

من أقوال الوالد "زايد" رحمه الله

" إن العلم والتاريخ يسيران جنباً إلى جنب، فبالعلم يستطيع الإنسان أن يسطر تاريخه ويحفظه للأجيال، ليطلعوا عليه ويعرفوا ما قام به الأجداد والآباء "



مجمع زايد التعليمي – عود المطينة قسم الرياضيات



مديرة المجمع التعليمي
آمنة لوتاه



أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق

مراجعة 12 عام لقناة يوتيوب



Q. 1

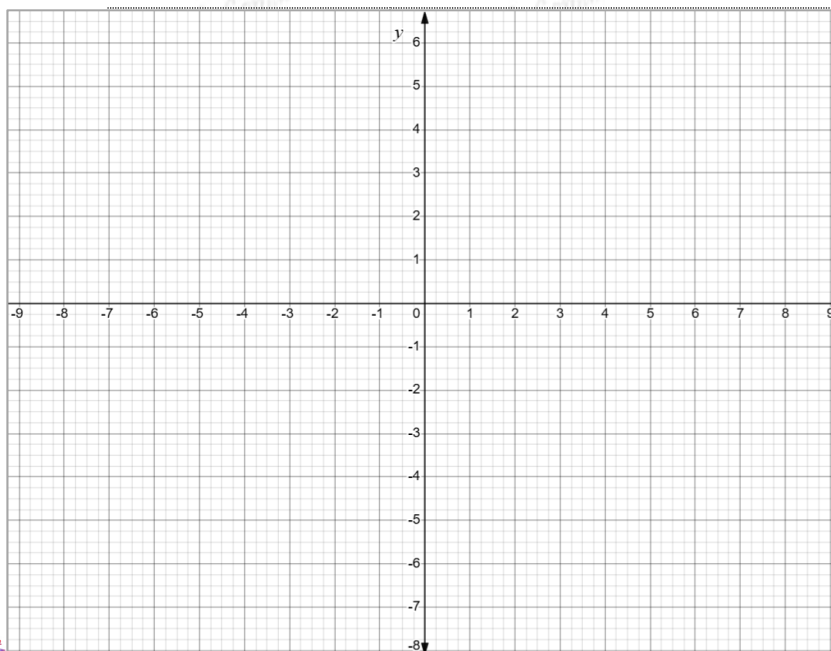
Graph the function,

Find the domain and the range.

$$f(x) = x^2 + 4x + 3$$

مثّل الدالة بيانياً.

ثم أوجد المجال والمدى.



استاذ : مصطفى جمعه

Q. 2

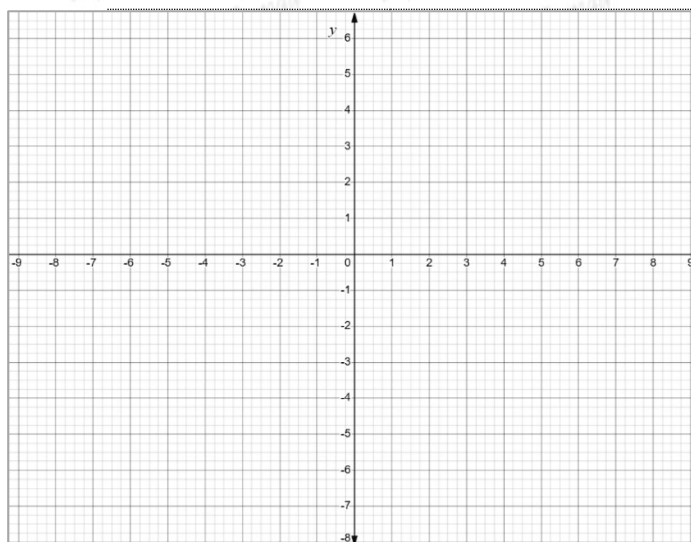
Graph the function,

Find the domain and the range.

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

مثّل الدالة بيانياً.

ثم أوجد المجال والمدى.

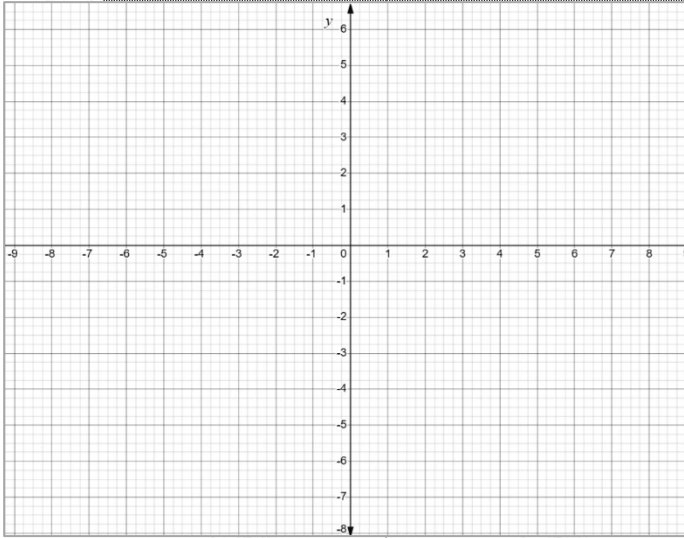


Q. 3

Graph the function,

Find the domain and the range.

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$



مثّل الدالة بيانياً .

ثم أوجد المجال والمدى.

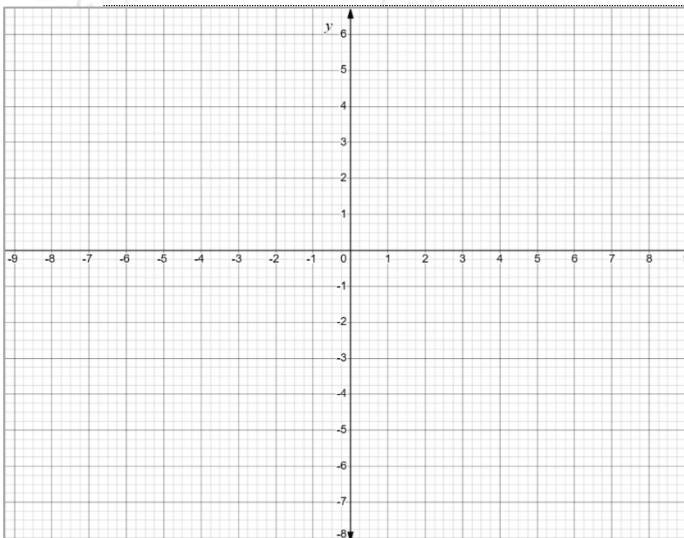
استاذ : مصطفى جمعه

Q. 4

Graph the function,

Find the domain and the range.

$$f(x) = x^2 - 6x - 3$$



مثّل الدالة بيانياً .

ثم أوجد المجال والمدى.

