

قناة الفلاح للرياضيات

٢٠٢٦

الصف الثاني عشر أدبي

الفصل الدراسي الثاني

حلول

المراجعة النهائية

أ / محمد نوري الفلاح

١) في تجربة القاء قطعة نقود معدنية متماثلة ثلاث مرات متتالية وملاحظة الوجه العلوي ، إذا كان المتغير العشوائي سـ الذي يمثل " عدد مرات ظهور كتابة (ك)"

أوجد : ١) فضاء العينة (ف) ٢) مدى المتغير العشوائي سـ .

٣) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي (سـ) .

٤) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

١) فضاء العينة ف = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ص ، ك ، ك) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك) }

٢) مدى المتغير العشوائي سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

عناصر ف	عناصر المدى
(ص ، ص ، ص)	٠
(ص ، ص ، ك)	١
(ص ، ك ، ص)	١
(ك ، ص ، ص)	١
(ص ، ك ، ك)	٢
(ك ، ص ، ك)	٢
(ك ، ك ، ص)	٢
(ك ، ك ، ك)	٣

٣) د(٠) = ١/٨ ، د(١) = ٣/٨

د(٢) = ٣/٨ ، د(٣) = ١/٨

٤) دالة التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢	٣
د(س)	١/٨	٣/٨	٣/٨	١/٨

٢) عند القاء قطعة نقود مرتين متتاليتين ، اذا كان المتغير العشوائي سه

يعبر عن " عدد الصور مطروحاً منه عدد الكتابات " فأوجد مايلي :

(أ) فضاء العينة ف .

(ب) مدى المتغير العشوائي سه .

(جـ) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سه .

(د) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سه

١) فضاء العينة ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}

٢)

عناصر ف	عناصر المدى
(ص ، ص)	٢ - ٠ = ٢
(ص ، ك)	١ - ١ = ٠
(ك ، ص)	١ - ١ = ٠
(ك ، ك)	٠ - ٢ = -٢

مدى المتغير العشوائي سه = {-٢ ، ٠ ، ٢}

٣) د(-٢) = $\frac{١}{٤}$ ، د(٠) = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ ، د(٢) = $\frac{١}{٤}$

٤) دالة التوزيع الاحتمالي

س	-٢	٠	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

٣) إذا كان فضاء العينة لأربع أسر لديها طفلان كالتالي :

ف = { (ولد ، ولد) ، (ولد ، بنت) ، (بنت ، ولد) ، (بنت ، بنت) }

فأوجد : (١) مدى المتغير العشوائي المتقطع سـ الذي يعبر عن عدد الأولاد .

(٢) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ .

(٣) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ .

فضاء العينة = { (ولد ، ولد) ، (ولد ، بنت) ، (بنت ، ولد) ، (بنت ، بنت) }

عناصر ف	عناصر المدى
(ولد ، ولد)	٢
(ولد ، بنت)	١
(بنت ، ولد)	١
(بنت ، بنت)	٠

مدى المتغير العشوائي سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ }

٢)

$د(٠) = \frac{١}{٤}$ ، $د(١) = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ ، $د(٢) = \frac{١}{٤}$

٤) دالة التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

٤) الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي د لمتغير عشوائي متقطع س :

س	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

فأوجد : (١) التوقع (μ)

(٢) التباين (σ^2)

(٣) الانحراف المعياري (σ)

١) التوقع $\mu = \sum س \times د(س)$

$= ٢ \times ٠,١ + ٣ \times ٠,٣ + ٤ \times ٠,٥ + ٥ \times ٠,١ = ٣,٦$

٢) التباين $= \sum س^2 \times د(س) - \mu^2$

$= ٢^2 \times ٠,١ + ٣^2 \times ٠,٣ + ٤^2 \times ٠,٥ + ٥^2 \times ٠,١ - (٣,٦)^2$

$= ٠,٦٤$

٣) الانحراف المعياري $= \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{٠,٦٤} = ٠,٨$

٥) الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي د لمتغير عشوائي متقطع سـ :

س	٣	٤	٥
د(س)	٠,٥	٠,٣	٠,٢

فأوجد: ت (٢) ، ت (٣) ، ت (٤,٥) ، ت (٥) ، ت (٧)

