

الرياضيات

الحادي عشر أدبي

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الرابعة

إجابات كراسة التمارين

بإعداد: Hala Labeeb

H.L.



$\therefore \angle A = 40^\circ$

الأسئلة  
المقالية

(٤) ترتيب البيانات تصاعدياً :-

(٦) ترتيب البيانات كما يلي:

١٠٦١٠٦٨٢٨٢٨٢٧٢٧٢٦٢٦٢٦٢٥٢٥٢٥٢٤٢٤

(ب) عدد البيانات (ن) = ۱۵ (خردی)

٨ - ترتيب الوسيط (r) =  $\frac{1+n}{2} = \frac{1+15}{2}$

الوسيط  $(r, s) = 7$

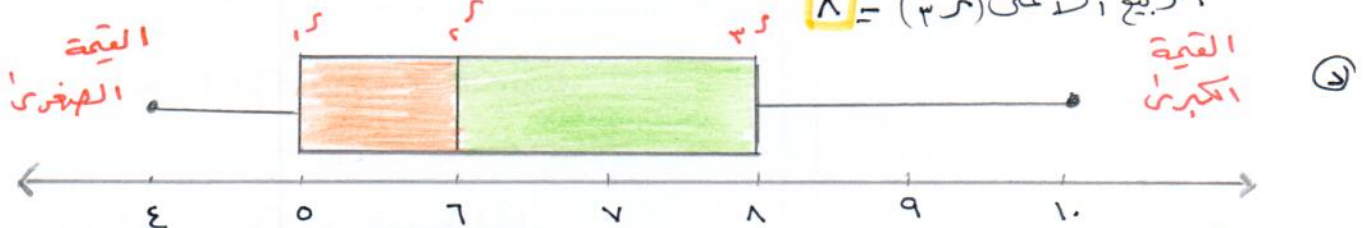
⑦ ن = ۷ (خزری)

∴ ترتيب الربع الأول من (1) =  $\frac{1+n}{2} = \frac{1+7}{2} = 4$

الربيع الأول (ح ١) = ٥

ترتيب الربيع الأعلى (3) =  $\frac{1+7}{2} = \frac{1+9}{2}$

الربيع الأعلى (٣) = ٨



$\underbrace{\quad}_{\text{A}} \rightarrow \text{B}$  (5)

ترتيب البيانات لها عدداً :

تیب البيانات قهه عدياً :

$^{\circ} 28.6$ 
 $^{\circ} 38.6$ 
 $^{\circ} 38.6$ 
 $^{\circ} 37.6$ 
 $^{\circ} 37.6$ 
 $^{\circ} 37.6$ 
 $^{\circ} 34.6$ 
 $^{\circ} 35.6$ 
 $^{\circ} 35.6$ 
 $^{\circ} 35.6$ 
 $^{\circ} 35.6$ 
 $^{\circ} 38.6$

(۱) عدد البيانات (ن) = ۱۵ (زده)

∴ ترتيب الوسيط (r) =  $\frac{n}{2} + \frac{n}{2} + 1$

$$1 + \frac{10}{5} \quad 6 \quad \frac{10}{5} =$$

الوسط (م) =  $\frac{37 + 38}{2} = 37.5$

ن = ۶ (زوج)

ترتيب الربيع، العدد (1) =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

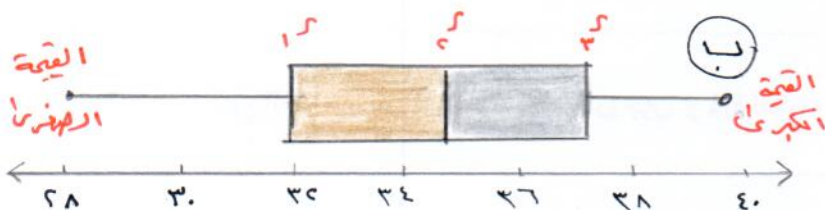
$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

۴۶۳ = ۳۹ + ۳۹ = ۷۸ (۱۰۰)

ترتيب الربيع الأعلى (مرس) =  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

الربيع الأعلى (٣) =  $\frac{٤٦٣}{٣٨٦٣٦} = ٠.٠١٢$



الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المجمع الصاعد
١٠ -	٤	أقل من ٢٠	٤
٢٠ -	٨	أقل من ٣٠	١٢
٣٠ -	٩	أقل من ٤٠	٢١
٤٠ -	٧	أقل من ٥٠	٢٨
٥٠ -	٢	أقل من ٦٠	٣٠

(ب) المجموع = ٣٠

مجموع التكرارات  $n = 30$ ترتيب الوسيط (م)  $= \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$  (بسم ١٢ ١٦ ٢١ ٢٨ ٣٠)

\* الحد الأدنى لفئة الوسيط = ٣٠

\* التكرار المجمع الصاعد الـ ١٥ لفئة الوسيط = ١٢

\* التكرار الأعلى لفئة الوسيط = ٩

\* طول الفئة = ١٠ (طرح ١٠ من ٢٠)

الوسيط (م) =

$$\text{الحد الأدنى لفئة الوسيط} + \frac{\frac{n}{2} - \text{التكرار المجمع الصاعد الـ ١٥ لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأعلى لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الوسيط (م)} = 30 + \frac{15 - 12}{9} \times 10$$

$$= 33,33$$



الفئة	التكرار	أقل من الحد الأدنى للفئة	التكرار المجمع، الصاعد
-١٦٠	٤	أقل من ١٦٥	٤
-١٦٥	١	أقل من ١٧٠	٥
-١٧٠	٤	أقل من ١٧٥	٩
-١٧٥	٦	أقل من ١٨٠	١٥
-١٨٠	٧	أقل من ١٨٥	٢٢
-١٨٥	٢	أقل من ١٩٠	٢٤

(ب) المجموع = ٢٤

مجموع التكرارات (ن) = ٢٤  
ترتيب الربع الأدنى (١٣) =  $\frac{ن}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$

\* الحد الأدنى لفئة الربع الأدنى = ١٧٠

\* التكرار المجمع الصاعد السابق لفئة الربع الأدنى = ٥

\* التكرار الأصلي لفئة الربع الأدنى = ٤

\* طول الفئة = ٥

الربع الأدنى (١٣) =

الحد الأدنى لفئة الربع الأدنى +  $\frac{ن}{٤} - \text{التكرار المجمع الصاعد السابق لفئة الربع الأدنى} \times \text{طول الفئة}$   
التكرار الأصلي لفئة الربع الأدنى

$$\text{الربع الأدنى (١٣)} = ١٧٠ + \frac{٥ - ٦}{٤} \times ٥$$

$$= ١٦١ و ١٦٠$$



الفئة (١)	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٦	٤	أقل من ٨	٤
-٨	٥	أقل من ١٠	٩
-١٠	٧	أقل من ١٢	١٦
-١٢	٤	أقل من ١٤	٢٠
-١٤	٣	أقل من ١٦	٢٣
-١٦	٥	أقل من ١٨	٢٨

المجموع = ٢٨

مجموع التكرارات (ن) = ٢٨

$$\text{ترتيب الربع الأعلى (م)} = \frac{3}{4} \times \frac{28}{2} = \frac{3}{4} \times 14 = 10.5$$

\* الحد الأدنى لفئة الربع الأعلى = ١٤

\* التكرار المتجمع الصاعد السابع لفئة الربع الأعلى = ٢٠

\* التكرار الأصغر لفئة الربع الأعلى = ٣

\* طول الفئة = ٢

الربع الأعلى (م) =

$$\text{الحد الأدنى لفئة الربع الأعلى} + \frac{\frac{3}{4} \times \text{التكرار المتجمع الصاعد السابع لفئة الربع الأعلى}}{\text{التكرار الأصغر لفئة الربع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الربع الأعلى (م)} = 14 + \frac{20 - 14}{3} \times 2$$

$$= 17.33$$

H.L.

١٧ مثال

ترتيب البيانات تصاعدياً :

٧٠ ٦٠ ٦٠ ٦٠ ٥٨ ٥٨ ٥٨ ٥٨ ٥٨ ٥٨ ٥٧ ٥٧ ٥٧ ٥٦ ٥٦ ٥٦

عدد البيانات (ن) = ١٣ (فردية)

$$V = \frac{1+13}{2} = \frac{1+N}{2} = (١٤)$$

الوسيط (١٤) = ٥٨

ن = ٦ (زوجية)

ترتيب الربع الأدنى (١٤) =  $\frac{N}{2} = \frac{6}{2} = 3$ 

$$1 + \frac{6}{2} = 4$$

$$= ٥٦$$

الربع الأدنى (١٤) =  $\frac{٥٦+٥٧}{2}$ 

$$= ٥٦.٥$$

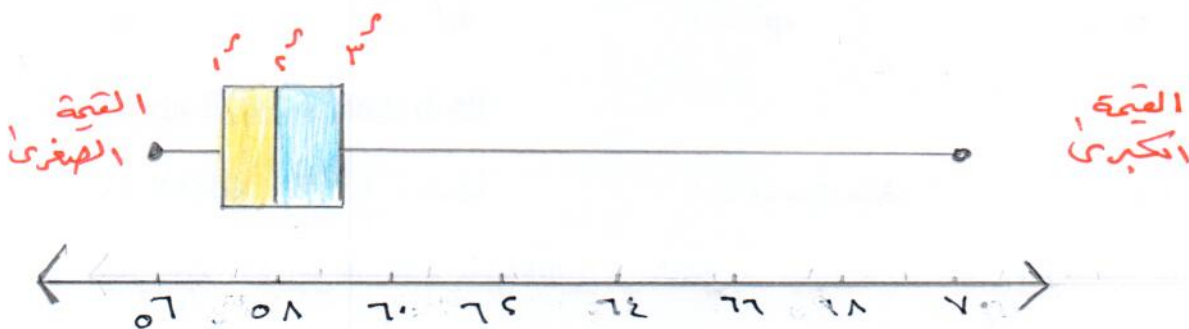
ترتيب الربع الأعلى (١٤) =  $\frac{N}{2} = \frac{6}{2} = 3$ 

$$1 + \frac{6}{2} = 4$$

$$= ٥٩$$

الربع الأعلى (١٤) =  $\frac{٥٨+٦٠}{2}$ 

$$= ٥٩$$



H.L.

