = ١٣ سم (نتيجة)
ب جـ = ٢ ء جـ
= ٢ × ١٢ = ٢٤ سم
محيط المثلث م ب جـ = مجموع أطوال أضلاعه
= ١٣ + ١٣ + ٢٤
= ٥٠ سم



مثال ٢ : في الشكل المقابل :م نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث أ ب جـ
م ء ⊥ ب جـ ، م ء = ٦ سم ، ب جـ = ١٦ سم
أوجد طول : م ب ، م أ

البرهان :

في Δ م ب جـ :
∵ م نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث (معطى)
∴ ء منتصف ب جـ
∴ ب ء = ½ ب جـ
= ½ × ١٦
= ٨ سم
في Δ ب م ء القائم الزاوية في ء :
(ب م)² = (ب ء)² + (م ء)²
= ٨² + ٦²
= ٦٤ + ٣٦
= ١٠٠
ب م = √١٠٠ = ١٠ سم (نظرية فيثاغورث)
أ م = ب م
أ م = ١٠ سم (نتيجة)

H.L.

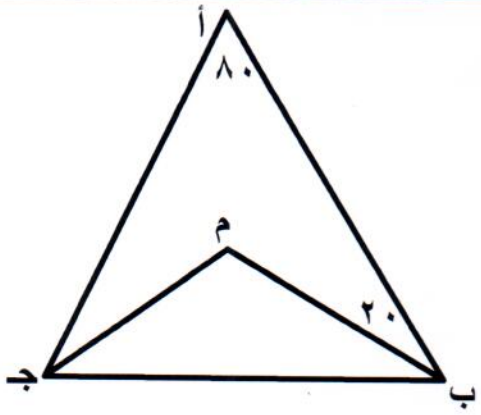
المنصفات الداخلية لزوايا المثلث

نظرية :

منصفات الزوايا الداخلية للمثلث تتلاقى في نقطة واحدة

نتيجة نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية للمثلث تقع على أبعاد متساوية من أضلاعه

مثال : في الشكل المقابل : م نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث أ ب جـ



ق (أ^) = ٨٠% ، ق (أ^ب م) = ٢٠%

أوجد: ق (أ^جـ ب) ، ق (ب^م جـ)

البرهان :

في Δ أ ب جـ :

∵ م نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث (معطى)

∴ ق (ب^) = ٢ × ق (أ^ب م)

= ٢ × ٢٠

= ٤٠°

ق (جـ^) = ١٨٠° − (٨٠° + ٤٠°)

= ١٨٠° − ١٢٠°

= ٦٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

في Δ ب م جـ :

ق (م ب^ جـ) = ٢٠°

ق (م جـ^ ب) = ½ × ٦٠°

= ٣٠°

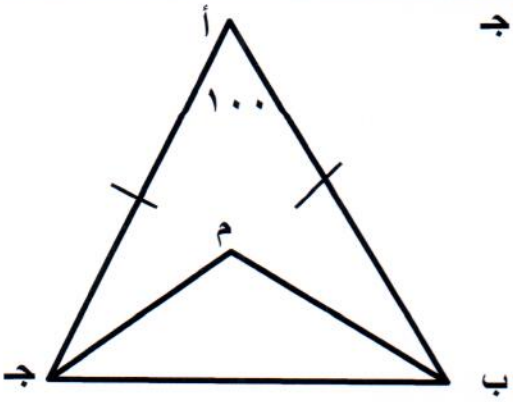
∴ ق (ب م^ جـ) = ١٨٠° − (٢٠° + ٣٠°)

= ١٨٠° − ٥٠°

= ١٣٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

مثال ٢ : في الشكل المقابل : المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين فيه أ ب = أ جـ



ق(أ^) = ١٠٠% ، م تقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث أ ب جـ

أوجد : ق (ب م^ جـ)

البرهان :

في Δ أ ب جـ :

∵ أ ب = أ جـ (معطى)

∴ ق (ب^) = ق (جـ^) (من خواص المثلث المتطابق الضلعين) .

ق (ب^) = ق (جـ^) = (١٨٠° − ١٠٠°) / ٢

= ٨٠° / ٢ = ٤٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∵ م نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث أ ب جـ (معطى)

∴ ق (م ب^ جـ) = ½ × ٤٠° = ٢٠°

ق (م جـ^ ب) = ½ × ٤٠° = ٢٠°

في Δ م ب جـ :

ق (ب م^ جـ) = ١٨٠° − (٢٠° + ٢٠°)

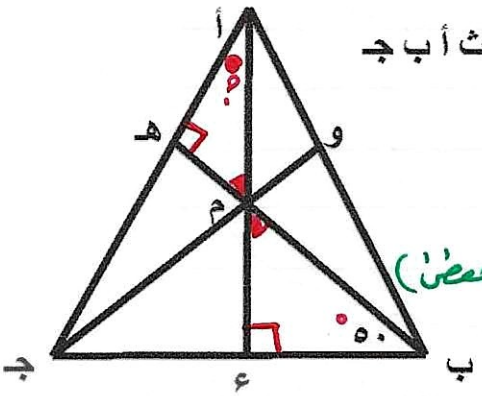
= ١٨٠° − ٤٠°

= ١٤٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه

نظرية :

الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة



مثال (١) في الشكل المقابل : م نقطة الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث أ ب جـ

ق (م $\hat{ب}$ جـ) = ٥٠° ، أوجد : ق (م $\hat{أ}$ جـ)

البرهان :

في Δ أ ب جـ :

∵ م هي نقطة تلاقي الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث أ ب جـ (معطى)

∴ $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

في Δ ب م ء :

ق (ب $\hat{م}$ ء) = ١٨٠° − (٩٠° + ٥٠°)

= ١٨٠° − ١٤٠°

= ٤٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

ق (أ $\hat{م}$ هـ) = ٤٠°

(بالتقابل بالرأس مع (ب $\hat{م}$ ء)

في Δ أ م هـ :

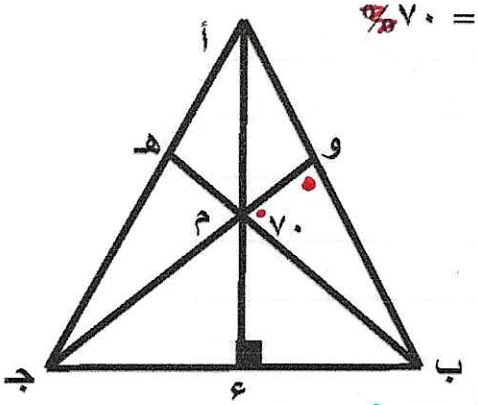
ق (م $\hat{أ}$ هـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°)

= ١٨٠° − ١٣٠°

= ٥٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∴ ق (م $\hat{أ}$ جـ) = ٥٠°



مثال ٢) : في الشكل المقابل : $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ، ق (ب $\hat{م}$ و) = ٧٠°

أوجد : ق (ب $\hat{و}$ جـ) ، ق (ب $\hat{أ}$ جـ)

البرهان :

في Δ أ ب جـ :

∵ $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ (معطى)

$\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ (معطى)

∴ م هي نقطة تلاقي الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث أ ب جـ

∴ $\overline{جـ و}$ ⊥ $\overline{أ ب}$

∴ ق (ب $\hat{و}$ جـ) = ٩٠°

في Δ و ب م :

ق (و $\hat{ب}$ م) = ١٨٠° − (٩٠° + ٧٠°)

= ١٨٠° − ١٦٠°

= ٢٠°

في Δ م ب هـ :

ق (ب $\hat{هـ}$ م) = ٩٠°

ق (م $\hat{ب}$ هـ) = ٢٠°

∴ ق ($\hat{م}$) = ١٨٠° − (٩٠° + ٢٠°)

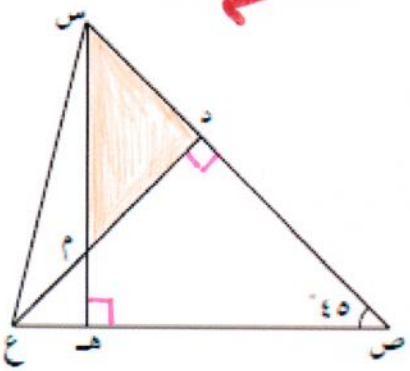
= ١٨٠° − ١١٠°

= ٧٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∴ ق (ب $\hat{م}$ جـ) = ٧٠°

H.L.



س ص ع مثلّث فيه : ق (ص̂) = ٤٥° ،
م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه ،
$\overline{س هـ} \cap \overline{ع د} = \{ م \}$.
أثبِت أنّ المثلّث س د م متطابق الضلعين .

البرهان :

في Δ س ص ع :
∵ م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه
∴ $\overline{س هـ} \perp \overline{ص ع}$ ، $\overline{ع د} \perp \overline{س ص}$
∴ ق (س هـ̂ ص) = ٩٠°

في Δ س ص هـ :
ق (ص س̂ هـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°)
= ١٨٠° − ١٣٥°
= ٤٥° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

في Δ س د م :
ق (د س̂ م) = ٤٥°
ق (د م̂ س) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°)
= ١٨٠° − ١٣٥°
= ٤٥° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∵ ق (د م̂ س) = ق (د س̂ م)
∴ د س = د م (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

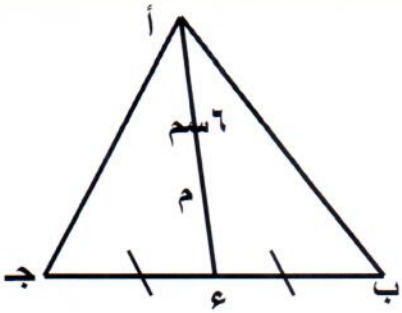
∴ س د م مثلث متطابق الضلعين

H.C.

