قناة الفلاح للرياضيات

٢٠٢٤ ــ ٢٠٢٥

الفصل الدراسي الثاني

نماذج إجابات الامتحانات السابقة

الصف الحادي عشر علمي

@MOHAMMAD.FALAH_MATH

@MOH82FALAH

أ / محمد نوري الفلاح

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي: 2024/2023 م



القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) إذا كان $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$ فأوجد :

(1) $2z_1$

(2) $\overline{z_1 + z_2}$

(3) $\frac{z_1}{z_2}$

(9 درجات)

الحل :

	(1) $2z_1 = 2(3 + 4i)$
1+1	$= 6 + 8i$
	(2) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{(3 + 4i) + (5 - 2i)}$
1+1	$= \overline{8 + 2i}$
1	$= 8 - 2i$
1	(3) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{3 + 4i}{5 - 2i} \times \frac{5 + 2i}{5 + 2i}$
1	$= \frac{(3 + 4i)(5 + 2i)}{(5 - 2i)(5 + 2i)}$
1	$= \frac{(15 + 6i) + (20i - 8)}{25 + 4}$
1	$= \frac{7 + 26i}{29} = \frac{7}{29} + \frac{26}{29}i$

1



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها:

$$y = -4\sin x \quad , x \in [-\pi, 2\pi]$$

(6 درجات)

الحل :

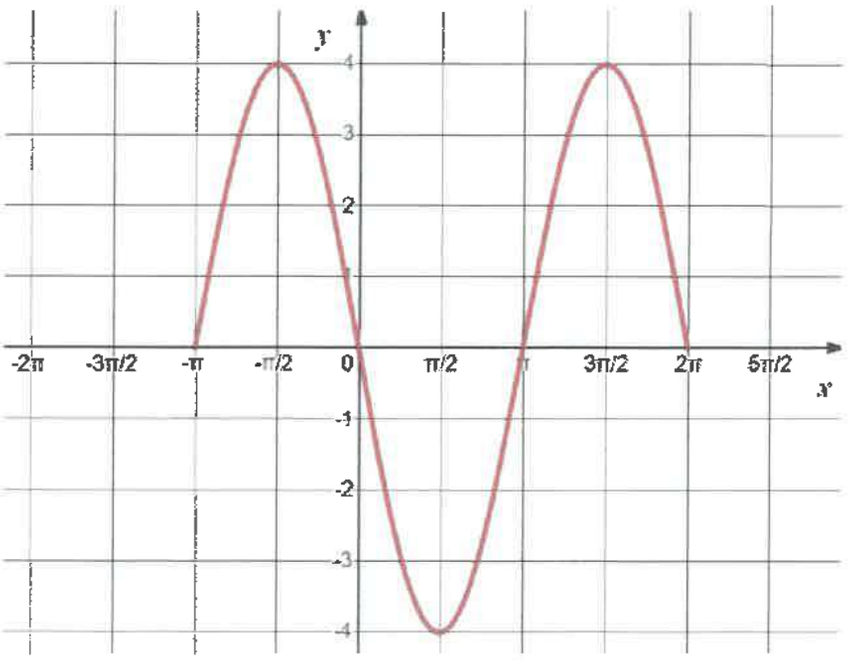
$y = -4\sin x$ هي دالة دورية .

السعة : $|a| = |-4| = 4$ — 1

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$ — 1

ربع الدورة $= \frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$-4\sin x$	0	-4	0	4	0

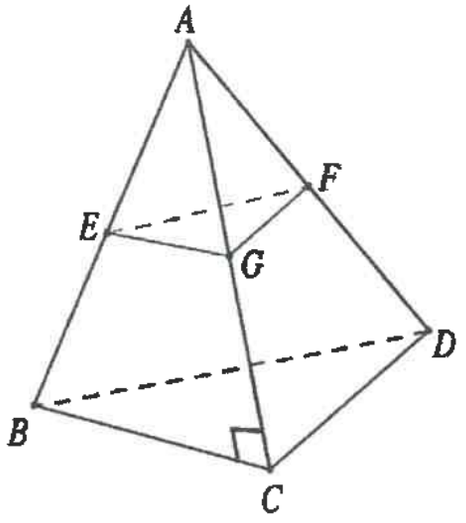


المحاور 1

التوصيل 1

النقاط 2

كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) في الشكل المقابل : A نقطة خارج المستوى BCD ،

و النقاط E , G , F منتصفات $\overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD}$ على الترتيب.

إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{CB}$

وكان $CD = 5\ cm, AC = 12\ cm, AD = 13\ cm$

فأثبت أن : $(EGF) \,//\, (BCD)$

الحل :

(9 درجات)

في ΔACD:

$\frac{1}{2}$ $(AC)^2 + (CD)^2 = (12)^2 + (5)^2 = 169$ (1)

$\frac{1}{2}$ $(AD)^2 = (13)^2 = 169$ (2)

$\frac{1}{2}$ من (2) , (1) نجد أن ΔACD قائم الزاوية في C .

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{CD}$

$\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{CB}$ ولكن (معطى)

$\frac{1}{2}$ وحيث أن $\overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{CB}$ متقاطعان

1 $\therefore \overleftrightarrow{AC} \perp (BCD)$ (3)

في ΔABC:

$\frac{1}{2}$ $\because$ E منتصف $\overline{AB}$ ، G منتصف $\overline{AC}$

1 $\therefore \overleftrightarrow{EG} \,//\, \overleftrightarrow{CB}$

ولكن $m(\hat{BCA}) = 90°$

1 $\therefore m(\hat{EGA}) = 90° \Rightarrow \overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{EG}$

1 و بالمثل $\overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{GF}$

$\therefore \overleftrightarrow{AG} \perp (EGF)$

1 $\overleftrightarrow{AC} \perp (EGF)$ (4) أي أن:

من (4) و(3) ينتج أن :

1 $(EGF) \,//\, (BCD)$

كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان: $\sin\alpha = \frac{4}{5}\ ,\quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos\beta = \frac{-8}{17}\ ,\quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$

أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\sin(\alpha+\beta)$ (2) $\cos(2\alpha)$ (6 درجات)

الحل :

1	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$
	$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$	$\sin^2\beta + \left(\frac{-8}{17}\right)^2 = 1$
	$\cos^2\alpha = 1 - \frac{16}{25}$	$\sin^2\beta = 1 - \frac{64}{289}$
	$\cos^2\alpha = \frac{9}{25}$	$\sin^2\beta = \frac{225}{289}$
	$\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ أو $\cos\alpha = \frac{3}{5}$	$\sin\beta = -\frac{15}{17}$ أو $\sin\beta = \frac{15}{17}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\because\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos\alpha > 0$	$\because\ \frac{\pi}{2} < \beta < \pi \rightarrow \sin\beta > 0$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\therefore\ \cos\alpha = \frac{3}{5}$	$\therefore\ \sin\beta = \frac{15}{17}$

$\frac{1}{2}$ (1) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\frac{1}{2}$ $= \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{-8}{17}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{15}{17}\right)$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{13}{85}$



$\frac{1}{2}$ (2) $\cos(2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = \frac{-7}{25}$



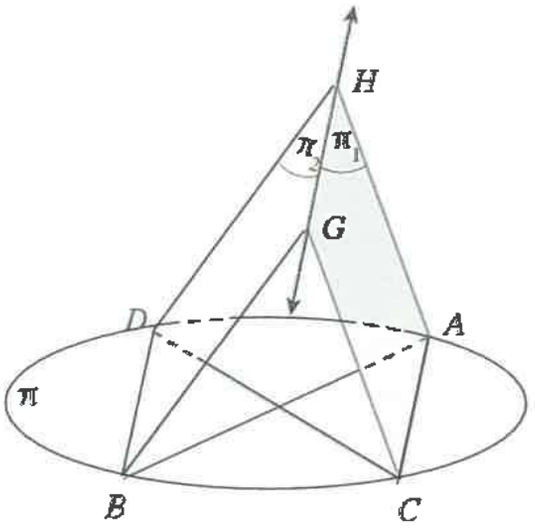
السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) في الشكل المقابل:

$\overline{AB}, \overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$.



