الوحدة الثانية 4-2 حل المعادلات الأسية واللوغاريتمات

أهداف الدرس : 1 - تطبيق خاصية (المساواة) واحد لواحد للدوال الأسية لحل المعادلات

2 - تطبيق خاصية (المساواة) واحد لواحد للدوال اللوغاريتمية لحل المعادلات

مفهوم أساسي **خاصية المساواة للدوال الأسية**

التعبير اللفظي: إذا كان $b \neq 1, b > 0$، فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثال: إذا كان $3^x = 3^5$، فإن $x = 5$. وإذا كان $x = 5$، فإن $3^x = 3^5$.

اذا كان $10^{\log x} = 10^3$ فإن $\log x = 3$

حل كل من المعادلات التالية

1) $16^{x+3} = 4^{4x+7}$

$4^{2(x+3)} = 4^{4x+7}$

$2(x+3) = 4x+7$

$2x+6 = 4x+7$

$4x-2x = 6-7$

$2x = -1$

$x = -\frac{1}{2}$

2) $(\frac{1}{5})^{x-5} = (25)^{3x+2}$

$5^{-x+5} = 5^{2(3x+2)}$

$-x+5 = 6x+4$

$6x+x = 5-4$

$7x = 1$

$x = \frac{1}{7}$

امتحان 2017-2018 (12 عام)

حل المعادلة $25^{3x+2} = 5^{x-1}$.

$5^{2(3x+2)} = 5^{x-1}$

$6x+4 = x-1$

$6x-x = -1-4$

$\frac{5x}{5} = \frac{-5}{5}$

$x = -1$

1. حل المعادلة الأسية $2^{1-x} - 8 = 0$ هو

$2^{1-x} = 8 = 2^3$

$1-x = 3$ $\quad x = 1-3 = -2$

a) 2 b) -7 (c) -2 d) 4

ما حل المعادلة $3^{x-9} = (9^x)^0$ امتحان 2017-2018

a) $x = -9$ b) $x = -3$ (c) $x = 9$ d) $x = -8$

$3^{x-9} = (3^{2x})^0$ $\quad 3^{x-9} = 3^0$ $\quad x = 9$

ما قيمة المقدار $3^{2\log_3 x}$ ←

$3^{\log_3 x^2}$

a) x b) x^2 c) x^3 d) $2x$

حل المعادلات اللوغاريتمية باستخدام خاصية واحد لواحد

مفهوم أساسي **اللوغاريتم للأساس b**

التعبير اللفظي: إذا كان x, b عددين موجبين، حيث $b \neq 1$، يرمز للوغاريتم x للأساس b بالرمز $\log_b x$، ويُعرَّف على أنه الأس y الذي يجعل المعادلة $b^y = x$ صحيحة.

الرموز: افترض أن $b > 0, b \neq 1$ فإن: لكل $x > 0$ يوجد عدد y بحيث

$$\log_b x = y \quad \text{إذا وفقط إذا} \quad b^y = x$$

مثال: $\log_3 27 = y \longleftrightarrow 3^y = 27$

تمارين حل كل المعادلات التالية

1) $\log_{16} x = \frac{5}{2}$ $\rightarrow x = 16^{\frac{5}{2}}$

$$x = (2^4)^{\frac{5}{2}} = 2^{10} = 1024$$

2) $\ln x = 6$

$$x = e^6$$
$$= 403.4287$$

3) $\log_8 x^3 = 12$

$$x^3 = 8^{12}$$
$$x = \sqrt[3]{8^{12}}$$
$$x = 4096$$

4) $4 - 2\log 5x = 16$

$\frac{-2}{-2}\log(5x) = \frac{16-4}{-2}$

$\log(5x) = -6$

$\frac{5x}{5} = \frac{10^{-6}}{5}$ $\quad x = \frac{1}{5000000}$

---

5) $\log_3(x^2 - 1) = 4$

$x^2 - 1 = 3^4$

$x^2 = 3^4 + 1 = 82$

$x = \pm\sqrt{82}$

$4n-1=15$

$\frac{4n}{4}=\frac{15+1}{4}=4$

ما قيمة n إذا كانت $\log_3 3^{4n-1}=15$؟

A	$n=3$
B	$n=4$
C	$n=15$
D	$n=3.5$

10. أي مماثلي يكافئ $\log_7 x = y$:

a. $x=7^y$ b. $y=7^x$ c. $x=7\log y$ d. $y=\log x^7$

مراجعة ما المعادلة التي تكافئ $\log_{\frac{1}{16}} x = \frac{1}{4}$؟

F $\frac{1^4}{16}=x^4$

G $\left(\frac{1}{16}\right)^4=x$

H $4^x=\frac{1}{16}$

J $4^{\frac{1}{16}}=x$

6) $\log_4 x = \log_4 3 + \log_4(x-2)$

$x = 3(x-2)$

$x = 3x - 6$

$x - 3x = -6$

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-6}{-2}$

$x = 3$

7) $\log_6 2x = \log_6(x^2 - x + 2)$

$2x = x^2 - x + 2$

$x^2 - x - 2x + 2 = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$x = 2 \qquad x = 1$

كحقق

$x=1$ حل

$x=2$

8) $\log(x-12) = 2 + \log(x-2)$

$\log(x-12) = \log 10^2 + \log(x-2)$

$(x-12) = 10^2(x-2)$

$100x - x - 200 + 12 = 0$

$99x - 188 = 0$

$x = \frac{188}{99} = 2$

طريقة مصر

$\log(x-12) - \log(x-2) = 2$

$\log\left(\frac{x-12}{x-2}\right) = 2$

$\frac{x-12}{x-2} = 10^2$

$x - 12 = 100x - 200$

$99x = 198$

$x = 2$

9) $\log(x-3)+\log(2x+3)=1$ امتحان 2017 – 2016

$\log(x-3)+\log(2x+3)=\log 10$

$(x-3)(2x+3)=10$

$2x^2+3x-6x-9-10=0$

$2x^2-3x-19=0$

$\frac{3-\sqrt{85}}{2}$, $\frac{3+\sqrt{85}}{2}$

امتحان (12 عام) 2018 – 2019

10) حل المعادلة $\log_4(x^2-5)=\log_4 10+\log_4 2$.

a) $x=\pm 25$ b) $x=25$

c) $x=5$ d) $x=\pm 5$

$x^2-5=20$

$x^2-25=0$

$x=\pm 5$

مراجعة جد قيمة x للدالة

$\log_2(9x+5)=2+\log_2(x^2-1)$.

F −0.2 H 1

G 0 I 3

$\log_2(9x+5)=\log_2 4+\log_2(x^2-1)$

$9x+5=4(x^2-1)$ $x=3,-\frac{3}{4}$

$4x^2-9x-5+4=0$ $4x^2-9x-9=0$

2019 – 2020 (عام 12)امتحان

11 حلّ المعادلة اللوغاريتمية $\ln x + \ln(x+2) = \ln 63$.

$x(x+2) = 63$

$x^2 + 2x - 63 = 0$

$x = 7 \quad x = -9$ مرفوض

$\therefore x = 7$ كقبل

2018 – 2019 (متقدم11)امتحان

حل $\ln x + \ln(x+4) = \ln 12$.

a) $x = 2$ b) $x = -2, 6$

c) $x = -6, 2$ d) $x = \ln 2, \ln 6$

$x(x+4) = 12$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$x = -6$

$x = 2$

كقبل

$x = 2$

12) $\ln(7x+3) - \ln(x+1) = \ln 2x$

$$\frac{7x+3}{(x+1)} = \frac{2x}{1}$$

$$2x(x+1) = 7x+3$$

$$2x^2+2x-7x-3 = 0$$

كفت

$$2x^2-5x-3 = 0$$

$x=3$ مرفوض $\quad x=-\frac{1}{2}$

13) $\ln(2x+1) + \ln(2x-3) = 2\ln(2x-2)$

$$(2x+1)(2x-3) = (2x-2)^2$$

$$4x^2-6x+2x-3 = 4x^2-8x+4$$

$$-4x-3 = -8x+4$$

$$-4x+8x = 3+4$$

$$4x = 7$$

$$x = \frac{7}{4}$$

رابعاً : إذا كان $\log x = 4\log 3$ و $\log y = 1 + (3\log 2)$ فأثبت أن $x \text{ and } y$ عددين صحيحين متتالين ثم أوجد هذين العددين .

$$\log y = \log 10 + \log 2^3$$

$$= \log(10 \times 2^3) = \log 80$$

$$\log x = 4\log 3$$

$$= \log 3^4 = 81$$

$$x = 81$$

$$y = 80$$

متتالين

سؤال اضافي اوجد قيمة x اذا كان

$$\log_5 \frac{x^2}{8} = 2 + \log_5 \frac{x}{40}$$

$$\log_5 \frac{x^2}{8} = \log_5 25 + \log_5 \frac{x}{40}$$

$$\frac{x^2}{8} = \frac{25x}{40}$$

$$40x^2 = 200x$$

$$10x^2 - 200x = 0$$

$x = 0$ مرفوض ، $x = 5$

الحل

حل آخر

$$\log_5 \frac{x^2}{8} = 2 + \log_5 \frac{x}{40}$$

$$\log_5 \frac{x^2}{8} - \log_5 \frac{x}{40} = 2$$

$$\left(\frac{x^2}{8} \div \frac{x}{40}\right) = 5^2$$

$$\frac{x^2}{8} \times \frac{40}{x} = 25$$

$$5x = 25$$

$$x = 5$$

جد حل كل من المعادلات التالية قرب لأقرب جزء من مئة

1) $e^{4-3x} = 6$

$\ln 6 = 4 - 3x$

$\frac{3x}{3} = \frac{\ln(6)}{3} + \frac{4}{3}$

$x = 0.74$

2) $e^{2+5y} = 10$ امتحان 2017 – 2016

$\ln 10 = 2 + 5y$

$\frac{5y}{5} = \frac{\ln(10) - 2}{5} = 0.06$

---

3) $e^{2+5x} = 12$

$\ln(12) = 2 + 5x$

$\frac{5x}{5} = \frac{\ln(12) - 2}{5} = 0.096$

جد حل كل من المعادلات التالية قرب لأقرب جزء من مئة

4) $6^{2x+4} = 5^{-x+1}$

$\ln(6)^{2x+4} = \ln(5)^{-x+1}$

$(2x+4)\ln(6) = (-x+1)\ln(5)$

$(1.8)(2x+4) = 1.6(-x+1)$

$3.6x+7.2 = -1.6x+1.6$

$3.6x+1.6x = 1.6-7.2$

$5.2x = -5.6$ $\quad x = \frac{-5.6}{5.2} = -1.07$

5) $4^{3x+2} = 6^{2x-1}$

$(3x+2)\ln(4) = (2x-1)\ln(6)$

$1.39(3x+2) = 1.8(2x-1)$

$4.2x+2.8 = 3.6x-1.8$

$4.2x-3.6x = -2.8-1.8$

$0.6x = -4.6$ $\quad x = \frac{-4.6}{0.6} = -7.66$

إذا كان $2^4 = 3^x$، فما القيمة التقريبية لـ x؟

A 0.63

B 2.34

C 2.52 ↳16

D 2.84

1) $e^{2x} + 2e^{x} = 8$

$e^{2x} + 2e^{x} - 8 = 0$

mode 5 3

$(e^{x} + 4)(e^{x} - 2) = 0$

$e^{x} = -4$ مرفوض

$e^{x} = 2$

$x = \ln 2 = 0.69$

2) $4e^{4x} + 8e^{2x} = 5$

$4e^{4x} + 8e^{2x} - 5 = 0$

$e^{2x} = \frac{1}{2}$

$e^{2x} = -\frac{5}{2}$ مرفوض

$\frac{2x}{2} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{2}$

$x = -0.346$

حل المعادلة $10e^{x} - 15 - 45e^{-x} = 0$.

$e^{x}(10e^{x} - 15 - 45e^{-x}) = 0$

$10e^{2x} - 15e^{x} - 45 = 0$

$e^{x} = 3$ $\quad e^{x} = -\frac{3}{2}$ مرفوض

$x = \ln(3) = 1.09$

الإقبال على موقع الانترنت	
الشهر	عدد الزيارات
يناير	125
أبريل	2000

الإنترنت يوضح الجدول عدد الزيارات لموقع إنترنت جديد بنهاية يناير ونهاية أبريل من العام ذاته.

a. إذا علمت أن عدد الزيارات يتزايد بمعدل أسي، فحدد معدل النمو المستمر. ثم اكتب معادلة أسية لتمثيل هذه الحالة.

$N(t) = N_0 e^{rt}$ $\quad t = 3$

$\frac{2000}{125} = \frac{125}{125} e^{3r}$

$e^{3r} = 16$

$3r = \ln(16)$ $\quad r = \frac{\ln(16)}{3}$ $\quad 0.925$

b. استخدم نموذجك لتوقع عدد الأشهر التي يستغرقها موقع الانترنت للوصول إلى 2 مليون زيارة.

$N(t) = 125e^{0.925t}$

$2000000 = 125e^{0.925t}$

$16000 = e^{0.925}$

$\ln(16000) = 0.925t$

$t = \frac{\ln(16000)}{0.925} = 10.48$

مفهوم أساسي **خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية**

إذا كان $b>1$, $x>0$ و $\log_b x>y$ ، فإن $x>b^y$

إذا كان $b>1$ و $\log_b x<y$ ، فإن $x<b^y$

مفهوم أساسي **خاصية التباين لدالة النمو**

التعبير اللفظي: إذا كان $b>1$ ، فإن $b^y>b^y$ إذا وفقط إذا كان $x>y$

مثال: إذا كان $2^x>2^6$ ، فإن $x>6$ ، وإذا كان : $x>6$ ، فإن $2^x>2^6$.

تمرين اوجد حلا" لكل من المتباينات التالية

1) $9^{2x-1} \geq 3^{2x+8}$

$3^{2(2x-1)} \geq 3^{2x+8}$

$4x-2 \geq 2x+8$

$4x-2x \geq 2+8$

$2x \geq 10$

$x \geq 5$

$[5, \infty)$

2) $2^{4x-5} > 0.5^{x-5}$

$2^{4x-5} > 2^{-(x-5)}$

$4x-5 > -x+5$

$4x+x > 5+5$

$5x > 10$

$x > 2$ $(2, \infty)$

1) $\ln(2x-1) < 0$

$2x-1 < e^0$

$2x-1 < 1$

$2x < 2$

$x < 2$ $\quad (-\infty, 2)$

$0 < x < 2$

2) $\ln(3x-5) > \ln(x+7)$

$3x-5 > x+7$

$3x-x > 7+5$

$2x > 12$

$x > 6$ $\quad (6, \infty)$

3) $\log(3x-8) > 2$

$3x-8 > 10^2$

$3x > 8+100$

$\frac{3x}{3} > \frac{108}{3}$

$x > 36$ $\quad (36, \infty)$

4) $\log(5x+2) \leq \log(x-4)$

$5x+2 \leq x-4$

$5x-x \leq -4-2$

$4x \leq -6$

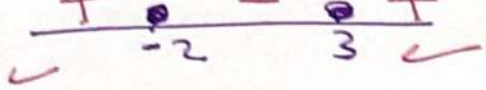
$x \leq -\frac{3}{2}$ غير مقبول

5) $\log(x^2-6) \geq \log(x)$

$x^2-6 \geq x$

$x^2-x-6 \geq 0$

$(x-3)(x+2) \geq 0$



$(-\infty,-2] \cup [3,\infty)$ مرفوض

$[3,\infty)$

انتهت الوحدة الثانية لا تنسونا بالدعاء

سوال امتحانی اوجید حل

$\log 2x < -1$

$2x < 10^{-1}$

$\frac{2x}{2} < \frac{1}{10} \div 2$

$x < 0.05$

$x > 0$

قاعده