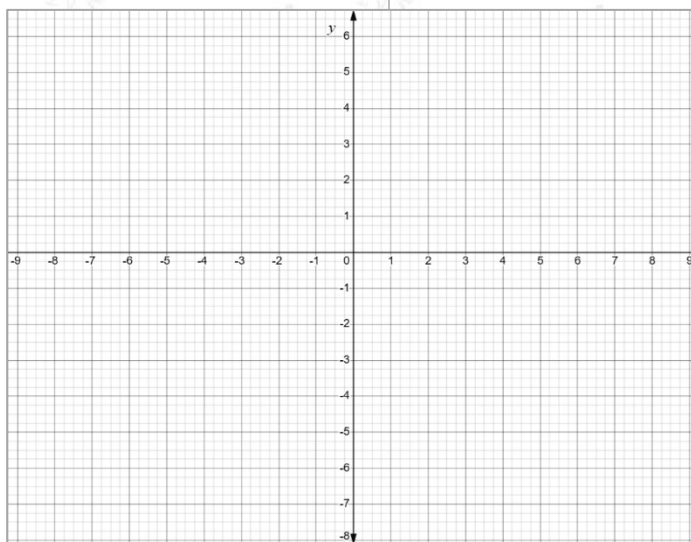


Q.5

Graph the function,

Find the domain and the range.

$$f(x) = 3x^2 - 6x - 5$$



استاذ : مصطفى جمعه

السؤال الثاني

2	حل المعادلات التربيعية باستخدام التمثيل البياني	(4-12)	(10-18)	20
	Solve quadratic equations by graphing.			

Q.4

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل

البياني

$$x^2 + 12 = -8x$$

(a) -2, -6

(b) -6

(c) 2, 6

(d) 2, 4



Q. 5

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل البياني (مقربا الناتج لأقرب

جزء من 10)

$$-x^2 - 5x + 1 = 0$$

(a) 0.9, -11

(b) -1, 9

(c) 0.2, -5

(d) -2, 5

Mr. Moustafa Gomaa

Q. 6

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل البياني واخترا الحل الصحيح

$$-9 = x^2$$

(a) -2, -6

(b) -6

(c) 2, 6

(d) ليس لها حل حقيقي

Q. 7

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل البياني واخترا الحل الصحيح

$$x^2 = 25$$

(a) -2, -6

(b) -6

(c) 5, -5

(d) ليس لها حل حقيقي



Q. 8

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل البياني واختر الحل الصحيح

$$x^2 - 8x = -9$$

(a) 6.6 , 1.4

(b) 2.3 , 1.9

(c) 5.8 , 6.6

(d) ليس لها حل حقيقي

Q. 9

استاذ : مصطفى جمعه



9. **معرض العلوم** بنى زايد صاروخاً تجريبياً. ويمكن تمثيل طيران الصاروخ بالمعادلة الموضحة. حيث h ارتفاع الصاروخ بالمتري بعد t ثانية. فكم مكث الصاروخ في الهواء تقريباً؟

(a) 8.4

(b) 2.3

(c) 5.8

(d) 12

Q. 10

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل البياني واختر الحل الصحيح

$$x^2 + 7x + 14 = 0$$

(a) 6.6 , 1.4

(b) 2.3 , 1.9

(c) 5.8 , 6.6

(d) ليس لها حل حقيقي



Q. 11

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل البياني واختر الحل الصحيح

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

(a) -4 , 6

(b) 4 , -6

(c) 4 , 6

(d) ليس لها حل حقيقي

Q. 12

Solve the equation using the graph.

حل المعادلة بالتمثيل البياني واختر الحل الصحيح

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

(a) 8

(b) 8 , 1

(c) 4 , 6

(d) ليس لها حل حقيقي



مثال 2 تحليل العامل المشترك الأكبر

2C. $6a^5 + 18a^4 = 0$



إكمال المربع في حالة ثلاثي حدود ليس مربعاً كاملاً

Complete the square in quadratic expressions to solve quadratic equations.

مثال 1

24

مثال 1 إكمال المربع

جد قيمة c التي تجعل $x^2 + 4x + c$ ثلاثي حدود مربع كامل.

الطريقة 1 استخدام القطع الجبرية.

رتب القطع من
أجل $x^2 + 4x$
بحيث يكون طرفا
الشكل متطابقين.لجعل الشكل مربعاً،
أضف 4 قطع من
1 الموجبة.

Mr. Moustafa Goma

أساتذ : مصطفى جمعه

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

Complete the square in quadratic expressions to solve quadratic equations.

مثال 2

25

مثال 2 حل معادلة بإكمال المربع

حل المعادلة: $x^2 - 6x + 12 = 19$ بإكمال المربع.

$$x^2 - 6x + 12 = 19$$

$$x^2 - 6x = 7$$

$$x^2 - 6x + 9 = 7 + 9$$

$$(x - 3)^2 = 16$$

$$x - 3 = \pm 4$$

$$x = 3 \pm 4$$

$$x = 3 + 4 \text{ or } x = 3 - 4$$

$$= 7 \quad = -1$$

المعادلة الأصلية

اطرح 12 من كل طرف.

نظراً لأن $\left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$ فأضف 9 لكل طرف.حلل إلى العوامل $x^2 - 6x + 9$.

احسب الجذر التربيعي لكل طرف.

أضف 3 إلى كل طرف.

افصل الحلول.

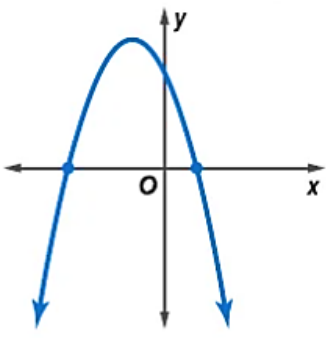
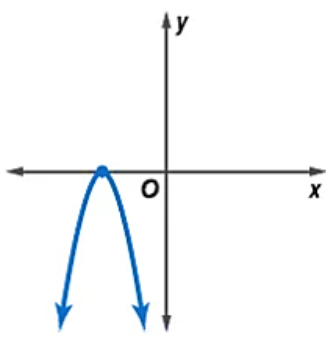
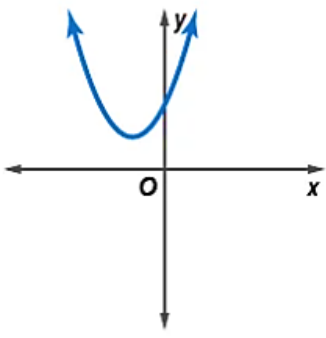
الحلان هما 7 و -1.

تمرين موجه

2. حل $x^2 - 12x + 3 = 8$ بإكمال المربع.

المفهوم الأساسي المميز

تأمل الدالة $ax^2 + bx + c = 0$. حيث a و b و c أعداد نسبية و $a \neq 0$.

قيمة المميز	نوع الجذور وعددها	مثال عن تمثيل بياني لدالة مرتبطة
$b^2 - 4ac > 0$; $b^2 - 4ac$ مربع كامل.	جذران حقيقيان نسبيا	
$b^2 - 4ac > 0$; $b^2 - 4ac$ ليس مربعا كاملاً.	جذران حقيقيان غير نسبيا	
$b^2 - 4ac = 0$	جذر حقيقي نسبي واحد مكرر	
$b^2 - 4ac < 0$	جذران مركبان	

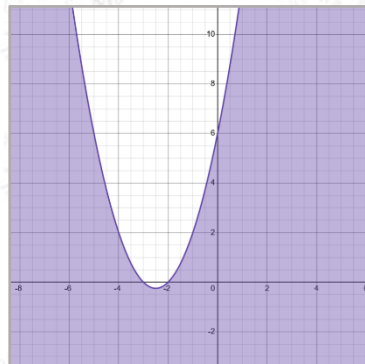
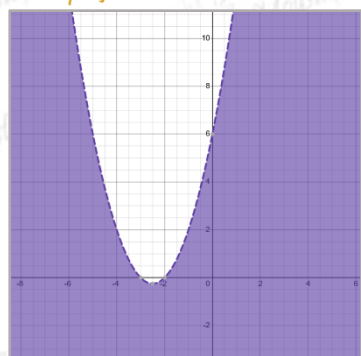
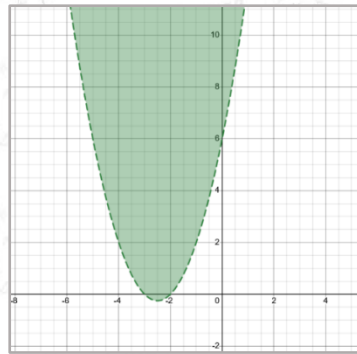
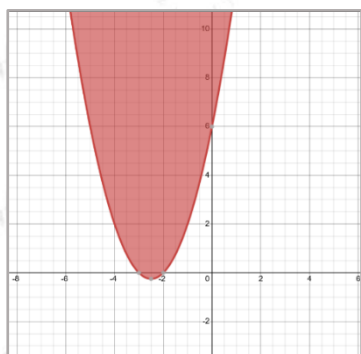