الحل : (8 درجات)

1	$\because \overline{AB}, \overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π
1	$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان
1	$\therefore$ الشكل $ACBD$ مستطيل
1	$\therefore \overline{AC} \ // \ \overline{DB}$ (1)
1	$\because \overline{AC} \subset \pi_1 , \overline{DB} \subset \pi_2 , \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ (2)
	من (1) و (2)
1	$\therefore \overleftrightarrow{GH} \ // \ \overleftrightarrow{AC} \ // \ \overleftrightarrow{DB}$
1	$\because \overleftrightarrow{GH} \ // \ \overleftrightarrow{AC} \ , \overleftrightarrow{AC} \subset \pi$
1	$\therefore \overleftrightarrow{GH} \ // \ \pi$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$.

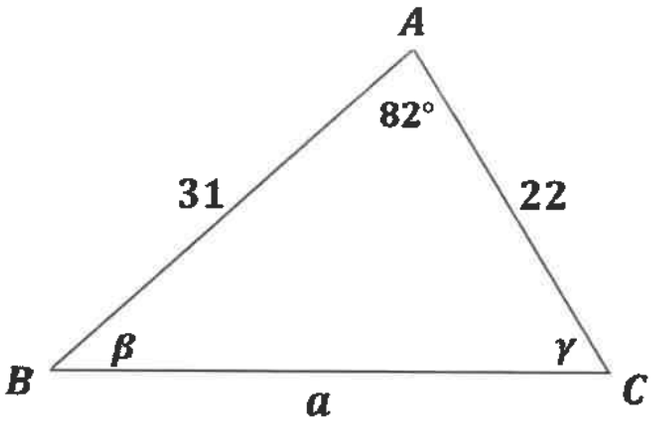
كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

تابع السؤال الثالث :

(b) حل المثلث ABC:

$$\alpha = 82°\,, b = 22\ cm\,, c = 31\ cm$$

الحل : **(7 درجات)**

الرسم	
1	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$
1	$= (22)^2 + (31)^2 - 2 \times 22 \times 31 \times \cos 82°$
	$= 1255.168$
$\frac{1}{2}$	$a \simeq 35.4\ cm$
$\frac{1}{2}$	$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$
1	$= \frac{(35.4)^2 + (31)^2 - (22)^2}{2 \times 35.4 \times 31}$
	$\cos\beta \approx 0.789$
$\frac{1}{2}$	$\beta \approx 38°$
$1 + \frac{1}{2}$	$\therefore \gamma = 180° - (38° + 82°) \approx 60°$

كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) استخدم نظرية ذات الحدين لفك ما يلي :

$$(x-2)^4$$

(8 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ $(x-2)^4 = (x+(-2))^4$

كل حد 1 $(x-2)^4 = {}_4C_0x^4 + {}_4C_1x^3(-2) + {}_4C_2x^2(-2)^2 + {}_4C_3x(-2)^3 + {}_4C_4(-2)^4$

كل معامل $\frac{1}{2}$ $= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$





تابع السؤال الرابع:

(b) حل المعادلة :

(7 درجات)

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

الحل:

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

1 $\quad \therefore \sin\alpha = |\sin x| = \left|\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$

1 $\quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \because \sin x > 0$

1 $\quad \therefore x$ تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

عندما x تقع في الربع الأول:

$1\frac{1}{2}$ $\quad x = \left(\frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi, \qquad k \in \mathbb{Z}$

وعندما x تقع في الربع الثاني:

1 $\quad x = \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi, \qquad k \in \mathbb{Z}$

1 $\quad \therefore x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

حل المعادلة :

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{حيث} \quad k \in \mathbb{Z}$$

كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الجذران التربيعيان للعدد -1 هما : $-1, 1$

(2) $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$

(3) الحدثان n, m مستقلان ، $P(m) = \frac{12}{17}, P(n) = \frac{3}{8}$ إذاً $P(m \cap n) = \frac{9}{17}$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الإحداثيات القطبية للنقطة $B\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ هي :

ⓐ $B\left(1, \frac{-\pi}{4}\right)$ ⓑ $B\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$ ⓒ $B\left(1, \frac{3\pi}{4}\right)$ ⓓ $B\left(1, \frac{-3\pi}{4}\right)$

(5) مثلث قياسات زواياه $50°, 60°, 70°$ ، طول أصغر ضلع فيه هو $9\ cm$ فإن طول أطول ضلع حوالي :

ⓐ $11\ cm$ ⓑ $11.5\ cm$ ⓒ $12\ cm$ ⓓ $12.5\ cm$

(6) إذا كان : $a = 2\ cm, b = 3\ cm, m(\widehat{C}) = 40°$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي :

ⓐ $4.6\ cm^2$ ⓑ $3.86\ cm^2$ ⓒ $1.93\ cm^2$ ⓓ $2.3\ cm^2$

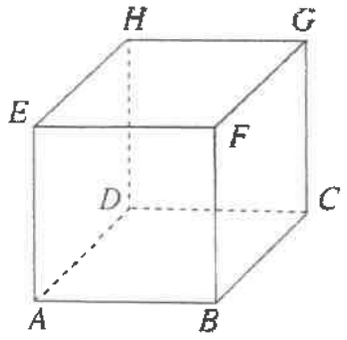
كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

(7) المقدار : $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$ متطابق مع المقدار :

ⓐ $\sin x \tan x$ ⓑ $\sin x \sec^2 x$ ⓒ $\cos x \sec^2 x$ ⓓ $\sin x \csc x$

---

(8) في المكعب $ABCDEFGH$ ، $\overleftrightarrow{EG}$ ، $\overleftrightarrow{BD}$ هما :



ⓐ متوازيان

ⓑ متقاطعان

ⓒ متخالفان

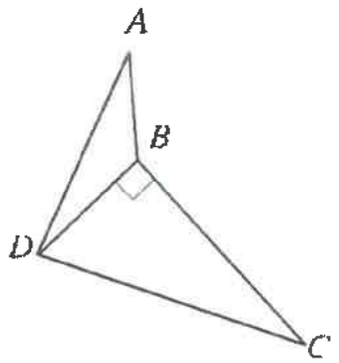
ⓓ يحويهما مستو واحد

---

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ،

فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC)،

فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي :



ⓐ $\hat{DBC}$ ⓑ $\hat{ABC}$

ⓒ $\hat{ABD}$ ⓓ $\hat{ADC}$

---

(10) إذا كان : ${}_nP_3 = 60$ فإن n تساوي:

ⓐ 6 ⓑ 2 ⓒ 4 ⓓ 5

" انتهت الأسئلة "





ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	●		
(2)	●	ⓑ		
(3)	ⓐ	●		
(4)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ
(5)	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ
(7)	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ
(9)	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●

لكل بند درجة واحدة فقط

10





دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية االثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2023/2022 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) (10 درجات)

1) أكتب العدد $\frac{2}{3-i}$ في الصورة الجبرية

الحل:

1	$\frac{2}{3-i} = \frac{2}{3-i} \times \frac{3+i}{3+i}$
2	$= \frac{6+2i}{9+1}$
1	$= \frac{6}{10} + \frac{2}{10} i$
1	$= \frac{3}{5} + \frac{1}{5} i$



2) أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$

الحل :

$\frac{1}{2}$	$\Delta = b^2 - 4ac$
$\frac{1}{2}$	$\Delta = 4 - 4(1)(4) = -12$
$\frac{1}{2}$	$= 12 \times i^2$
$1\frac{1}{2}$	$z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2+2\sqrt{3}i}{2\times 1} = 1+\sqrt{3}\,i$
$1\frac{1}{2}$	$z_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2-2\sqrt{3}i}{2\times 1} = 1-\sqrt{3}\,i$
$\frac{1}{2}$	مجموعة الحل $= \{1+\sqrt{3}\,i \ , \ 1-\sqrt{3}\,i\}$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3sinx \ , x \in [-\pi, 2\pi]$ ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