٦

٥ مثال

٢

الفئة	التكرار	أقل من الدال أعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٠	١٤	أقل من ٥	١٤
-٥	٥٣	أقل من ١٠	٦٧
-١٠	٤٥	أقل من ١٥	١١٢
-١٥	٩٩	أقل من ٢٠	١٣٤
-٢٠	١٩	أقل من ٢٥	١٤٦
-٢٥	٨	أقل من ٣٠	١٥٤
-٣٠	٦	أقل من ٣٥	١٦٠

المجموع = ١٦٠

ب) مجموع التكرارات (ن) = ١٦٠

$$\text{ترتيب الوسيط } (r) = \frac{n}{2} = \frac{160}{2} = 80$$

\* الدال أدنى لفئة الوسيط = ١٠

\* التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط = ٦٧

\* التكرار الدال لفئة الوسيط = ٤٥

\* طول الفئة = ٥

الوسيط (r) =

$$\frac{\frac{n}{2} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الدال لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة} + \text{الدال أدنى لفئة الوسيط}$$

$$\text{الوسيط } (r) = 10 + \frac{80 - 67}{45} \times 5$$

$$= 11.44$$



⑤ ص ١١

$$\text{ترتيب الربيع الأدنى (١٨)} = \frac{N}{4} = \frac{170}{4} = 42.5$$

$$* \text{ الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى} = 0$$

$$* \text{ التكرار المتجمع الصاعد لفئة الربيع الأدنى} = 14$$

$$* \text{ التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى} = 03$$

$$* \text{ طول الفئة} = 0$$

$$\text{الربيع الأدنى (١٨)} =$$

$$\text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى} + \frac{\frac{N}{4} - \text{التكرار المتجمع الصاعد لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الربيع الأدنى (١٨)} = 0 + \frac{14 - 0}{03} \times 0$$

$$= 0$$

$$\text{ترتيب الربيع الأعلى (٣٨)} = \frac{N}{4} = \frac{170}{4} = 42.5$$

$$* \text{ الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى} = 10$$

$$* \text{ التكرار المتجمع الصاعد لفئة الربيع الأعلى} = 119$$

$$* \text{ التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى} = 99$$

$$* \text{ طول الفئة} = 0$$

$$\text{الربيع الأعلى (٣٨)} =$$

$$\text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى} + \frac{\frac{N}{4} - \text{التكرار المتجمع الصاعد لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

$$\text{الربيع الأعلى (٣٨)} = 10 + \frac{119 - 10}{99} \times 0$$

$$= 10$$

م = السؤال  
 ن : الوسيط  
 ل : المتوسط الحسابي

A histogram showing the frequency distribution of a variable. The x-axis is labeled 'الفئة' (Category) and the y-axis is labeled 'التكرار' (Frequency). The histogram bars are green, and a normal distribution curve is overlaid. The data points are: (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 6), (10, 7), (11, 5), (12, 1).



ترتيب البيانات تصاعدياً :

④ السؤال = ٦ (أكثر العناصر تكراراً)

المتوسط الحسابي =  $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$  =  $\frac{960}{90}$  =  $9,6$   
عدد البيانات (ن) = 90 (فردية)

$$13 = \frac{1+95}{2} = \frac{1+N}{2} = \text{ترتيب الوسيط}$$

الوسط = 17

ب. المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي  
:- يوجد التواء لجهة اليمين (التواء موجب)

H.L.

٩

١٣

ترتيب البيانات تصاعدياً :  
٧ ٤٦ ٦ ٥,٤ ٦ ٤٩ ٧ ٦ ٤٦٩ ٦ ٤٦٤ ٦ ٤٩ ٦ ٣٤٦

١ عدد البيانات (ن) = ٧ (فردى)

$$\therefore \text{ترتيب الوسيط (م)} = \frac{1+n}{2} = \frac{1+7}{2} = 4$$

الوسيط (م) = ٤٦٩

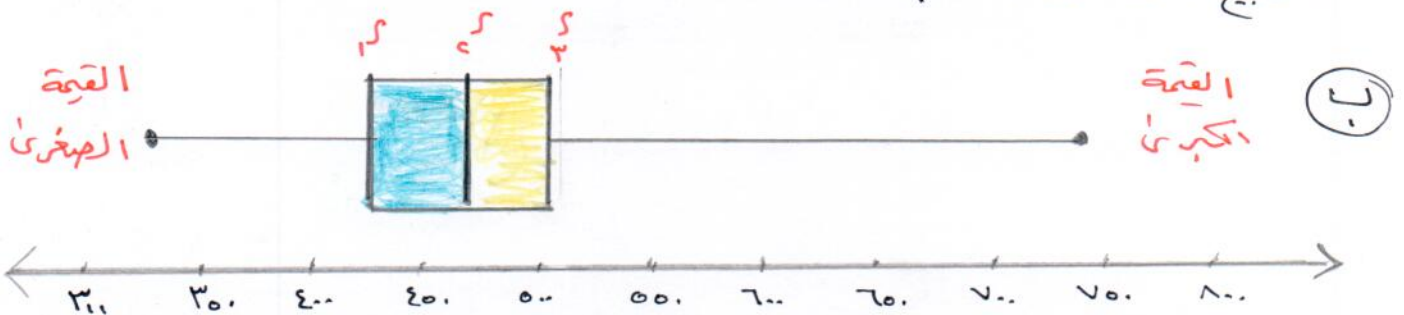
ن = ٣ (فردى)

$$\therefore \text{ترتيب الربع الأدنى (م)} = \frac{1+n}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

الربع الأدنى (م) = ٤٩

$$\text{ترتيب الربع الأعلى (م)} = \frac{1+n}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

الربع الأعلى (م) = ٥,٤



ج - الوسيط أقرب إلى الربع الأعلى منه إلى الربع الأدنى .

$\therefore$  يوجد التواء لجهة اليسار (التواء سالب)



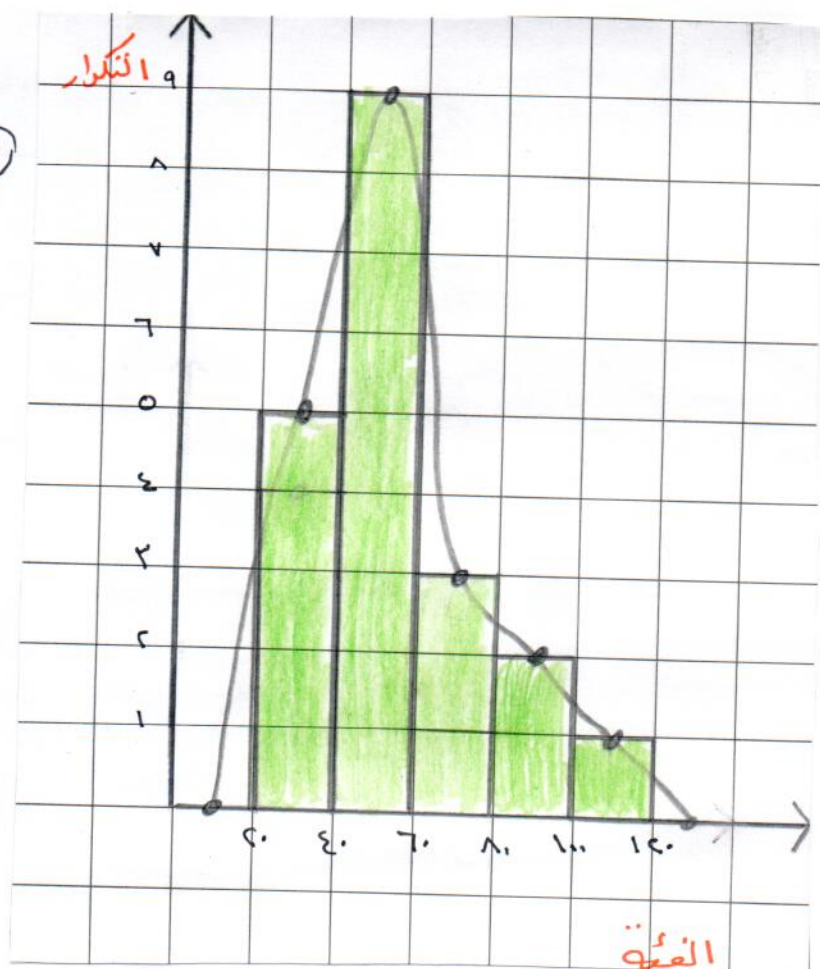
H.L.

١٠

١٤ ص ١٤

١

ب) يوجد التواء لجهة اليمين  
(التواء موجب)



١٤ ص ١٤

ترتيب البيانات تصاعدياً :  
١٧ ٦ ١٥ ٦ ١٢ ٦ ٩ ٦ ٩ ٦ ٧ ٦ ٦ ٦ ٥ ٥ ٥ ٥ ٤ ٤ ٣ ٣ ٢

١) المتوال = ٥

عدد البيانات (ن) = ١٥ (فردية)

$$\therefore \text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+N}{2} = \frac{1+15}{2} = 8$$

الوسيط = ٦

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{108}{15} = 7.2$$

ب)  $\therefore$  المتوال > الوسيط > المتوسط الحسابي

$\therefore$  يوجد التواء لجهة اليمين (التواء موجب)

ترتيب البيانات تصاعدياً :

① مجموع البيانات (ن) = ١٦ (زوجي)

$$= \frac{17}{5} + \frac{17}{5} + 1$$

$\boxed{7.5} = \frac{7.0 + 7.0}{2} = (7.5) \text{ الوسطي}$

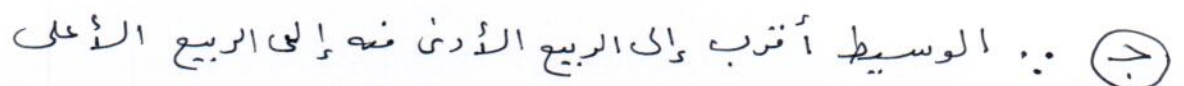
عدد البعثات (ن) = ٨ (زوجي)

$$1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$

∴ الربيع الأدنى (م<sub>1</sub>) =  $\frac{0.8 + 0.8}{2}$  = 0.8

1 + 27 0 27 11

الربيع الدُّعَى (٣٨) =  $\frac{77+70}{2} = 73,5$



١٠. يوجد التّوابع لجهة الحميم (التّوابع موجب)

## ① ص ١٦

ترتيب البيانات تصاعدياً :

١٥ ١٤ ١٣ ١٢ ١١ ١٠ ٩ ٨ ٧

① الحدى = القيمة العظمى - القيمة الصغرى

$$٧ - ١٥ =$$

$$٨ =$$

عدد البيانات (ن) = ٩ (مزدوج)

$$\therefore \text{ترتيب الوسيط} = \frac{١ + ٩}{٢} = \frac{١ + ن}{٢}$$

$$\text{الوسيط} = ١١$$

عدد البيانات (ن) = ٤ (زوجي)

$$\text{ترتيب الربع الأدنى} = \frac{١ + \frac{ن}{٢}}{٢}$$

$$١ + \frac{٤}{٢} =$$

$$٣ =$$

$$\text{الربع الأدنى} = \frac{٨ + ٩}{٢} = ٨,٥$$

$$\text{ترتيب الربع الأعلى} = \frac{١ + \frac{ن}{٢}}{٢}$$

$$١ + \frac{٤}{٢} =$$

$$٣ =$$

$$\text{الربع الأعلى} = \frac{١٣ + ١٤}{٢} = ١٣,٥$$

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{\text{الربع الأعلى} - \text{الربع الأدنى}}{٢}$$

$$= \frac{٨,٥ - ١٣,٥}{٢} = ٢,٥$$

$$\text{ب) المتوسط الكمي (متوسط) = مجموع القيم عددها}$$

$$= \frac{٩٩}{٩} = ١١$$

$$\text{الانحراف المعياري (ع) = } \frac{\sum (س - \bar{س})^٢}{ن}$$

$$= \frac{٦٠}{٩} = ٦,٦٦$$

$$\text{الانحراف المعياري (ع) = } \sqrt{٦,٦٦}$$

$$= ٢,٥٨$$

س	س - س	(س - س)²
٧	-٤	١٦
٨	-٣	٩
٩	-٢	٤
١٠	-١	١
١١	٠	٠
١٢	١	١
١٣	٢	٤
١٤	٣	٩
١٥	٤	١٦
المجموع		٦٠