Q. 13

Choose the correct graph for each inequality

اختر التمثيل البياني لكل متباينة

$$y \geq x^2 + 5x + 6$$



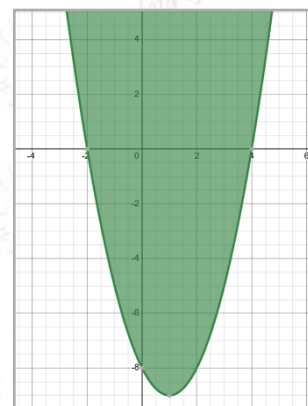
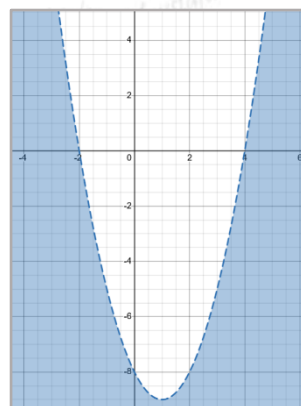
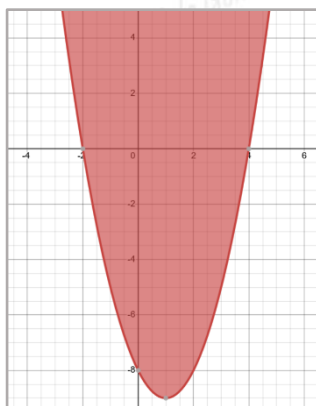
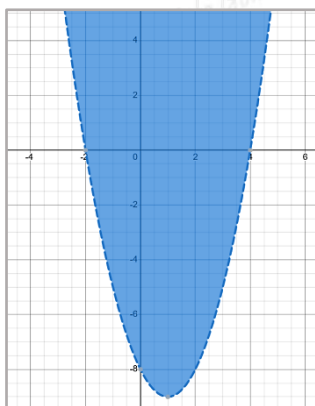
استاذ: مصطفى جمعه

Q. 14

Choose the correct graph for each inequality

اختر التمثيل البياني لكل متباينة

$$x^2 - 2x - 8 < y$$



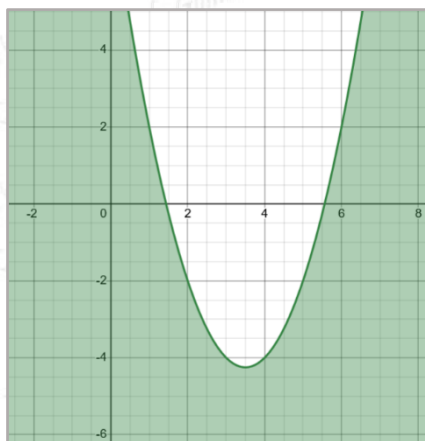
Q. 15

Choose the correct graph for each inequality

اختر التمثيل البياني لكل متباينة

$$y \geq -x^2 - 7x + 8$$

بنفس الطريقة حاول ترسم بنفسك تمثيل بياني تقريبي في المساحة الفارغة.



استاذ : مصطفى جمعه

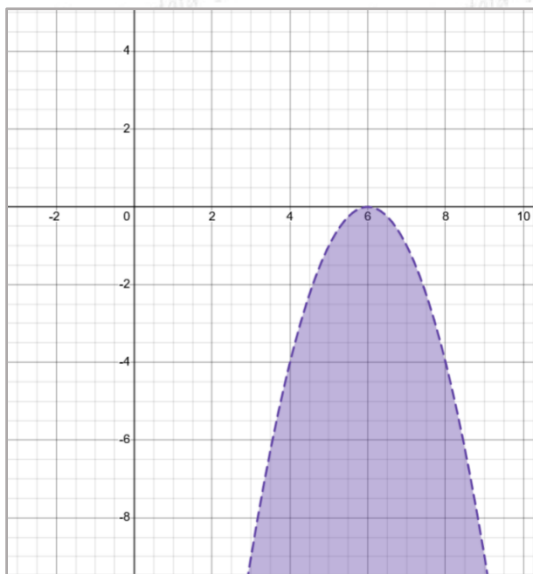
Q. 16

Choose the correct graph for each inequality

اختر التمثيل البياني لكل متباينة

$$-x^2 + 12x - 36 > y$$

بنفس الطريقة حاول ترسم بنفسك تمثيل بياني تقريبي في المساحة الفارغة.



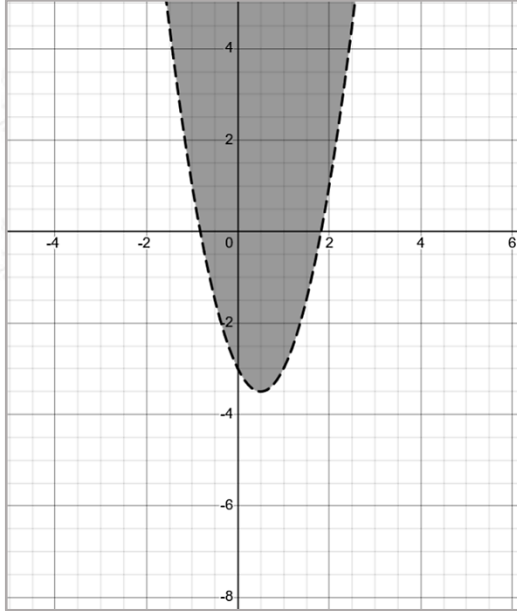
Q. 17

Choose the correct graph for each inequality

اختر التمثيل البياني لكل متباينة

$$y > 2x^2 - 2x - 3$$

بنفس الطريقة حاول ترسم بنفسك تمثيل بياني تقريبي في المساحة الفارغة.