$y = -3sinx$ هي دالة دورية

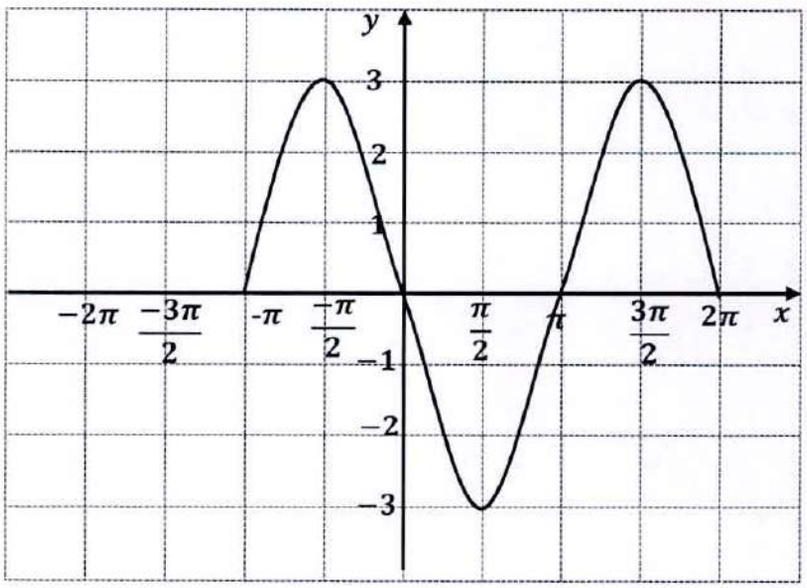
السعة : $|a| = |-3| = 3$ — $\frac{1}{2}$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ — $\frac{1}{2}$

ربع الدورة : $\frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\ x$	0	1	0	-1	0
$y = -3sinx$	0	-3	0	3	0

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$



3

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 2\ cm\ ,\ b = 4\ cm\ ,c = 5\ cm$

(7 درجات)

الحل :

1 $$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$$

$1\frac{1}{2}$ $$= \frac{(4)^2 + (5)^2 - (2)^2}{2 \times 4 \times 5} = \frac{37}{40}$$

$\frac{1}{2}$ $$\alpha \approx 22.3°$$

1 $$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,a\,c}$$

$1\frac{1}{2}$ $$= \frac{(2)^2 + (5)^2 - (4)^2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{13}{20}$$

$\frac{1}{2}$ $$\beta \approx 49.5°$$

1 $$\gamma = 180° - (22.3° + 49.5°) \approx 108.2°$$





تابع السؤال الثاني : (8 درجات)

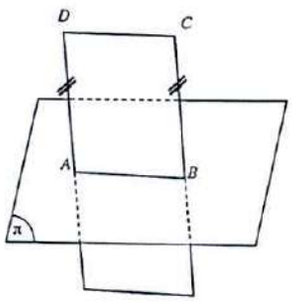
(b)

1) أكمل ما يلي :

إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيماً في المستوي فإنه ..... يوازى المستوى 2

---

2) في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ ، $\overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BC}$ ، $AD = BC$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} // \pi$

الحل :

$\because \overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BC}$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$ يعينان مستويا وحيدا و ليكن $(ABCD)$ فيه — 1

$\overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BC}$, $AD = BC$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore ABCD$ متوازي أضلاع — $\frac{1}{2}$

و منه $\overleftrightarrow{DC} // \overleftrightarrow{AB}$ — 1

$\because \overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ — 1

$\therefore \overleftrightarrow{CD} // \pi$ — 1





السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المعادلة : $3\sin\theta + 1 = \sin\theta$ حيث $0 \le \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$3\sin\theta + 1 = \sin\theta$

$\frac{1}{2}$ $3\sin\theta - \sin\theta = -1$

$\frac{1}{2}$ $2\sin\theta = -1$

$\frac{1}{2}$ $\sin\theta = \frac{-1}{2}$

نفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية θ

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\alpha = |\sin\theta| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$ $\because \sin\theta < 0$

1 $\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث:

$\frac{1}{2}$ $\theta = (\pi + \alpha)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \in [0, 2\pi)$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$\frac{1}{2}$ $\theta = (2\pi - \alpha)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{11\pi}{6} \in [0, 2\pi)$

$\frac{1}{2}$ حل المعادلة : $\theta = \frac{7\pi}{6}$ أو $\theta = \frac{11\pi}{6}$

تابع السؤال الثالث :

(b) في احدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات . احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الاربع مدة عام كامل ؟

(7 درجات)

الحل :

$1+\frac{1}{2}$	ليكن الحدث A تخدم البطارية مدة عام كامل : $P(A) = m = 0.9$
$1+\frac{1}{2}$	ليكن الحدث B لا تخدم البطارية مدة عام كامل : $P(B) = 1 - m = 0.1$
	الحدث E تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل:
	نستخدم احتمال ذات الحدين $k = 4 , n = 4$
1	$P(E) = {}_{n}C_{k} \cdot (m)^{k} \cdot (1-m)^{n-k}$
$1\frac{1}{2}$	$= {}_{4}C_{4} \cdot (0.9)^{4} \cdot (0.1)^{0}$
1	$= 0.6561$
$\frac{1}{2}$	احتمال أن تخدم كل من البطاريات الاربع مدة عام كامل يساوي 0.6561





السؤال الرابع : (15 درجة)

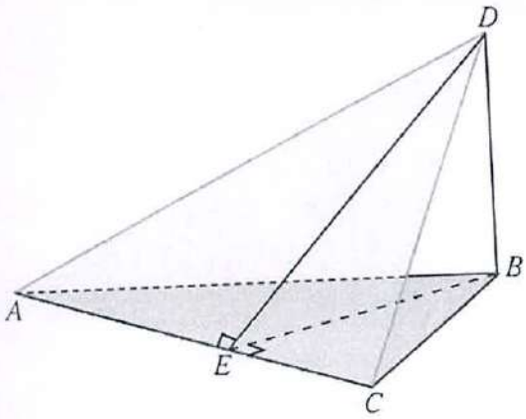
(a) إذا كان $\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد $sin2\theta$

(5 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$	$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$
	$cos^2\theta = 1 - sin^2\theta$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$cos^2\theta = 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$cos\,\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ أو $cos\,\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{1}{2}$	$\because\ \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow cos\,\theta < 0$
$\frac{1}{2}$	$\therefore\ cos\,\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$
$\frac{1}{2}$	$sin2\theta = 2sin\theta\, cos\theta$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$sin2\theta = 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}} = 1$



تابع السؤال الرابع:

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC

$BD = 5cm\ ,\ AB = 10\ cm\ ,\ m(B\hat{A}C) = 45°$

$\overline{BD} \perp (ABC)\ ,\ \overline{BE} \perp \overline{AC}\ ,\overline{DE} \perp \overline{AC}$

أوجد : 1) BE

2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $BAC\ ,DAC$

(10 درجات)

الحل :

1) $\because \overline{BE} \perp \overline{AC} \Rightarrow m(B\hat{E}A) = 90°$ — $\frac{1}{2}$

$\because m(B\hat{A}C) = 45° \ \therefore\ m(A\hat{B}E) = 45°$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ المثلث ABE قائم في $\hat{E}$ ، متطابق الضلعين — 1

$2(BE)^2 = 100 \rightarrow BE = 5\sqrt{2}\ cm$ — 1

$\therefore BE = AE = 5\sqrt{2}\ cm$

2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين $BAC\ ,DAC$ — 1

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ في المستوي BAC — $\frac{1}{2}$

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ في المستوي DAC — $\frac{1}{2}$

$B\hat{E}D$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين $BAC\ ,DAC$ — 1

$\because \overline{BD} \perp (ABC)\ ,\overline{BE} \subset (ABC)$ — 1

$\therefore \overline{BD} \perp \overline{BE}$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore \Delta BED$ قائم في $\hat{B}$ ، $DB = 5\ cm$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore\ tan(B\hat{E}D) = \frac{BD}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ — 1

$\therefore\ m(B\hat{E}D) = 35°16'$ — 1

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $BAC\ ,DAC$ يساوي $35°16'$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات القطبية للنقطة $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي : $M\left(1,\frac{5\pi}{4}\right)$