الفئة	مركز الفئة سواء	التكرار تار	س. خ. تار	س. ر. س	(س. ر. س)'	تار X (س. ر. س)'
٤٤-	٤٣,٥	١١	٣٧٩,٥	٤٧,٤	١٩,٩٨	٧٨٩٩,٧٨٩٩
٤٥-	٤٦,٥	٥٥	١١٦٤,٥	٤٧,١	٩,١٦	٥٤
٤٨-	٤٩,٥	٣٨	١٨٨١	٥٣,١	٣٤,٩	٩٥٤٢,٨٨
٥١-	٥٢,٥	٩٣	١٩٠٧,٥	٥٣,٤	٥٩,٩	٩٨,٩٧١
٥٤-	٥٥,٥	٣	١٦٦,٥	٥٣,٧	٧,٥٦	١٠٠,١٧٠
المجموع		١٠٠	٤٧٩٧			٨٩٦,٠٠٤

ب) المتوسط الحسابي (س) =  $\frac{\sum \text{س. ر. س}}{\sum \text{تار}}$

$\frac{٤٧٩٧}{١٠٠} =$

$٤٧,٩٧ =$

ج) التباين (ع) =  $\frac{\sum \text{تار} \times (\text{س. ر. س})'}{\sum \text{تار}}$

$\frac{٨٩٦,٠٠٤}{١٠٠} =$

$٨,٩٦٠ =$

الدخاف المعياري (ع) =  $\sqrt{٨,٩٦٠}$

$٩,٤٦ =$

\* حساب مركز الفئة (س. ر.)

$\frac{\text{الفئة} + \text{الفئة التالية}}{٢} =$

(٣) ١٧ س = ١٥٠ ، ٥ = ٢٢٥ دينار  
(٤) س = ١٥٠

باستخدام القاعدة التجريبية :

(١) حوالي ٦٨٪ من الأرباح تقع على الفترة : [س - س ، س + س]  
[٢٢٥ - ١٥٠ ، ٢٢٥ + ١٥٠] =  
[١٠٢٥ ، ١٦٧٥] =

(٢) حوالي ٩٥٪ من الأرباح تقع على الفترة : [س - س ، س + س]  
[٢٢٥ × ٢ - ١٥٠ ، ٢٢٥ × ٢ + ١٥٠] =  
[١٧٠٠ ، ١٧٠٠] =

(٣) حوالي ٩٩,٧٪ من الأرباح تقع على الفترة : [س - س ، س + س]  
[٢٢٥ × ٣ - ١٥٠ ، ٢٢٥ × ٣ + ١٥٠] =  
[١٩٢٥ ، ١٩٢٥] =

(ب) نلاحظ أنه المبلغ ... دينار يقع خارج الفترة الأخيرة

[١٩٢٥ ، ١٩٢٥] والتي تناظر ٩٩,٧٪ من الأرباح .  
لذلك من غير المتوقع أنه تكونه أرباح هذه الشركة  
قد وصلت إلى ٢٠٠٠ دينار .

١ ترتيب البيانات تصاعدياً :-  
٢٩ ٦٢ ٨٢ ٩٧ ٦٢ ٥٥ ٢٤ ٦٢ ١٦ ٢٠ ٦١ ٨

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

$$١٨ - ٢٩ = ١١$$

عدد البيانات (ن) = ٨ (زوجي)

ترتيب الوسيط =  $١ + \frac{n}{2}$  و  $\frac{n}{2}$

$$٥ و ٤ =$$

$$\text{الوسيط} = \frac{٢٤ + ٢٥}{2} = ٢٤,٥$$

$$\text{الربيع الأدنى} = \frac{٢٠ + ٢١}{2} = ٢٠,٥$$

$$\text{الربيع الأعلى} = \frac{٢٧ + ٢٨}{2} = ٢٧,٥$$

نصف المدى الربيعي =  $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2}$

$$٣,٥ = \frac{٢٧,٥ - ٢٠,٥}{2}$$

ب)  $\bar{x} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

$$٢٤ = \frac{١٩٢}{8}$$

المتباينة (ع) =  $\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$

$$\frac{١١٢}{8} =$$

$$١٤ =$$

الانحراف المعياري (ع) =  $\sqrt{١٤}$

$$٣,٧٤ =$$

س	س - $\bar{x}$	(س - $\bar{x}$ ) <sup>٢</sup>
١٨	- ٦	٣٦
٢٠	- ٤	١٦
٢١	- ٣	٩
٢٤	٠	٠
٢٥	١	١
٢٧	٣	٩
٢٨	٤	١٦
٢٩	٥	٢٥
المجموع =		١١٢



الفئة	مركز الفئة س	التكرار ت	س × ت	س - س	(س - س) <sup>٢</sup>	ت × (س - س) <sup>٢</sup>
- ٠	٥	١٩٠	٩٥٠	- ٢٢,٦٥٠	٥١١,٨٩	٩٧٢,٥٩١
- ١٠	١٥	٣٠٠	٤٥٠٠	- ١٢,٦٥٠	١٥٩,٣٩	٤٧٨,١٧
- ٢٠	٢٥	٤٧٠	١١٧٥٠	- ٢,٦٢٥	٦,٨٩	٣٢٣,٨٠
- ٣٠	٣٥	٢٨٠	٩٨٠٠	٧,٣٧٥	٥٤,٣٩	١٥٢٢,٩٠
- ٤٠	٤٥	٢٦٠	١١٧٠٠	١٧,٣٧٥	٣٠١,٨٩	٧٨٤,٩١
- ٥٠	٥٥	١٠٠	٥٥٠٠	٢٧,٣٧٥	٧٤٩,٣٩	٧٤٩,٣٩
المجموع	١٦٠٠	٤٤٢٠٠	٣١٦٩٧٤			

$$\textcircled{أ} \text{ المتوسط الحسابي (س)} = \frac{\sum \text{س} \times \text{ت}}{\sum \text{ت}}$$

$$= \frac{٤٤٢٠٠}{١٦٠٠} = ٢٧,٦٢٥$$

$$\textcircled{ب} \text{ البتائية (ع)} = \frac{\sum \text{ت} \times (\text{س} - \text{س})^2}{\sum \text{ت}}$$

$$= \frac{٣١٦٩٧٤}{١٦٠٠}$$

$$= ١٩٨,١$$

$$\sqrt{١٩٨,١} = \text{الانحراف المعياري (ع)}$$

$$= ١٤,٠٧$$

H.L.

١٩ (٣)

$$(١) \quad \bar{S} = 1400 \quad \sigma = 200$$

باستخدام القاعدة التجريبية :

① حوالي ٦٨ ٪ من قيم البيانات تقع على الفترة :  $[\bar{S} - \sigma, \bar{S} + \sigma]$

$$[1400 - 200, 1400 + 200] =$$

$$[1200, 1600] =$$

② حوالي ٩٥ ٪ من قيم البيانات تقع على الفترة :  $[\bar{S} - 2\sigma, \bar{S} + 2\sigma]$

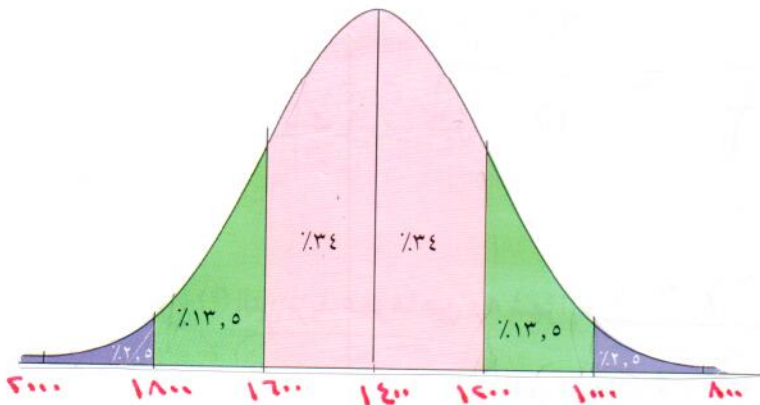
$$[1400 - 2 \times 200, 1400 + 2 \times 200] =$$

$$[1000, 1800] =$$

③ حوالي ٩٩,٧ ٪ من قيم البيانات تقع على الفترة :  $[\bar{S} - 3\sigma, \bar{S} + 3\sigma]$

$$[1400 - 3 \times 200, 1400 + 3 \times 200] =$$

$$[800, 2000] =$$



ب) ∴ الخفض لتوزيع قوة تحمل الأسلاك يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي .

∴ النسبة المئوية للأسلاك المعدنية التي تزيد تحملها عن ١٠٠٠ كجم =

$$97,5\% = 2,5\% + 13,5\% + 34\% + 34\% + 13,5\%$$

المدينة ب

$$س = ٨٠$$

$$س١ = ٧٦$$

$$ق = ٧$$

$$ق١ = \frac{س١ - س}{ق}$$

$$= \frac{٧٦ - ٨٠}{٧}$$

$$= \boxed{-٥}$$

المدينة پ

$$س = ٧٥$$

$$س١ = ٧٠$$

$$ق = ٥$$

$$ق١ = \frac{س١ - س}{ق}$$

$$= \frac{٧٠ - ٧٥}{٥}$$

$$= \boxed{-١}$$

$$-١ > -٥$$

$$ق١ > ق١١$$

∴ وزم الرجل أفضل مقارنةً بأوزان الرجال في المدينة پ أفضل من  
وزم الرجل مقارنةً بأوزان الرجال في المدينة ب .

