

الملتقى
Al Multaqa

نسخة محلولة

مراجعة الفصل

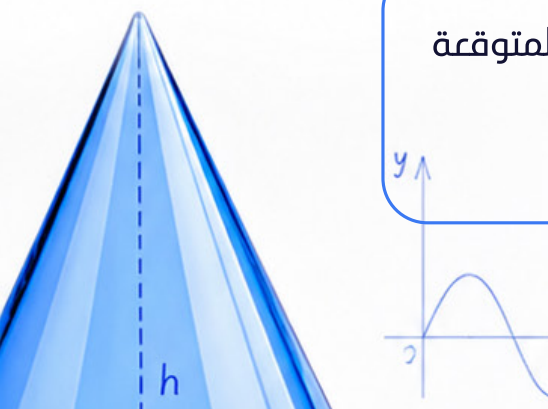
مـادة الرياضيـات

الصف الحادي عشر علمي

الفصـل الدراسـي الثـاني

2026 / 2025

- أسئلة اختبارات سابقة وأهم الأفكار المتوقعة
- شرح مختصر وحلول نموذجية
- تركيز على أهم النقاط





لمشاهدة شرح وحل المراجعة
قم بزيارة الموقع

www.mltqa.net

$x = \frac{}{2a}$

مقدمة عن الأعداد المركبة :

* $\sqrt{4} = 2$
* $\sqrt{-1} = i$
* $\sqrt{-4} = 2i$

الآلة الحاسبة

أول ما تشوف سؤال عن الأعداد المركبة تحول الآلة لوضع الـ Complex

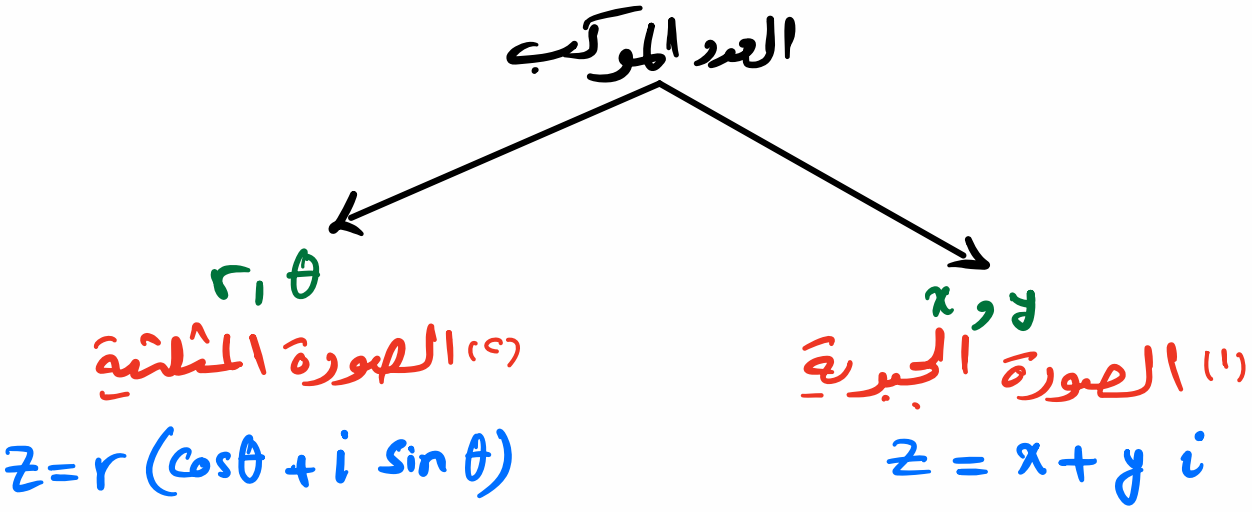
① اضغط mode

ثم

② اضغط 2

* $2i + 5 =$ $5 + 2i$ (الحقيقي، التخيلي)

* $\overline{(3+2i)} = 3 - 2i$
* $\overline{(\sqrt{2} - i)} = \sqrt{2} + i$



جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(1 – 7) الأعداد المركبة

1) إذا كان $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$

دور ثان 2018 / 2019 * دور أول 2023 / 2024

فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية :

الحل :

(1) $z_1 + \overline{z_2}$

$= (3+4i) + \overline{(5-2i)} = (3+4i) + (5+2i)$

$= (3+5) + (4i+2i)$

$= 8 + 6i$

(2) $\overline{3z_1 - 2z_2}$

$\overline{3(3+4i) - 2(5-2i)} = 3(3-4i) - 2(5+2i)$

$= (9-12i) + (-10-4i) = (9+-10) + (-12i+-4i)$

$= -1 - 16i$

(3) $z_1 \cdot z_2$

$= (3+4i)\cdot(5-2i) = (3)(5) + (3)(-2i) + (4i)(5) + (4i)(-2i)$

$= 15 - 6i + 20i + 8 = 23 + 14i$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(4) z_1^{-1} ← معكوس العدد المركب

$$z_1^{-1} = \frac{1}{z_1} = \frac{1}{3+4i} \times \frac{3-4i}{3-4i}$$

تذكر:
$(a+bi)(a-bi) = a^2+b^2$

$$= \frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3-4i}{3^2+4^2}$$

$$= \frac{3-4i}{25} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$$

شكل آخر للسؤال

اكتب العدد $\frac{3}{3+4i}$ في الصورة الجبرية

(5) $\frac{\overline{z_1}}{z_2}$

$$= \frac{\overline{(3+4i)}}{5-2i} = \frac{3-4i}{5-2i} \times \frac{5+2i}{5+2i}$$

$$= \frac{(3)(5)+(3)(2i)+(-4i)(5)+(-4i)(2i)}{5^2+2^2}$$

$$= \frac{15+6i-20i+8}{29}$$

$$= \frac{23}{29} - \frac{14}{29}i$$

اكتب العدد $\frac{\overline{3+4i}}{5-2i}$ في الصورة الجبرية

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(2 – 7) الاحداثيات القطبية و الصورة المثلثية للعدد المركب

دور أول 2021 / 2022

2) حول من الاحداثيات الديكارتية إلى الاحداثيات القطبية (r, θ)

$l\left(1, -\sqrt{3}\right)$: $0 \leq \theta \leq 2\pi$

صيغة أخرى للسؤال :

أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $l\left(1, -\sqrt{3}\right)$ حيث $0 \leq \theta \leq 2\pi$

لازم الآلة على وضع Rad

Shift → mode → 4

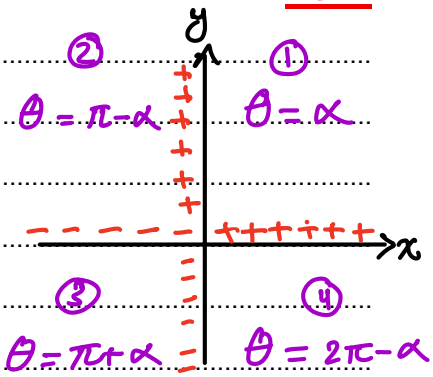
991Es

الحل :

$x = 1$, $y = -\sqrt{3}$

(1) $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$

(2) $\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{-\sqrt{3}}{1}\right| = \frac{\pi}{3}$



(3) $\theta = 2\pi - \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

θ تقع في الربع الرابع :

(4) الصورة القطبية : $(r, \theta) = \left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$

سؤال آخر العكس

حول من الاحداثيات القطبية الى الاحداثيات الديكارتية : (x,y)

$L\left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$

$x = r\cos\theta = 2\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 1$

$y = r.\sin\theta = 2\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

الاحداثيات القطبية $(x,y) = (1, -\sqrt{3})$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

دور ثان 2021 / 2022

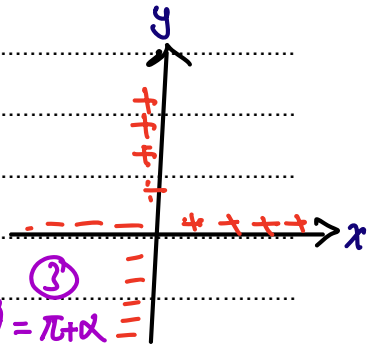
2) ضع العدد المركب $z = -\sqrt{3} - i$ في الصورة المثلثية

صيغة أخرى للسؤال :

ضع في الصورة المثلثية مستخدمًا السعة الأساسية العدد المركب $z = -\sqrt{3} - i$

الحل :

$x = -\sqrt{3}$, $y = -1$



(1) $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \boxed{2}$

(2) $\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{-1}{-\sqrt{3}}\right| = \frac{\pi}{6}$

(3) $\theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$ ∴ θ تقع في الربع الثالث.