(2) $cos\,94°\,cos\,18° + sin\,94°\,sin\,18°$ يساوي $cos\,112°$

(3) إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عموديا على المستوي الآخر

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما :

ⓐ $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

ⓒ $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$ ⓓ $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(5) إذا كان: $a = 2cm\,, b = 3cm\,, m(\widehat{C}) = 40°$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:

ⓐ $4.6\ cm^2$ ⓑ $3.86\ cm^2$ ⓒ $1.93\ cm^2$ ⓓ $2.3\ cm^2$

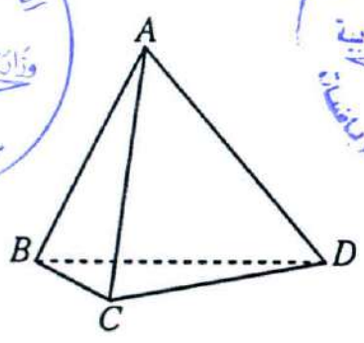
(6) النقاط $B\,, C\,, D$ تعين :

ⓐ عدد لا منته من مستويات المختلفة

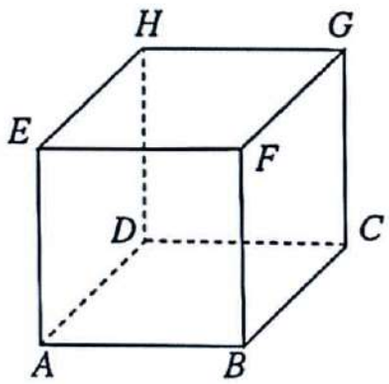
ⓑ مستوياً واحداً

ⓒ لا يمكن أن تعين مستوياً

ⓓ مستويين مختلفين



(7) في المكعب $ABCDEFGH$, $\overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{EG}$ هما :



ⓐ متوازيان

ⓑ متقاطعان

ⓒ متخالفان

ⓓ يحويهما مستو واحد

---

(8) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{l}$ ، $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{m}$ فإن :

ⓐ $\pi // \pi_1$ ⓑ $\pi // \pi_2$

ⓒ $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ ⓓ $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$

---

(9) في مفكوك $(3x + 2y)^8$ الحد الذي يحوي $x^3\, y^5$ هو :

ⓐ T_3 ⓑ T_5 ⓒ T_6 ⓓ T_8

---

(10) إذا كان $_nP_3 = 60$ فإن n تساوي :

ⓐ 5 ⓑ 6 ⓒ 4 ⓓ 3

" انتهت الأسئلة "





ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	ⓐ	**ⓑ**		
(3)	**ⓐ**	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(9)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(10)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL
وزارة التربية
الموجهة الفني العام للرياضيات

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2023/2022 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) (10 درجات)

(1) اكتب العدد المركب $\frac{-5+i}{2-3i}$ في الصورة الجبرية

الحل:

1	$\frac{-5+i}{2-3i} = \frac{-5+i}{2-3i} \times \frac{2+3i}{2+3i}$
2	$= \frac{-10-15i+2i+3i^2}{2^2+3^2}$
1	$= \frac{-13-13i}{4+9} = -1-i$

(2) ضع العدد : $z = -1-i$ في الصورة المثلثية

1	$\because\ x = -1\ , y = -1$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\therefore r = \lvert z \rvert = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	بفرض α زاوية الاسناد : $\therefore \tan\alpha = \left\lvert\frac{-1}{-1}\right\rvert = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$
$\frac{1}{2}$	θ تقع في الربع الثالث $\because\ x < 0\ , y < 0$
1	$\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$
1	الصورة المثلثية هي : $z = \sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها :

$$y = 2sin\left(\frac{1}{2}x\right) \quad , -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

(5 درجات)

الحل :

$y = 2sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ هي دالة دورية

$\frac{1}{2}$ السعة : $|a| = |2| = 2$

$\frac{1}{2}$ الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

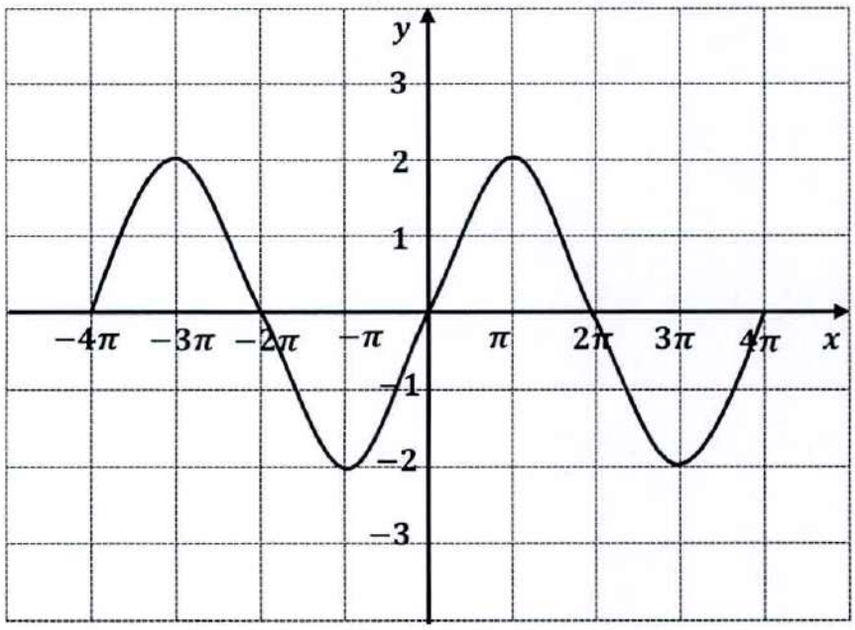
ربع الدورة : π

$\frac{1}{2}$

x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 2sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	2	0	-2	0

$\frac{1}{2}$

3



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 12\ ,\ b = 21\ ,\ m(\hat{c}) = 95°$ (7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\,cos\,(\hat{c})$

1 $= 12^2 + 21^2 - 2 \times 12 \times 21 \times cos\,(95°)$

$\frac{1}{2}$ $= 144 + 441 - 504\,cos\,(95°) \approx 628.926$

$\frac{1}{2}$ $c \approx 25.08\ cm$

$\frac{1}{2}$ $cos\,\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$

1 $= \dfrac{(21)^2 + (25.08)^2 - (12)^2}{2 \times 21 \times 25.08}$

$\frac{1}{2}$ $cos\,\alpha \approx 0.879$

$\frac{1}{2}$ $\alpha \approx 28.47°$

$\frac{1}{2}$ $\beta = 180° - \gamma - \alpha$

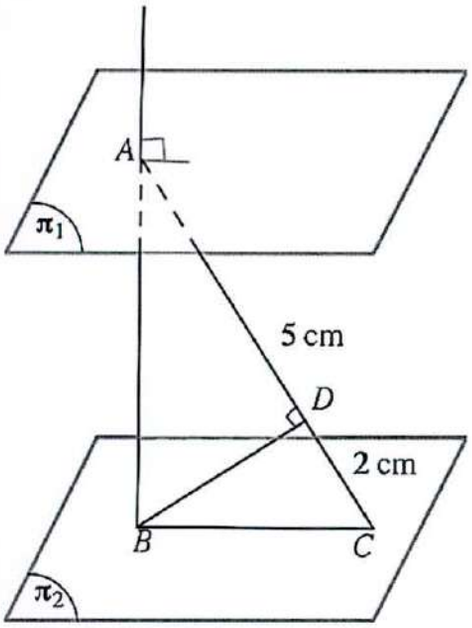
1 $\approx 180° - 95° - 28.47°$

$\frac{1}{2}$ $\approx 56.53°$





تابع السؤال الثاني :



(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$, $\overleftrightarrow{AB} \perp \pi_1 , A \in \pi_1$

$\overleftrightarrow{BC} \subset \pi_2$ ، رسم $\overleftrightarrow{BD} \perp \overleftrightarrow{AC}$ في المستوي ABC