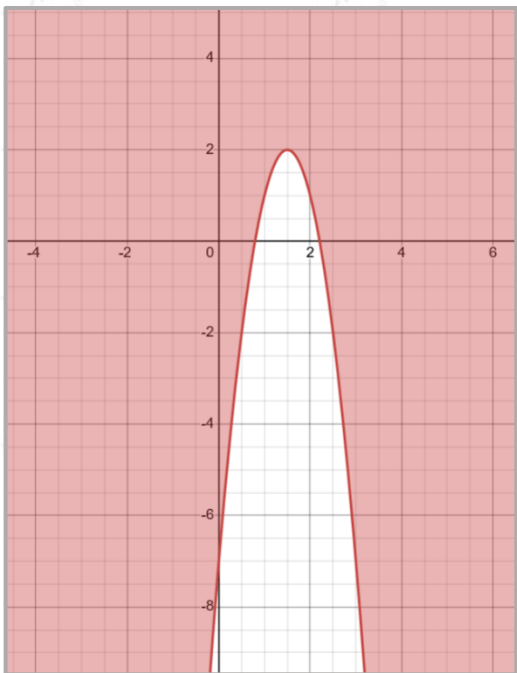
استاذ : مصطفى جمعه

Q. 18

Choose the correct graph for each inequality

اختر التمثيل البياني لكل متباينة

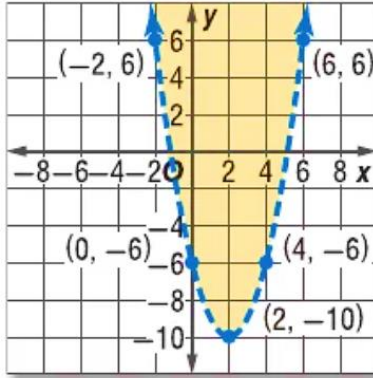
$$y \geq -4x^2 + 12x - 7$$



Write an inequality for each graph

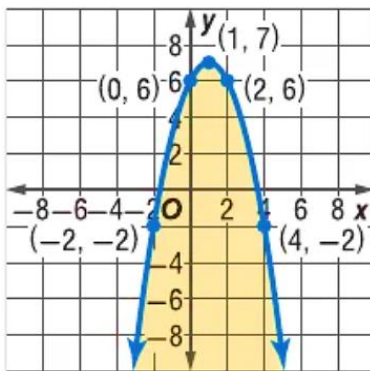
اكتب متباينة تربيعية للتمثيل البياني

46.

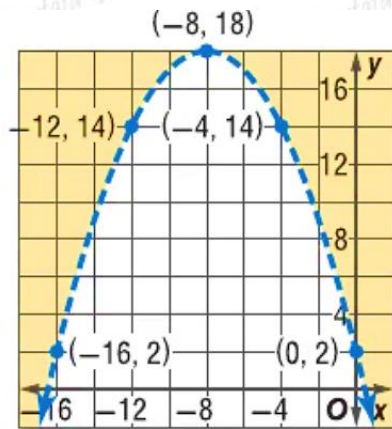


استاذ : مصطفى جمعه

47.



48.




8

إيجاد قيمة الدوال كثيرة الحدود

Graph and analyze polynomial functions.

مثال 1

114

مثال 1 الدرجات والمعاملات الرئيسية

اذكر الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود ذات متغير واحد. وإذا لم تكن كثيرة حدود ذات متغير واحد، فاشرح السبب.

a. $8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3$

هذه كثيرة حدود ذات متغير واحد. وأكبر أس هو 5 ولذلك فالدرجة 5 والمعامل الرئيس هو 8.

b. $12x^2 - 3xy + 8x$

هذه ليست كثيرة حدود ذات متغير واحد لوجود متغيرين فيها، x و y .

c. $3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x$

هذه كثيرة حدود ذات متغير واحد. وأكبر أس هو 8 ولذلك فالدرجة 8 والمعامل الرئيس هو -4.

تمرين موجه

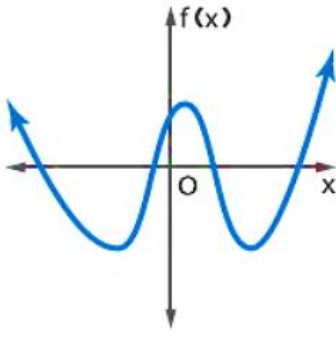
1A. $5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x}$

1B. $5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14$

1C. $8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3$



35.

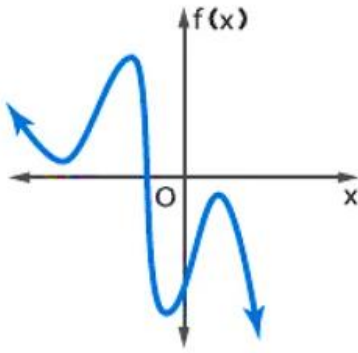


صف السلوك الطرفي للدالة.

حدد هل الدالة فردية أم زوجية الدرجة؟

أذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

36.



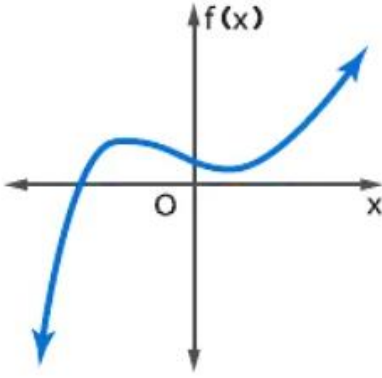
صف السلوك الطرفي للدالة.

حدد هل الدالة فردية أم زوجية الدرجة؟

أذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



37.

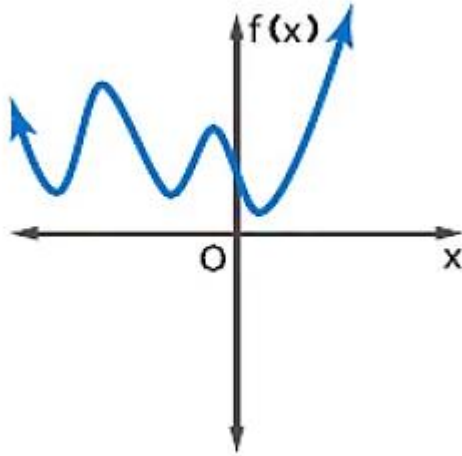


صف السلوك الطرفي للدالة.

حدد هل الدالة فردية أم زوجية الدرجة؟

أذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

38.

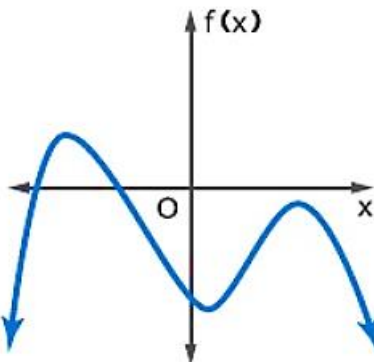


صف السلوك الطرفي للدالة.

حدد هل الدالة فردية أم زوجية الدرجة؟

أذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

39.



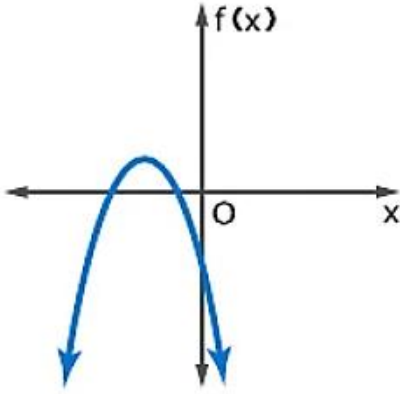
صف السلوك الطرفي للدالة.

حدد هل الدالة فردية أم زوجية الدرجة؟

أذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



40.



صف السلوك الطرفي للدالة.

حدد هل الدالة فردية أم زوجية الدرجة؟

أذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

استاذ: مصطفى جمعه

10	تمثيل الدوال كثيرة الحدود بيانياً وتحديد أماكن الأصفار بها Approximate zeros by graphing polynomial functions.	مثال 2	123
----	---	--------	-----

مثال 2 تحديد مواقع أصفار دالة

حدّد القيم المتعاقبة للعدد الصحيح x التي يقع فيها كل صفر حقيقي لـ $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$.
ثم ارسم التمثيل البياني.