حيث ت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي سـ

ت (٢) = ل (سـ ≤ ٢) = صفر

ت (٣) = د (٣) = ٠,٥

ت (٤,٥) = د (٣) + د (٤) = ٠,٥ + ٠,٣ = ٠,٨

ت (٥) = د (٣) + د (٤) + د (٥) = ٠,٥ + ٠,٣ + ٠,٢ = ١

ت (٧) = ١

٥) **إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:**

س	-١	٠	١	٢
د(س)	٠,٢	ك	٠,٤	٠,٢

فأوجد قيمة ك

مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي = ١

د (-١) + د (٠) + د (١) + د (٢) = ١

٠,٢ + ك + ٠,٤ + ٠,٢ = ١

ك + ٠,٨ = ١

ك = ١ - ٠,٨ = ٠,٢

٦) الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ :

س	١	٢	٣	٥
ت(س)	٠,١٥	٠,٢	٠,٦	١

فأوجد : (١) ل (١ < سـ ≤ ٣) (٢) ل (سـ > ٣)

١) ل(١ < سـ ≤ ٣) = ت (٣) - ت (١)

= ٠,٦ - ٠,١٥ = ٠,٤٥

ج) ل(سـ > ٣) = ١ - ت (٣)

= ١ - ٠,٦ = ٠,٤

7) في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ١٠ مرات متتالية ، احسب احتمال ظهور كتابة ٥ مرات.

ن = ١٠ ، سـ = ٥ ، ل = ٠,٥

د (٥) = ٠,٢٤٦ من الجدول

٨) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً ذو حدين معلمتيه هما ن = ٨ ، ل = ٠,٢ فأوجد :

(١) ل (سـ = ٢) .

(٢) ل (٢ ≤ سـ < ٤) .

ن = ٨ ، ل = ٠,٢

١) سـ = ٢

ل (سـ = ٢) = د (٢) = ٠,٢٩٤

٢) ل (٢ ≤ سـ < ٤) = د (٢) + د (٣)

= ٠,٢٩٤ + ٠,١٤٧ = ٠,٤٤١

٩) ينتج مصنع سيارات ٣٥٠ سيارة يومياً ، إذا كان نسبة انتاج السيارات المعيبة ٠,٠٢ فاوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد .

ن = ٣٥٠ ، ل = ٠,٠٢

التوقع م = ن ل = ٣٥٠ × ٠,٠٢ = ٧

التباين ع٢ = ن ل (١ - ل) = ٣٥٠ × ٠,٠٢ × (١ - ٠,٠٢)

= ٦,٨٦

الانحراف المعياري ع = √التباين = √٦,٨٦ ≈ ٢,٦١٩

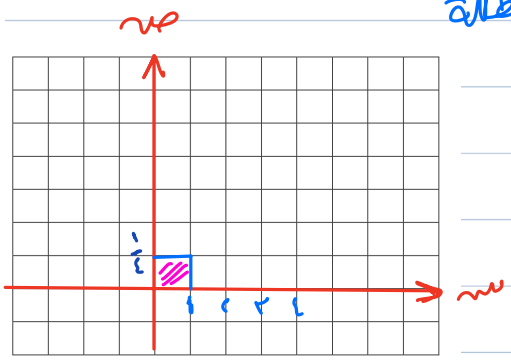
١٠) إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٤} : ٠ \leq س \leq ٤ \\ صفر : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد :

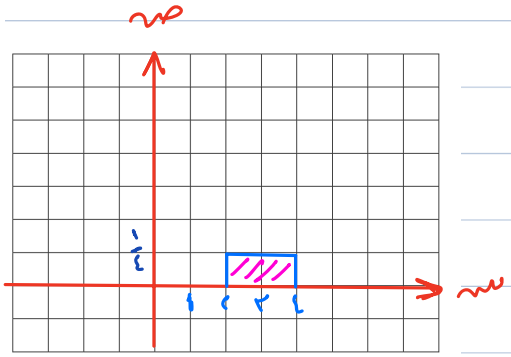
(أ) ل (س ≥ ١) (ب) ل (٢ ≤ س ≤ ٤) (جـ) ل (س = ٢)

أ) ل (س ≥ ١) = مساحة المنطقة المستطيلة المظللة



$= ١ \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤}$

ب) ل (٢ ≤ س ≤ ٤) = مساحة المنطقة المستطيلة المظللة



$= ٢ \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

جـ) ل (س = ٢) = صفر

١١) لتكن الدالة د :