مع تسمياتي بالتوضيح للجميع



في البندود (١-٧) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (١) في البيانات التالية: ٣، ٨، ١٢، ١٥، ٢٠ نصف المدى الربيعي هو ١٧
- (٢) في البيانات التالية: ٨، ٣٠، ٣١٤، ٣١٦، ٣١٧، ٣٢١، ٣٢١، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦
- (٣) إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو ٤ فإن التباين هو ٢ ← العكس
- (٤) إذا كان المتوسط الحسابي لعينة ما يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٢ والمنحنى على شكل جرس فإن ٩٥٪ من القيم تقع في [١٦، ٢٤]
- (٥) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي  $\bar{x} = ١٤$ ، والانحراف المعياري  $\sigma = ٤$  فإن القيمة المعيارية لـ  $s = ١٦$  هي  $\frac{1}{2}$
- (٦) في التوزيع الطبيعي الفترة  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$  تحتوي على ٩٥٪ من قيم البيانات.
- (٧) في مجموعة بيانات إذا كان المتوسط الحسابي  $\bar{x} = ١٢$  القيمة المعيارية لـ  $s = ١٥$  هي  $\sigma = ٤$ ، فإن الانحراف المعياري  $\sigma = ٧,٥$

١ ترتيب البيانات : ٣ ٨ ١٢ ١٥ ٢٠

↓  
٤

الربيع الأدنى =  $\frac{٨+٣}{٢} = ٥,٥$

الربيع الأعلى =  $\frac{١٢+١٥}{٢} = ١٣,٥$

نصف المدى الربيعي = الربيع الأعلى - الربيع الأدنى

$$١٣ = \frac{١٣,٥ - ٥,٥}{٢}$$

٢ ترتيب البيانات :

٣٣٢٦٣٢٧٦٣٢٦٣٢٦٣٢٥٣٢٤٣٢٣٢١٢٣٢١٢٣١٧٣١٦٣١٤٣٠٨

الربيع الأدنى =  $\frac{٣١٧+٣١٦}{٢}$

$$= ٣١٦,٥$$

٣ الانحراف المعياري =  $\frac{٣١٦,٥ - ٣١٦}{٢}$

٤ هو ٩٥٪ من القيم تقع على الفترة:  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$

$$[١٢ - ٤, ١٢ + ٤] =$$

$$[٨, ١٦] =$$

٥  $\frac{s - \bar{x}}{\sigma} = z$

$$\frac{1}{2} = \frac{١٤ - ١٦}{٤}$$

٧  $\frac{s - \bar{x}}{\sigma} = z$

$$\frac{١٢ - ١٥}{٤} = z \leftarrow \frac{١٢ - ١٥}{٥} = z$$

الاختيار من متعدد: في البنود (٨-١٣)، لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح، ظلّ رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

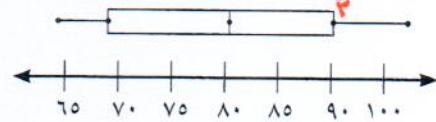
(٨) إذا كانت القيمة المعيارية لـ  $s = 18$  من مجموعة بيانات هي  $u = 75, 0$  والانحراف المعياري  $\sigma = 8$  فإن المتوسط الحسابي  $\bar{s}$  يساوي:

- أ) ٢٤ ☐ ب) ١٢ ☒ ج) ١٢- ☐ د) ٢٤- ☐

(٩) وسيط البيانات التالية: ٥٠، ١، ١٥، ١٥، ٥، ١٠، ١٠، ٢٠، ٢٥، ١٥، هو:

- أ) ١٠ ☐ ب) ١٢,٥ ☒ ج) ١٥ ☐ د) ٢٠ ☐

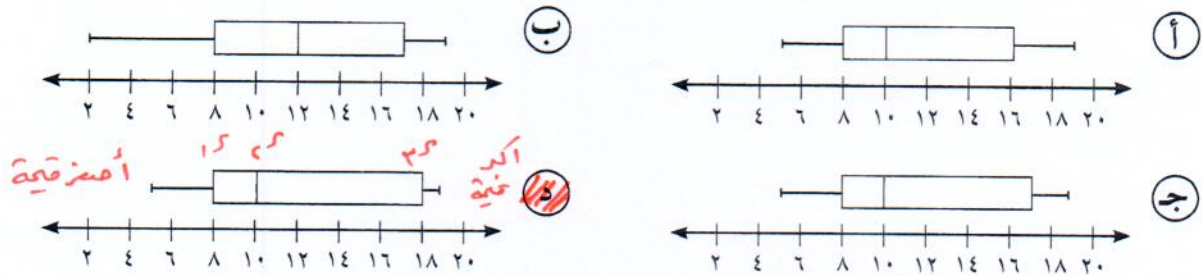
(١٠) من خلال مخطط الصندوق ذي العارضتين التالي، قيمة الربيع الأعلى هي:



- أ) ٧٠ ☐ ب) ٨٠ ☐ ج) ٩٠ ☒ د) ١٠٠ ☐

(١١) البيانات: ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٩، ٩، ٩، ١٠، ١٢، ١٤، ١٧، ١٨، ١٨، ١٩، ١٩ تمثل عدد ساعات استخدام شبكة الإنترنت من قبل طلاب صف الرياضيات.

أي مخطط صندوق ذو العارضتين أدناه يمثل هذه البيانات؟



(١٢) أي مما يلي لا يمثل مقاييس النزعة المركزية.

- أ) المتوسط الحسابي ☐ ب) الوسيط ☐ ج) التباين ☒ د) المنوال ☐

(١٣) في المنحنى التكراري حيث الالتواء لجهة اليمين يكون المتوسط الحسابي:

- أ) أكبر من الوسيط ☒ ب) أصغر من الوسيط ☐ ج) يساوي الوسيط ☐ د) ليس أي مما سبق صحيحاً ☐

H.L.

$$\textcircled{8} \quad \frac{\text{سن} - \text{سن}}{\text{سن}} = ۸$$

$$\frac{۱۸ - \text{سن}}{۸} = ۷۵$$

بافرض التقاطع :

$$۵ \times ۸ = ۱۸ - \text{سن}$$

$$۶ = ۱۸ - \text{سن}$$

$$\text{سن} = ۱۸ - ۶$$

$$= ۱۲$$

۹ ترتیب البيانات تصاعدياً :  
ن = ۱۰ (زوجی)

$$۵۰۶۲۵۶۰۶۱۵۶۱۵۶۱۰۶۱۰۶۱۰۶۵۵۶۱$$

$$\text{ترتيب الوسيط (م)} = \frac{n}{2} \text{ و } \frac{n}{2} + 1$$

$$= \frac{10}{2} \text{ و } \frac{10}{2} + 1$$

$$= ۵ \text{ و } ۶$$

$$\text{الوسيط (م)} = \frac{۵ + ۶}{2} = \frac{۱۱}{2} = ۵.۵$$

۱۱ ترتیب البيانات تصاعدياً :  
ن = ۱۵ (فردی)

$$۱۹۶۱۹۶۱۸۶۱۸۶۱۷۶۱۴۶۱۲۶۱۰۶۹۶۹۶۸۶۷۶۶۶۵$$

ن = ۱۵ (فردی)

$$\text{ترتيب الوسيط (م)} = \frac{n+1}{2} = \frac{۱۵+1}{2} = ۸$$

$$\text{الوسيط (م)} = ۱۰$$

$$\text{الربيع الاذن (م)} = ۸$$

$$\text{الربيع الاعلى (م)} = ۱۸$$



مبدأ العد والتباديل والتوافيق

## Counting Principle, Permutations and Combinations

### المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) ضع قائمة تبين كل الكلمات من ثلاثة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كل من الحروف: م ج د، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

٣- ج-د (مجيد) | ج-د-م (جدم) | د-ج-م (لجيم) | د-ج-م-ج (دمج) | د-ج-م-ج-د (دمج د)  
٤- د-ج-د (دهج) | د-ج-م-د (جمد) | د-م-ج-د (دمج د)

(٢) ضع قائمة تبين كل الكلمات من أربعة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كل من الحروف: س ع ي د، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

ع - س - ي - د (عسيدي)	س - ع - ي - د (سعيد)
ع - س - د - ي (عسدي)	س - ع - د - ي (سعد ي)
ع - ي - د - س (عيسد)	س - ي - ع - د (سيعد)
ع - ي - س - د (عيسد)	س - ي - د - ع (سيديع)
ع - د - ي - س (عديس)	س - د - ع - ي (سدعي)
ع - د - س - ي (كدس)	س - د - ي - ع (سديع)

د - ع - س - ي (دعسي)	ي - س - ع - د (يسعد)
د - ع - ي - س (دعيس)	ي - س - د - ع (يسديع)
د - س - ع - ي (دسعي)	ي - ع - د - س (يدس)
د - س - ي - ع (دسيع)	ي - ع - س - د (يعسد)
د - ي - ع - س (ديعس)	ي - د - ع - س (يدعس)
د - ي - س - ع (ديسع)	ي - د - س - ع (يدسع)

٤ × ٦ = ٢٤ حرفه مختلفه



# تأثيرية ام الحارث الانصارية

في التمارين (٣-٨)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

$$\begin{aligned} (3) \quad 18 &= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \\ (4) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \\ (5) \quad 16 \times 1 &= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \\ (6) \quad 13 \times 10 &= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \\ (7) \quad 13 + 10 &= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \\ (8) \quad 18 - 16 &= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \end{aligned}$$

في التمارين (٩-١٥)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

$$\begin{aligned} (9) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \\ (10) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \\ (11) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \\ (12) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \\ (13) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \\ (14) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \\ (15) \quad 11 &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18} \end{aligned}$$

(١٦) اشترك ٨ طلاب في اختبار الحصول على منحة مدرسية. بكم طريقة مختلفة يمكن توقع الفائزين الثلاثة الأوائل بالترتيب؟

$$\text{عدد الطرق المختلفة} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8} = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$$

(١٧) يمكن لمسافر الاختيار بين ٣ شركات طيران، و ٥ فنادق، و ٤ شركات لتأجير السيارات. بكم طريقة ممكنة يمكنه اختيار شركة الطيران والفندق وشركة تأجير السيارات؟

$$\text{عدد الطرق} = 4 \times 5 \times 3 = 60 \text{ طريقة}$$

(١٨) لدى سلمى ٣ أقلام تلوين (زهري، أزرق، بني). تريد تلوين ٤ دوائر متباعدة (كل دائرة بلون واحد).

$$(أ) \text{ بكم طريقة مختلفة يمكنها تلوين الدوائر؟ } \text{عدد الطرق} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

(ب) بكم طريقة مختلفة يمكنها تلوين الدوائر إذا لم تستخدم اللون الأزرق؟

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$



# ثانوية ام الحارث الانصارية

في التمارين (١٩-٢٥)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحاً خطوات الحل):

$$15 = \frac{14 \times 15}{14} = \frac{15}{\frac{14 \times (14-15)}{14}} \quad (19) \text{ ١٢ ق}$$

$$r_7 = \frac{11 \times 11 \times 11}{11 \times 11 \times 11} = \frac{11}{11 \times 11} = \frac{11}{11 \times 11} = \frac{1}{11} \text{ (20) } \text{ق}$$

$$495 = \frac{14 \times 89 \times 15}{1 \times 14 \times 15} = \frac{14 \times 15}{14 \times 15} = 1$$

$$15 = \frac{14 \times 15}{14} = \frac{15}{1} = 15$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} \times \frac{(15-15)}{(15-15)}$$

$$10 = 1 + 0 = \frac{1 \times 5 \times 0}{1 \times 5} + \frac{1 \times 0}{1} = \frac{1 \times 0}{1 \times 1} + \frac{1 \times 0}{1 \times 1} = 0 + 0 = 0$$

$$1 - \frac{10 \times 10}{10} \times \frac{10}{10 \times 10} = \frac{10}{10 \times 10} \div \frac{10}{10 \times 10} = \frac{10}{10} \quad (20)$$