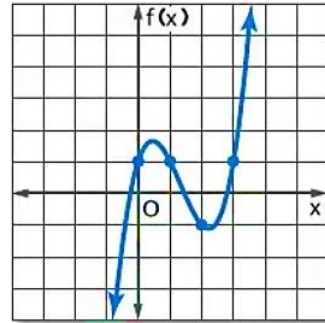
أعد جدولاً للقيم. بما أن $f(x)$ دالة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة، فإما أن يكون لها 3 أصفار حقيقية أو صفر حقيقي واحد. انظر إلى قيم $f(x)$ لتحديد مواقع الأصفار. ثم استخدم النقاط لرسم تمثيل بياني للدالة.

x	$f(x)$
-2	-29
-1	-7
0	1
1	1
2	-1
3	1
4	13

تغيّر في الإشارة

تغيّر في الإشارة

تغيّر في الإشارة



تشير التغيرات في الإشارة إلى أنه توجد أصفار بين $x = -1$ و $x = 0$ ، وبين $x = 1$ و $x = 2$ ، وبين $x = 2$ و $x = 3$.

تمرين موجه

2. حدّد القيم المتعاقبة للعدد الصحيح x التي يقع فيها كل صفر حقيقي للدالة $f(x) = x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x + 1$. ثم ارسم التمثيل البياني.



مثال 3 نقطتا القيمة العظمى والقيمة الصغرى

مثال 3 $f(x) = x^3 - 4x^2 - 2x + 3$ بيانيًا. قدر إحداثيات x التي تحدث عندها القيم العظمى والقيم الصغرى

أعد جدولاً للقيم ومثل الدالة بيانيًا.

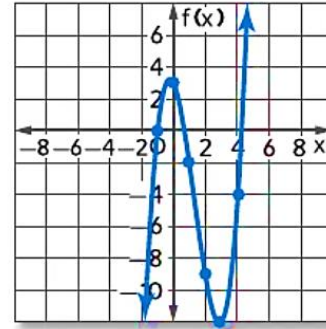
x	$f(x)$
-2	-17
-1	0
0	3
1	-2
2	-9
3	-12
4	-4
5	18

صفر

يشير إلى قيمة نسبية عظمى

يشير إلى قيمة نسبية صغرى

الصفر بين 4 و 5



مثال 3 تبسيط التعابير كثيرة الحدود

حوّل كل تعبير مما يلي لأبسط صورة.

قم بإزالة الأقواس وتجميع الحدود المتشابهة معًا.

وزّع 1-.

جمع الحدود المتشابهة.

ادمج الحدود المتشابهة.

أستاذ : مصطفى حمعة

تمرین موجہ

3B. $(3x^2 - 6) + (-x + 1)$



Q. 11

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$2a(4b + 5)$$

(a) $6ab + 10a$

(b) $8a + 10a$

(c) $8ab + 10$

(d) $8ab + 10a$

Q. 12

استاذ : مصطفى جمعه

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$3x^2(2xy - 3xy^2 + 4x^2y^3)$$

(a) $6x^3y - 9x^3y^2 + 12x^4y^3$

(b) $6x^3y - 6x^3y^2 + 12x^4y^3$

(c) $6x^3y - 9x^2y^2 + 12x^3y^3$

(d) $6x^3y - 9x^3y^2 + 12x^3y^3$

Q. 13

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$(n - 9)(n + 7)$$

(a) $n^2 - 9n + 7$

(b) $n^2 - 2n + 7$

(c) $n^2 - 2n + 49$

(d) $n^2 - 2n + 63$



Q. 14

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$(a + 4)(a - 6)$$

(a) $a^2 - 24a + 24$

(b) $n^2 - 10n + 36$

(c) $a^2 - 2a + 24$

(d) $a^2 - 2a - 36$

Q. 30

استاذ: مصطفى جمعه

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$4p(np - z)$$

(a) $4np^2 - 4pz$

(b) $4p^2 - 4pz$

(c) $4np^2 - 4z$

(d) $4np^2 - z$

Q. 31

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$4x(2x^2 + y)$$

(a) $6x^3 + 4xy$

(b) $8x^3 + 4xy$

(c) $4x^2 + y$

(d) $4x^3 + 4y$



Q. 32

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$(x - y)(x^2 + 2xy + y^2)$$

Mr. Moustafa Gomaa

Q. 33

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$(a + b)(a^3 - 3ab - b^2)$$

استاذ : مصطفى جمعه

Q. 38

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$(x - y)(x + y)(2x + y)$$



Q. 39

Simplify,

حوّل لأبسط صورة:

$$(a + b)(2a + 3b)(2x - y)$$

14

قسمة كثيرات الحدود باستخدام القسمة المطولة
Divide polynomials by using long division.

مثال 1 و مثال 2 & مثال 3

106 & 105

مثال 1 قسمة كثيرة الحدود على أحادية الحد

$$\frac{6x^4y^3 + 12x^3y^2 - 18x^2y}{3xy}$$

حوّل لأبسط صورة

$$\begin{aligned} \frac{6x^4y^3 + 12x^3y^2 - 18x^2y}{3xy} &= \frac{6x^4y^3}{3xy} + \frac{12x^3y^2}{3xy} - \frac{18x^2y}{3xy} \\ &= \frac{6}{3} \cdot x^{4-1}y^{3-1} + \frac{12}{3} \cdot x^{3-1}y^{2-1} - \frac{18}{3} \cdot x^{2-1}y^{1-1} \\ &= 2x^3y^2 + 4x^2y - 6x \end{aligned}$$

مجموع نواتج القسمة

اقسم.

$$y^{1-1} = y^0 \text{ أو } 1$$

حوّل لأبسط صورة.

تمرين موجه

$$1A. (20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf) \div (4cdf)$$

$$1B. (18x^2y + 27x^3y^2z)(3xy)^{-1}$$



مثال 2 خوارزمية القسمة

استخدم القسمة المطولة لإيجاد $(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$.

$$\begin{array}{r}
 x + 8 \\
 x - 5 \overline{) x^2 + 3x - 40} \\
 \underline{(-) x^2 - 5x} \\
 8x - 40 \\
 \underline{(-) 8x - 40} \\
 0
 \end{array}$$

اضرب المقسوم عليه في x حيث $\frac{x^2}{x} = x$.
 اطرح. أنزل الحد التالي.
 اضرب المقسوم عليه في 8 حيث $\frac{8x}{x} = 8$.
 اطرح.

ناتج القسمة هو $x + 8$. والباقي هو 0.

تمرين موجّه استخدم القسمة المطولة لإيجاد كل ناتج قسمة.

2A. $(x^2 + 7x - 30) \div (x - 3)$

2B. $(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1)$

Mr. Moustafa Gomaa

استاذ : مصطفى جمعه



مثال 3 على الاختبار المعياري قسمة كثيرات الحدود

أي تعبير يساوي $(a^2 + 7a - 11)(3 - a)^{-1}$ ؟

A $a + 10 - \frac{19}{3 - a}$

C $-a - 10 + \frac{19}{3 - a}$

B $-a + 10$

D $-a - 10 - \frac{19}{3 - a}$

قراءة فقرة الاختبار

لأن العامل الثاني به الأس -1، فهذه مسألة قسمة.

$$(a^2 + 7a - 11)(3 - a)^{-1} = \frac{a^2 + 7a - 11}{3 - a}$$

حل فقرة الاختبار

استاذ : مصطفى جمعه

$$\begin{array}{r}
 -a - 10 \\
 -a + 3 \overline{) a^2 + 7a - 11} \\
 \underline{(-) a^2 - 3a} \\
 10a - 11 \\
 \underline{(-) 10a - 30} \\
 19
 \end{array}$$

لتسهيل القسمة، أعد كتابة $3 - a$ as $-a + 3$.

$$\begin{array}{l}
 -a(-a + 3) = a^2 - 3a \\
 7a - (-3a) = 10a
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 -10(-a + 3) = 10a - 30 \\
 -11 - (-30) = 19
 \end{array}$$

ناتج القسمة هو $-a - 10$ ، والباقي هو 19.لذلك، $(a^2 + 7a - 11)(3 - a)^{-1} = -a - 10 + \frac{19}{3 - a}$. الإجابة هي C.