القطع المتوسطة للمثلث

نظرية :

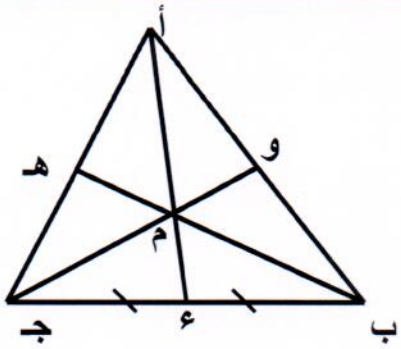
القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كلا منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس



م نقطة تلاقي المتوسطات فإن

م ء = ... $\frac{1}{3}$ م ء

$= \frac{1}{3} \times 6 = 2$ سم

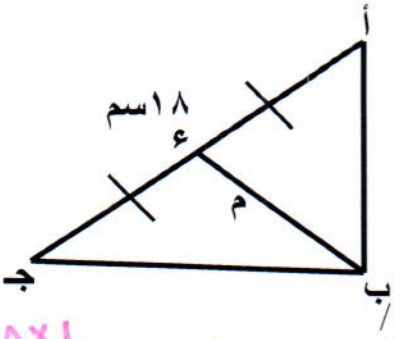


جـ و = ١٥سم فإن جـ م = ..

ب م = ١٢سم فإن م هـ = ..

م هـ = $\frac{1}{2}$ × ١٢

= ٦ سم



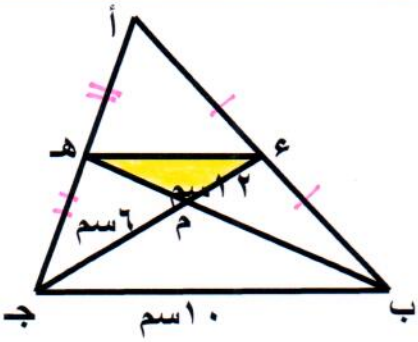
أ جـ = ١٨سم فإن ب ء = ..

ب م = ..

$\frac{1}{2} \times 18 = 9$ سم

$\frac{2}{3} \times 9 = 6$ سم

مثال ١) : في الشكل المقابل : م نقطة تلاقي متوسطات المثلث أ ب جـ
ب جـ = ١٠سم ، م جـ = ٦سم ، ب هـ = ١٢سم
أوجد محيط المثلث ء م هـ



البرهان :

في Δ أ ب جـ :

∵ م نقطة تلاقي متوسطات المثلث أ ب جـ

∴ ء منتصف $\overline{أب}$

، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ،

ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ (نظرية)

= $\frac{1}{2} \times 10 = 5$ سم

ء م = $\frac{1}{2}$ م جـ (نظرية)

= $\frac{1}{2} \times 6$

= ٣ سم

م هـ = $\frac{1}{3}$ ب هـ (نظرية)

= $\frac{1}{3} \times 12$

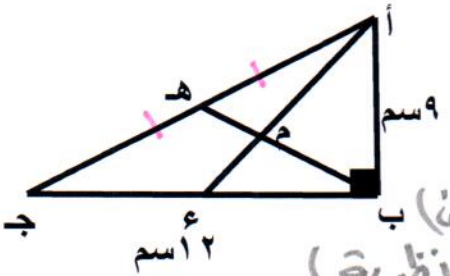
= ٤ سم

محيط المثلث ء م هـ = مجموع أطوال أضلاعه

= ٥ + ٣ + ٤

= ١٢ سم

مثال ٢) في الشكل المقابل :أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة . أوجد طول : $\overline{ب م}$ ، $\overline{م هـ}$



البرهان :

في Δ أ ب جـ :

∵ م نقطة تقاطع القطع المتوسطة :

∴ هـ منتصف $\overline{أجـ}$

$(أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2$

$= 9^2 + (12)^2$

= ٨١ + ١٤٤

= ٢٢٥

أجـ = $\sqrt{225}$ = ١٥ سم (نظرية فيثاغورث)

∵ م (∠ب) = ٩٠° (معطى)

∴ ب هـ = $\frac{1}{2}$ أجـ (نظرية)

ب هـ = $\frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$ سم = $7\frac{1}{2}$ سم

ب م = $\frac{2}{3}$ ب هـ (نظرية)

= $\frac{2}{3} \times \frac{15}{2} = 5$ سم

م هـ = $\frac{1}{3}$ ب هـ = $\frac{1}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ سم (نظرية)

H.L.