(٢٦) يريد معلّم التربية الفنية اختيار ٤ رسوم من أعمال طلابه لتعليقها في غرفة الصف. بكم طريقة ممكنة يمكنه

الاختيار إذا كان في الصف ٢٤ طالباً؟

$$\frac{10!}{1! \cdot 7! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{2} = 360$$

(٢٧) حل المعادلات التالية:

$$\begin{aligned} \bullet &= (2+r)(5-r) \Rightarrow \bullet = 10 - r - 5r \Rightarrow \bullet = (1-r)4r \Rightarrow \bullet = 4r(1-r) \quad (1) \end{aligned}$$

~~$$P(X \leq 0) = (1-r)(1-r) \times r \leftarrow 1 - \frac{(1-r)(1-r) \times r}{r \times r} \leftarrow 1 - \frac{(1-r)(1-r)}{1} \leftarrow 1 - (1-r)^2 \leftarrow 1 - (1 - 2r + r^2) \leftarrow 1 - 1 + 2r - r^2 \leftarrow 2r - r^2$$~~

$$(ج) \quad 12 = \frac{1 \times (1-r)(1-r)}{(1-r)} \quad \leftarrow 12 = \frac{1 \times (1-r)}{(1-r)} \quad \leftarrow 12 = 1 \quad \leftarrow 12 = 1 \quad \leftarrow 12 = 1$$

(٢٨) من بين ٥ معلمين يراد اختيار معلم لتدريب طلبة الأوملياد في مادة الرياضيات ثم معلم آخر لإعداد الاختبار.

أوجد عدد طرق الاختيارات.

عدد المرقع =  $4 \times 5 = 20$  مرقع

(٢٩) من بين ٨ طلاب بكم طريقة يمكن للمعلم التربية البدنية اختيار ثلاث طلاب واحدًا تلو الآخر للاشتراك في

كرة الطائرة وكرة السلة وكرة القدم على الترتيب.

عدد اصف =  $\frac{18}{\frac{1}{10}}$  و  $\frac{18}{\frac{1}{10}} = 18 \times 10 = 180$

(٣٠) بكم طريقة يمكن اختيار أربع طلاب من بين ١٢ طالباً للذهاب للمركز العلمي.

عدد اطاق = ۱۲ =  $\frac{11}{3} = \frac{11 \times 4}{12 \times 4} = \frac{44}{48}$   $\frac{44}{48} \times 90 = 82.5$  طريقه



## المجموعة ب تمارين تعزيرية

في التمرينين (١-٢)، ضع قائمة تبيّن كل الكلمات الممكن كتابتها باستخدام كلّ الحروف، دون تكرار أي كلمة لها معنى أو ليس لها معنى).

(١) ن، ج، ح	(٢) ش، ك
ن - ج - ح (نحج)	ش - ك (شك)
ن - ج - ح (نحج)	ش - ك (شك)
ح - ن - ج (حنج)	ش - ك (شك)
ح - ج - ن (حنج)	ش - ك (شك)
ج - ح - ن (حنج)	ش - ك (شك)
ج - ح - ن (حنج)	ش - ك (شك)



في التمارين (٣-٨)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

$$(٣) \quad 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720 \quad (٤) \quad 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40320 \quad (٥) \quad \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8} = 1$$

$$(٦) \quad 10 - 17 = -7 \quad (٧) \quad \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10} = 1 \quad (٨) \quad 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 = 38911680$$

(٩) يوجد في كيس ٥ كرات من اللون الأحمر، ٦ كرات من اللون الأخضر. من دون النظر داخل الكيس قام خالد بسحب كرتين معًا.

(أ) بكم طريقة يمكن سحب الكرتين معًا.  $\frac{11 \times 10}{2} = 55$

(ب) بكم طريقة يمكن أن تكون الكرتين المسحوبتين حمراوين.  $5 \times 6 = 30$



(١٠) حل كلاً من المعادلات التالية:

$$(أ) \quad 28 = \frac{1 \cdot (5-N)(1-N)}{1 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (5-N)} \quad \therefore 28 = \frac{1 \cdot (5-N)(1-N)}{1 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (5-N)} \quad \leftarrow 28 = \frac{1 \cdot (5-N)(1-N)}{1 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (5-N)}$$

$$56(1-N)N = 28 \quad \leftarrow 28 = \frac{1 \cdot (5-N)(1-N)}{1 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (5-N)}$$

$$2 \times 28 = (1-N)N \quad \leftarrow 28 = \frac{1 \cdot (5-N)(1-N)}{1 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (5-N)}$$

$$N = 28$$

$$(ب) \quad 22 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)} \quad \leftarrow 22 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)}$$

$$22 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)} \quad \leftarrow 22 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)}$$

$$22 = (3+N)(1+N) \quad \leftarrow 22 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)}$$

$$22 = N \quad \leftarrow 22 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)}$$

$$(ج) \quad 28 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)}$$

الحل

$$28 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)}$$

$$28 = \frac{1 \cdot (3+N)(1+N)}{1 \cdot (1+N)}$$

في التمارين (١١-١٦)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

$$(١١) \quad 36 = 3 \times 2 \times 5 \times 6 =$$

$$(١٢) \quad 10 = 2 \times 5 + 3 \times 2 \times 5 = 2^0 + 3^0 =$$

$$(١٣) \quad 3 = \frac{3 \times 2 \times 5 \times 6 \times 7}{2 \times 5 \times 6 \times 7} = \frac{3^1}{1^1} =$$

$$(١٤) \quad 21 = \frac{3 \times 2 \times 5 \times 6 \times 7}{2 \times 5 \times 6 \times 7} = \frac{3^1}{1^1} =$$

$$(١٥) \quad 21 = \frac{3 \times 2 \times 5 \times 6 \times 7}{2 \times 5 \times 6 \times 7} = \frac{3^1}{1^1} =$$

$$(١٦) \quad 21 = \frac{3 \times 2 \times 5 \times 6 \times 7}{2 \times 5 \times 6 \times 7} = \frac{3^1}{1^1} =$$

(١٧) في اختبار صح - خطأ من ٥ أسئلة. بكم طريقة مختلفة يمكن الإجابة؟

$$35 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$

(١٨) وضعت ١٠ نقاط مختلفة على دائرة. ما عدد المثلثات المختلفة الممكن تكوينها باختيار ٣ من هذه النقاط؟

$$\text{عدد المثلثات} = \frac{10!}{1 \cdot 3 \times 1 \cdot (3-1)} = \frac{10!}{1 \cdot 3 \times 1 \cdot (3-1)} =$$

ثانوية ام الحارث الانصارية



(١٠) حل كلاً من المعادلات التالية:

$$(أ) \quad 28 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow 28 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow 28 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow 28 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)}$$

$$(ب) \quad 42 = \frac{(3+n)!}{(1+n)!} \leftarrow 42 = \frac{(3+n)!}{(1+n)!} \leftarrow 42 = \frac{(3+n)!}{(1+n)!} \leftarrow 42 = \frac{(3+n)!}{(1+n)!}$$

$$(ج) \quad 18 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow 18 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow 18 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow 18 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)}$$

ثلاثوية ام الحارث الانصارية

$$n8 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow n8 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow n8 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)} \leftarrow n8 = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-5)}$$

في التمارين (١١-١٦)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

$$(١١) \quad 36 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3}$$

$$(١٢) \quad 2 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3}$$

$$(١٣) \quad 3 = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3}$$

$$(١٤) \quad 11 = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3}$$

$$(١٥) \quad 2 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3}$$

$$(١٦) \quad 3 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3}$$

$$(١٧) \quad 10 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3}$$

(١٨) وضعت ١٠ نقاط مختلفة على دائرة. ما عدد المثلثات المختلفة الممكن تكوينها باختيار ٣ من هذه النقاط؟

$$\text{عدد المثلثات} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10!}{3! \times 7!}$$



## اختبار الوحدة الخامسة

### أسئلة المقال

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كانت الحالة تبين توفيقاً أم تبديلاً، ثم حلّ.

(١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ ممثلين من مجموعة مؤلفة من ١١ ممثلاً لتحضير عمل مسرحي؟

$${}^{11}C_5 = \frac{11!}{5!6!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 462$$

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالباً مع مراعاة الترتيب.

$${}^{15}P_3 = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{1} = 2730$$

(٣) أوجد مفكوك: (١-٢-٣)

$$(1-2-3) = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

(٤) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٨ ، ل(ن) = ٠,٢٤ ، فأوجد: ل(م ∩ ن).

$$L(M \cap N) = L(M) \cdot L(N) = 0.38 \times 0.24 = 0.0912$$

(٥) إذا كان م، ن حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٣ ، ل(ن) = ٠,٢٠ ، فأوجد: ل(م ∪ ن).

$$L(M \cup N) = L(N) + L(M) = 0.2 + 0.33 = 0.53$$

(٦) يبين الجدول المقابل فصائل الدم لـ ١٥٠٠ شخص.

اختير شخص عشوائياً من هذه المجموعة.