(4) الصورة المثلثية : $z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$

$$z = 2\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(3 – 7) حل المعادلات

1) أوجد مجموعة حل المعادلة $z^2 - 2z + 4 = 0$

دور أول 2021 / 2022 * دور أول 2022 / 2023

الحل :

$a = 1 \qquad b = -2 \qquad c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(4) = -12$ المميز

$z = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{-12}}{2(1)} = \dfrac{2 \pm 2\sqrt{3}\,i}{2}$ القانون العام

$z_1 = \dfrac{2 + 2\sqrt{3}\,i}{2}$ | $z_2 = \dfrac{2 - 2\sqrt{3}\,i}{2}$

$z_1 = 1 + \sqrt{3}\,i$ | $z_2 = 1 - \sqrt{3}\,i$

ومنه

$Sol.set = \{ 1+\sqrt{3}\,i \;,\; 1-\sqrt{3}\,i \}$.

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

2) اوجد مجموعة حل المعادلة : $z + 2\bar{z} = 4 + i$

الحل :

نفرض : $Z = x + yi \longrightarrow \bar{Z} = x - yi$

نعوض في المعادلة : $Z + 2\bar{Z} = 4 + i$

$(x+yi) + 2(x-yi) = 4+i$

$(x+yi) + (2x - 2yi) = 4+i$

$(x+2x) + (yi - 2yi) = 4+i$

$3x - yi = 4+i$

$\frac{3x}{3} = \frac{4}{3}$

$x = 4/3$

$-yi = i$

$-y = 1$

$y = -1$

$Z = x + yi$

$Z = \frac{4}{3} + -1i = \frac{4}{3} - i$

$Z : \mathbb{C}$

$Solset = \{ \frac{4}{3} - i \}$.

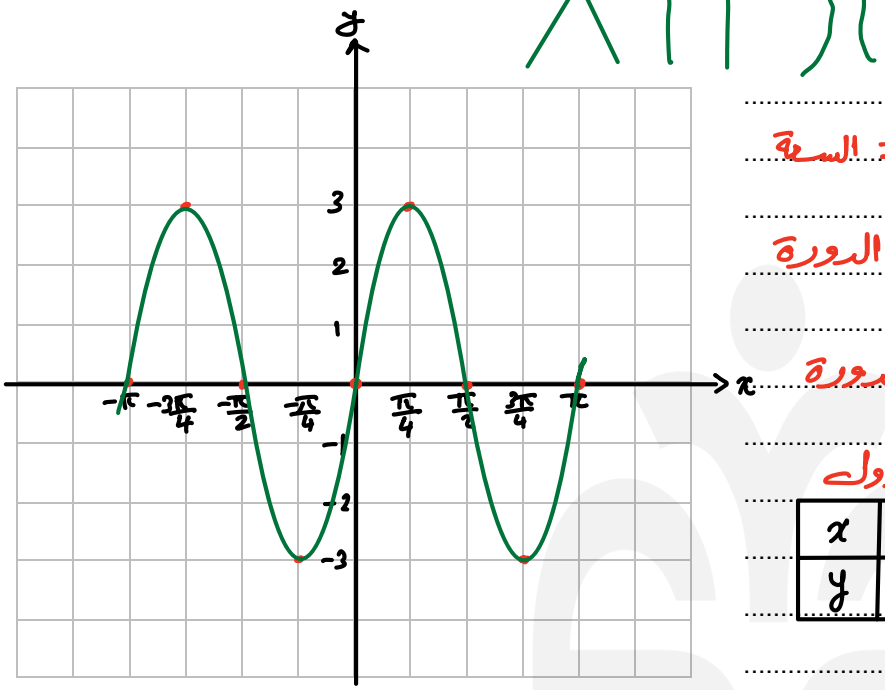
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(1 – 8) التمثيل البياني للدوال المثلثية

1) أوجد السعة والدورة للدالة ثم اسم بيانها

دور ثان 2021 / 2022

$$y = 3\sin(2x)$$



الحل:

$a = 3$, $b = 2$

السعة $= |a| = 3$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\text{الدورة}}{4} = \frac{\pi}{4}$

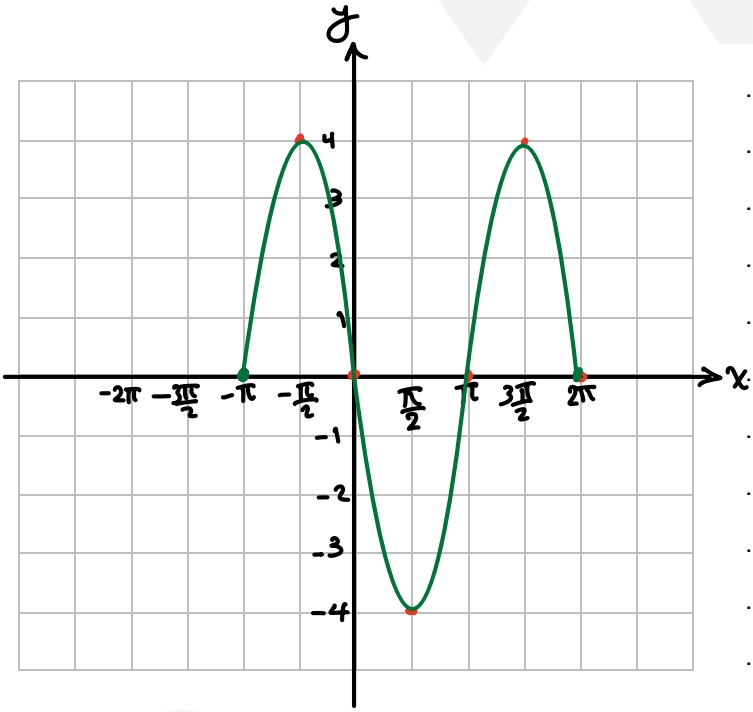
نكون الجدول

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
y	0	3	0	-3	0
		a		$-a$	

2) أوجد السعة والدورة للدالة ثم اسم بيانها

دور أول 2023 / 2024

$$y = -4\sin(x) \quad , \quad x \in [-\pi, 2\pi]$$



الحل:

$a = -4$, $b = 1$

السعة $= |a| = +4$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi$

ربع الدورة $= \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

نكون الجدول

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	-4	0	$+4$	0
		a		$-a$	

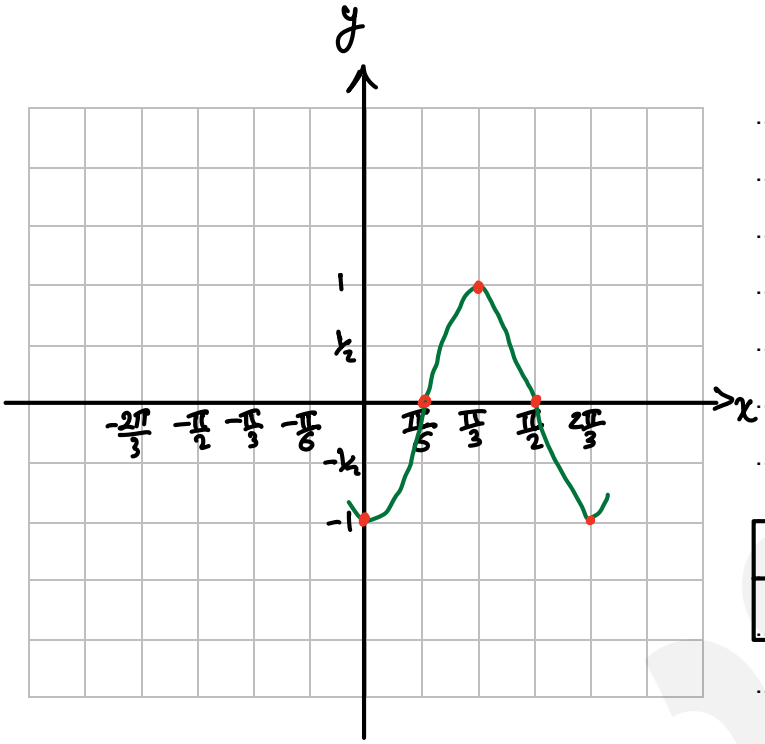
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

3) أوجد السعة والدورة للدالة ثم مثل بيان دورة واحدة للدالة

دور ثان 2023 / 2024

$$y = -\cos(3x)$$

الحل:



$a = -1$, $b = 3$

السعة $= |a| = +1$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3}$

ربع الدورة $= \frac{\frac{2\pi}{3}}{4} = \frac{\pi}{6}$

نكون الجدول

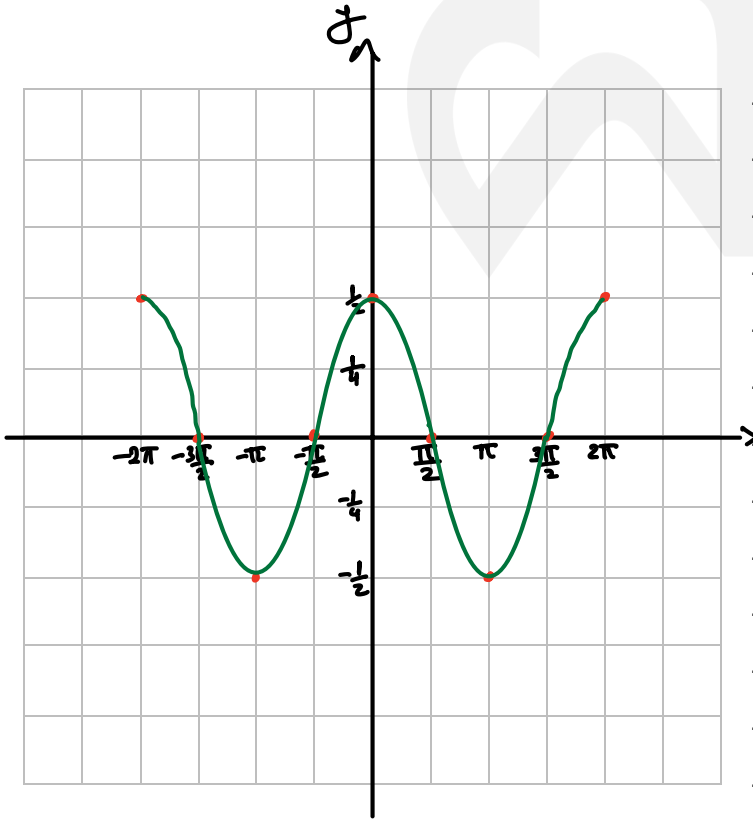
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
y	-1	0	$+1$	0	-1
	a		$-a$		a

4) أوجد السعة والدورة للدالة ثم اسم بيانها

دور ثان 2017 / 2018

$$y = \frac{1}{2}\cos(-x) \quad , \quad x \in [-2\pi\,, 2\pi]$$

الحل:



$a = \frac{1}{2}$, $b = -1$

السعة $= |a| = \frac{1}{2}$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi$

ربع الدورة $= \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

نكون الجدول

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
	a		$-a$		a

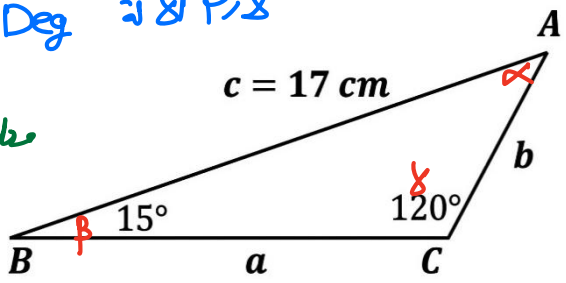
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(3 – 8) قانون الجيب

1) حل المثلث ABC

دور أول 2018 / 2019

Deg لازم الآلة



معلوم زاويتين وضلع

قانون Sin

زاوية مقابل ضلع

الحل :

باستخدام قانون الجيب :

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

نسبة معلومة

$$\frac{\sin 45^\circ}{a} = \frac{\sin 15^\circ}{b} = \frac{\sin 120^\circ}{17}$$

مجموع قياسات زوايا المثلث 180° :

$$\alpha = 180^\circ - (120^\circ + 15^\circ) = 45^\circ$$

$$\frac{\sin 45^\circ}{a} \times \frac{\sin 120^\circ}{17}$$

$$\frac{a \times \sin 120^\circ}{\sin 120^\circ} = \frac{17 \times \sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$a \approx 13.88 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin 15^\circ}{b} \times \frac{\sin 120^\circ}{17}$$

$$\frac{b \times \sin 120^\circ}{\sin 120^\circ} = \frac{17 \times \sin 15^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$b \approx 5.08 \text{ cm}$$

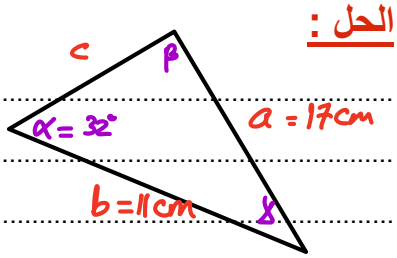
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

منهج كامل 2023 / 2024
دور أول 2021 / 2022

2) في المثلث ABC :

إذا كان $a = 17cm$, $b = 11cm$, $\alpha = 32°$ أوجد γ

الحل :



$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$ نستخدم قانون الجيب :

$\frac{\sin 32°}{17} = \frac{\sin\beta}{11} = \frac{\sin\gamma}{c}$ نسبة معلومة

$\frac{\sin 32°}{17} \times \frac{\sin\beta}{11} \Rightarrow \frac{17 \times \sin\beta}{17} = \frac{11 \times \sin 32°}{17}$

$\sin\beta \approx 0.3429 > 0$ ∴ توجد زاويتان تحققان المعادلة

$\beta_1 = \sin^{-1}(0.3429) \approx 20.05°$

$\alpha + \beta_1 = 32° + 20.05° = 52.05° < 180°$ مقبولة

$\therefore \gamma = 180° - 52.05 = 127.95°$

$\beta_2 = 180° - 20.05° = 159.95°$

$\alpha + \beta_2 = 32° + 159.95°$

$= 191.95° > 180°$

∴ β_2 مرفوضة.

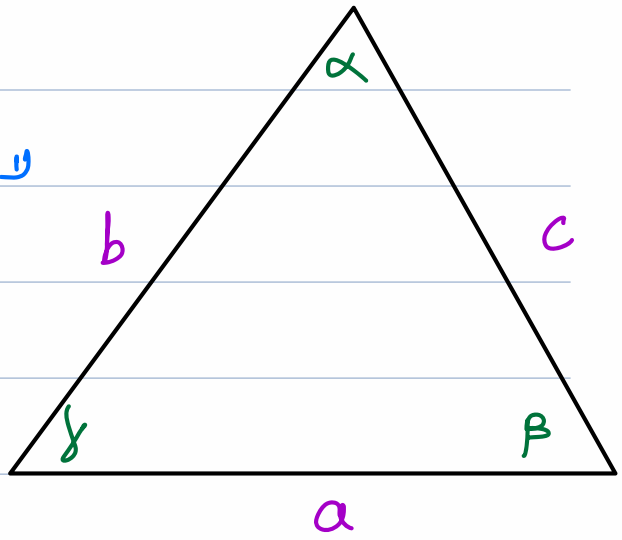
نفس الخطوات السابقة : لإيجاد طول المثلث بدل أو جد γ.

نكمل حل السؤال مع β_1

$\therefore \frac{\sin 32°}{17} \times \frac{\sin 127.95°}{c} \Rightarrow c = \frac{17 \times \sin 127.95°}{\sin 32°} \approx 25.3cm$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

قانون جيب التمام



* لإيجاد طول ضلع (إذا علم طول ضلعين وزاوية بينهما)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

* لإيجاد قياس زاوية (إذا علم أطوال ثلاثة أضلاع)

$$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(4 – 8) قانون جيب التمام

الآلة Rad

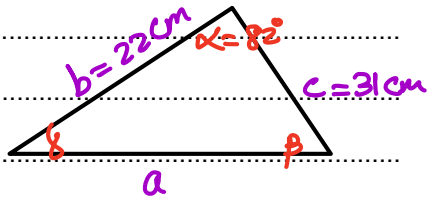
1) حل المثلث ABC حيث : $b = 22cm\ ,\ c = 31cm\ ,\ \alpha = 82^\circ$

معلوم ضلعين وزاوية محصورة بينهما

دور أول 2023 / 2024

الحل :

باستخدام قانون جيب التمام .



(1) $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c\cos\alpha$

$a^2 = (22)^2 + (31)^2 - 2(22)(31)\cos(82^\circ)$

$\sqrt{a^2} = \sqrt{325.17}$

$a = \sqrt{325.17} \approx 18.03cm$

(2) $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$\beta = \cos^{-1}\left(\dfrac{(18.03)^2 + (31)^2 - (22)^2}{2(18.03)(31)}\right) \approx \cos^{-1}(0.7175)$

$\beta \approx 44.15^\circ$

(3) مجموع قياسات زوايا المثلث 180° أي :

$\therefore\ \gamma = 180^\circ - (44.15^\circ + 82^\circ) = 53.85^\circ$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

دور ثان 2021 / 2022

2) في المثلث ABC حيث : $a = 9cm\ ,\ b = 7cm\ ,\ c = 5cm$

أوجد قياس الزاوية الأكبر معلوم زاوية الضلع

الحل :

∵ الضلع الأكبر a ∴ الزاوية الأكبر هي α

باستخدام قانون جيب التمام :

$$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{7^2+5^2-9^2}{2(7)(5)}\right)$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{10}\right)$$

$$\alpha = 95.7^\circ$$

ملاحظة : لو طلب حل المثلث بدل قياس أكبر زاوية

$$* \cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{9^2+5^2-7^2}{2(9)(5)}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{19}{30}\right)$$

$$\beta \approx 50.7^\circ$$

$$* \gamma = 180^\circ - (\alpha+\beta)$$

$$= 180^\circ - (95.7^\circ + 50.7^\circ) = 33.6^\circ$$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