النسبة المئوية

١ جهاز كهربائي سعره ١٢٠ دينارًا ، وفي موسم التنزيلات وُضع عليه خصم بنسبة ١٥٪ ، فما قيمة الخصم ؟

النسبة المئوية = الجزء / الكل

٪١٥ = س / ١٢٠

١٥ / ١٠٠ = س / ١٢٠

١٠٠ × س = ١٥ × ١٢٠

س = ١٥ × ١٢٠ / ١٠٠

س = ١٨

∴ قيمة الخصم = ١٨ دينار

٢ سُجّل ٥٠ متعلّمًا في رحلة مدرسية إلى أبراج الكويت ، حضر منهم ٣٥ متعلّمًا فقط . ما النسبة المئوية للحاضرين ؟

النسبة المئوية = الجزء / الكل

س / ١٠٠ = ٣٥ / ٥٠

٥٠ × س = ١٠٠ × ٣٥

س = ١٠٠ × ٣٥ / ٥٠

س = ٧٠

∴ النسبة المئوية للحاضرين = ٧٠٪

٣ إذا كان ٢٠٪ من متعلّمي الصفّ التاسع في إحدى المدارس هو ٤٢ متعلمًا ، فما عدد متعلمي الصف التاسع ؟

النسبة المئوية = الجزء / الكل

٢٠٪ = ٤٢ / س

٢٠ / ١٠٠ = ٤٢ / س

٢٠ × س = ١٠٠ × ٤٢

س = ١٠٠ × ٤٢ / ٢٠

س = ٢١٠

∴ عدد متعلمي الصف التاسع = ٢١٠ متعلماً

H.L.

٤ قدِّر ٦٣٪ من العدد ٤٥

٦٣٪ ≈ ٦٠٪ ، ٤٥ ≈ ٥٠

٦٠٪ من ٥٠ = ٦٠٪ × ٥٠

= ٦٠/١٠٠ × ٥٠

= ٣٠

∴ ٦٣٪ من ٤٥ ≈ ٣٠

٥ قدِّر ١٩٪ من العدد ٢١٠

١٩٪ ≈ ٢٠٪ ، ٢١٠ ≈ ٢٠٠

٢٠٪ من ٢٠٠ = ٢٠٪ × ٢٠٠

= ٢٠/١٠٠ × ٢٠٠

= ٤٠

∴ ١٩٪ من ٢١٠ ≈ ٤٠

٦ لوحة أثرية ثمنها ١٤٥٠ دينارًا ، قدِّر ٧٣٪ من ثمن اللوحة .

١٤٥٠ ≈ ١٥٠٠

٧٣٪ ≈ ٧٠٪

٧٠٪ من ١٥٠٠ = ٧٠/١٠٠ × ١٥٠٠

= ١٠٥٠

∴ ٧٣٪ من ١٤٥٠ ≈ ١٠٥٠ دينار

H.L.

النسبة المئوية التزايدية و النسبة المئويبة التناقصية

١ أوجد السعر النهائي لحاسوب كان سعره ٧٠٠ دينار ثمّ زاد بنسبة ٢٠٪ .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية للتزايد)

= ٧٠٠ × (١٠٠٪ + ٢٠٪)

= ٧٠٠ × ١٢٠/١٠٠

= ٨٤٠ دينار

∴ السعر النهائي للحاسوب = ٨٤٠ دينار

٢ يعمل جاسم في محلّ بيع الهواتف المتنقّلة ويحصل على خصم ٣٠٪ على مشترياته .
إذا كان سعر البيع لأحد الهواتف ٧٠ دينارًا ، فكم سيدفع جاسم بعد الخصم ؟

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ − النسبة المئوية للتناقص)

= ٧٠ × (١٠٠٪ − ٣٠٪)

= ٧٠ × ٧٠٪

= ٧٠ × ٧٠/١٠٠

= ٤٩ دينار

∴ مايدفعه جاسم بعد الخصم = ٤٩ دينار

٣ إرتفعت قيمة سهم إحدى شركات الاتصالات المدرَجة في سوق الأوراق المالية بنسبة ١٤٪ . إذا كانت القيمة الأصلية للسهم ٤٠٠ فلس ، فأوجد القيمة النهائية للسهم .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية للتزايد)

= ٤٠٠ × (١٠٠٪ + ١٤٪)

= ٤٠٠ × ١١٤٪

= ٤٠٠ × ١١٤/١٠٠

= ٤٥٦ فلس

∴ القيمة النهائية للسهم = ٤٥٦ فلس

٤ أوجد القيمة الأصلية إذا كانت :

القيمة النهائية تساوي ٧٠٠ ، النسبة المئوية للتناقص تساوي ٦٥٪ .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ − النسبة المئوية للتناقص)

٧٠٠ = س × (١٠٠٪ − ٦٥٪)

٧٠٠ = س × ٣٥٪

٧٠٠ = س × ٣٥/١٠٠

س = ٧٠٠ × ١٠٠/٣٥

س = ٢٠٠٠ دينار

∴ القيمة الأصلية = ٢٠٠٠ دينار

H.L.