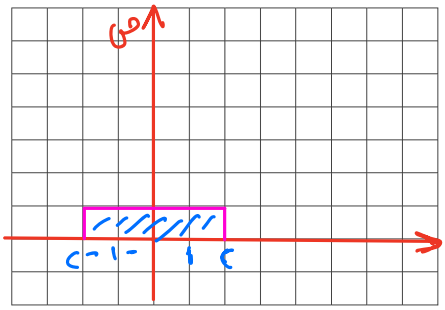
د (س) = $\begin{cases} \frac{١}{٤} & : -٢ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفر} & : \text{فى ما عدا ذلك} \end{cases}$

(١) أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال .

(٢) أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم .

(٣) أوجد ل(-١ ≤ س ≤ ٢)

(٤) أوجد التوقع والتباين للدالة د .



١) المساحة تحت المنحنى = مساحة المنطقة المستطيلة المظللة

= الطول × العرض

= ٤ × $\frac{١}{٤}$ = ١

الدالة د دالة كثافة احتمال.

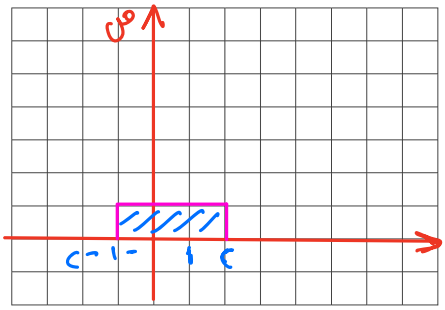
٢) د(س) = $\begin{cases} \frac{١}{ب-م} & : م \leq س \leq ب \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

م = -٢ ، ب = ٢

$\frac{١}{ب-م} = \frac{١}{٢-(-٢)} = \frac{١}{٤}$

د(س) = $\begin{cases} \frac{١}{٤} & : -٢ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم



٣) ل(-١ ≤ س ≤ ٢) = مساحة المنطقة المستطيلة المظللة

= ٣ × $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

٤) التوقع م = $\frac{م+ب}{٢}$ = $\frac{-٢+٢}{٢}$ = ٠

٥) التباين = $\frac{(ب-م)^{٢}}{١٢}$ = $\frac{[٢-(-٢)]^{٢}}{١٢}$ = $\frac{٤}{٣}$

١٢) اذا كانت د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم حيث :

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & ٠ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفر} & \text{فى ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(١) أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال .

(٢) أوجد ل(١ ≤ س ≤ ٢)

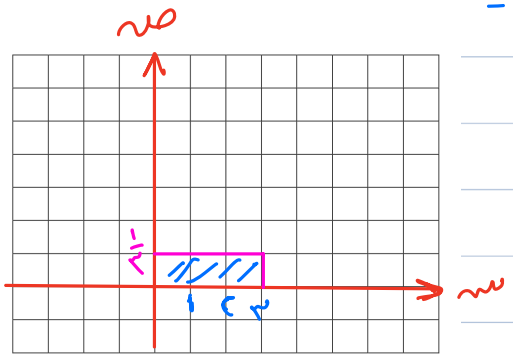
(٣) أوجد التوقع والتباين للدالة د .

١) المساحة تحت المنحنى = مساحة المنطقة المستطيلة المظللة

= الطول × العرض

$= ٣ \times \frac{١}{٣} = ١$

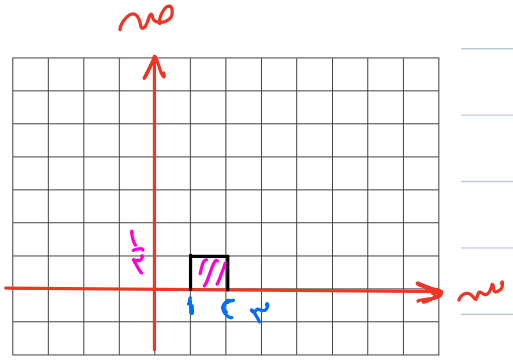
الدالة د هي دالة كثافة احتمال



ج) ل (١ ≤ س ≤ ٢) = مساحة المنطقة المستطيلة المظللة

= الطول × العرض

$= ١ \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$



٣) التوقع $م = \frac{ب + أ}{٢} = \frac{٣ + ٠}{٢} = \frac{٣}{٢}$

التباين $= \frac{(ب - أ)^{٢}}{١٢} = \frac{(٣ - ٠)^{٢}}{١٢} = \frac{٣}{٤}$

١٣) اذا كانت س متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :

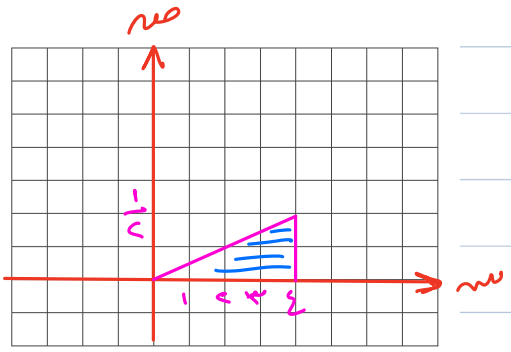
$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٨} \text{ س} & ٠ \leq \text{س} \leq ٤ \\ \text{صفر} & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد : (١) ل (٠ ≤ س ≤ ٤) .

(٢) ل (س > ٢) .

(٣) ل (س = ١) .

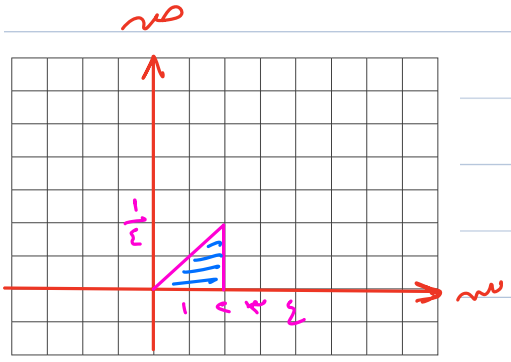
١) ل (٠ ≤ س ≤ ٤) = مساحة المنطقة المثلثة المظللة



$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times \frac{١}{٤}$

$= ١$

٢) ل (س > ٢) = مساحة المنطقة المثلثة المظللة



$= \frac{١}{٤} \times ٢ \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٤}$

٣) ل (س = ١) = صفر

١٤) إذا كان و هو التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد :

(أ) ل (و ≥ ٠,٩٥)

(ب) ل (و > ٠,٧١)

(جـ) ل (١,٤٥ ≤ و ≤ ٣,٢٦)

أ) ل (هـ ≥ ٠,٩٥) = ٠,٨٢٨٩٤

(جدول التوزيع الطبيعي المعياري)

ب) ل (هـ > ٠,٧١) = ١ - ل (هـ ≤ ٠,٧١)

= ١ - ٠,٧٦١١٥

= ٠,٢٣٨٨٥

جـ) ل (١,٤٥ ≤ هـ ≤ ٣,٢٦)

= ل (هـ ≤ ٣,٢٦) - ل (هـ ≤ ١,٤٥)

= ٠,٩٩٩٤٤ - ٠,٩٢٦٤٧

= ٠,٠٧٢٩٧

١٥) يمثل المتغير العشوائي س درجات الطلاب في مادة الرياضيات ، فإذا كان توزيع هذه الدرجات يتبع التوزيع الطبيعي الذي توقعه $\mu = ٤٠$ و انحرافه المعياري $\sigma = ٨$

فاوجد : ل (٣٠ < س < ٦٠)

$\mu = ٤٠$ ، $\sigma = ٨$

$س_١ = ٣٠ \Leftarrow ح_١ = \frac{س_١ - \mu}{\sigma} = \frac{٣٠ - ٤٠}{٨} = -١,٢٥$

$س_٢ = ٦٠ \Leftarrow ح_٢ = \frac{س_٢ - \mu}{\sigma} = \frac{٦٠ - ٤٠}{٨} = ٥,٢$

$ل (٣٠ < س < ٦٠) = ل (ح < ٥,٢) - ل (ح < -١,٢٥)$

$= ٠,٩٩٣٧٩ - ٠,١٠٥٦٥ = ٠,٨٨٨١٤$

١٦) يمثل المتغير العشوائي س الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول الي المدرسة ،

ويتبع التوزيع الطبيعي الذي توقعه $\mu = ١٥$ و تباينه $\sigma^٢ = ٩$

فاوجد : ل (١٢ < س < ١٥)