1) أوجد مساحة المثلث ABC حيث : $a = 23cm\ ,\ b = 19cm\ ,\ c = 12cm$

مستخدمًا قاعدة هيرون

دور أول 2016 / 2017

الحل :

$* \quad s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{23+19+12}{2} = 27$ سم

$* \quad A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{27(27-23)(27-19)(27-12)}$

$= 36\sqrt{10} \approx 113.84\ cm^2$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(2 – 9) إثبات صحة المتطابقات المثلثية

1) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}=2csc^2x$$

دور أول 2018 / 2019 * دور ثان 2016 / 2017

دور ثان 2023 / 2024

الحل :

L.H.S : $\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}$

$=\frac{1+\cos x+1-\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$ ← فرق بين مربعين

$=\frac{2}{(1-\cos^2 x)}$ ← متطابقة فيثاغورث

$=\frac{2}{\sin^2 x}=2\csc^2 x$ R.H.S

فرق بين مربعين
$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

متطابقة فيثاغورث
$1-\cos^2\theta=\sin^2\theta$

متطابقة أساسية
$\frac{1}{\sin\theta}=\csc\theta$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

دور ثان 2017 / 2018 * دور أول 2015 / 2016

دور ثان 2014 / 2015

2) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{1+\sin x}{\cos x}$$

فكرة الضرب بالمرافق

الحل :

$$L.H.S: \quad \frac{\cos x}{1-\sin x} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x}$$

$$= \frac{\cos x\,(1+\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}$$ ← فرق بين مربعين

$$= \frac{\cos x\,(1+\sin x)}{(1-\sin^2 x)}$$ ← متطابقة فيثاغورث

$$= \frac{\cos x\,(1+\sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1+\sin x}{\cos x} \quad R.H.S$$

دور أول 2017 : أثبت صحة المتطابقة : $\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$

متطابقات أساسية — توحيد مقامات — متطابقة فيثاغورث

الحل: $L.H.S: \quad \tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \cdot \sin x}$

$$= \frac{1}{\cos x \cdot \sin x} = \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x} = \sec x \cdot \csc x$$

متطابقات أساسية — $R.H.S$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(3 – 9) حل المعادلات المثلثية

على صيغة $2x + 1 = 0$

1) حل المعادلة : $2 \sin\theta + 1 = 0$ الآلة Rad

دور ثان 2022 / 2023

الحل :

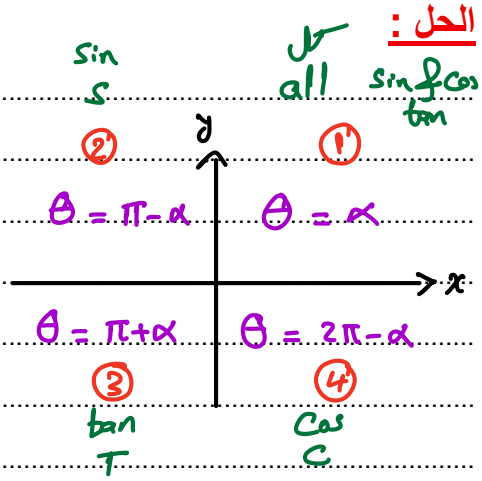
1) نعزل : $\frac{2}{2}\sin x = \frac{-1}{2}$

$\sin x = \frac{-1}{2}$

2) زاوية الإسناد : $\alpha = \sin^{-1}\left|\frac{-1}{2}\right|$

$\alpha = \frac{\pi}{6}$

يمكنه تطبيق المعادلة على هذا الشكل وتبدأ من خطوة ②



(all STC)

3) تحديد الربع : $\sin\theta = \frac{-1}{2} < 0$ (سالبة)

θ تقع في الربع الثالث أو الرابع

4) الحلول

③ الربع	④ الربع
$\theta = (\pi + \alpha) + 2k\pi$	$\theta = (2\pi - \alpha) + 2k\pi$
$= (\pi + \frac{\pi}{6}) + 2k\pi$	$\theta = (2\pi - \frac{\pi}{6}) + 2k\pi$
$= \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$	$\theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$

حل المعادلة هو : $\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ أو $\theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

على مبدأ : $5x-3=x$ شرط الحل.

2) حل المعادلة : $5\sin\theta-3=\sin\theta$ حيث $0\le\theta\le 2\pi$ — دور أول 2018 / 2019

الحل :

1) نعزل : $5\sin\theta-3=\sin\theta \Rightarrow 5\sin\theta-\sin\theta=3$

$\Rightarrow \frac{4}{4}\sin\theta=\frac{3}{4} \Rightarrow \sin\theta=\frac{3}{4}$

2) زاوية الإسناد : $\alpha=\sin^{-1}\left|\frac{3}{4}\right| \Rightarrow \alpha\approx 0.848062\approx 0.85$

3) تحديد الربع : θ تقع في الربع الأول أو الثاني

$\sin\theta=\frac{3}{4}>0$ (موجبة)

4) الحلول : (لا تنسى الشروط)

الربع الأول: $\theta=\alpha$

$\theta\approx 0.85 \in [0,2\pi)$ ≈ 6.28

الربع الثاني: $\theta=\pi-\alpha$

$\theta=\pi-0.85\approx 2.29159$ $\approx 2.29 \in [0,2\pi)$ ≈ 6.28

حل المعادلة هو : $\theta\approx 0.85$ or $\theta\approx 2.29$

لو كانت بدون شرط : $\theta\approx 0.85+2k\pi$ or $\theta\approx 2.29+2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$.

ملاحظة : أي معادلة من هذه المعادلات السابقة أو التالية عكس تعطيك شرط حل وبالتالي لا تزيد $2k\pi$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

دور أول 2015 / 2016

3) حل المعادلة : $2\cos x = -\sqrt{3}$ (نضع θ)

الحل :

1) $\frac{2}{2}\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

2) $\alpha = \cos^{-1}\left|\frac{-\sqrt{3}}{2}\right| \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

3) $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} < 0 \Rightarrow$ x تقع في الربع الثاني أو الثالث (سالبة)

4) $x = (\pi - \alpha) + 2k\pi$ | $x = (\pi + \alpha) + 2k\pi$

$x = (\pi - \frac{\pi}{6}) + 2k\pi$ | $x = (\pi + \frac{\pi}{6}) + 2k\pi$

$= \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \ , k \in \mathbb{Z}$ | $= \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \ , k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ or $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$. حل المعادلة هو :

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

mode 5 3 ← $x^2+3x+2=0$ على حبة أ

دور ثان 2021 / 2022

4) حل المعادلة : $\cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0$

الحل:

ملاحظة: إذا sin أو cos يساوي 1 أو -1 أو 0 فزاوية ربعية

1) $\cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0$

$(\cos x + 2)(\cos x + 1) = 0$

$\cos x + 2 = 0$ or $\cos x + 1 = 0$

$\cos x = -2 \notin [-1, 1]$

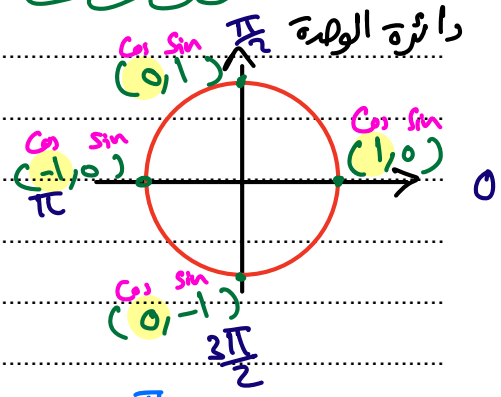
ليس لها حل

$\cos x = -1$

x زاوية ربعية

$\therefore x = \pi + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$.

دائرة الوحدة



$x = \pi + 2k\pi$

حل المعادلة هو:

لا تنس حكم يصف شرط حل.

وحكم المعادلة الي تطلعلك بعد التحليل تكون فرع المعادلة

اي قبل $\cos x = \frac{1}{2}$ أو $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ الخ..

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

5) حل المعادلة : $2\cos\theta\sin\theta = -\sin\theta$

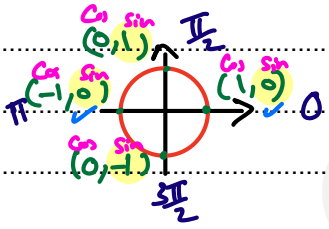
الحل :

$2\cos\theta\sin\theta = -\sin\theta$

$2\cos\theta\frac{\sin\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\sin\theta} = 0$

$\sin\theta\,(2\cos\theta + 1) = 0$

على شكل دائرة



$\sin\theta = 0$ or $2\cos\theta + 1 = 0$

زاوية ربعية : x هي زاوية

$\theta = 0 + 2k\pi$ or $\theta = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$\theta = 2k\pi$

1) $\cos\theta = \frac{-1}{2}$

2) $\alpha = \cos^{-1}\left|\frac{-1}{2}\right| \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

3) $\cos\theta = \frac{-1}{2} < 0 \Rightarrow$ θ تقع في الربع ② أو ③ لأنها سالبة

4) $\theta = (\pi - \alpha) + 2k\pi$ or $\theta = (\pi + \alpha) + 2k\pi$

$\theta = (\pi - \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$ or $\theta = (\pi + \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$

$\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ or $\theta = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

حل المعادلة هو : $\theta = 2k\pi$, $\theta = \pi + 2k\pi$, $\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, $\theta = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

$k \in \mathbb{Z}$.

لو كان هناك شرط حل $\Leftarrow 0 \le \theta < 2\pi$

$\theta = 0 \in [0, 2\pi)$, $\theta = \pi \in [0, 2\pi)$, $\theta = \frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$, $\theta = \frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

* متطابقات المجموع والفرق *

1) $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$

2) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$

3) $\tan(\alpha + \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \tan\beta}$

* متطابقات ضعف ونصف الزاوية *

الضعف	النصف
1) $\cos(2\theta) = \begin{cases} \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ 2\cos^2\theta - 1 \\ 1 - 2\sin^2\theta \end{cases}$	1) $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$
2) $\sin(2\theta) = 2\sin\theta \cdot \cos\theta$	2) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$
3) $\tan(2\theta) = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$	3) $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(4 – 9) متطابقات المجموع والفرق

(5 – 9) متطابقات ضعف و نصف الزاوية

دور أول 2024 / 2023

1) إذا كان :

$$\sin\alpha = \frac{4}{5} \quad , \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

الربع الأول

محكمة تقلل بدالها ∝ زاوية حادة

$$\cos\beta = \frac{-8}{17} \quad , \quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$$

الربع الثاني

أوجد كلا مما يلي :

(1) $sin\,(\alpha+\beta)$ (2) $cos\,(2\alpha)$

طبعاً لبجيب ما لحسب Cos و Sin بكيف بطلب فنك اي لشي؟ Sin2∝ Sin2β Cos∝+β Cos2∝ tan∝+β tan∝ tan∝ Cos∝ اي اشي

الحل :

اول اشي بتعمله لازم يكون عندك من كل زاوية ∝ و β جيبها وكوسينها.

$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-(\frac{4}{5})^2}$

$\cos\alpha = \pm\frac{3}{5}$

$\cos\alpha = \frac{+3}{5}$ ($0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ لأن)

$\sin\beta = \pm\sqrt{1-\cos^2\beta}$

$\sin\beta = \pm\sqrt{1-(\frac{-8}{17})^2}$

$\sin\beta = \pm\frac{15}{17}$

$\sin\beta = \frac{-15}{17}$ ($\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$ لأن)

1) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$= (\frac{4}{5})(\frac{-8}{17}) + (\frac{3}{5})(\frac{-15}{17}) = \frac{13}{85}$

2) $\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$= (\frac{3}{5})^2 - (\frac{4}{5})^2$

$= \frac{-7}{25}$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

2) إذا كان : ربع ثالث

دور ثان 2016 / 2015
دور أول 2022 / 2021
دور أول 2023 / 2022

$$\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

أوجد كلا مما يلي :

$$(1)\ sin\ 2\theta \qquad (2)\ cos\ (\theta + \frac{\pi}{3})$$

الحل :

$\cos\theta = \pm\sqrt{1-\sin^2\theta} \Rightarrow \cos\theta = \pm\sqrt{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$

$\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos\theta = \boxed{\frac{-\sqrt{2}}{2}}$ (لأن $\pi < \theta < \frac{2\pi}{3}$)

1) $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\sin 2\theta = 2\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \boxed{1}$

2) $\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = \cos\theta\cos\frac{\pi}{3} - \sin\theta\sin\frac{\pi}{3}$

$\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = \boxed{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}} \approx 0.2588 \approx 0.26$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

3) إذا كان :

ربع ثالث

$$\sin\theta = -\frac{3}{5} \quad , \quad \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

دور أول 2015 / 2014

دور أول 2017 / 2918

أوجد كلا مما يلي :

$$(1)\ sin\ \frac{\theta}{2} \qquad (2)\ tan\ 2\theta$$

الحل :

$\cos\theta = \pm\sqrt{1-\sin^2\theta} \Rightarrow \cos\theta = \pm\sqrt{1-\left(\frac{-3}{5}\right)^2}$

$\cos\theta = \pm\frac{4}{5} \Rightarrow \cos\theta = \boxed{-\frac{4}{5}}$ (لأن $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$)

1) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \Rightarrow \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\left(\frac{-4}{5}\right)}{2}}$

$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\frac{3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \boxed{+\frac{3\sqrt{10}}{10}}$

لأن $\frac{\pi}{2} < \frac{\theta}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{\theta}{2} < \frac{3\pi}{4}$ (ربع ثاني)

2) $\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{\frac{-3}{5}}{\frac{-4}{5}} = \boxed{\frac{3}{4}}$

$\tan(2\theta) = \frac{2\left(\frac{3}{4}\right)}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}$

$\tan(2\theta) = \boxed{\frac{24}{7}}$

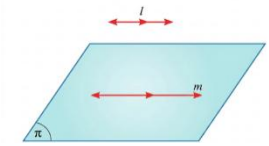
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

(2 – 10) المستقيمات و المستويات المتوازية في الفضاء

حالات تعيين المستوى في الفضاء :

- أي ثلاث نقاط مختلفة ليست على استقامة واحدة تعين مستوى واحدًا فقط .
- أي مستقيم و نقطة خارجة عنه يعينان مستوى واحدًا فقط .
- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستوى واحدًا فقط .
- أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستوى واحدًا فقط .

نظرية (1) : تفيد في إثبات توازي مستقيم مع مستوٍ .



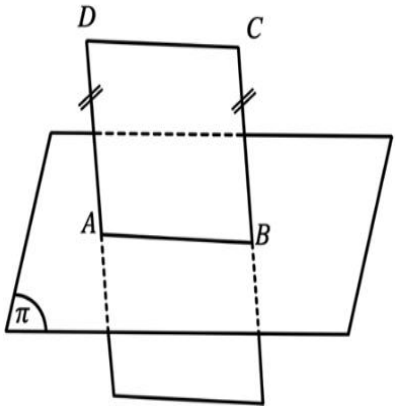
إذا وازى مستقيم خارج مستوٍ مستقيمًا في المستوى ، فإنه يوازي المستوي .

$\because 1)\ \vec{l}$ خارج $\pi \quad 2)\ \vec{l} // \vec{m} \quad 3)\ \vec{m} \subset \pi \longrightarrow \therefore \vec{l} // \pi$

1) في الشكل المقابل :

$\overrightarrow{AB} \subset \pi \ , \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC} \ , AD = BC$

أثبت أن $\overrightarrow{CD} // \pi$



دور أول 2022 / 2023
دور أول 2017 / 2018
دور أول 2024 / 2025

تذكر : متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين و يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا فيه ضلعين متقابلين متوازيين و متطابقيين .

1) تعيين المستوى : $\because \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$

$\therefore$ يعينان مستويًا وحيدًا π مثلاً

2) إثبات التوازي : $\because \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$, $AD = BC$ $\Rightarrow$ الشكل ABCD متوازي أضلاع $\therefore \overrightarrow{DC} // \overrightarrow{AB}$

3) شروط النظرية : $\because$ 1) $\overrightarrow{DC}$ خارج المستوى π
2) $\overrightarrow{DC} // \overrightarrow{AB}$
3) $\overrightarrow{AB} \subset \pi$
$\Rightarrow \therefore \overrightarrow{DC} // \pi$ حسب نظرية (1)

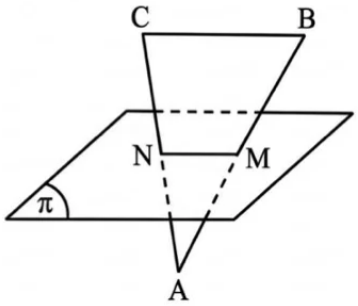
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

في الشكل المقابل :

المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

N, M تنتميان إلى المستوى π

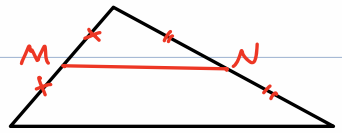
أثبت أن $\overleftrightarrow{BC} // \pi$



دور ثان 2018 / 2019

1) تعيين المستوى ← تعيين المستوى من السؤال
(المثلث ABC)

2) إثبات التوازي : ∵ في $\triangle ABC$

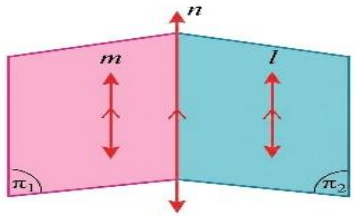


1) $\overline{AB}$ تقطع M
2) $\overline{AC}$ تقطع N
$\Rightarrow \overleftrightarrow{CB} // \overleftrightarrow{NM}$

3) شروط النظرية : ∵ 1) $\overleftrightarrow{CB}$ خارج المستوى π $\Rightarrow \overleftrightarrow{CB} // \pi$
2) $\overleftrightarrow{CB} // \overleftrightarrow{NM}$ ← عكس نظرية ①
3) $\overleftrightarrow{NM} \subset \pi$ (لأن $N, M \in \pi$)

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

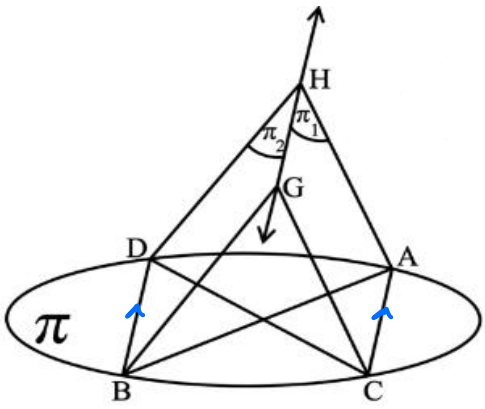
نتيجة (1) : إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًا من هذين المستقيمين .