٥ تزايدت إيرادات أحد المطاعم بنسبة ٣٠٪ عن الشهر السابق ، إذا بلغت الإيرادات ٢٦٠٠ دينار ، فاحسب إيرادات الشهر السابق .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية للتزايد)

٢٦٠٠ = س × (١٠٠٪ + ٣٠٪)

٢٦٠٠ = س × ١٣٠٪

٢٦٠٠ = س × $\frac{١٣٠}{١٠٠}$

س = ٢٠٠٠ دينار

س = $\frac{٢٦٠٠ \times ١٠٠}{١٣٠}$ ∴ إيرادات الشهر السابق = ٢٠٠٠ دينار

٦ اشترت عائشة قلادة ذهبية بقيمة ٢٤٠٠ دينار بعد أن حصلت على خصم ٢٠٪ .
أوجد السعر الأصلي للقلادة ، ثم أوجد مقدار الخصم .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ - النسبة المئوية المتناقصة)

٢٤٠٠ = س × (١٠٠٪ - ٢٠٪)

٢٤٠٠ = س × ٨٠٪

٢٤٠٠ = س × $\frac{٨٠}{١٠٠}$

س = $\frac{٢٤٠٠ \times ١٠٠}{٨٠}$

س = ٣٠٠٠ دينار

∴ السعر الأصلي للقلادة = ٣٠٠٠ دينار

مقدار التغير = ٢٤٠٠ - ٣٠٠٠

= - ٦٠٠ دينار

∴ مقدار الخصم = ٦٠٠ دينار

٧ أوجد النسبة المئوية للتزايد إذا كانت القيمة النهائية ٢٤٠ والقيمة الأصلية ٢٠٠ .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية للتزايد)

٢٤٠ = ٢٠٠ × (١٠٠٪ + س)

٢٤٠ = ٢٠٠ × (١ + س)

١ + س = $\frac{٢٤٠}{٢٠٠}$

١ + س = $\frac{٦}{٥}$

س = $\frac{٦}{٥}$ - ١

س = ١$\frac{١}{٥}$ - ١

س = $\frac{١}{٥}$

∴ النسبة المئوية للتزايد = $\frac{١}{٥}$ × ١٠٠٪

= ٢٠ ٪

تطبيقات على تغير النسبة المئوية

١ إشترى أحمد منزلًا بمبلغ ٤٠٠٠٠٠ دينار ثمّ باعه بزيادة قدرها ٢٥٪ عن سعره الأصلي ، حيث تقاضى الوسيط العقاري ٥٪ من سعر البيع ، فما هو المبلغ الذي حصل عليه أحمد من بيع المنزل ؟

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية التزايدية)

= ٤٠٠٠٠٠ × (١٠٠٪ + ٢٥٪)

= ٤٠٠٠٠٠ × ١٢٥٪

= ٤٠٠٠٠٠ × $\frac{١٢٥}{١٠٠}$ = ٥٠٠٠٠٠ دينار

مبلغ بيع المنزل = ٥٠٠٠٠٠ × (١٠٠٪ − ٥٪)

= ٥٠٠٠٠٠ × ٩٥٪

= ٥٠٠٠٠٠ × $\frac{٩٥}{١٠٠}$ = ٤٧٥٠٠٠ دينار

∴ المبلغ الذي حصل عليه أحمد من بيع المنزل = ٤٧٥٠٠٠ دينار

---

٢ إذا كان سعر استئجار غرفة في أحد المنتجعات السياحية لليلة الواحدة ٢٠٠ دينار وترتفع خلال فترة الصيف أسعار استئجار الغرف بنسبة ١٥٪ ، يقدّم نادي السباحة لأعضائه خصمًا قدره ١٠٪ خلال فترة الصيف ، فما المبلغ الذي سيدفعه عضو نادي السباحة عند استئجاره الغرفة خلال هذه الفترة ؟

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية التزايدية)

= ٢٠٠ × (١٠٠٪ + ١٥٪)

= ٢٠٠ × ١١٥٪

= ٢٠٠ × $\frac{١١٥}{١٠٠}$ = ٢٣٠ دينار

سعر الغرفة بعد الخصم = ٢٣٠ × (١٠٠٪ − ١٠٪)

= ٢٣٠ × ٩٠٪

= ٢٣٠ × $\frac{٩٠}{١٠٠}$ = ٢٠٧ دينار

∴ المبلغ الذي سيدفعه عضو نادي السباحة عند استئجار الغرفة = ٢٠٧ دينار

---

٣ رفع أحد معارض السيارات أسعاره بنسبة ٢٠٪ ، ثمّ منح هذا المعرض موظّفيه خصمًا يبلغ ١٠٪ . فكم سيدفع أحد الموظّفين في هذا المعرض ثمنًا لشراء سيارة كان سعرها ٩٠٠٠ دينار قبل الزيادة ؟

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ + النسبة المئوية التزايدية)

= ٩٠٠٠ × (١٠٠٪ + ٢٠٪)

= ٩٠٠٠ × (١٢٠٪)

= ٩٠٠٠ × $\frac{١٢٠}{١٠٠}$ = ١٠٨٠٠ دينار

القيمة الثانية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ − النسبة المئوية التناقصية)

= ١٠٨٠٠ × (١٠٠٪ − ١٠٪)