تمرين موجه

3. أي تعبير يساوي $(r^2 + 5r + 7)(1 - r)^{-1}$ ؟

F $-r - 6 + \frac{13}{1 - r}$

H $r - 6 + \frac{13}{1 - r}$

G $r + 6$

J $r + 6 - \frac{13}{1 - r}$



15

حل معادلات كثيرات الحدود باستخدام التحليل إلى العوامل

Solve polynomial equations by writing them in quadratic form and factoring.

مثال 5 ومثال 6 & (36-47)

138 & 137

مثال 5 الصيغة التربيعية

اكتب كل تعبير مما يلي بالصيغة التربيعية إذا أمكن.

a. $150n^8 + 40n^4 - 15$

$$150n^8 + 40n^4 - 15 = 6(5n^4)^2 + 8(5n^4) - 15 \quad (5n^4)^2 = 25n^8$$

b. $y^8 + 12y^3 + 8$

لا يمكن كتابة هذا التعبير بالصيغة التربيعية بما أن $y^8 \neq (y^3)^2$.

تمرين موجّه

5A. $x^4 + 5x + 6$

5B. $8x^4 + 12x^2 + 18$

Mr. Moustafa Gomaa

استاذ : مصطفى جمعه



مثال 6 حلّ المعادلات التالية بالصيغة التربيعية

حلّ المعادلة: $18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$.

المعادلة الأصلية

$$2(3x^2)^2 = 18x^4$$

بفرض أن $u = 3x^2$

حلل إلى العوامل.

خاصية ناتج الضرب الصفري

عوّض عن u بـ $3x^2$

اقسم على 3.

احسب الجذر التربيعي.

استاذ: مصطفى جمعه

حلول المعادلة هي 1 و -1 و $\frac{\sqrt{6}}{6}$ و $-\frac{\sqrt{6}}{6}$.

تمرين موجه

6A. $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

6B. $8x^4 + 10x^2 - 12 = 0$



اكتب كل تعبير بصيغة تربيعية، إذا أمكن.

36. $x^4 + 12x^2 - 8$

37. $-15x^4 + 18x^2 - 4$

38. $8x^6 + 6x^3 + 7$

Mr. Moustafa Gomaa

استاذ : مصطفى جمعه

اكتب كل تعبير بصيغة تربيعية، إذا أمكن.

39. $5x^6 - 2x^2 + 8$

40. $9x^8 - 21x^4 + 12$

41. $16x^{10} + 2x^5 + 6$



حل كل معادلة.

42. $x^4 + 6x^2 + 5 = 0$

43. $x^4 - 3x^2 - 10 = 0$

44. $4x^4 - 14x^2 + 12 = 0$

Mr. Moustafa Gomaa

استاذ : مصطفى جمعه

حل كل معادلة.

45. $9x^4 - 27x^2 + 20 = 0$

46. $4x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

47. $24x^4 + 14x^2 - 3 = 0$



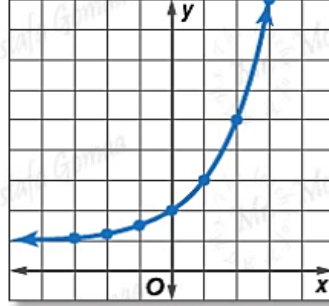
مثال 5 التمثيل البياني للتحويلات

مثّل كل دالة بيانيًا. اذكر المجال والمدى.

a. $y = 2^x + 1$

تمثل المعادلة إزاحة التمثيل البياني لـ $y = 2^x$ وحدة لأعلى.

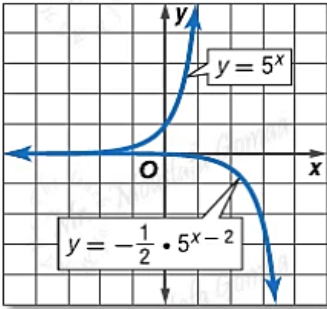
x	$y = 2^x + 1$
-3	$2^{-3} + 1 = 1.125$
-2	$2^{-2} + 1 = 1.25$
-1	$2^{-1} + 1 = 1.5$
0	$2^0 + 1 = 2$
1	$2^1 + 1 = 3$
2	$2^2 + 1 = 5$
3	$2^3 + 1 = 9$



استاذ : مصطفى جمعه

المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}. المدى = $\{y \mid y > 1\}$

b. $y = -\frac{1}{2} \cdot 5^{x-2}$

تمثل المعادلة تحويلاً للتمثيل البياني لـ $y = 5^x$.مثّل $y = 5^x$ بيانيًا وحول التمثيل البياني.• $a = -\frac{1}{2}$: ينعكس التمثيل البياني في المحور الأفقي x وينضغط رأسيًا.• $h = 2$: تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار وحدتين إلى اليمين.• $k = 0$: لا تتم إزاحة التمثيل البياني رأسيًا.المجال = {جميع الأعداد الحقيقية} المدى = $\{y \mid y < 0\}$

تمرين موجّه

1A. $y = 2^{x+3} - 5$

5B. $y = 0.1(6)^x - 3$

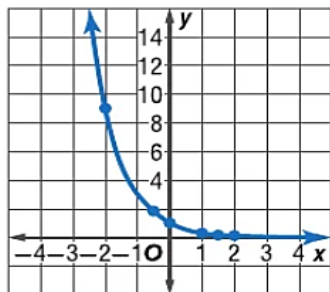


مثال 6 تمثيل دوال التضاؤل الأسّي بيانيًا

ممثل كل دالة بيانيًا. اذكر المجال والمدى.

a. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
-3	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$
-2	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$
$-\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$
0	$\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$
1	$\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$
$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{1}{27}}$
2	$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$



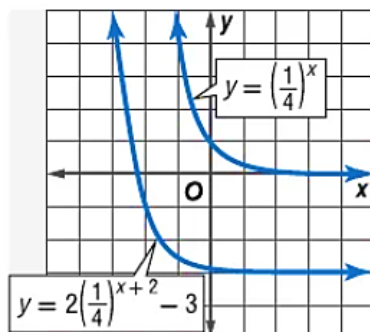
المجال هو جميع الأعداد الحقيقية، والمدى هو جميع الأعداد الحقيقية الموجبة.

b. $y = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 3$

تمثل المعادلة تحويلاً للتمثيل البياني لـ $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

افحص كل معلومة.

- $a = 2$: التمثيل البياني ممتد رأسياً.
- $h = -2$: تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار وحدتين إلى اليسار.
- $k = -3$: تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل.



المجال هو كل الأعداد الحقيقية، والمدى هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من -3.



مثال 1 تصنيف أنواع الدراسة

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعاً أم تجربة أم دراسة مسحية، ثم حدد العينة، واقتراح مجتمعاً إحصائياً يمكن اختيارها منه.



a. **أناشيد** تريد شركة تعمل في تسجيل الأناشيد اختبار ثلاثة تصاميم لفلاف ألبوم. تختار الشركة 50 مراهقاً من المدارس الثانوية المحلية بصورة عشوائية لعرض الأغلفة عليهم ومشاهدة ردود أفعالهم وتسجيلها.