$\mu = ١٥$ ، $\sigma = \sqrt{٩} = ٣$

$س_١ = ١٢ \Leftarrow ح_١ = \frac{س_١ - \mu}{\sigma} = \frac{١٢ - ١٥}{٣} = -١$

$س_٢ = ١٥ \Leftarrow ح_٢ = \frac{س_٢ - \mu}{\sigma} = \frac{١٥ - ١٥}{٣} = ٠$

$ل (١٢ < س < ١٥) = ل (ح < ٠) - ل (ح < -١)$

$= ٠,٥٠٠٠٠ - ٠,١٥٨٦٦ = ٠,٣٤١٣٤$

١٧) مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين :

س – ص ≥ ٤

س + ص ≤ - ١

الحل :

س – ص ≥ ٤

المعادلة المناظرة س – ص = ٤

س	٠	٤
ص	٤-	٠

نعوض (٠،٠) بالمتباينة

س – ص ≥ ٤

٠ – ٠ ≥ ٤

٠ ≥ ٤ عبارة صحيحة

س + ص ≤ - ١

المعادلة المناظرة س + ص = - ١

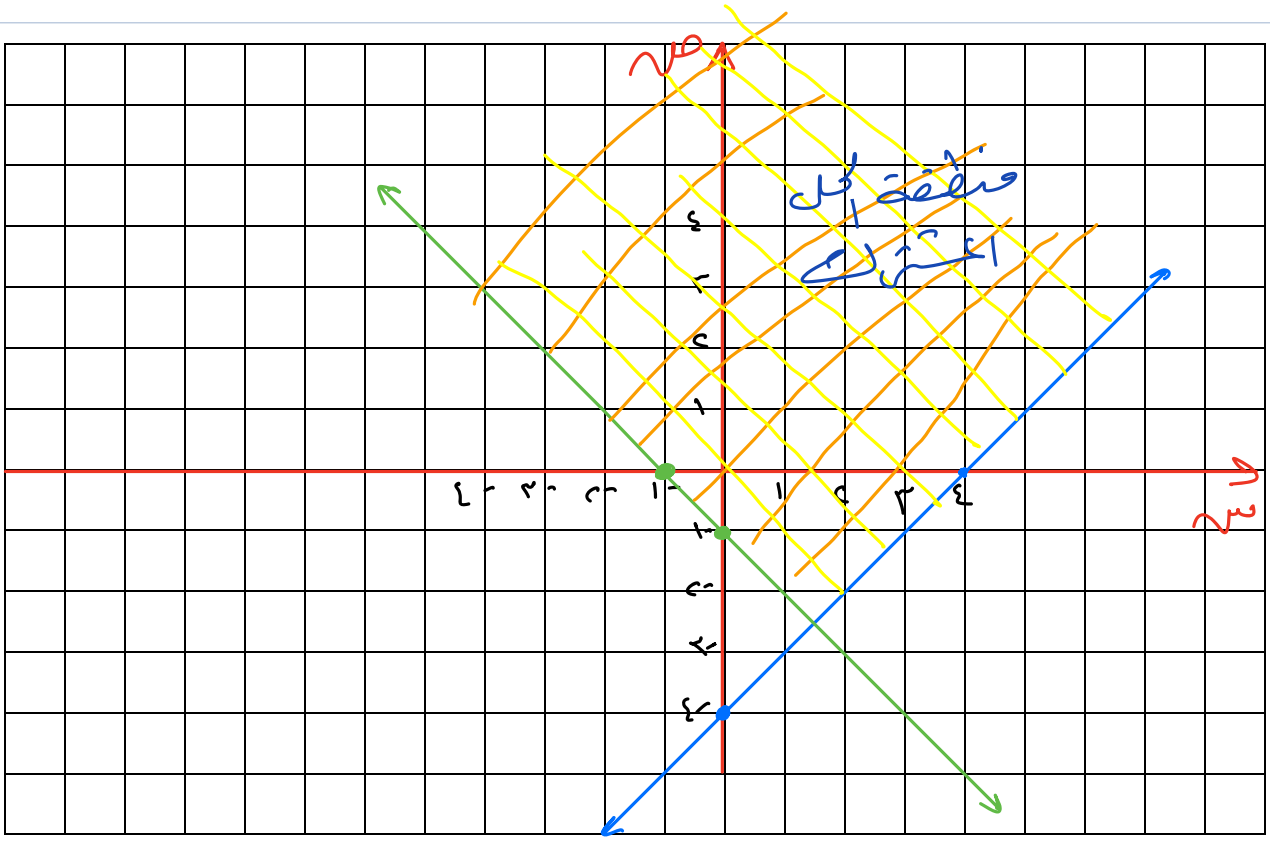
س	٠	١-
ص	١-	٠

نعوض (٠،٠) بالمتباينة

س + ص ≤ - ١

٠ + ٠ ≤ - ١

٠ ≤ - ١ عبارة صحيحة



١٨) مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين :

٢س – ص ≤ -٣

٢ص > - س + ١

الحل :

٢ س – ص ≤ -٣

المعادلة المناظرة ٢ س – ص = -٣

س	٠	$-\frac{٣}{٢}$
ص	٣	٠

نعوض (٠،٠) في المتباينة

٢ س – ص ≤ -٣

٢(٠) – ٠ ≤ -٣

٠ ≤ -٣ عبارة صحية

٢ ص > - س + ١

المعادلة المناظرة ٢ ص = - س + ١

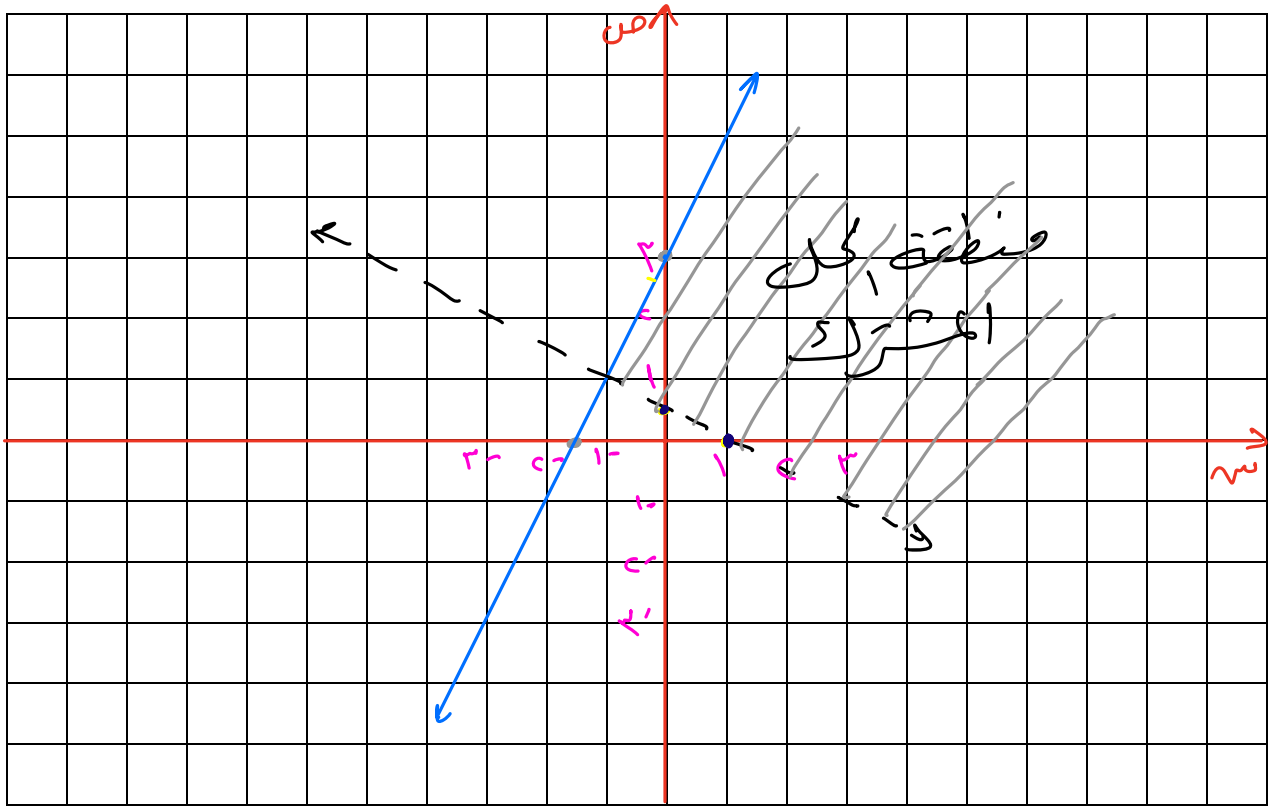
س	٠	١
ص	$\frac{١}{٢}$	٠

نعوض (٠،٠) في المتباينة

٢ ص > - س + ١

٢(٠) > - (٠) + ١

٠ > ١ عبارة خاطئة



١٩) مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين :

ص ≥ -٢ س + ٢

ص > س - ٤

الحل :

ص ≥ -٢ س + ٢

المعادلة المناظرة ص = -٢ س + ٢

س	٠	١
ص	٢	٠

نعوض (٠ ، ٠) في المتباينة

ص ≥ -٢ س + ٢

٠ ≥ -٢ (٠) + ٢

٠ ≥ ٢ عبارة صحيحة

ص > س - ٤

المعادلة المناظرة ص = س - ٤

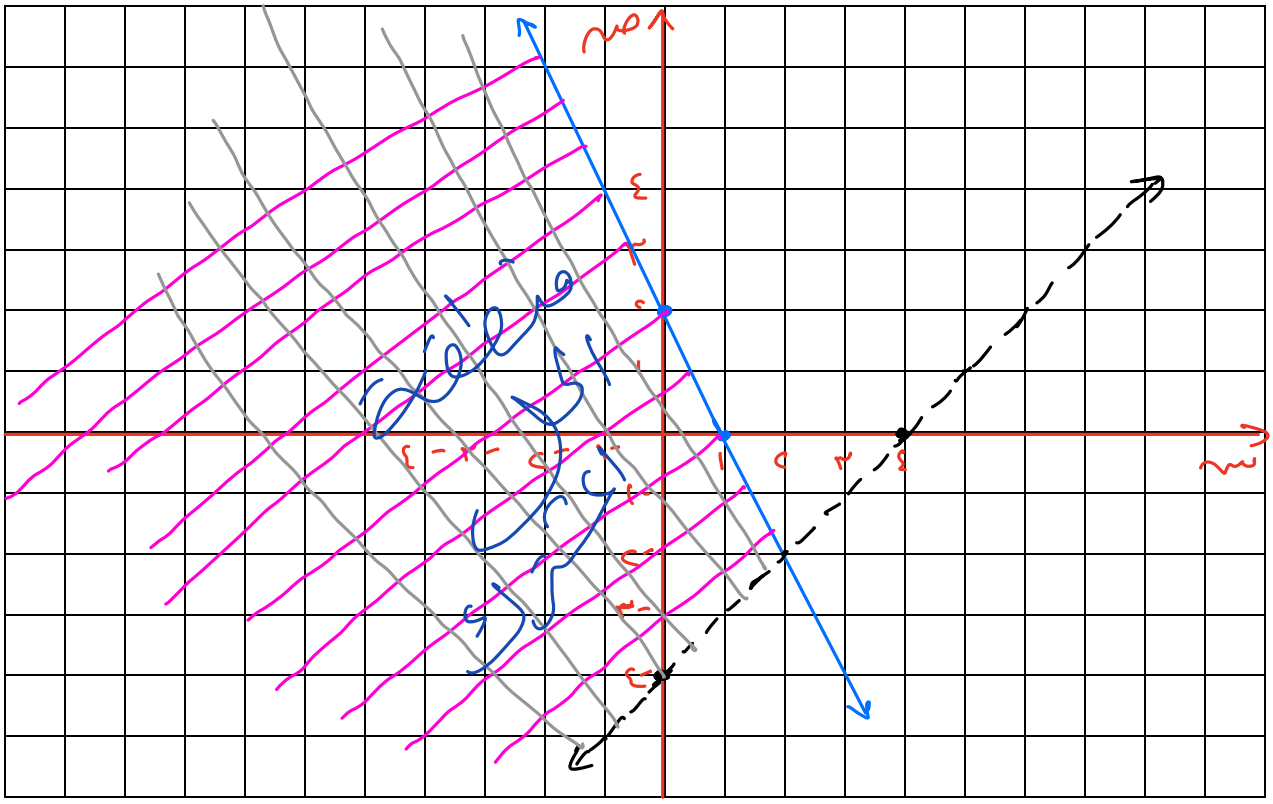
س	٠	٤
ص	-٤	٠

نعوض (٠ ، ٠) في المتباينة

ص > س - ٤

٠ > ٠ - ٤

-٤ < ٠ عبارة صحيحة .



مع أطيب الامنيات بالنجاح والتوفيق