= ١٠٨٠٠ × ٩٠٪

= ١٠٨٠٠ × $\frac{٩٠}{١٠٠}$ = ٩٧٢٠ دينار

∴ ما سيدفعه الموظف لشراء السيارة = ٩٧٢٠ دينار

٤ بلغ سعر التذكرة الواحدة لحضور مسرحية ٥٠ دينارًا ، ويُضاف إليها نظير الخدمة .
أوجد سعر التذكرة في كلّ من الحالات التالية :

أ خصم ٢٠٪ ثم إضافة ١٢٪ نظير الخدمة .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ − النسبة المئوية للخصم)

= ٥٠ × (١٠٠٪ − ٢٠٪)

= ٥٠ × ٨٠٪

= ٥٠ × $\frac{٨٠}{١٠٠}$ = ٤٠ دينار

سعر التذكرة بعد إضافة نظير الخدمة = ٤٠ × (١٠٠٪ + ١٢٪)

= ٤٠ × ١١٢٪

= ٤ × $\frac{١١٢}{١٠}$

= $\frac{٤٤٨}{١٠}$

= ٤٤٫٨ دينار

ب خصم ٢٠٪ بعد إضافة ١٠ دنانير نظير الخدمة .

سعر التذكرة بعد إضافة نظير الخدمة = ٥٠ × (١٠٠٪ + ١٠٪)

= ٥٠ × ١١٠٪

= ٥٠ × $\frac{١١٠}{١٠٠}$ = ٥٥ دينار

سعر التذكرة بعد الخصم = ٥٥ × (١٠٠٪ − ٢٠٪)

= ٥٥ × ٨٠٪

= ٥٥ × $\frac{٨}{١٠}$

= $\frac{٤٤}{١}$

= ٤٤ دينار

---

٥ إنخفض سعر أسهم شركة ٤٠٪ عن سعر العام الماضي والذي كان ٢٠٠٠٠٠ دينار ، أوجد ما يلي :

أ قيمة الأسهم بعد الانخفاض .

القيمة النهائية = القيمة الأصلية × (١٠٠٪ − النسبة المئوية التناقصية)

= ٢٠٠٠٠٠ × (١٠٠٪ − ٤٠٪)

= ٢٠٠٠٠٠ × ٦٠٪

= ٢٠٠٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠}$

= ١٢٠٠٠٠ دينار

∴ قيمة السهم بعد الانخفاض = ١٢٠٠٠٠ دينار

ب ما النسبة المئوية للتزايد في السعر التي ستعيد سعر الأسهم إلى سعر العام الماضي ؟

مقدار الزيادة = ٢٠٠٠٠٠ − ١٢٠٠٠٠

= ٨٠٠٠٠ دينار

النسبة المئوية التزايدية = $\frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$ × ١٠٠٪

= $\frac{٢٨}{٣١٢}$ × ١٠٠٪

= $\frac{٢٠٠}{٣}$٪ = ٦٦ $\frac{٢}{٣}$٪

٦٦٫٠
٣) ٢٠٠
− ١٨
٢٠
− ١٨
٢

المساحة السطحية للهرم و المخروط

١ أوجد حجم المجسّم في كلّ ممّا يلي :

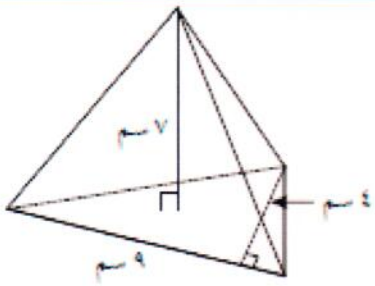
أ هرم منتظم قاعدته مربّعة الشكل طول ضلعها ٦ سم وارتفاع الهرم ١٠ سم .

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

= $\frac{١}{٣}$ × (٦)^{٢} × ١٠

= $\frac{١}{\cancel{٣}_{١}}$ × $\cancel{٣٦}^{١٢}$ × ١٠

= ١٢٠ سم^{٣}



ب هرم قاعدته مثلّثة الشكل طول قاعدتها ٩ سم وارتفاعها ٤ سم وارتفاع الهرم ٧ سم .

مساحة القاعدة = $\frac{١}{٢}$ × م × ع

= $\frac{١}{\cancel{٢}_{١}}$ × ٩ × $\cancel{٤}^{٢}$

= ١٨ سم^{٢}

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

= $\frac{١}{\cancel{٣}_{١}}$ × $\cancel{١٨}^{٦}$ × ٧

= ٤٢ سم^{٣}

---

٢ هرم ثلاثي حجمه ١٥٠ سم^{٣} ، إذا كانت مساحة قاعدة الهرم ٢٥ سم^{٢} ، فما ارتفاع هذا الهرم ؟

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

١٥٠ = $\frac{١}{٣}$ × ٢٥ × ع

١٥٠ = $\frac{٢٥}{٣}$ ع

ع = $\cancel{١٥٠}^{٦}$ × $\frac{٣}{\cancel{٢٥}_{١}}$

ع = ١٨ سم

H.L.