هذه دراسة مسحية، لأن الشركة ستراقب المراهقين دون أن يخضعوا لأي تأثير يتعلق بالدراسة. العينة هي الـ 50 مراهقاً الذين وقع الاختيار عليهم، والمجتمع الإحصائي هو كل المشتريين المحتملين لهذا الألبوم.

b. **إعادة التدوير** يريد مجلس المدينة أن يبدأ برنامجاً لإعادة التدوير. يرسلون استبياناً إلى 200 مواطن بشكل عشوائي يسألونهم فيه عن الأشياء التي يرغبون بإعادة تدويرها.

هذا استطلاع، لأن البيانات يجري تجميعها من إجابات المشاركين في الاستبيان. العينة هي الـ 200 مواطن الذين تلقوا الاستبيان، والمجتمع الإحصائي هو كافة مواطني المدينة.

تمرين موجّه

1A. **أبحاث** قام علماء بدراسة سلوك مجموعة واحدة من القطط تم إعطاؤها علاجاً للديدان القلبية، في حين تم إعطاء مجموعة أخرى من القطط علاجاً زائفاً أو دواء وهمياً.

1B. **الكتب السنوية** تجري لجنة الكتاب السنوي دراسة لتحديد ما إذا كان الطلاب سيُفضلون الحصول على نسخة مطبوعة من الكتاب السنوي أم نسختين مطبوعة ورقمية من الكتب السنوية.



حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعاً أم تجربة أم دراسة مسحية، ثم حدد العينة، واقترح مجتمعاً إحصائياً يمكن اختيارها منه.

10. **غذاء** أجرى متجر بقالة دراسة تم فيها اختيار العملاء عشوائياً ثم طلب منهم تقديم تعليقاتهم على تجربتهم في التسوق.

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعاً أم تجربة أم دراسة مسحية، ثم حدد العينة، واقترح مجتمعاً إحصائياً يمكن اختيارها منه.

11. **درجات** تختار مجموعة بحثية 80 طالب كلية عشوائياً. أخذ نصفهم مقرر فيزياء في المدرسة الثانوية. وتُقارن درجاتهم بمقرر فيزياء في الكلية.

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعاً أم تجربة أم دراسة مسحية، ثم حدد العينة، واقترح مجتمعاً إحصائياً يمكن اختيارها منه.

12. **صحة** قامت مجموعة بحثية باختيار 100 فرد بطريقة عشوائية للمشاركة في دراسة لتحديد ما إذا كان تناول ثمار التوت الأزرق يقلل من خطر الإصابة بأمراض القلب للبالغين أم لا.

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعاً أم تجربة أم دراسة مسحية، ثم حدد العينة، واقترح مجتمعاً إحصائياً يمكن اختيارها منه.

13. **تلفاز** أرسلت إحدى شبكات التلفاز استبياناً إلى مجموعة أشخاص تم اختيارهم عشوائياً من جميع أنحاء الدولة لتحديد ما إذا كانوا يفضلون مشاهدة المسلسلات الهزلية أم الدرامية.

إعداد دراسة إحصائية	مثال 3 و 21 (18-21)	240 & 237
Classify sampling methods and identify bias in samples and survey questions.		

مثال 3 تحديد التحيز في أسئلة الاستطلاع

حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيّزاً أو غير متحيّز. وإن كان متحيّزاً، فاشرح استنتاجك.

a. ألا توافق على وجوب تقديم الكافيتريا لطعام صحي؟

هذا السؤال متحيّز لأنه يشجع على اختيار إجابة معينة. فعبارة "ألا توافق" تشجعك على الموافقة بضرورة تقديم الكافيتريا طعاماً صحياً.

b. ما مقدار ممارستك للتمارين الرياضية؟

هذا السؤال غير متحيّز لأنه واضح التعبير ولا يشجع على إجابة معينة.

تمرين موجّه

إعداد دراسة شرح <https://youtu.be/TEkjYkjmMds>

3A. كم كأساً من الماء تشرب يومياً؟

3B. هل تفضل مشاهدة أفلام الحركة المشوقة أم الأفلام الوثائقية المملة؟



حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيّزاً أم غير متحيّز. وإن كان متحيّزاً، فاشرح استنتاجك.

18. هل تعتقد أن المدرسة بحاجة إلى صالة رياضية وملعب لكرة القدم جديدين؟

19. ما فريق كرة القدم الذي تشجعه، برشلونة أم ريال مدريد؟

20. هل تمارس أي رياضة غير مدرسية؟

21. ألا توافق بأنه ينبغي مرافقة الكبار للطلاب الصغار عند ذهابهم إلى المدرسة؟

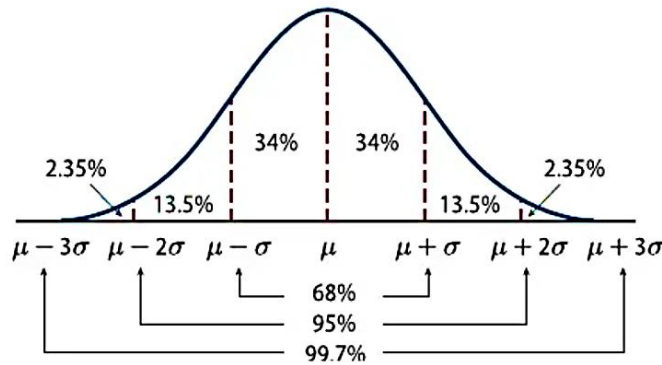
Mr. Moustafa Goma

استاذ : مصطفى جمعه

20	إيجاد المساحة الواقعة تحت منحنى التوزيع الطبيعي	المفهوم الأساسي القاعدة التجريبية	273
	Analyze normally distributed variables by using the Empirical Rule.		

المفهوم الأساسي القاعدة التجريبية

في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ . بنطبق ما يلي:



- تقع تقريباً 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$.



Q. 21

Find the value of the discreminant – the
number and type of roots

Find accurate solutions using common law

$$2x^2 + 3x - 3 = 0$$

أوجد قيمة المميز

عدد الجذور ونوعها

أوجد الحلول الدقيقة باستخدام القانون العام

استاذ : مصطفى جمعه

Q. 22

Find the value of the discreminant – the
number and type of roots

Find accurate solutions using common law

$$4x^2 - 6x + 2 = 0$$

أوجد قيمة المميز

عدد الجذور ونوعها

أوجد الحلول الدقيقة باستخدام القانون العام



Q. 23

Find the value of the discriminant – the
number and type of roots

أوجد قيمة المميز
عدد الجذور ونوعها

Find accurate solutions using common law

أوجد الحلول الدقيقة باستخدام القانون العام

$$6x^2 + 5x - 1 = 0$$

استاذ : مصطفى جمعه

Q. 24

Find the value of the discriminant – the
number and type of roots

أوجد قيمة المميز
عدد الجذور ونوعها

Find accurate solutions using common law

أوجد الحلول الدقيقة باستخدام القانون العام

$$6x^2 - x - 5 = 0$$



مثال 4 القسمة التركيبية

استخدم القسمة التركيبية لإيجاد $(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & \downarrow & & & \\ & 2 & & & \end{array}$$

الخطوة 1 اكتب معاملات المقسوم. وكتب الثابت r في الصندوق. وفي هذه الحالة. $r = 4$. أنزل المعامل الأول. 2. إلى الأسفل.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & & 8 & & \\ \hline & 2 & & & \end{array}$$

الخطوة 2 اضرب المعامل الأول في r : $2 \cdot 4 = 8$. وكتب ناتج الضرب تحت المعامل الثاني.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & & 8 & & \\ \hline & 2 & -5 & & \end{array}$$

الخطوة 3 اجمع ناتج الضرب والمعامل الثاني: $-13 + 8 = -5$.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & & 8 & -20 & 24 \\ \hline & 2 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

الخطوة 4 اضرب المجموع -5 . في r : $-20 = 4 \times -5$. وكتب ناتج الضرب تحت المعامل التالي. واجمع: $26 + (-20) = 6$. اضرب المجموع. 6 في r : $6 \cdot 4 = 24$. اكتب ناتج الضرب تحت المعامل التالي واجمع: $-24 + 24 = 0$.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 6 \\ (\times) \quad x - 4 \\ \hline -8x^2 + 20x - 24 \\ 2x^3 - 5x^2 + 6x \\ \hline 2x^3 - 13x^2 + 26x - 24 \end{array}$$

التحقق اضرب ناتج القسمة في المقسوم عليه. وينبغي أن تساوي الإجابة المقسوم.

