

أهداف الدرس : 1 - تطبيق خصائص اللوغاريتمات 2- اجراء تغيير على قاعدة الأساس

إذا كان b, M, N أعداد موجبة ، $b \neq 1$ فإن :

$$(1) \log_b MN = \log_b M + \log_b N$$

$$(2) \log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$$

$$(3) \log_b M^k = k \log_b M$$

أولاً" عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $\log 5, \log 3$ ،

$$1) \log 75$$

$$\log(3 \times 25)$$

$$\log 3 + \log 25$$

$$\log 3 + 2 \log 5$$

$$2) \log 5.4$$

$$\log \frac{54}{10} = \log \left(\frac{27}{5} \right)$$

$$\log 27 - \log 5$$

$$3 \log 3 - \log 5$$

ثانياً" عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $\ln 7, \ln 3$ ،

$$1) \ln 63$$

$$\ln(7 \times 9)$$

$$\ln(7) + \ln(9)$$

$$\ln(7) + 2 \ln(3)$$

$$2) \ln \frac{49}{81}$$

$$\ln(49) - \ln(81)$$

$$\ln 7^2 - \ln 3^4$$

$$2 \ln(7) - 4 \ln(3)$$

a) $2\log 5 + 3\log 3$

b) $3\log 3 - 5\log 2$

c) $5\log 3 + 2\log 5$

d) $5\log 2 - 3\log 3$

$$\log 10 + \log x - \log y$$

$$1 + \log x - \log y$$

2. المقدار الذي يكافئ $\log\left(\frac{10x}{y}\right)$

a) $10\log x - \log y$ b) $10\log x - 10\log y$ c) $1 + \log x - \log y$ d) $10 + \log x - \log y$

عبر عن اللوغاريتم $\ln 2.25$ باستخدام $\ln 3$ و $\ln 4$.

A $\ln 4 - 2\ln 3$

B $2\ln 3 - \ln 4$

C $2\ln 4 - \ln 3$

D $3\ln 4 - \ln 3$

$\ln(2.25)$

$$\ln\left(\frac{9}{4}\right) = \ln(9) - \ln(4)$$

$$= 2\ln(3) - \ln(4)$$

4 - المقدار الذي يكافئ $\ln(75)$ هو

-A $\ln 3 + \ln 5$

-B $2\ln 3 + \ln 5$

-C $\ln 3 + 5\ln 2$

-D $\ln 3 + 2\ln 5$

1) $\log_4 \sqrt[5]{64}$

$$\log_4 4^{\frac{3}{5}} = \frac{3}{5}$$

2) $\log_6 \sqrt[3]{36}$

$$\log_6 6^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

3) $5 \ln e^2 - \ln e^3$

$$10 \ln e - 3 \ln e = 7$$

4) $\ln e^9 + 4 \ln e^3$

$$9 \ln e + 12 \ln e = 21$$

أوجد قيمة $.34 \ln e^{0.5} - 4 \ln e^5$

a) 37

b) -340

c) 150

d) -3

2018 – 2019 (عام 12) امتحان

11) أوجد قيمة $.3 \ln e^4 - e^{\ln 2}$

a) 10

b) -6

c) 24

d) -10



$$1) \log 12x^5y^{-2} = \log 12 + \log x^5 + \log y^{-2}$$

$$= \log 12 + 5 \log x - 2 \log y$$

$$2) \log_{13} 6a^3bc^4$$

$$\log_{13} 6 + \log_{13} a^3 + \log_{13} b + \log_{13} c^4$$

$$\log_{13} 6 + 3 \log_{13} a + \log_{13} b + 4 \log_{13} c$$

$$3) \ln \frac{x^2}{\sqrt{4x+1}}$$

$$\ln x^2 - \ln \sqrt{4x+1}$$

$$2 \ln x - \frac{1}{2} \ln (4x+1)$$

قام عمر و خالد بتوسيع $\log_2 \left(\frac{xy}{z} \right)^4$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح.

عمر: $4\log_2 x + 4\log_2 y + 4\log_2 z$

خالد: $2\log_4 x + 2\log_4 y - 2\log_4 z$

$$\begin{aligned} \log_2 \left(\frac{xy}{z} \right)^4 &= \log_2 x^4 y^4 - \log_2 z^4 \\ &= 4\log_2 x + 4\log_2 y - 4\log_2 z \end{aligned}$$

لا يوجد احد على صواب

تمرين بسط كل تعبير

$$1) -5 \log_2 (x+1) + 3 \log_2 (6x)$$

$$-\log_2 (x+1)^5 + \log_2 (6x)^3 = \log_2 \frac{(6x)^3}{(x+1)^5} = \log_2 \left(\frac{216x^3}{(x+1)^5} \right)$$

$$2) \ln(3x+5) - 4 \ln x - \ln(x-1)$$

$$\ln \left(\frac{3x+5}{x^4(x-1)} \right)$$

(1) ما أبسط صورة للتعبير $2 \ln(x^2 - 1) - \ln(x^4 - 1)$

a) $\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$

b) $\ln\left(\frac{x^2+1}{x^4-1}\right)$

c) $\ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$

d) $\ln(x^2 + 1)$

الحل

$$\ln\left[\frac{(x^2-1)^2}{(x^4-1)}\right] = \ln\left[\frac{(x^2-1)(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}\right]$$

$$\frac{\log 2}{\log 6} \times \frac{\log 5}{\log 2} = \log_6 5$$

(2) ما أبسط صورة للتعبير $(\log_6 2) \times (\log_2 5)$

a) $\log_6 5$

b) $\log_5 6$

c) $\log_{10} 12$

d) $\log_7 8$

$$\log x^3 + \log 7 - \log y^2 = \log\left(\frac{7x^3}{y^2}\right)$$

ادمج $3 \log x + \log 7 - 2 \log y$

a) $\log 7x^3 y^2$

b) $\log \frac{21x}{y^2}$

c) $\log \frac{21x}{2y}$

d) $\log \frac{7x^3}{y^2}$

1 $2\log_4 3 + \log_4 64 - \log_4 36 - \ln(\log 10) =$

$\ln(1) = 0$

$$\log_4 3^2 + \log_4 64 - \log_4 36 = \log_4 \left(\frac{3^2 \times 64}{36} \right)$$

$$= \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$$

2 $\frac{\ln e^5 + 2 \ln e}{\log_3 27 - 5 \log_3 9}$: بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة المقدار

$$\frac{7}{\log_3 \left(\frac{27}{9^5} \right)} = \frac{7}{-7} = -1$$

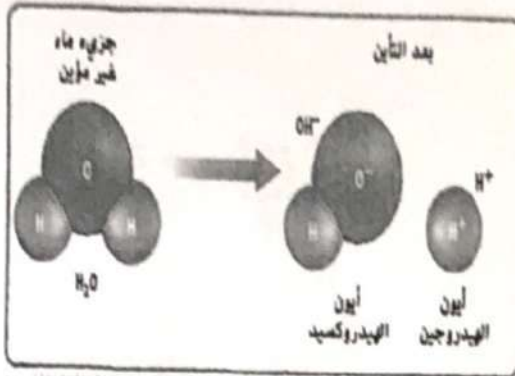
3 ما القيمة التي تساوي $2 \log_5 12 - \log_5 8 - 2 \log_5 3$

A $\log_5 2$ C $\log_5 0.5$
 B $\log_5 3$ D 1

$$\log_5 \left(\frac{12^2}{8 \times 3^2} \right) = \log_5 2 =$$

19) القيمة الثابتة للتأين في الماء K_w هي ناتج تركيز أيونات الهيدروجين (H^+) والهيدروكسيد (OH^-)

قاعدة القيمة الثابتة لتأين الماء هي $K_w = [H^+][OH^-]$ ، حيث يشير القوسان إلى التركيز بالمول في اللتر.



(a) عبر عن $\log K_w$ بدلالة $\log [H^+]$ و $\log [OH^-]$.

$$\log K_w = \log [H^+][OH^-]$$

$$= \log [H^+] + \log [OH^-]$$

(b) إذا كان تركيز أيونات الهيدروجين في عينة ماء يبلغ 1×10^{-9} مول في اللتر، فما تركيز أيونات الهيدروكسيد علماً بأن القيمة الثابتة K_w تساوي 1×10^{-14} ؟

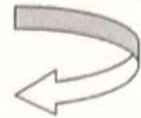
$$\log 1 \times 10^{-14} = \log (1 \times 10^{-9}) + \log [OH^-]$$

$$1 \times 10^{-14} = 1 \times 10^{-9} \times [OH^-]$$

$$[OH^-] = \frac{1 \times 10^{-14}}{1 \times 10^{-9}} = 1 \times 10^{-5}$$

قواعد تغير الأساس

$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b} = \frac{\log m}{\log b} = \frac{\ln m}{\ln b}$$



تمرين قِيم كل لوغاريتم مما يلي (باستخدام قاعدة تغير الأساس)

$$\log_3 5 = \frac{\log 5}{\log 3}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 6 = \frac{\log 6}{\log \frac{1}{2}}$$

أثبت أن $\log_a b \times \log_b a = 1$

اثبت ان

$$\frac{\log b}{\log a} \times \frac{\log a}{\log b} = 1$$

الطرفان متساويان

اثبت ان

$$\log_b a \times \log_c b \times \log_d c = \log_d a$$

$$\frac{\log a}{\log b} \times \frac{\log b}{\log c} \times \frac{\log c}{\log d} = \log_d a$$

الطرفان متساويان

أثبت ان

$$\frac{\log_5 125 + \log_5 5}{\log_5 125 - \log_5 5} = 2$$

الباقي
 $\log_5$

$$\frac{\log_5 (625)}{\log_5 (25)} = \frac{4}{2} = 2$$

تمرين اوجد قيمة كل لوغاريتم بشكل تقريبي

$$\ln 3 = 1.10 \quad \ln 2 = 0.69$$

$$\begin{aligned} 1) \ln \frac{3}{2} &= \ln(3) - \ln(2) \\ &= 1.10 - 0.69 \\ &= 0.41 \end{aligned}$$

$$2) \ln \frac{4}{9}$$

$$\ln 4 - \ln 9$$

$$2\ln 2 - 2\ln 3$$

$$2 \times 0.69 - 2 \times 1.10 = -0.82$$

$$3) \ln \frac{4}{27}$$

$$\ln 4 - \ln 27$$

$$2\ln(2) - 3\ln 3$$

$$2 \times 0.69 - 3 \times 1.10$$

$$-1.91$$

$$4) \ln \frac{32}{9}$$

$$\ln 5 - \ln \frac{2}{3}$$

$$5\ln 2 - 2\ln(3)$$

$$5 \times 0.69 - 2 \times 1.10$$

$$1.28$$