(أ) ما احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A؟

$$\frac{C}{O} = \frac{110 + 510}{1500} = \frac{620}{1500} = \frac{31}{75}$$

(ب) ما احتمال أن يكون نوع دمه موجب؟

$$\frac{510}{1500} = \frac{510 + 70 + 160 + 510}{1500} = \frac{1250}{1500} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

النوع	الفصيلة	A	B	AB	O
موجب		٥١٥	٧٥	٦٠	٥١٠
سالب		١١٥	٤٥	١٥	١٦٥



## البنود الموضوعية

في البنود (١-١٢) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- |     |     |  |
|-----|-----|--|
| (ب) | (أ) | (١) قيمة المقدار $10!$ هي $3628800$  |
| (ب) | (أ) | (٢) قيمة المقدار $14 \times 5!$ هي $360$   |
| (ب) | (أ) | (٣) قيمة المقدار ${}^8P_4$ هي $360$  |
| (ب) | (أ) | (٤) قيمة المقدار ${}^3P_5$ هي $15$   |
| (ب) | (أ) | (٥) ${}^2P_2 \times {}^0P_2 = {}^0P_2$   |
| (ب) | (أ) | (٦) مفكوك $(ج + ١)^٥$ هو: $ج^٥ + ٥ج^٤ + ١٠ج^٣ + ١٠ج^٢ + ٥ج + ١$  |
| (ب) | (أ) | (٧) إذا كان الحد $١٢٦ج^٤د^٥$ أحد حدود مفكوك $(ج + د)^٥$ ، فإن قيمة $ن$ هي $٥$  |
| (ب) | (أ) | (٨) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(س + ر)^٥$ هو $٧$ فإن قيمة $ن$ هي $٦$  |
| (ب) | (أ) | (٩) الحد الثاني من $(س + ٣)^٩$ هو $٥٤س$  |
| (ب) | (أ) | (١٠) (اختيار لون السيارة عشوائياً واختيار نوع الإطارات عشوائياً) هما حدثان مستقلان.                                    |
| (ب) | (أ) | (١١) بفرض أن الحدثين $م$ ، $ن$ مستقلان، $ل(م) = \frac{١٢}{١٧}$ ، $ل(ن) = \frac{٣}{٨}$ إذا $ل(م \cap ن) = \frac{٩}{١٧}$ |
| (ب) | (أ) | (١٢) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد $٤$ أو عدد زوجي يساوي $\frac{١}{٣}$            |

في التمارين (١٣-٢٤)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

- |  |         |                     |                     |
|--|---------|---------------------|---------------------|
| (١٣) قيمة المقدار $\frac{110!}{17!3!}$ هي:   |         |                     |                     |
| (د) ١  | (ج) ١٢٠ | (ب) $\frac{1}{120}$ | (أ) $\frac{10}{21}$ |
| (١٤) قيمة المقدار ${}^10P_4 \times {}^10P_6$ هي:   |         |                     |                     |
| (د) ٢١٠  | (ج) ٢,٥ | (ب) ٧٥٦٠            | (أ) ٧٥٦٠٠           |
| (١٥) قيمة المقدار $\frac{{}^7P_4 \times {}^9P_9}{{}^9P_2}$ هي:   |         |                     |                     |
| (د) ٧٣٥  | (ج) ١٠  | (ب) ٥,١٨٤           | (أ) ١٨              |
| (١٦) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ لاعبين لفريق كرة السلة من بين ١٢ لاعباً إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهماً؟ |         |                     |                     |
| (د) ١١٤٠٤٨٠٠   | (ج) ٣٩٢ | (ب) ٤٧٥٢٠٠          | (أ) ٩٥٠٤٠           |
| (١٧) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ أعلام من مجموعة من ٧ أعلام مختلفة؟   |         |                     |                     |
| (د) ٢٤   | (ج) ٨٤٠ | (ب) ٣٥              | (أ) ٢١٠             |



(١٨) مفكوك (ب-٢) هو:

(ب)  $٣٢ + ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣$

(أ)  $٣٢ + ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣$

(ج)  $٣٢ - ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣ - ٢٢٣$

(ج)  $٣٢ - ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣ - ٢٢٣$

(١٩) الحد الثالث في مفكوك (ب-٢) هو:

(أ)  $٢٢١٠٢٢١$

(ب)  $٢٧٠٢٧$

(ج)  $٢٢١٠٢٢١$

(ج)  $٢٧٠٢٧$

(٢٠) معامل ج<sup>٤</sup> في مفكوك (٢ج - ٤ب)<sup>٥</sup> هو:

(أ)  $١٢٨٠$

(ب)  $٢٥٦٠$

(ج)  $٣٢٠$

(د)  $٥١٢٠$

(٢١) إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، حيث ل(م) =  $\frac{1}{3}$ ، ل(ن) =  $\frac{9}{10}$ ، فإن ل(م ∩ ن) تساوي:

(أ)  $\frac{3}{24}$

(ب)  $\frac{25}{48}$

(ج)  $\frac{3}{10}$

(د)  $\frac{11}{48}$

(٢٢) إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين حيث ل(ع) =  $\frac{3}{5}$ ، ل(ط) =  $\frac{1}{3}$ ، فإن ل(ع ∪ ط) تساوي:

(أ)  $\frac{1}{5}$

(ب)  $\frac{14}{15}$

(ج)  $\frac{4}{15}$

(د) صفر

(٢٣) إذا كان الحدثان ع، ط متنافيين حيث ل(ع) =  $\frac{1}{7}$ ، ل(ط) =  $\frac{60}{100}$ ، فإن ل(ع ∪ ط) تساوي:

(أ)  $\frac{6}{70}$

(ب)  $\frac{42}{100}$

(ج)  $\frac{16}{35}$

(د)  $\frac{26}{35}$

(٢٤) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

(أ)  $\frac{2}{3}$

(ب)  $\frac{5}{6}$

(ج)  $\frac{1}{2}$

(د) ١



# نظرية ذات الحدين

## The Binomial Theorem

### المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، املأ الفراغ بالعدد المناسب.

$$(١) (س + ص)^٤ = س^٤ + ٤س^٣ص + ٦س^٢ص^٢ + ٤سص^٣ + ص^٤$$

$$(٢) (ز - ص)^٣ = ز^٣ - ٣ز^٢ص + ٣زص^٢ - ص^٣$$

$$(٣) (س + ص)^٥ = س^٥ + ٥س^٤ص + ١٠س^٣ص^٢ + ١٠س^٢ص^٣ + ٥سص^٤ + ص^٥$$

في التمارين (٤-٩)، أوجد مفكوك كل مما يلي:

$$(٤) (س + ١)^٤ = س^٤ + ٤س^٣ + ٦س^٢ + ٤س + ١$$

$$(٥) (س - ١)^٤ = س^٤ - ٤س^٣ + ٦س^٢ - ٤س + ١$$

$$(٦) (س^٢ - ١)^٤ = س^٨ - ٤س^٦ + ٦س^٤ - ٤س^٢ + ١$$

$$(٧) (١ - س^٢)^٣ = ١ - ٣س^٢ + ٣س^٤ - س^٦$$

$$(٨) (س - ص)^٣ = س^٣ - ٣س^٢ص + ٣سص^٢ - ص^٣$$

$$(٩) (١ - \frac{س}{٢})^٤ = ١ - ٢س + \frac{٣س^٢}{٢} - \frac{س^٣}{٢} + \frac{س^٤}{١٦}$$

(١٠) في مفكوك  $(١ - \frac{س}{٢})^٣$  أوجد:  $ر = ٢$   $ن = ٣$

(أ) الحد الثالث.  $ج = \frac{٣!}{٢!(٣-٢)!} = ٣$

$$ج = \frac{٣!}{٢!(٣-٢)!} \times ١ \times ١ \times ١ = ٣$$

(ب) الحد الخامس.  $ن = ٥$   $ر = ٤$

$$ج = \frac{٤!}{٥!(٤-٤)!} \times ١ \times ١ \times ١ \times ١ = ٥$$



(١١) أوجد معامل  $s^3$  في مفكوك  $(1-s)^4$ .  $u = s$   $v = 1-s$   $w = 1$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$$

$$r = s \leq u = s \leq (u-) \times (1)_{\text{ق}} = \tau$$

١٥٢  
الحمد الرابع موصى على

$$S = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (n-1) \times (1) \times \frac{1}{2} = \frac{n-1}{2}$$

معامل سے  $\Sigma = 3$

(١٢) أوجد معامل  $s^3$  في مفعوك  $(s + \sqrt{s})^6$ .  $\hat{u} = 0$   $\hat{s} = 4$   $\hat{u} = 6$

$$\frac{r - r_n}{r} = \frac{r - r_n}{r}$$

$$r = r - \mu = r - 0 \leftarrow \overset{\mu}{\underset{r-0}{L}} = \overset{r-0}{\underset{L}{L}} \leftarrow \overset{r}{\underset{r-0}{L}} \times \overset{r-0}{\underset{L}{L}} \times \dots \times \overset{r-0}{\underset{L}{L}}, Q^0 = \sum_{i=1}^n$$

الحمد الثالث مكتوى علم

$${}^c\psi^{\mu} \psi_1 = {}^c\psi^{\mu} \psi - \psi {}^c\psi^{\mu} = \frac{1}{2} \psi^{\mu} \psi$$

۱۰ = ۳ محلول

(١٣) في مفكوك (س + ٢) <sup>٦</sup> أوجد معامل س <sup>٤</sup>.  $n = 6$   $r = 4$   $s = 2$   $p = 4$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 - x_i = 2$$

الحالة المحتوى على

$$\psi^{-1}(\gamma) = \psi^{-1}(\psi(\gamma)) = \gamma$$

محاول سے = 7

(١٤) في مفكوك  $\left(\frac{1}{y} - x\right)^n$  أوجد معامل  $x^5$ .  $n = 11$   $p = 5$   $q = 1$

$$\sum_{r=0}^n p_r = \frac{1}{1+r}$$

~~$$\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \times \frac{1}{\epsilon} \times \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon^3}$$~~

المدرج الرابع يحتوي على

$$V = \left(\frac{1}{r}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

معامل سے  $V = 0$

$$(15) \quad (1) \quad \text{بسط } (3\sqrt{2} + 2) = (3\sqrt{2}) + (2) \times 5 \times 2 + (3\sqrt{2}) \times 5 \times 2 + 5 \times 5 \times 2 = 30\sqrt{2} + 50 + 150\sqrt{2} + 50 = 200 + 180\sqrt{2}$$

(ب) أثبت أن:  ${}^{\epsilon}(\sqrt{v}-2) + {}^{\epsilon}(\sqrt{v}+2) = 194$

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

$$\frac{4V + 9V}{3V - 9V} = \frac{13V}{-6V}$$

$$(-c) + (c + \sqrt{3})^2$$

∴ المربعان متساويان



(١٦) أثبت أن:  $(س + \frac{1}{س})^3 = س^3 + (\frac{1}{س^3} + س^3) + 3$ . باستخدام نظرية ذات الحدين

$$س^3 + 3س^2 \cdot \frac{1}{س} + 3س \cdot \frac{1}{س^2} + \frac{1}{س^3} = س^3 + 3س + 3\frac{1}{س} + \frac{1}{س^3}$$

(١٧) أوجد مفكوك:  $(س + ٢)^٥$ . باستخدام نظرية ذات الحدين

$$= س^٥ + ٥س^٤ \cdot ٢ + ١٠س^٣ \cdot ٢^٢ + ١٠س^٢ \cdot ٢^٣ + ٥س \cdot ٢^٤ + ٢^٥$$

### المجموعة ب تمارين تعزيرية

في التمارين (١-٧)، أوجد مفكوك كل مما يلي:

$$(١) (س - ٢)^3 = س^3 - ٦س^٢ + ١٢س - ٨$$

$$= س^3 - ٦س^٢ + ١٢س - ٨$$

$$(٢) (ص - ١)^3 = ص^3 - ٣ص^٢ + ٣ص - ١$$

$$= ص^3 - ٣ص^٢ + ٣ص - ١$$

$$(٣) (ص + ١)^3 = ص^3 + ٣ص^٢ + ٣ص + ١$$

$$= ص^3 + ٣ص^٢ + ٣ص + ١$$

$$(٤) (\frac{1}{ب} + ب)^3 = \frac{1}{ب^3} + 3\frac{1}{ب} + ٣ب + ب^3$$

$$= \frac{1}{ب^3} + 3\frac{1}{ب} + ٣ب + ب^3$$



$$(5) \quad (12-3) = {}^4P_1 + {}^4P_2 + {}^4P_3 + {}^4P_4 + {}^4P_5 + {}^4P_6 + {}^4P_7 + {}^4P_8 + {}^4P_9 + {}^4P_{10} + {}^4P_{11} + {}^4P_{12} = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

$$(6) \quad (1 + s) = {}^4P_1 + {}^4P_2 + {}^4P_3 + {}^4P_4 + {}^4P_5 + {}^4P_6 + {}^4P_7 + {}^4P_8 + {}^4P_9 + {}^4P_{10} + {}^4P_{11} + {}^4P_{12} = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{4}{1} + \frac{6}{1} + \frac{4}{1} + \frac{1}{1} = 16$$

$$(7) \quad (1 + s^2) = {}^4P_1 + {}^4P_2 + {}^4P_3 + {}^4P_4 + {}^4P_5 + {}^4P_6 + {}^4P_7 + {}^4P_8 + {}^4P_9 + {}^4P_{10} + {}^4P_{11} + {}^4P_{12} = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

$$(8) \quad \text{في مفكوك } (s+2)^4, \text{ أوجد معامل } s^3. \quad n=4, \quad r=3, \quad p=1, \quad b=1, \quad n=4$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r b^{n-r} = \frac{4!}{3!1!} 1^3 1^1 = 4$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r b^{n-r} = \frac{4!}{3!1!} 1^3 1^1 = 4$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r b^{n-r} = \frac{4!}{3!1!} 1^3 1^1 = 4$$

$$(9) \quad \text{أوجد معامل } s^4 \text{ في مفكوك } (s+3)^7. \quad n=7, \quad r=4, \quad p=3, \quad b=1, \quad n=7$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r b^{n-r} = \frac{7!}{4!3!} 3^4 1^3 = 35 \times 81 = 2835$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r b^{n-r} = \frac{7!}{4!3!} 3^4 1^3 = 2835$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r b^{n-r} = \frac{7!}{4!3!} 3^4 1^3 = 2835$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r b^{n-r} = \frac{7!}{4!3!} 3^4 1^3 = 2835$$



(١٠) أثبت أن:  $37112 = {}^4(37-2) - {}^4(37+2)$ . باستنتاج مفكوك ذات الحدين

$$= {}^4(37+2) - {}^4(37-2) = {}^4(37) + {}^3(37) \times 2 \times 4 + {}^2(37) \times 2^2 \times 6 + {}^1(37) \times 2^3 \times 4 + {}^0(37) \times 2^4 \times 2 =$$

$$= 3706 + 97 + 9 + 3704 + 76 + 3732 + 16 =$$

$$3706 - 97 = 9 + 3704 - 76 + 3732 - 16 = {}^4(37-2)$$

لطرفي المعادلة  $37112 = 3706 + 97 - 3706 + 97 = {}^4(37-2) - {}^4(37+2)$  إذا كان:  $37112 = {}^3(37-27) - {}^3(37+27)$  فأوجد قيمة! باستنتاج مفكوك ذات الحدين

$$37112 = 3706 + 97 - 3706 + 97 = {}^4(37-2) - {}^4(37+2)$$

$$37112 = 3706 + 97 - 3706 + 97 = {}^4(37-2) - {}^4(37+2)$$

$$37112 = 3706 + 97 - 3706 + 97 = {}^4(37-2) - {}^4(37+2)$$

$$37112 = 3706 + 97 - 3706 + 97 = {}^4(37-2) - {}^4(37+2)$$

(١٢) أثبت أن:  $1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = {}^7(1+7)$

$$= {}^7(1+7) = {}^7(1) + {}^6(1) \times 7 + {}^5(1) \times 7^2 + {}^4(1) \times 7^3 + {}^3(1) \times 7^4 + {}^2(1) \times 7^5 + {}^1(1) \times 7^6 + {}^0(1) \times 7^7 =$$

$$= 1 + 7 + 49 + 343 + 2401 + 16807 + 117649 + 823543 =$$



## الاحتمال

## Probability

### المجموعة التمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، حدد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم غير مستقلين.

(١) اختيار كرة من كيس، ثم إعادتها واختيار كرة ثانية.

مستقلين

(٢) اختيار كرة من كيس دون إعادتها ثم اختيار كرة ثانية.

غير مستقلين

(٣) عند رمي حجر نرد متظم مرتين متتاليتين، الحصول في المرة الأولى على ٥ والحصول في المرة الثانية على ٥.

مستقلين

في التمرينين (٤-٥)، إذا كان الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلين، أوجد  $P(A \cap B)$ .

$$(٤) \quad P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{3}{4}, P(A \cap B) = \frac{3}{16} \Rightarrow P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

$$(٥) \quad P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{10} \Rightarrow P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

في التمرينين (٦-٧)، إذا كان الحدثان  $M$  و  $N$  متنافيين، أوجد  $P(M \cup N)$ .

$$(٦) \quad P(M) = \frac{3}{4}, P(N) = \frac{1}{4}, P(M \cup N) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(M) + P(N) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$(٧) \quad P(M) = \frac{6}{10}, P(N) = \frac{2}{10}, P(M \cup N) = \frac{8}{10} \Rightarrow P(M) + P(N) = \frac{6}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$$

(٨) إذا كان  $A$  و  $B$  حدثين متنافيين في فضاء العينة  $S$ ، حيث:

$$P(A) = \frac{4}{10}, P(B) = \frac{3}{10}, \text{ أوجد:}$$

$$(أ) \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$$

$$(ب) \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$(ج) \quad P(A \cap B) = \text{صفر} \quad \text{حدثان متنافيان}$$

$$(د) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$(هـ) \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0 = 1$$



(٩) إذا كان ل ب حدثين في فضاء العينة ف حيث:

$$ل(أ) = ٤, ل(ب) = ٣, ل(أ ∩ ب) = ٢, ٥, أوجد:$$

$$(أ) ل(أ ∪ ب) = ١ - ل(أ ∩ ب) = ١ - ٢ = ٥ - ١ = ٤$$

$$ل(ب) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب) = ٤ + ٣ - ٢ = ٥$$

$$(ج) ل(أ ∩ ب) = ١ - ل(أ ∪ ب) = ١ - ٥ = ٤ - ١ = ٣$$

(١٠) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث ل(ن) =  $\frac{1}{4}$ ، ل(م) =  $\frac{3}{5}$ ، فأوجد كلًا مما يلي:

$$(أ) ل(م) = ١ - ل(م) = ١ - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$ل(ب) ل(م ∩ ن) = ل(م) × ل(ن) = \frac{3}{5} × \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$

$$(ج) ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) - ل(م ∩ ن) = \frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{3}{20} = \frac{16}{20} + \frac{5}{20} - \frac{3}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

(١١) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث ل(م ∪ ن) = ٧، ل(م) = ٥، ل(ن) = ٣، ٥، فأوجد:

$$ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) - ل(م ∪ ن) = ٥ + ٣ - ٧ = ١$$

$$ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) - ل(م ∪ ن) = ٥ + ٣ - ٧ = ١$$

(١٢) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث ل(م) =  $\frac{1}{3}$ ، ل(ن) =  $\frac{1}{4}$ ، ل(م ∪ ن) =  $\frac{1}{5}$ ، فأوجد:

$$(أ) ل(م ∪ ن) = ١ - ل(م ∩ ن) = ١ - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$ل(ب) ل(م ∩ ن) = ١ - ل(م) - ل(ن) = ١ - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{12}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) - ل(م ∪ ن) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{20}{60} + \frac{15}{60} - \frac{12}{60} = \frac{23}{60}$$

(١٣) إذا كان ل(م ∪ ن) =  $\frac{7}{10}$ ، ل(م) =  $\frac{1}{5}$ ، ل(م ∩ ن) = ٥، فأوجد:

ل(ن)

$$ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) - ل(م ∪ ن) = \frac{1}{5} + ل(ن) - \frac{7}{10}$$

$$ل(ن) = \frac{1}{5} - \frac{7}{10} + \frac{1}{5} = \frac{2}{10} - \frac{7}{10} + \frac{2}{10} = \frac{-3}{10}$$

(١٤) ألقى حجر نرد مرقم من ١ إلى ٦. ليكن:

الحادث أ: الحصول على العدد ٢. ٢ = {٢} ل(أ) =  $\frac{1}{6}$

الحادث ب: الحصول على أعداد مربعة. ب = {١، ٤، ٩} ل(ب) =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

الحادث ج: الحصول على عدد زوجي. ج = {٢، ٤، ٦} ل(ج) =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

أوجد: ل(ب ∪ ج) =  $\frac{1}{2}$  ل(أ ∩ ب) = صفر

$$(أ) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - ٠ = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$(ب) ل(أ ∪ ج) = ل(أ) + ل(ج) - ل(أ ∩ ج) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - ٠ = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$(ج) ل(أ ∩ ب) = صفر$$

$$(د) ل(أ ∪ ج) = ١ - ل(أ ∩ ج) = ١ - ٠ = ١$$

$$ل(ب ∪ ج) = ل(ب) + ل(ج) - ل(ب ∩ ج) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$



(١٥) إذا كان احتمال نجاح راشد في الاختبار  $\frac{2}{5}$  ، واحتمال نجاح سعد في نفس الاختبار  $\frac{1}{3}$  ، فما احتمال أن ينجحاً معاً في نفس الاختبار؟

$$\text{احتمال أن ينجحاً معاً} = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

(١٦) في إحدى المؤسسات تم تنظيم دورة للموظفين في اللغة الإنجليزية والحاسوب. إذا كان عدد الموظفين في المؤسسة ٢٠٠ موظف وتم تنفيذ الدورات على الموظفين وفق الجدول التالي:

( ع ، حاسوب )

في = { (نعم ، نعم) ، (نعم ، لا) ،  
(لا ، نعم) ، (لا ، لا) }

دور الحاسوب	نعم	لا
دورة اللغة الإنجليزية	٤٥	٣٣
نعم	٧٠	٥٢
لا		

إذا تم اختيار موظف عشوائياً، فأوجد كلاً من الاحتمالات التالية:

(أ) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية ودورة الحاسوب.

$$\frac{45}{200} = \frac{9}{40}$$

(ب) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية ولم يأخذ دورة الحاسوب.

$$\frac{33}{200} = \frac{33}{200}$$

(ج) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية أو أخذ دورة الحاسوب.

$$\frac{148}{200} = \frac{37}{50}$$



(١٧) في حوض لتربية سمك السلمون هناك نوعان من الأسماك: السلمون المرقط والسلمون الملون.  
يبيّن الجدول توزيع هذه الأسماك في الحوض.

الطول بالسنتيمتر	-١٦	-١٨	-٢٠	-٢٢
ملون	٣	٢٠	٣٥	١٢
مرقط	٧	١٥	٢٥	٣

أخذت سمكة عشوائيًا من الحوض. أوجد كلاً من احتمالات الأحداث التالية:

أ = «سمكة ملونة» =  $\frac{70}{140} = \frac{12 + 35 + 20 + 3}{140} = \frac{70}{140}$

ب = «طولها أصغر من ٢٠ سم» =  $\frac{38}{140} = \frac{3 + 20 + 7 + 3}{140} = \frac{38}{140}$

ج = «سمكة مرقطة وطولها على الأقل ٢٠ سم» =  $\frac{40}{140} = \frac{3 + 20}{140} = \frac{40}{140}$

د = «سمكة مرقطة أو طولها على الأقل ٢٢ سم» =  $\frac{70}{140} = \frac{12 + 3 + 25 + 10 + 7}{140} = \frac{70}{140}$

هـ = «سمكة ملونة وطولها على الأقل ١٨ سم» =  $\frac{77}{140} = \frac{12 + 35 + 20}{140} = \frac{77}{140}$

و = «ألا تكون مرقطة وألا يكون طولها أصغر من ٢٠ سم» =  $\frac{44}{140} = \frac{12 + 25}{140} = \frac{44}{140}$



## المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١-٢)، حدد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم لا.

(١) سحب كرة حمراء من كيس والحصول على العدد ٣ عند رمي حجر نرد.  $\bar{A}$  مقلًا

(٢) أن يكون الابن الأول في العائلة ولد والثاني أيضًا ولد.  $\bar{A}$  مقلًا

في التمرينين (٣-٤)، إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، أوجد ل (م ن) حيث:

$$(٣) \quad L(M) = \frac{3}{7}, \quad L(N) = \frac{7}{15} \quad L(M \cap N) = L(M) \cdot L(N) = \frac{3}{7} \times \frac{7}{15} = \frac{1}{5}$$

$$(٤) \quad L(M) = 12, \quad L(N) = 24, \quad L(M \cap N) = L(M) \cdot L(N) = 12 \times 24 = 288$$

في التمرينين (٥-٦)، إذا كان الحدثان م، ن متنافيين، أوجد ل (م ن) حيث:

$$(٥) \quad L(M) = 14, \quad L(N) = 16, \quad L(M \cup N) = L(M) + L(N) = 14 + 16 = 30$$

$$(٦) \quad L(M) = \frac{3}{5}, \quad L(N) = \frac{3}{10}, \quad L(M \cup N) = L(M) + L(N) = \frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$$

(٧) إذا كان ل، ب حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث:

$$L(A) = 3, \quad L(B) = 25, \quad \text{أوجد:}$$

$$(أ) \quad L(A) = 1 - L(\bar{A}) = 1 - 3 = -2 \quad \text{و} \quad L(B) = 1 - L(\bar{B}) = 1 - 25 = -24$$

$$(ب) \quad L(A \cap B) = L(A) + L(B) = 3 + 25 = 28$$

$$(ج) \quad L(A \cup B) = L(A) + L(B) = 3 + 25 = 28$$

(٨) إذا كان ل، ب حدثين في فضاء العينة ف حيث:

$$L(A) = 45, \quad L(B) = 32, \quad L(A \cap B) = 18, \quad \text{أوجد:} \quad L(\bar{A}) = 1 - L(A) = 1 - 45 = -44$$

$$(أ) \quad L(\bar{A}) = 1 - L(A) = 1 - 45 = -44 \quad \text{و} \quad L(\bar{B}) = 1 - L(B) = 1 - 32 = -31$$

$$(ب) \quad L(A \cup B) = L(A) + L(B) - L(A \cap B) = 45 + 32 - 18 = 59$$

$$(ج) \quad L(A \cap B) = L(A) + L(B) - L(A \cup B) = 45 + 32 - 59 = 18$$

(٩) إذا كان ل، م حدثين في فضاء العينة ف حيث:  $L(M) = 25, \quad L(N) = 45$

أوجد: ل (م ن). ماذا تستنتج؟

$$L(M \cap N) = L(M) + L(N) - L(M \cup N) = 25 + 45 - 70 = 0$$

$$(١٠) \quad \text{إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث:} \quad L(M) = 7, \quad L(N) = 4, \quad \text{فهل يمكن أن يكون هذان}$$

الحدثان متنافيين؟ بفرم أنهما متنافيان  $L(M \cap N) = 0$

$$L(M \cap N) = L(M) + L(N) - L(M \cup N) = 7 + 4 - 11 = 0$$

$$L(M \cap N) = 7 + 4 - 11 = 0$$



(١١) إذا كان  $P(A) = 0.2$ ،  $P(B) = 0.5$ ،  $P(A \cap B) = 0.1$ ، فاحسب  $P(A \cup B)$ .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.2 + 0.5 - 0.1 = 0.6$$

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.1 = 0.5$$

$$P(A) = P(A \cup B) - P(B \cap A) = 0.6 - 0.1 = 0.5$$

(١٢) تحوي علبة ١٢ قرصًا متشابهًا مرقمًا من ١ إلى ١٢، سحب قرص عشوائيًا، أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

(أ) الحصول على العدد ٢.

(ب) الحصول على عدد فردي.

(ج) الحصول على عدد أولي.

(د) الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٤.

$$(أ) \frac{1}{12}$$

$$(ب) \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$(ج) \frac{5}{12}$$

$$(د) \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(١٣) ألقي حجر نرد أرقامه ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، فاحسب احتمال الحصول على:

$$(أ) عدد زوجي = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$(ب) عدد من مضاعفات العدد ٣ = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



## اختبار الوحدة الخامسة

### أسئلة المقال

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كانت الحالة تبين توفيقاً أم تبديلاً، ثم حلّ.

(١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ ممثلين من مجموعة مؤلفة من ١١ ممثلاً لتحضير عمل مسرحي؟

$${}^{11}C_5 = \frac{11!}{5!6!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 462$$

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالباً مع مراعاة الترتيب.

$${}^{15}P_3 = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{1} = 2730$$

(٣) أوجد مفكوك: (١-٢س)

$$(1-s)^4 = {}^4C_0 s^0 (1-s)^4 + {}^4C_1 s^1 (1-s)^3 + {}^4C_2 s^2 (1-s)^2 + {}^4C_3 s^3 (1-s)^1 + {}^4C_4 s^4 (1-s)^0$$

(٤) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٨ ، ل(ن) = ٠,٢٤ ،

فأوجد: ل(م ∩ ن).

$$ل(م ∩ ن) = ل(م) \cdot ل(ن) = 0,38 \times 0,24 = 0,0912$$

(٥) إذا كان م، ن حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٣ ، ل(ن) = ٠,٢٠ ،

فأوجد: ل(م ∪ ن).

$$ل(م ∪ ن) = ل(ن) + ل(م) = 0,33 + 0,2 = 0,53$$

(٦) بيّن الجدول المقابل فصائل الدم لـ ١٥٠٠ شخص.

اختر شخص عشوائياً من هذه المجموعة.

(أ) ما احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A؟

$$P(A) = \frac{110 + 510}{1500} = \frac{620}{1500} = \frac{31}{75}$$

(ب) ما احتمال أن يكون نوع دمه موجب؟

النوع \ الفصيلة	A	B	AB	O
موجب	٥١٥	٧٥	٦٠	٥١٠
سالب	١١٥	٤٥	١٥	١٦٥

$$P(\text{موجب}) = \frac{510 + 60 + 75 + 110}{1500} = \frac{755}{1500} = \frac{151}{300}$$



## البنود الموضوعية

في البنود (١-١٢) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- |      |   |     |     |
|------|---|-----|-----|
| (١)  | قيمة المقدار $10!$ هي $3628800$   | (أ) | (ب) |
| (٢)  | قيمة المقدار $14 \times 5!$ هي $360$  | (أ) | (ب) |
| (٣)  | قيمة المقدار ${}^1P_3$ هي $360$   | (أ) | (ب) |
| (٤)  | قيمة المقدار ${}^3P_3$ هي $15$  | (أ) | (ب) |
| (٥)  | ${}^2P_2 \times {}^0P_2 = {}^0P_2$  | (أ) | (ب) |
| (٦)  | مفكوك $(ج + ١)^٥$ هو: $ج٥ + ج٤ + ج٣ + ج٢ + ج١ + ١$  | (أ) | (ب) |
| (٧)  | إذا كان الحد $١٢٦ ج٤ د٥$ أحد حدود مفكوك $(ج + د)^٥$ ، فإن قيمة $ن$ هي $٥$   | (أ) | (ب) |
| (٨)  | إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(س + ر)^٥$ هو $٧$ فإن قيمة $ن$ هي $٦$   | (أ) | (ب) |
| (٩)  | الحد الثاني من $(س + ٣)^٩$ هو $٥٤ س٨$   | (أ) | (ب) |
| (١٠) | اختيار لون السيارة عشوائياً واختيار نوع الإطارات عشوائياً هما حدثان مستقلان.                                      | (أ) | (ب) |
| (١١) | بفرض أن الحدثين $م$ ، $ن$ مستقلان، $ل(م) = \frac{12}{17}$ ، $ل(ن) = \frac{3}{8}$ إذا $ل(م \cap ن) = \frac{9}{17}$ | (أ) | (ب) |
| (١٢) | في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد $٤$ أو عدد زوجي يساوي $\frac{1}{3}$            | (أ) | (ب) |

في التمارين (١٣-٢٤)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

- |      |   |                 |                 |       |            |
|------|---|-----------------|-----------------|-------|------------|
| (١٣) | قيمة المقدار $\frac{110}{17!3}$ هي:   | (أ)             | (ب)             | (ج)   | (د)        |
|      |   | $\frac{10}{21}$ | $\frac{1}{120}$ | $120$ | $1$        |
| (١٤) | قيمة المقدار ${}^1P_3 \times {}^{10}P_3$ هي:  | (أ)             | (ب)             | (ج)   | (د)        |
|      |   | $75600$         | $7560$          | $2,5$ | $210$      |
| (١٥) | قيمة المقدار $\frac{{}^7P_4 \times {}^9P_3}{{}^4P_4}$ هي:   | (أ)             | (ب)             | (ج)   | (د)        |
|      |   | $18$            | $5,184$         | $10$  | $735$      |
| (١٦) | بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار $٥$ لاعبين لفريق كرة السلة من بين $١٢$ لاعباً إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهماً؟ | (أ)             | (ب)             | (ج)   | (د)        |
|      |   | $95040$         | $475200$        | $392$ | $11404800$ |
| (١٧) | بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار $٣$ أعلام من مجموعة من $٧$ أعلام مختلفة؟   | (أ)             | (ب)             | (ج)   | (د)        |
|      |   | $210$           | $35$            | $840$ | $24$       |