إذا كان $AD = 5\ cm , DC = 2cm$

أوجد : BD

(8 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\because \pi_1 // \pi_2$, $\overleftrightarrow{AB} \perp \pi_1$
1	$\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \pi_2$
1	$\therefore \overleftrightarrow{AB}$ عمودي على كل مستقيم في π_2
$\frac{1}{2}$	$\because \overleftrightarrow{BC} \subset \pi_2$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BC}$
$\frac{1}{2}$	في المثلث ABC القائم الزاوية في B
$\frac{1}{2}$	$\because \overline{BD} \perp \overline{AC}$
1	$\therefore (BD)^2 = AD \times DC$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= 5 \times 2 = 10$
1	$BD = \sqrt{10}\ cm$

السؤال الثالث : **(15 درجة)**

(a) حل المعادلة : $2\sin\theta + 1 = 0$ **(8 درجات)**

الحل :

$2\sin\theta + 1 = 0$

$\frac{1}{2}$ $2\sin\theta = -1$

$\frac{1}{2}$ $\sin\theta = -\frac{1}{2}$

نفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\alpha = |\sin\theta| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

1 $\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$ $\because \sin\theta < 0$

1 $\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث:

$\frac{1}{2}$ $\theta = (\pi + \alpha) + 2k\pi \ , k \in Z$

$\frac{1}{2}+1$ $= \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

عندما θ تقع في الربع الرابع:

$\frac{1}{2}$ $\theta = (2\pi - \alpha) + 2k\pi \ , k \in Z$

$\frac{1}{2}+1$ $= \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

$\therefore$ حل المعادلة : $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ أو $\frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ حيث $k \in Z$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية وزارة التربية الاستراتيجية الفنية العلم للرياضيات

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد قيمة n حيث : $\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$$

2 $$\frac{\frac{n!}{(n-7)! \times 7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-6)! \times 6!}} = \frac{8}{7}$$

3 $$\frac{n \times (n-1)!}{(n-7)! \times 7 \times 6!} \times \frac{(n-7)! \times 6!}{(n-1)!} = \frac{8}{7}$$

1 $$\frac{n}{7} = \frac{8}{7}$$

1 $$n = 8$$





السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) إذا كان $180° < \theta < 270°$, $\sin\theta = \frac{-24}{25}$ (5 درجات)

أوجد $\sin\frac{\theta}{2}$

الحل :

نوجد أولاً $\cos\theta$

$\frac{1}{2}$ $cos^2\theta + sin^2\theta = 1$

$\frac{1}{2}$ $cos^2\theta + \left(\frac{-24}{25}\right)^2 = 1$

$\frac{1}{2}$ $cos^2\theta = 1 - \left(\frac{-24}{25}\right)^2$

$\frac{1}{2}$ $cos^2\theta = \frac{49}{625}$

$\frac{1}{2}$ $cos\theta = \pm\frac{7}{25}$

$\frac{1}{2}$ $\because \theta$ تقع في الربع الثالث

$\frac{1}{2}$ $\therefore cos\theta = \frac{-7}{25}$

$\because 180° < \theta < 270°$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 90° < \frac{\theta}{2} < 135°$ $\therefore \frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

$\frac{1}{2}$ $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-cos\theta}{2}}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} = \frac{4}{5}$ لأن $\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الرابع:

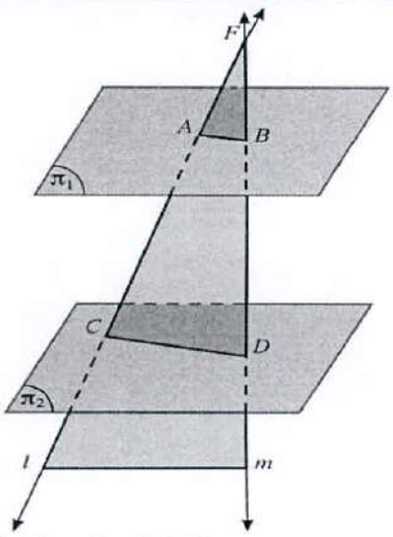
(b) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويين متوازيين ،

$\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F و يقطعان كلا من

π_1 في A, B ، π_2 في C, D ، إذا كان $FB = 5cm$

$CD = 9cm\ , AC = 6cm\ , BD = 4cm$

فأوجد محيط المثلث FAB



(10 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ ∵ $\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F

$\frac{1}{2}$ ∴ $\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ يعينان مستو واحد π

$\frac{1}{2}$ ∵ π_1, π_2 متوازيان

1 $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}\ , \pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$

1 $\therefore \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ (نظرية)

في المستوى π ، $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

$\frac{1}{2}$ المثلثان $FAB\ , FCD$ متشابهان

1 $$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CD}$$

1 $$\frac{5}{5+4} = \frac{FA}{FA+6} = \frac{AB}{9}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{FA}{FA+6}$$

$\frac{1}{2}$ $$9\ FA = 5(FA+6)$$

1 $$4\ FA = 30 \ \Rightarrow FA = 7.5\ cm$$

$$\frac{5}{9} = \frac{AB}{9}$$

$1\frac{1}{2}$ $$9\ AB = 45 \ \Rightarrow AB = 5\ cm$$

محيط المثلث FAB يساوي

1 $$FA + FB + AB = 7.5 + 5 + 5 = 17.5\ cm$$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135°)$ هي $B(-1, 1)$

(2) $cos\frac{\pi}{12}$ يساوي $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(3) المستقيمان العموديان على مستو متوازيان

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي :

ⓐ $\{2-4i\ , -2-4i\}$ ⓑ $\{-2+4i\ ,\ -2-4i\}$

ⓒ $\{2-4i\ , -2+4i\}$ ⓓ $\{2-4i\ ,\ 2+4i\}$

(5) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $5cm, 6\ cm, 7\ cm$ هي :

ⓐ $6\sqrt{6}\ cm^2$ ⓑ $12\sqrt{6}\ cm^2$

ⓒ $6\sqrt{3}\ cm^2$ ⓓ $12\sqrt{3}\ cm^2$

(6) الحالة التي لا تعين مستوياً وحيداً فيما يلي هي :

ⓐ أي ثلاث نقاط مختلفة

ⓑ أي مستقيم و نقطة خارجة عنه

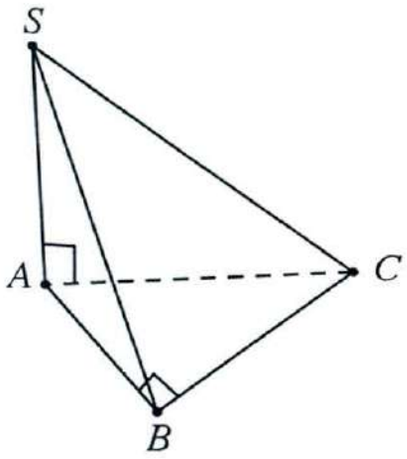
ⓒ أي مستقيمان متوازيان مختلفان

ⓓ أي مستقيمان متقاطعان في نقطة

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL
وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

(7) في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$

$m(\widehat{B}) = 90°$ فإن :



ⓐ المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

ⓑ $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

ⓒ المثلث SAB متطابق الضلعين

ⓓ المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

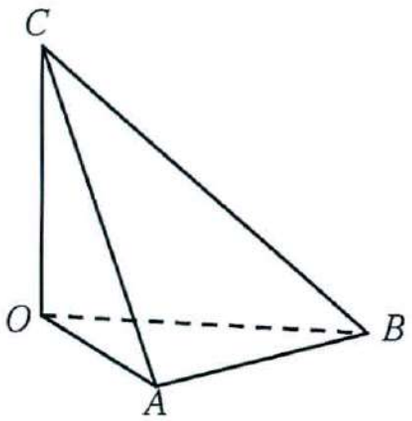
---

(8) في الشكل المقابل إذا كان OAB مثلث فيه

$m(A\widehat{O}B) = 60° , OB = 2x , OA = x$

$\overleftrightarrow{OC}$ متعامد مع المستوي OAB فإن

قياس الزاوية الزوجية $(AOC, \overleftrightarrow{OC}, BOC)$ هو :



ⓐ $30°$ ⓑ $45°$

ⓒ $60°$ ⓓ $90°$

---

(9) الحد الثالث من مفكوك $(a-b)^7$ هو :

ⓐ $-21a^5b^2$ ⓑ $-7a^6b$

ⓒ $21a^5b^2$ ⓓ $7a^6b$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية وزارة التربية التوجيه الفني لعلوم الرياضيات

---

(10) الحدثان m, n مستقلان ، $P(m) = \frac{1}{3}$, $P(n) = \frac{9}{10}$ إذاً $P(m \cap n)$ تساوي

ⓐ $\frac{25}{30}$ ⓑ $\frac{3}{10}$ ⓒ $\frac{1}{3}$ ⓓ $\frac{11}{30}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ



لكل بند درجة واحدة فقط

10



دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و خمسة وأربعون دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$ (7 درجات)

الحل:

1	$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 4$
$\frac{1}{2}$	$\Delta = b^2 - 4ac$
	$= (-2)^2 - 4(1)(4)$
$\frac{1}{2}$	$= 4 - 16$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$= -12 = 12\, i^2$
1	$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
1	$= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}\, i}{2}$
1	$= 1 \mp \sqrt{3}\, i$
1	$\therefore 1-\sqrt{3}\, i \ , 1+\sqrt{3}\, i$ حلان للمعادلة





تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $sin\,\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ (8 درجات)

فأوجد $sin\ 2\theta$

الحل :

1	$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
1	$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$
1	$= 1 - (\frac{-1}{\sqrt{2}})^2 = \frac{1}{2}$
1	$\because\ \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos\theta < 0$
1	$\therefore\ \cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$
1	$sin\ 2\theta = 2\ sin\ \theta\ \cos\theta$
1	$= 2\ (\frac{-1}{\sqrt{2}})\ (\frac{-1}{\sqrt{2}})$
1	$= 1$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r, θ): (7 درجات)

$$L\left(1, -\sqrt{3}\right) , 0 \leq \theta < 2\pi$$

الحل :

1 + 1	$r = \sqrt{(1)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{4} = 2$
	نفرض أن α زاوية الاسناد
1 + 1	$\therefore \tan \alpha = \left\|\frac{y}{x}\right\| = \left\|\frac{-\sqrt{3}}{1}\right\| = \sqrt{3}$
$\frac{1}{2}$	$\alpha = \tan^{-1} \sqrt{3}$
$\frac{1}{2}$	$\alpha = \frac{\pi}{3}$
	$\because x > 0 , y < 0$
$\frac{1}{2}$	$\because L$ تنتمي إلى الربع الرابع
1	$\therefore \theta = 2\pi - \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\therefore$ الاحداثيات القطبية هي $L\left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية والتعليم العالي

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leqslant x < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad \cos \alpha = |\cos x| = \left|\frac{-1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

1 $\quad \therefore \quad \alpha = \frac{\pi}{3}$

1 $\quad \because \cos x < 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad \therefore$ x تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما x تقع في الربع الثاني :

1 $\quad x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$

عندما x تقع في الربع الثالث :

1 $\quad x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$

1+1 $\quad$ ومنه يكون حل المعادلة هو $x = \frac{4\pi}{3}$ أو $x = \frac{2\pi}{3}$

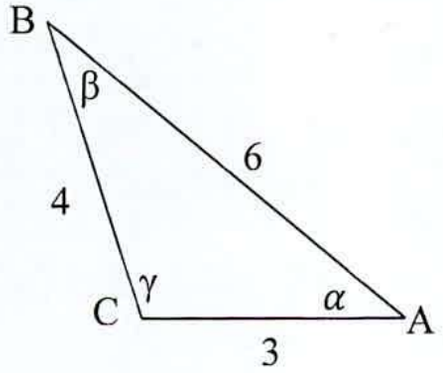




السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 4\ cm\ ,\ b = 3\ cm,\ c = 6\ cm$ (6 درجات)

الحل :



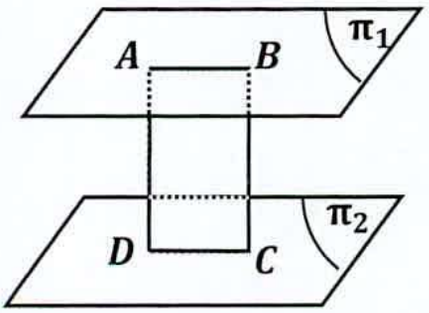
$\frac{1}{2}$	$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{9+36-16}{(2)\,(3)\,(6)}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{29}{36}$
$\frac{1}{2}$	$\alpha = \cos^{-1}(\frac{29}{36}) \approx 36.3°$
$\frac{1}{2}$	$\cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{16+36-9}{(2)(4)\,(6)}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{43}{48}$
$\frac{1}{2}$	$\beta = \cos^{-1}(\frac{43}{48}) \approx 26.4°$
$\frac{1}{2}$	$\gamma = 180-(\alpha+\beta)$
1	$\approx 180-(36.3°+26.4°)$
$\frac{1}{2}$	$= 117.3°$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية

تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ، (9 درجات)



A, B نقطتان في π_1 ،
C, D نقطتان في π_2 حيث A, B, C, D في مستوى واحد
$\overline{BC} \perp \pi_2$, $\overline{AD} \perp \pi_2$ ،
اثبت ان $ABCD$ مستطيل

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$		$\because \overline{AD} \perp \pi_2$, $\overline{BC} \perp \pi_2$
1	(نظرية)	$\therefore \overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BC}$ .....(1)
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$		$\because \pi_1 // \pi_2$ و A, B, C, D في مستوى واحد هو $(ABCD)$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$		$\pi_1 \cap (ABCD) = \overleftrightarrow{AB}$, $\pi_2 \cap (ABCD) = \overleftrightarrow{DC}$
1		$\therefore \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$ .....(2)
		من (1) و (2)
1		$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$		$\overline{DC} \subset \pi_2$ ، $\overline{AD} \perp \pi_2$ لكن
1		$\therefore \overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{DC}$ (نظرية)
$\frac{1}{2}$		$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع احدى زواياه قائمة
$\frac{1}{2}$		$\therefore$ الشكل $ABCD$ مستطيل

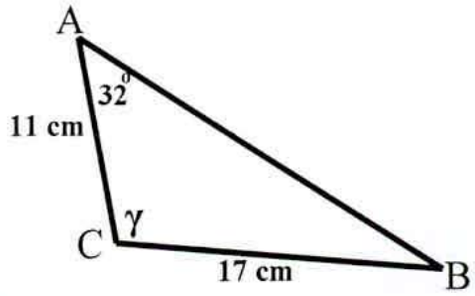
الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) في المثلث ABC :

إذا كان $\alpha = 32^{\circ}$ ، $b = 11\ cm$ ، $a = 17\ cm$ ، أوجد γ (6 درجات)

الحل :

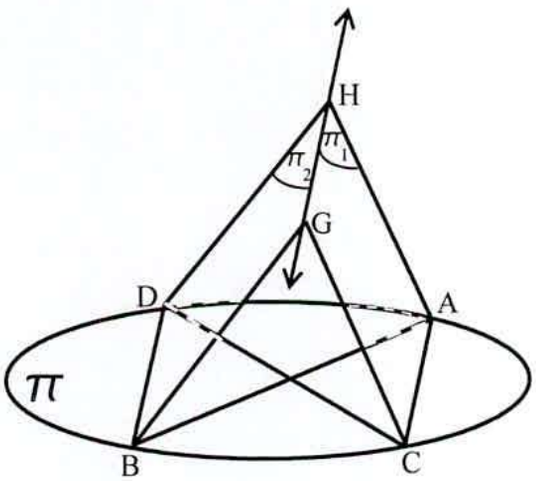


$\frac{1}{2}$	$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{\sin 32^{\circ}}{17} = \frac{\sin\beta}{11} = \frac{\sin\gamma}{c}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\sin\beta = \frac{11 \sin 32^{\circ}}{17} \approx 0.34 > 0$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \beta \approx 20.1^{\circ}$
	توجد زاويتان β تحققان $\sin\beta \approx 0.34$ و $0^{\circ} < \beta < 180$
$\frac{1}{2}$	$\beta_1 + \alpha \approx 20.1^{\circ} + 32^{\circ} = 52.1^{\circ} < 180^{\circ}$
$\frac{1}{2}$	$\beta_2 \approx 180^{\circ} - 20.1^{\circ}$ أو
$\frac{1}{2}$	$= 159.9^{\circ}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\beta_2 + \alpha \approx 159.9^{\circ} + 32^{\circ} = 191.9^{\circ} > 180^{\circ}$ مرفوضه
$\frac{1}{2}$	$\therefore \gamma \approx 180^{\circ} - (32^{\circ} + 20.1^{\circ})$
$\frac{1}{2}$	$\approx 127.9^{\circ}$

تابع السؤال الرابع:

(b) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π (9 درجات)

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

1	∵ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π
1	∴ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان
1	∴ الشكل ACBD مستطيل
1	∴ $\overline{AC} \parallel \overline{DB}$ ..... (1)
1	$\overline{AC} \subset \pi_1$, $\overline{DB} \subset \pi_2$
1	$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$ ..... (2)
1	∴ $\overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB}$ من (1) ، (2)
1	∵ $\overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$
1	∴ $\overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$
	أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد $3+\sqrt{-4}$ هي $3+2i$

(2) $\cos x = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$

(3) إذا كان $\overleftrightarrow{m} // \pi$, $\overleftrightarrow{l} // \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$.

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) أبسط صورة للتعبير: $(3+\sqrt{-4})(4+\sqrt{-9})$ هي:

(a) $18+17i$ (b) $18+3\sqrt{-9}+4\sqrt{-4}$
(c) $6+17i$ (d) 18

(5) $\forall n \in z^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2}+i^{2n+8})$ تساوي:

(a) i^{-2n} (b) -1 (c) 0 (d) 1

(6) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ (b) $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$
(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

(7) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع:

(a) الأول

(b) الأول أو الثالث

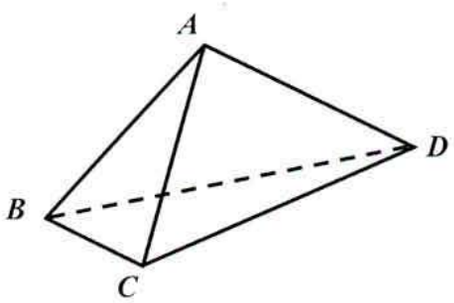
(c) الثالث

(d) الثاني أو الرابع

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

---

(8) في الشكل المقابل: النقاط B, C, D تعين:



(a) مستويًا واحدًا

(b) مستويين مختلفين

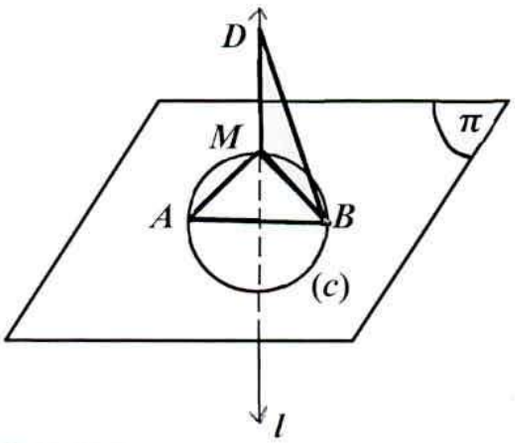
(c) عدد لا منته من المستويات المختلفة

(d) لا يمكن أن تعين مستويًا

---

(9) في الشكل المقابل:

إذا كان $(AMB) \perp \overleftrightarrow{l}$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:



(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$

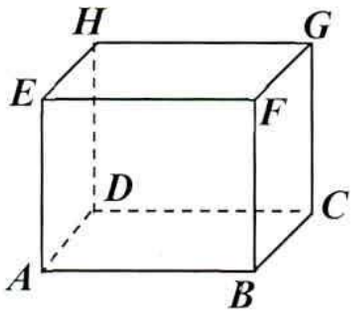
(b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$

(d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$

---

(10) في المكعب $ABCDEFGH$ ، $\overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{EG}$ هما:



(a) متوازيان

(b) متقطعان

(c) متخالفان

(d) يحويهما مستوٍ واحد

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) ضع في الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية العدد $z = \sqrt{3} + i$ (7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$x = \sqrt{3}\ ,\ y = 1$
$1 + 1$	$r = \lvert z \rvert = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$
	نفرض أن α زاوية الإسناد :
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\tan \alpha = \lvert \frac{y}{x} \rvert = \lvert \frac{1}{\sqrt{3}} \rvert = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{1}{2}$	$\alpha = \frac{\pi}{6}$
$\frac{1}{2}$	$x > 0\ ,\ y > 0$
	$\therefore\ \theta$ تقع في الربع الأول
$\frac{1}{2}$	$\theta = \frac{\pi}{6}$
$\frac{1}{2}$	الصورة المثلثية هي : $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$
1	$z = 2(\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6})$

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ (8 درجات)

$\cos\beta = \frac{-12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ ،

أوجد $\cos(\alpha - \beta)$

الحل :

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{2}$ $(\frac{4}{5})^2 + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$

$\frac{1}{2}$ $\cos\alpha = \pm\frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos\alpha > 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta + (\frac{-12}{13})^2 = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$

$\frac{1}{2}$ $\sin\beta = \pm\frac{5}{13}$

$\frac{1}{2}$ $\because \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \sin\beta < 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\beta = \frac{-5}{13}$

$\frac{1}{2}$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

1 $= (\frac{3}{5})(\frac{-12}{13}) + (\frac{4}{5})(\frac{-5}{13})$

$\frac{1}{2}$ $= -\frac{56}{65}$





السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أكتب العدد المركب : $\frac{3+i}{2+5i}$ في الصورة الجبرية (7 درجات)

الحل :

1	$= \frac{3+i}{2+5i} \times \frac{2-5i}{2-5i}$
1	$= \frac{(3+i)(2-5i)}{4+25}$
2	$= \frac{6-15i+2i-5i^2}{29}$
1	$= \frac{6-15i+2i+5}{29}$
1	$= \frac{11-13i}{29}$
1	$= \frac{11}{29} - \frac{13i}{29}$

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL
وزارة التربية
وزارة التربية

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $cos^2 x + 3 cos x + 2 = 0$ (8 درجات)

الحل :

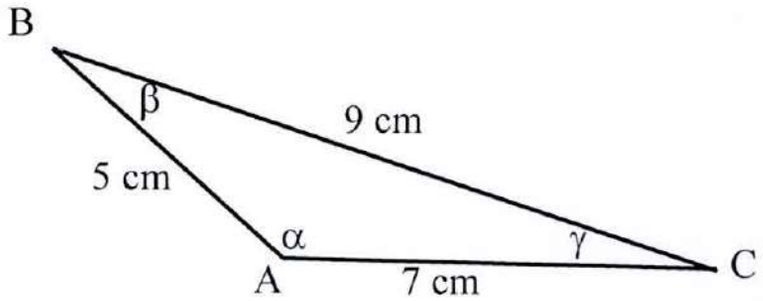
2	$(cos x + 2)(cos x + 1) = 0$
1	$cos x + 1 = 0$ اما
1	$cos x = -1$
1	$x = \pi + 2k\pi \ , k \in z$
	أو
1	$cos x + 2 = 0$
1	$cos x = -2 \notin [-1, 1]$
	لايوجد قيم تحقق هذه المعادلة
1	ومنه يكون : $x = \pi + 2k\pi$ حيث , $k \in z$ حلا للمعادلة

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) في ΔABC حيث : $a = 9\ cm\ ,\ b = 7\ cm\ ,\ c = 5\ cm$ (6 درجات)

أوجد قياس الزاوية الأكبر

الحل :



