1-2 : الأسس النسبية

مثال(1) اكتب بالصورة الجذرية كلاً من :

① $x^{0.4} = x^{\frac{2}{5}} = (x^2)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{x^2}$

---

② $y^{\frac{3}{8}}$: $y \geq 0$

$y^{\frac{3}{8}} = (y^3)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{y^3}$

---

③ $x^{-\frac{2}{3}}$: $x \neq 0$

$$x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{(x^2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

مثال(2) اكتب بالصورة الأسية كلاً من :

(1) $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$

---

(2) $\left(\sqrt{7y}\right)^3 , \forall y \geq 0$

$\left(\sqrt{7y}\right)^3 = (7y)^{\frac{3}{2}} = 7^{\frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2}}$

مثال(3) بسط كل عدد من الأعداد التالية مستخدماً الصورة الجذرية :

(a) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{(4)^3} = 4$

(b) $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right) = \left(\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}\right) = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$

(c) $\left(8^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}\right) = \left(\sqrt{8}\right)\left(\sqrt{2}\right) = \left(\sqrt{2^2 \times 2}\right)\left(\sqrt{2}\right)$

$= \left(2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}\right) = 2\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2(2) = 4$

مثال(4) بسط كلاً من الأعداد التالية مستخدماً قوانين الأسس :

(a) $25^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{25^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(5^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(5)^{\frac{3}{2}\times 2}} = \frac{1}{(5)^3} = \frac{1}{125}$

(b) $(-32)^{\frac{4}{5}} = (-2^5)^{\frac{4}{5}} = (-2)^{\frac{4}{5}\times 5} = (-2)^4 = 16$

(c) $x^{\frac{2}{7}} \cdot x^{\frac{3}{14}} , x \geq 0$

$x^{\frac{2}{7}} \cdot x^{\frac{3}{14}} = x^{\frac{2}{7}+\frac{3}{14}} = x^{\frac{1}{2}}$

(d) $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$, $x \geq 0$, $y > 0$

$$\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{(4)^2(x^7)^2}{(9)^2(y^9)^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\left(\frac{4x^7}{9y^9}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{4x^7}{9y^9}\right)^{2\times\frac{1}{2}} = \frac{4x^7}{9y^9}$$

تطبيق بسط كلاً من الأعداد التالية مستخدماً قوانين الأسس :

① $\left(x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}}$, $x > 0$

$$\left(x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}} = \left(x^{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{4}{3}} \div x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3}}$$

---

② $\frac{x^{\frac{1}{2}}.y^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{-3}{4}}.y^{-\frac{1}{2}}}$, $x > 0, y > 0$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}.y^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{-3}{4}}.y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{-3}{4}}} \times \frac{y^{-\frac{1}{3}}}{y^{-\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}-\left(\frac{-3}{4}\right)} \times y^{-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)} = x^{\frac{5}{4}}.y^{\frac{1}{6}}$$

مثال(5) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية :

(a) $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27} = \sqrt[5]{9 \times 27} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^3} = \sqrt[5]{3^5} = 3$

(b) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{243}{3}} = \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^3 \times 3} = 3\sqrt[3]{3}$

(c) $\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[2\times3]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$

Math 2024-2025 أ.محمد جبر الخوالده

(d) $\left(\sqrt[4]{x}\,.\,\sqrt[4]{y^3}\right)^{-12}$, $x\,,y\in\mathbb{Q}^+$

$$\left(\sqrt[4]{x}\,.\,\sqrt[4]{y^3}\right)^{-12}=\left(\sqrt[4]{x.y^3}\right)^{-1}=\left((x.y^3)^{\frac{1}{4}}\right)^{-1}$$

$$=(x.y^3)^{-1\times\frac{1}{4}}=(x.y^3)^{-3}=\frac{1}{(x.y^3)^3}=\frac{1}{x^3.y^9}$$

تطبيق بسط كلاً مما يلي :

① $\dfrac{\sqrt[3]{8}\times\sqrt[4]{32}}{8\sqrt[8]{4}}$

$$\frac{\sqrt[3]{8}\times\sqrt[4]{32}}{8\sqrt[8]{4}}=\frac{\sqrt[3]{2^3}\times\sqrt[4]{2^5}}{8\sqrt[8]{2^2}}=\frac{2^{\frac{3}{3}}\times2^{\frac{5}{4}}}{2^3\times2^{\frac{2}{8}}}=\frac{2^{\frac{3}{3}+\frac{5}{4}}}{2^{3+\frac{2}{8}}}=\frac{2^{\frac{9}{4}}}{2^{\frac{13}{4}}}=2^{\frac{9}{4}-\frac{13}{4}}=2^{-1}=\frac{1}{2}$$

---

② $\sqrt{\sqrt[3]{64x^6}}=\sqrt[3\times2]{64x^6}=\sqrt[6]{2^6x^6}=\sqrt[6]{(2x)^6}=|2x|=\begin{cases}2x:x\geq0\\-2x:x<0\end{cases}$

---

③ $\left(\left(3^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}$, $x>0$

$$\left(\left(3^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}=\left(3^{\frac{3}{2}\times2}x^{-\frac{1}{2}\times2}\right)^{\frac{1}{3}}=(3^3x^{-1})^{\frac{1}{3}}$$

$$=3^{3\times\frac{1}{3}}x^{-1\times\frac{1}{3}}=3x^{-\frac{1}{3}}$$

$$=\frac{3}{x^{\frac{1}{3}}}=\frac{3}{\sqrt[3]{x}}=\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}$$

2024-2025
أ.محمد جبر الخوالده

④ $\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-1}$, $t > 0$

$$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12} = \left(\frac{3t^{\frac{1}{2}}}{3t^{\frac{2}{3}}}\right)^{-12} = \left(\frac{t^{\frac{1}{2}}}{t^{\frac{2}{3}}}\right)^{-1}$$

$$= \left(t^{\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}\right)^{-12} = \left(t^{-\frac{1}{6}}\right)^{-12} = t^{-\frac{1}{6}\times(-1)} = t^2$$

البنود الموضوعية 1-2

في التمارين (1 – 3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

	a	b
(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$	a	b
(2) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x$, $x > 0$	a	b
(3) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$	a	b

Math 2024-2025 أ.محمد جبر الخوالده

في التمارين (4 – 9) ظلل الرمز الدال على الإجابة صحيحة .

(4) إذا كان $n > 0$ فإن التعبير الذي **لا يكافئ** $\sqrt[4]{4n^2}$ هو :

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

(5) إذا كان $y > 0$ فإن التعبير $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي :

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

(6) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$: $x \neq 0 , y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|\, y^2$ (b) $|x|\, y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

(7) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

---

(8) إذا كان $x+y=2\,,x^2-xy+y^2=4$ فإن $\sqrt[6]{x^3+y^3}$ يساوي :

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

---

(9) إن قيمة التعبير $x>0\,,$ $\frac{\sqrt[3]{x^6}\cdot\sqrt[4]{x^5}}{x^3\cdot\sqrt[8]{x^2}}$ تساوي :

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$