$\because 1)\ \vec{m} // \vec{l}$ $\quad 2)\ \vec{m} \subset \pi_1$ $\quad 3)\ \vec{l} \subset \pi_2$ $\quad 4)\ \pi_1 \cap \pi_2 = \vec{n} \longrightarrow \therefore \vec{m} // \vec{l} // \vec{n}$

2) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



تذكر : الشكل الرباعي الذي قطراه متطابقان و ينصف كل منهما الآخر هو مستطيل .

دور أول 2021 / 2022 * دور أول 2018 / 2019

دور أول 2016 / 2017 * دور أول 2023 / 2024

$\because$ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطرا به في مستوى الدائرة π

القطرا به متطابقان و ينصف كل منهما الآخر

$\therefore$ وضع الشكل ACBD مستطيل .

$\therefore$ 1) $\overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DB}$

$\because$ 2) $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi_1$

3) $\overleftrightarrow{DB} \subset \pi_2$

4) $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

$\Rightarrow \therefore \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{DB}$

حسب نتيجة (1)

عادي لو تغير الترتيب

$\therefore$ 1) $\overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{AC}$

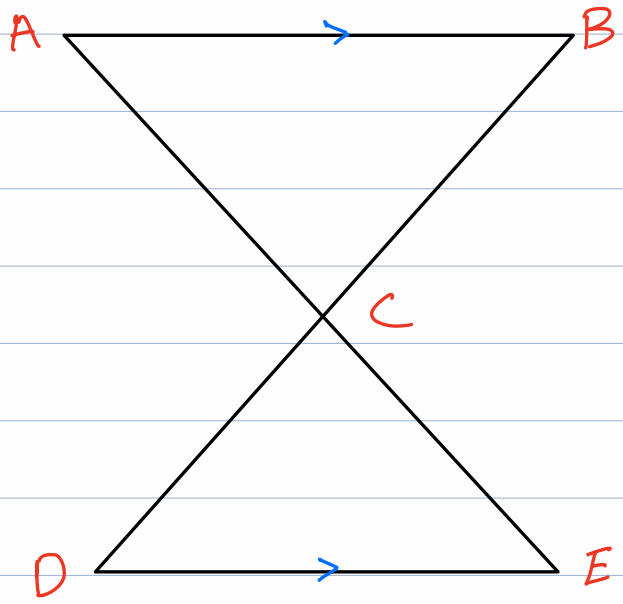
2) π خارج المستوى $\overleftrightarrow{GH}$

3) $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

$\Rightarrow \therefore \overleftrightarrow{GH} // \pi$

حسب نظرية (1)

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى



$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$

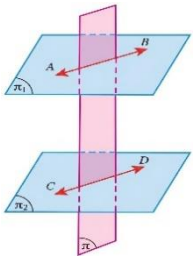
$\therefore \Delta ABC \sim \Delta EDC$

وجه التشابه نستنتج أنه أطوال أضلاع المثلثات ظهرت متناسبة.

$$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{EC}$$

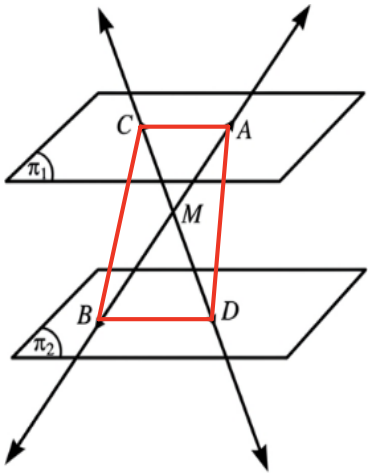
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

نظرية (4) : تفيد في إثبات توازي مستقيمين .



إذا قطع مستوٍ مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين .

$\because$ 1) $\pi_1 // \pi_2$ 2) $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}$ 3) $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$ $\longrightarrow$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$



3) في الشكل المقابل : π_1, π_2 مستويان متوازيان ، M نقطة واقعة بينهما ، حيث $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$ ،

أثبت أن : $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

تذكر : إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث و قطع ضلعيه الآخرين ، فالمثلثين متشابهين والأضلاع المتناظرة متناسبة .

دور أول 2021 / 2022 * دور أول 2015 / 2016 * دور أول 2013 / 2014

$\because \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

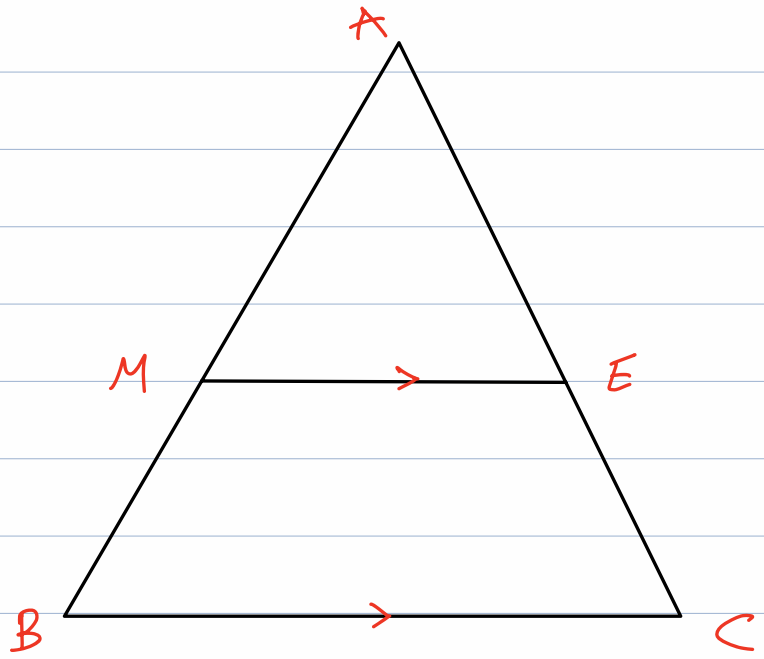
$\therefore$ المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ يعينان مستوًا وحيدًا وليكن π

$\because$ 1) $\pi_1 // \pi_2$
2) $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AC}$
3) $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$
$\Rightarrow$ $\therefore \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{BD}$ من نظرية (4)

وينتج من التوازي : أن المثلثين CAM , DBM متشابهين والأضلاع المتناظرة متناسبة .

$\therefore \frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى



$\because \overleftrightarrow{ME} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AME$

ومن التشابه نستنتج أن الأضلاع المتناظرة متناسبة.