H.L.

٣ صنع وليد نموذجًا لهرم رباعي منتظم حجمه ٤٠٠ سم³ ، إذا كان ارتفاع الهرم ١٢ سم ، فما طول ضلع قاعدة الهرم ؟

ح = $\frac{1}{3}$ × م × ع

٤٠٠ = $\frac{1}{3}$ × م × ١٢

٤٠٠ = ٤م

م = $\frac{400}{4}$

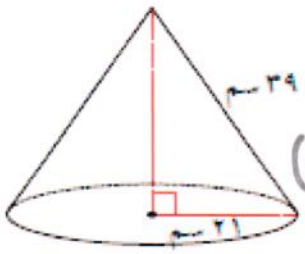
= ١٠٠ سم²

طول ضلع قاعدة الهرم = $\sqrt{100}$

= ١٠ سم

---

٤ أوجد المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم في الشكل المقابل



(اعتبر π = $\frac{22}{7}$)

المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم = π نق (ج + نق)

= $\frac{22}{7}$ × ٢١ × (٣٩ + ٢١)

= ٦٦ × ٦٠

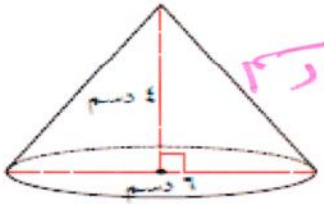
= ٣٩٦٠ سم²

---

٥ في الشكل المقابل :

مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ٦ دسم ← نق = ٣ دسم

وارتفاعه ٤ دسم ، أوجد ما يلي :



أ طول الراسم (ج) :

باستخدام نظرية فيثاغورث :

ج² = ٤² + ٣²

= ١٦ + ٩

= ٢٥

ج = $\sqrt{25}$

= ٥ دسم

ب المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم : (بدلالة π)

المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم = π نق (ج + نق)

= π × ٣ × (٥ + ٣)

= π ٣ × ٨

= ٢٤ π دسم²

H.L.

حجم الكرة

١ أوجِد حجم كرة طول نصف قطرها ٦ سم . (بدلالة π)

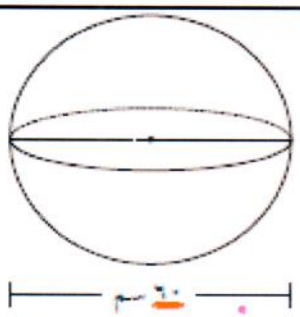
حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

= $\frac{٤}{٣}$ π × ٦^{٣}

= $\frac{٤}{٣}$ π × ٢ × ٣٦ ⇐ = ٢٨٨π سم^{٣}

---

٢ من خلال الشكل المقابل :



نق = ٣٠ سم

أوجِد حجم الكرة المرسومة . (بدلالة π)

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

= $\frac{٤}{٣}$ π × (٣٠)^{٣}

= $\frac{٤}{٣}$ π × ٣٠ × (٣٠)^{٢}

= ٤ π × ١٠ × ٩٠٠

= ٣٦٠٠٠ π سم^{٣}

---

٣ خزّان على شكل نصف كرة ، إذا كان طول قطر الخزّان ٢ م ، ← نق = ١ م

فاحسب حجمه . (اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$)

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

= $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١^{٣}

= $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١

= $\frac{٨٨}{٢١}$ = ٤$\frac{٤}{٢١}$ م^{٣}

حجم الخزان = $\frac{١}{٢}$ حجم الكرة

= $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٨٨}{٢١}$

= $\frac{٤٤}{٢١}$

= ٢$\frac{٢}{٢١}$ م^{٣}

---

٤ إذا كان حجم كرة $\frac{٢٥٦}{٣}$ π م^{٣} ، فاحسب طول نصف قطرها .

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

$\frac{٢٥٦}{٣}$ π = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

$\frac{٢٥٦}{٣}$ = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣}

نق^{٣} = $\frac{٢٥٦}{٣}$ ÷ $\frac{٤}{٣}$

نق^{٣} = $\frac{٢٥٦}{٣}$ × $\frac{٣}{٤}$

نق^{٣} = ٦٤

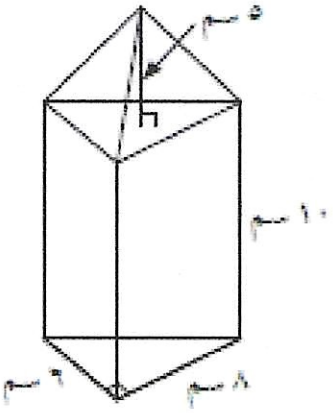
∴ نق = $\sqrt[٣]{٦٤}$

= ٤ م

H.L.

تطبيقات على المساحات السطحية و الحجوم

١ في الشكل المقابل : منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ١٠ سم وقاعدته على شكل مثلث قائم طول ضلعي القائمة فيه ٨ سم ، ٦ سم ، يعلوه هرم ثلاثي قائم له نفس القاعدة وارتفاعه ٥ سم ، أوجد حجم هذا المجسم .



حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ × م × ع

= $\frac{1}{3}$ × $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ × ٥

= ٤٠ سم³

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

= $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ × ١٠

= ٢٤٠ سم³

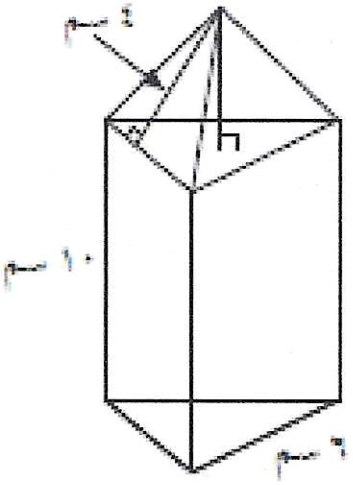
حجم المجسم = حجم الهرم + حجم المنشور

= ٤٠ + ٢٤٠

= ٢٨٠ سم³

---

٢ أرادت ياسمين تغليف علبة على شكل منشور ثلاثي قائم يعلوه هرم ثلاثي منتظم مساحة قاعدته ٩ $\sqrt{3}$ سم² كما في الشكل . أوجد المساحة السطحية للورق المستخدم لتغليف العلبة.



(أ) المساحة الجانبية للمنشور = محيط القاعدة × ع

= ٦ + ٦ + ٦ × ١٠

= ١٨ × ١٠

= ١٨٠ سم² — (١)

(ب) المساحة الجانبية للهرم = ٣ × $\frac{1}{2}$ × م × ع

= ٣ × $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٤

= ٣٦ سم² — (٢)

(جـ) مساحة قاعدة المنشور = ٩ $\sqrt{3}$ سم² — (٣)

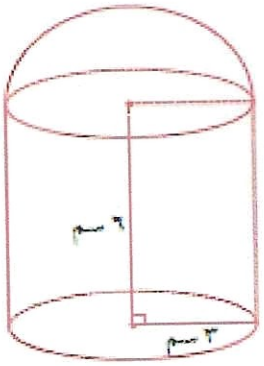
المساحة السطحية للورق المستخدم لتغليف العلبة = المساحة الجانبية للمنشور + المساحة الجانبية للهرم + مساحة قاعدة المنشور

= ١٨٠ + ٣٦ + ٩ $\sqrt{3}$

= (٢١٦ + ٩ $\sqrt{3}$) سم²

٣ في الشكل المقابل : أسطوانة يعلوها نصف كرة .

أوجد حجم المجسّم . (بدلالة π)



حجم نصف الكرة = $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi$ نق^3

= $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3 = 18\pi$ سم^3

حجم الاسطوانة = π نق^2 ع

= $\pi \times 3 \times 3 \times 6$

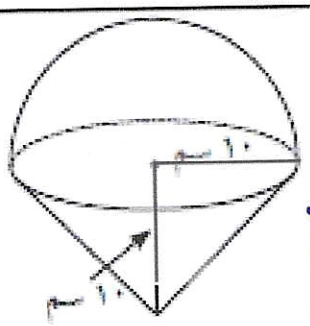
= 54π سم^3

حجم المجسم = حجم الاسطوانة + حجم نصف الكرة

= $54\pi + 18\pi = 72\pi$ سم^3

مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ١٠ سم ، يعلوه نصف كرة

(كما في الشكل) . أحسب حجم المجسّم (بدلالة π) :



حجم نصف الكرة = $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$ نق^3

= $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 10 \times 10 \times 10 = \frac{2000}{3}\pi$ سم^3

حجم المخروط = $\frac{1}{3}\pi$ نق^2 ع

= $\frac{1}{3}\pi \times 10 \times 10 \times 10 = \frac{1000}{3}\pi$ سم^3

حجم المجسم = حجم المخروط + حجم نصف الكرة

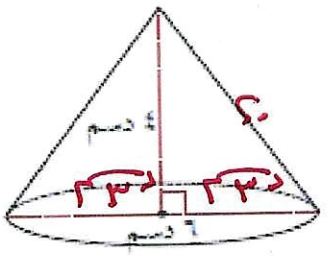
= $\frac{1000}{3}\pi + \frac{2000}{3}\pi = \frac{3000}{3}\pi = 1000\pi$ سم^3

---

٥ في الشكل المقابل :

مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ٦ دسم

وارتفاعه ٤ دسم ، أوجد ما يلي :



نق = ٣ دسم

أ طول الراسم (ج)

ج^2 = ٣^2 + ٤^2 (نظرية فيثاغورث)

= ٩ + ١٦

= ٢٥

ج = $\sqrt{25}$

= ٥ دسم

ب المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم : (بدلالة π)

المساحة السطحية للمخروط = π نق (ج + نق)

= π × ٣ × (٥ + ٣)

= π × ٣ × ٨

= ٢٤ π دسم^2