يساوي ناتج القسمة $2x^2 - 5x + 6$ والباقي هو 0.

مثال 5 المقسوم عليه بمعامل رئيسي لا يساوي العدد 1

استخدم القسمة التركيبية لإيجاد $(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div (3x + 1)$.

$$\frac{3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x}{3x + 1} = \frac{(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div 3}{(3x + 1) \div 3}$$

$$= \frac{x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{3}x}{x + \frac{1}{3}}$$

أعد كتابة المقسوم عليه بحيث يساوي
معامل القوى الأعلى 1. ثم اقسّم البسط
والمقام على 3.
بسّط البسط والمقام.

نظرًا لأن البسط لا يحتوي على حد ثابت، فاستخدم المعامل 0 للحد الثابت.

$$x - r = x + \frac{1}{3}, \text{ إذا } r = -\frac{1}{3} \rightarrow \begin{array}{r|rrrrr} -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} & 0 \\ & & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \hline & 1 & -2 & 1 & 2 & -\frac{2}{3} \end{array}$$

استاذ: مصطفى جمعه

الناتج هو $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{\frac{2}{3}}{x + \frac{1}{3}}$. والآن بسّط الكسر.

$$\frac{\frac{2}{3}}{x + \frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \div \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

أعد الكتابة كتعبير قسمة.

$$= \frac{2}{3} \div \frac{3x + 1}{3}$$

$$x + \frac{1}{3} = \frac{3x}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3x + 1}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{3x + 1}$$

اضرب في المعكوس.

$$= \frac{2}{3x + 1}$$

بسّط.

الحل هو $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{2}{3x + 1}$.

التحقق اقسّم باستخدام القسمة المطولة.

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + x + 2 \\ 3x + 1 \overline{) 3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x} \\ \underline{(-) 3x^4 + x^3} \\ -6x^3 + x^2 \\ \underline{(-) -6x^3 - 2x^2} \\ 3x^2 + 7x \\ \underline{(-) 3x^2 + x} \\ 6x + 0 \\ \underline{(-) 6x + 2} \\ -2 \end{array}$$

الناتج هو $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{2}{3x + 1}$ ✓

23

تحليل كثيرات الحدود إلى العوامل

Solve polynomial equations by factoring.

(20-29)

138

Q. 20

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$8c^3 - 27d^3$$

Q. 21

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$64x^4 + xy^3$$

استاذ : مصطفى جمعه

Q. 22

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$a^8 - a^2b^6$$

Q. 23

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$x^6y^3 - y^9$$



Q. 24

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$18x^6 + 5y^6$$

Q. 25

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$w^3 - 2y^3$$

Q. 26

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$gx^2 - 3hx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 6fx^2 + 3hy^2$$



Q. 27

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$12ax^2 - 20cy^2 - 18bx^2 - 10ay^2 + 15by^2 + 24cx^2$$

 Mr. Moustafa Gomaa

Q. 28

استاذ : مصطفى جمعه

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$a^3x^2 - 16a^3x + 64a^3 - b^3x^2 + 16b^3x - 64b^3$$

Q. 29

Analyze polynomials or write initial.

حلل كثيرة الحدود أو اكتب أولية.

$$8x^5 - 25y^3 + 80x^3 - x^2y^3 + 200x^3 - 10xy^3$$



24

حل المعادلات الأسية

Solve exponential equations in one variable.

(1-4,12,14)

218

Q. 1

Solve each exponential equation,

حل كل معادلة أسية:

$$3^{5x} = 27^{2x-4}$$

 Mr. Moustafa Goma

Q. 2

Solve each exponential equation,

حل كل معادلة أسية:

$$16^{2y-3} = 4^{y+1}$$

Q. 3

Solve each exponential equation,

حل كل معادلة أسية:

$$2^{6x} = 32^{x-2}$$



Q. 4

Solve each exponential equation,

حل كل معادلة أسية:

$$49^{x+5} = 7^{8x-6}$$

Q. 12

Solve each exponential equation,

حل كل معادلة أسية:

$$256^{b+2} = 4^{2-2b}$$

Q. 14

Solve each exponential equation,

حل كل معادلة أسية:

$$8^{2y+4} = 16^{y+1}$$



مثال 5 إيجاد الاحتمالات

الأرصاد الجوية يتم توزيع درجات الحرارة لأحد الشهور في إحدى مدن دولة الإمارات حيث $\mu = 81^\circ$ و $\sigma = 6^\circ$. جسد كل احتمال، واستخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المقابلة الواقعة تحت المنحنى.

a. $P(70^\circ < X < 90^\circ)$

السؤال هو طلب معرفة النسبة المئوية لدرجات الحرارة بين 70° و 90° . أولاً، جسد قيم z المقابلة لكل من $X = 90$ و $X = 70$.

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{صيغة قيم } z$$

$$= \frac{70 - 81}{6} \quad \sigma = 6 \text{ و } \mu = 81 \text{ و } X = 70$$

$$\approx -1.83 \quad \text{بسط.}$$

استاذ: مصطفى جمعه

استخدم 90 لإيجاد قيمة z الأخرى.

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{صيغة قيم } z$$

$$= \frac{90 - 81}{6} \quad \sigma = 6 \text{ و } \mu = 81 \text{ و } X = 90$$

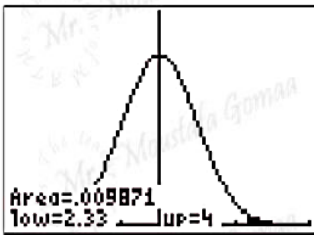
$$\approx 1.5 \quad \text{بسط.}$$

b. $P(X \geq 95^\circ)$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{صيغة قيم } z$$

$$= \frac{95 - 81}{6} \quad \sigma = 6 \text{ و } \mu = 81 \text{ و } X = 95$$

$$\approx 2.33 \quad \text{بسط.}$$



[-4, 4] scl: 1 by [0, 0.5] scl: 0.125

باستخدام حاسبة التمثيل البياني. يمكنك إيجاد أن المنطقة الواقعة بين $z = 2.33$ و $z = 4$ تساوي تقريباً 0.0099.

لذلك، فإن احتمال أن تساوي درجة حرارة مختارة عشوائياً على الأقل 95° هي حوالي 0.1%.



17. **البطاريات** العمر الافتراضي لنوع محدد من البطاريات موزع توزيعاً طبيعياً حيث $\mu = 8$ ساعات و $\sigma = 1.5$ ساعة. جـد احتمال كل مما يلي. (مثال 5)

a. سوف تستمر البطارية لأقل من 6 ساعات.

b. ستعمل البطارية أكثر من 12 ساعة.

c. ستعمل البطارية بين 8 و 9 ساعات.

استاذ : مصطفى جمعه

Mr. Moustafa Gomaa

أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق