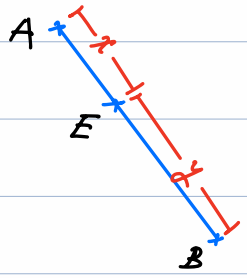
$$\frac{AB}{AM} = \frac{BC}{ME} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

خاصية للتناسب

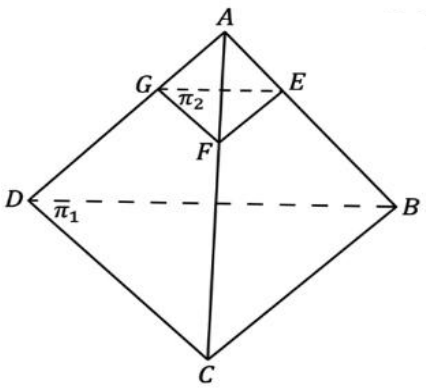
مثال: $\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$

$AE+EB = AB$



جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

4) في الشكل المقابل : $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان



إذا كان : $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$ ، $FG = 6cm$ فأوجد : DC

دور أول 2017 / 2018 * دور ثان 2015 / 2016

الهرم الثلاثي ABCD جميع أوجهه مثلثات ومعينة وهي :

(ABC) , (ACD) , (ABD)

---

1) $\pi_1 // \pi_2$
2) $(ACD) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CD}$
3) $(ACD) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{FG}$
$\Rightarrow \overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{FG}$ من نظرية (4)

ومنه التوازي نستنتج : $\Delta AFG \sim \Delta ACD$

ومن التشابه نستنتج أن :

$\frac{AF}{AC} = \frac{FG}{CD} = \frac{AG}{AD}$ ——— ②

ومن ② , ① نستنتج أن :

$\frac{FG}{CD} = \frac{AE}{AB}$

$\Rightarrow \frac{6}{CD} \times \frac{1}{4} \Rightarrow CD = 6 \times 4 = 24\ cm.$

1) $\pi_1 // \pi_2$
2) $(ABC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{BC}$
3) $(ADC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{EF}$
$\Rightarrow \therefore \overleftrightarrow{EF} // \overleftrightarrow{BC}$ من نظرية (4)

وينتج من التوازي : $\Delta AEF \sim \Delta ABC$

ومنه التشابه نستنتج أن : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ ①

لكن $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AB \rightarrow (AE+EB)} = \frac{1}{1+3}$

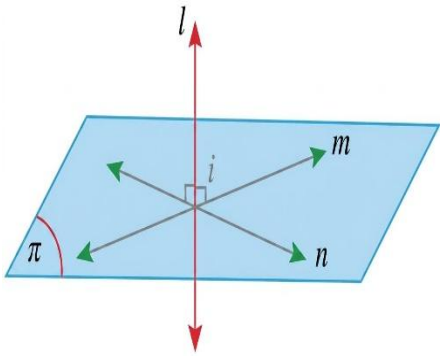
$\frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

تعريف : إذا كان $\vec{l} \perp \pi$ فإن l عموديًا على كل المستقيمات في المستوي π .

نظرية (5) : تفيد في إثبات تعامد مستقيم مع مستوٍ .

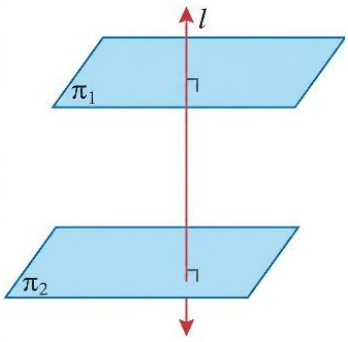
المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديًا على مستويهما .



$\because$ 1) $\overleftrightarrow{n} \cap \overleftrightarrow{m} = \{i\}$ 2) $\vec{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ 3) $\vec{l} \perp \overleftrightarrow{n} \longrightarrow \therefore \vec{l} \perp \pi$

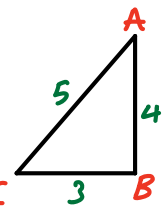
نظرية (6) : تفيد في إثبات توازي مستويين .

إذا كان مستقيم عموديًا على كلٍ من مستويين مختلفين فإنهما يكونان متوازيين .



$\because$ 1) $\vec{l} \perp \pi_1$ 2) $\vec{l} \perp \pi_2 \longrightarrow \therefore \pi_1 // \pi_2$

تذكر: حل المثلث



قائم ؟

الحل: $AC^2 = 5^2 = 25$

$CB^2 + BA^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

$\therefore AC^2 = CB^2 + BA^2$

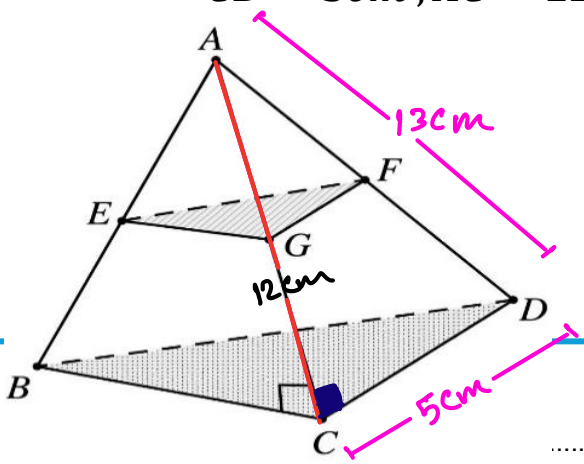
$\Rightarrow$ حسب عكس نظرية فيثاغورث $\triangle ABC$ قائم في B

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

1) في الشكل المقابل : A نقطة خارج المستوي BCD و النقاط E , G , F منتصفات $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ على الترتيب إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{CB}$ و كان $CD = 5cm , AC = 12cm , AD = 13cm$

فأثبت أن : $(EGF) // (BCD)$

دور ثان 2023 / 2024 * منهج كامل 2023 / 2024



في $\triangle ACD$

$\because AD^2 = 13^2 = 169$

$\because AC^2 + CD^2 = 12^2 + 5^2 = 169$

$\therefore AD^2 = AC^2 + CD^2$

$\triangle ACD$ حسب عكس نظرية فيثاغورث

قائم في C

1) $\because \overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{CD}$

2) $\because \overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{BC}$

3) $\because \overleftrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{BC} = \{C\}$

$\Rightarrow \because \overleftrightarrow{AC} \perp (BCD)$ ①

من نظرية (5)

$\because \overline{AD}$ يقطع $\overline{EF}$

$\overline{AC}$ يقطع $\overline{EG}$

$\Rightarrow \because \overleftrightarrow{GF} // \overleftrightarrow{CD}$

$\therefore m(A\hat{G}F) = m(A\hat{C}D) = 90°$

بالتناظر والتوازي .

$\because \overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{GF}$

بالمثل $\because \overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{EG}$

$\because \overleftrightarrow{GF} \cap \overleftrightarrow{EG} = \{G\}$

$\Rightarrow \because \overleftrightarrow{AG} \perp (EGF)$

من نظرية (5)

$\therefore \overleftrightarrow{AC} \perp (EGF)$ ②

من ① و ② نستنتج أن :

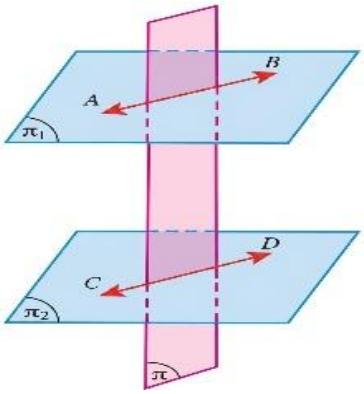
$\because (BCD) // (EGF)$

من نظرية (6)

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

نظرية (4) : تفيد في إثبات توازي مستقيمين .

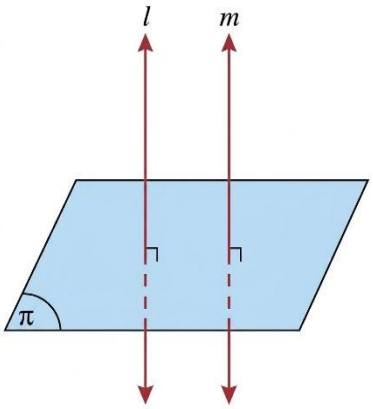
إذا قطع مستوٍ مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين .



$\because$ 1) $\pi_1 \,//\, \pi_2$ 2) $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}$ 3) $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$ $\longrightarrow$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$

نظرية (8) : تفيد في إثبات توازي مستقيمين .

المستقيمان العموديان على مستوٍ متوازيان .



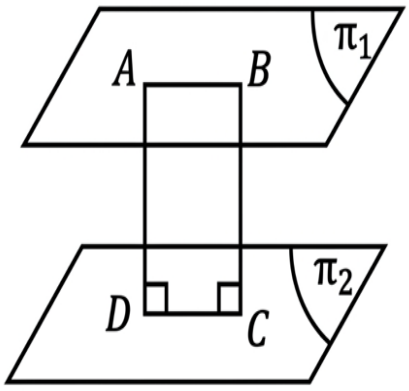
$\because$ 1) $\overleftrightarrow{l} \perp \pi$ 2) $\overleftrightarrow{m} \perp \pi$ $\longrightarrow$ $\therefore \overleftrightarrow{l} \,//\, \overleftrightarrow{m}$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

2) في الشكل المقابل : $\pi_1 \,//\, \pi_2$ ، $A\,,B$ نقطتان في π_1 ، $C\,,D$ نقطتان في π_2

حيث $A,B\,,C\,,D$ في مستوى واحد $\overline{BC} \perp \pi_2$ ، $\overline{AD} \perp \pi_2$

أثبت أن $ABCD$ مستطيل



تذكر : المستطيل هو متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة .

دور أول 2021 / 2022 * دور ثان 2023 / 2024

A, B, C, D جميعها تقع في مستوى واحد ولیكن π

$\overleftrightarrow{AD} \perp \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{BC} \perp \pi_2$ $\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AD} \,//\, \overleftrightarrow{BC}$ ... ①

من نظرية (8)

$\pi_1 \,//\, \pi_2$ ، $\pi_1 \cap \pi = \overleftrightarrow{AB}$ ، $\pi_2 \cap \pi = \overleftrightarrow{DC}$ $\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{DC}$ ... ②

من نظرية (4)

من ① ، ② نستنتج أن الشكل ABCD متوازي أضلاع

$\overleftrightarrow{AD} \perp \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{DC} \subset \pi_2$ $\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{DC}$

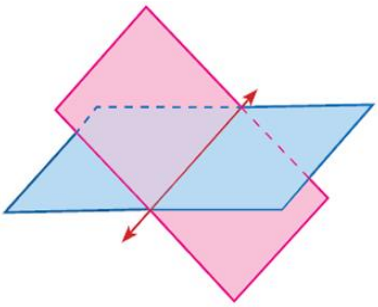
من تعريف التعامد

$m(A\hat{D}C) = 90°$

∴ الشكل ABCD مستطيل (لأنه متوازي أضلاع احدى زواياه قائمة)

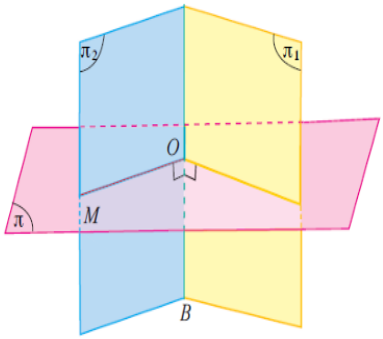
جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

الزاوية بين مستويين (الزاوية الزوجية) :



إذا تقاطع مستويان مختلفان في الفضاء فإنهما يتقاطعان في مستقيم و ينتج من هذا التقاطع أربع زوايا تسمى كل منها **زاوية زوجية** .

تعريف : الزوايا المستوية لزاوية زوجية



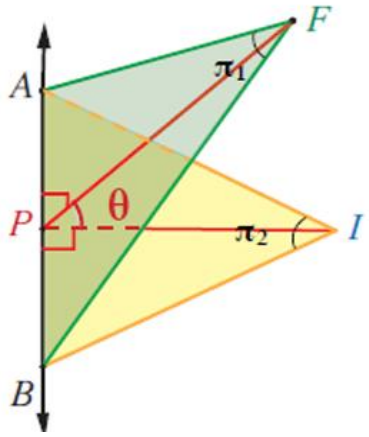
هي الزاوية التي تنشأ من تقاطع الزاوية الزوجية مع مستوٍ عمودي على حافتها .

و يكون قياس الزاوية الزوجية هو قياس إحدى زواياها المستوية

و دائمًا نأخذ قياس الزاوية الحادة .

تدريب : في كل من الأشكال التالية عيّن الزاوية المستوية للزاوية الزوجيّة بين المستويين π_1, π_2 .

1



$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{AB}$

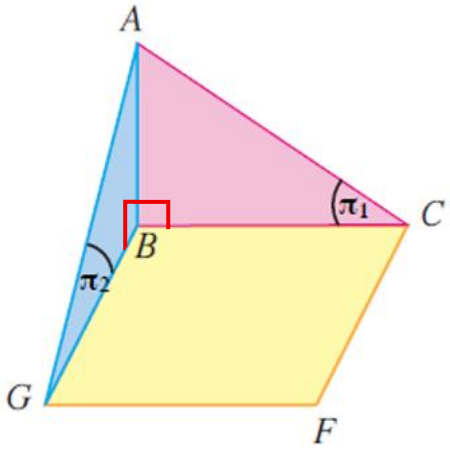
1) $\overleftrightarrow{AB}$ حافة الزاوية الزوجية

2) $\overleftrightarrow{FP} \perp \overleftrightarrow{AB}$, $FP \subset \pi_1$

3) $\overleftrightarrow{IP} \perp \overleftrightarrow{AB}$, $IP \subset \pi_2$

∴ $\hat{FPI}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين π_1, π_2

2



$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{AB}$

1) $\overleftrightarrow{AB}$ حافة الزاوية الزوجية

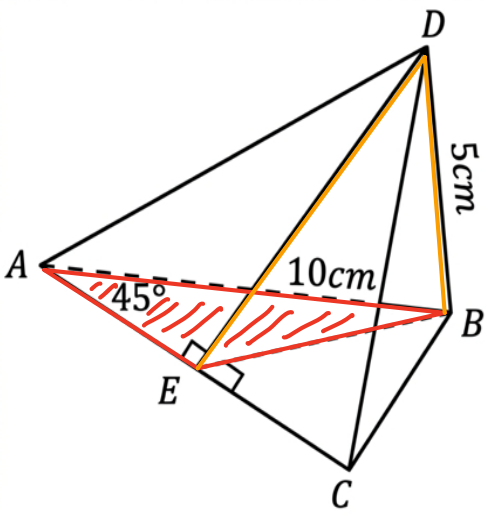
2) $\overleftrightarrow{CB} \perp \overleftrightarrow{AB}$, $CB \subset \pi_1$

3) $\overleftrightarrow{GB} \perp \overleftrightarrow{AB}$, $GB \subset \pi_2$

∴ $\hat{CBG}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين π_1, π_2

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى

الآلة على وضع Deg (الدرجات)



1) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC

$\frac{\pi}{6} = 30°$ عكسه تكون

$BD = 5cm , AB = 10cm , m(B\hat{A}C) = 45°$

$\overline{BD} \perp (ABC) , \overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$

أوجد : 1) BE

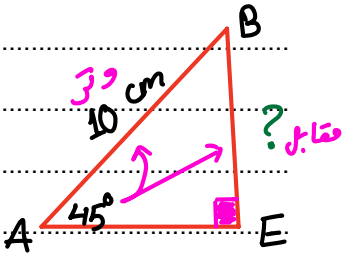
2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين DAC , BAC

دور أول 2022 / 2023 * دور ثان 2017 / 2018

دور أول 2017 / 2018 * دور أول 2013 / 2014

1

$\because \overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{AC} \longrightarrow \therefore \hat{E}$ قائم في ΔBEA



$\sin 45° = \frac{BE}{10} \longrightarrow BE = 10 \times \sin 45° = 5\sqrt{2}\ cm$

المقابل / الوتر

2

$\because$ 1) $(BAC) \cap (DAC) = \overleftrightarrow{AC}$

$\because$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين $\overleftrightarrow{AC}$

$\because$ 2) $\overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{AC} , \overleftrightarrow{BE} \subset (BAC)$

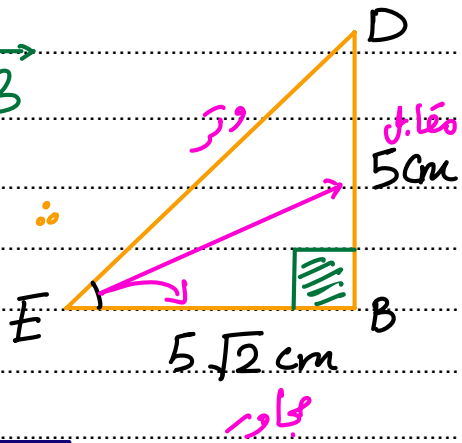
$\because$ 3) $\overleftrightarrow{DE} \perp \overleftrightarrow{AC} , \overleftrightarrow{DE} \subset (DAC)$

$\Rightarrow$ $B\hat{E}D$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين

3

$\because \overleftrightarrow{DB} \perp (ABC) , \overleftrightarrow{EB} \subset (ABC) \Rightarrow \overleftrightarrow{DB} \perp \overleftrightarrow{EB}$

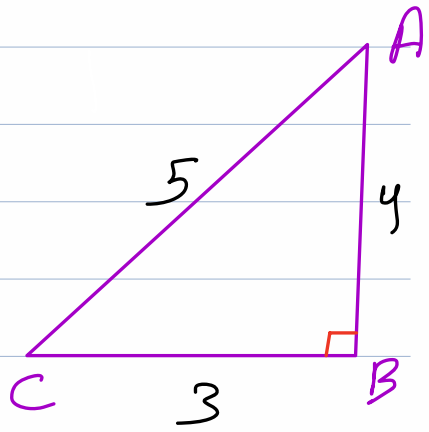
$\because \hat{B}$ قائم في ΔDBE



$\tan(B\hat{E}D) = \frac{5}{5\sqrt{2}}$

$m(B\hat{E}D) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{5\sqrt{2}}\right) \approx \boxed{35.26°}$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى



$\sin(\hat{ACB}) = \frac{4}{5}$

$\tan(\hat{ACB}) = \frac{4}{3}$

ملاحظة على السؤال السابق: إذا طلب السؤال أوجد $\overline{DE}$ بحسبها باستخدام نظرية فيثاغورث

$$DE = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

جميع الحقوق محفوظة لدى الملتقى