1 الزاوية الأكبر تقابل أطول ضلع ، أطول ضلع هو $\overline{BC}$

∴ α : هي اكبر زاوية

1 $$\therefore \cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

1 $$= \frac{7^2+5^2-9^2}{2\times7\times5}$$

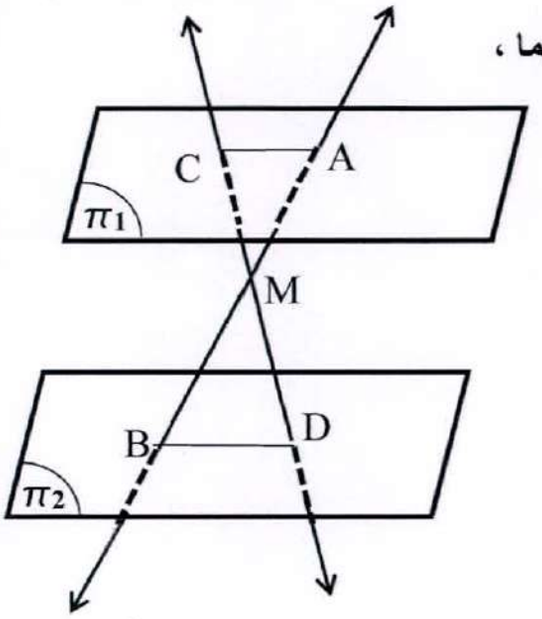
1 $$= \frac{-1}{10}$$

1 $$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{10}\right)$$

1 $$\approx 95.7°$$

تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المقابل : **(9 درجات)**



π_1, π_2 مستويان متوازيان ، M نقطة واقعة بينهما ،

حيث $\overleftrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{AB} = \{ M \}$

اثبت أن $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

الحل :

1	$\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD}$ مستقيمان متقاطعان في M
1	$\therefore$ $\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD}$ يعينان مستو واحد وليكن π
1	π_1, π_2 متوازيان
1 + 1	$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$ ، $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$
1	$\therefore \overleftrightarrow{BD} \ // \ \overleftrightarrow{CA}$
	في المستوى π : $\overleftrightarrow{BD} \ // \ \overleftrightarrow{CA}$
1	$\therefore$ المثلثان MCA ، MDB متشابهان
1 + 1	$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{AM}{MB}$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد السعة والدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

(6 درجات) $y= 3 \sin 2x$

الحل :

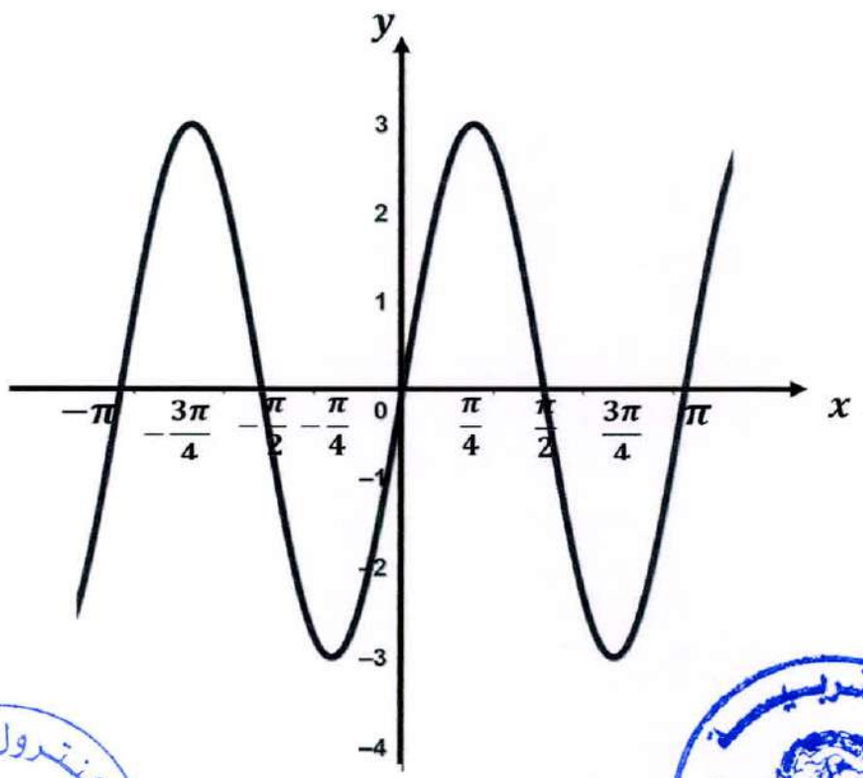
السعة : $|a| = |3| = 3$ $\frac{1}{2}$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$ $\frac{1}{2}$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$ $\frac{1}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin 2x$	0	1	0	-1	0
$3 \sin 2x$	0	3	0	-3	0

$1\frac{1}{2}$



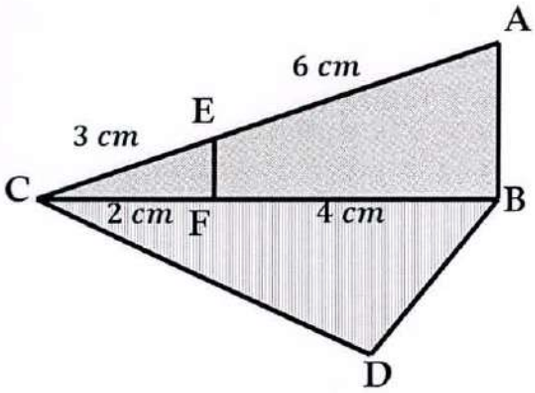
الرسم 3

تابع السؤال الرابع:

(b) من الشكل المقابل إذا كان: $\overline{AB} \perp (BCD)$ (9 درجات)

وكان $FB = 4\ cm\ , CF = 2\ cm\ , EA = 6\ cm\ , CE = 3\ cm$

اثبت أن : $\overline{EF} \perp \overline{BD}$



الحل :

$\frac{1}{2}$	$\because \overline{AB}, \overline{CA}$ متقاطعين
$\frac{1}{2}$	$\therefore \overline{AB}\ , \overline{CA}$ يعينان مستوى وحيد (ABC)
	في المثلث CAB :
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\frac{CE}{EA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\frac{CF}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
1	$\therefore \overline{EF}\ //\ \overline{AB}$ (نظرية طاليس)
1	$\because \overline{AB} \perp (CBD)$
1	$\therefore \overline{EF} \perp (CBD)$ ……(1) (نظرية)
1	$\overline{DB} \subset (CBD)$ ……(2)
	من (1) ، (2) :
1	$\therefore \overline{EF} \perp \overline{DB}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) حل المعادلة: $\bar{z} + 2 = 5 - i$ هو: $z = 3 + i$

(2) $sin\,75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(3) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل.

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان: $xi^2 + 3yi = 5 + 3i^5$ فإن (x, y) تساوي:

(a) $(5, 1)$ (b) $(-5, -1)$ (c) $(5, -1)$ (d) $(-5, 1)$

(5) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4, \frac{5\pi}{3}\right)$ هي:

(a) $A(2, 2\sqrt{3})$ (b) $A(-2, 2\sqrt{3})$ (c) $A(-2, -2\sqrt{3})$ (d) $A(2, -2\sqrt{3})$

(6) $tan\frac{7\pi}{12}$ تساوي:

(a) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

(c) $2 + \sqrt{3}$ (d) $-2 - \sqrt{3}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL
وزارة التربية التوجيه الفني للرياضيات

(7) $2\cos^2\frac{x}{2}$ تساوي:

(a) $\frac{1+\cos x}{2}$ (b) $1+\cos x$

(c) $1+\cos 2x$ (d) $\frac{1-\cos 2x}{2}$

---

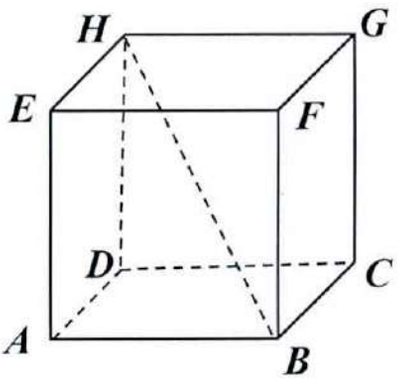
(8) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ ، حيث $\pi_1 \neq \pi_2$ فإن:

(a) $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ (b) $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$

(c) $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \emptyset$ (d) $\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ متخالفان

---

(9) يمثل الشكل المقابل مكعبًا ، إذا كان طول حرفه $3\ cm$ فإن طول قطره $\overline{HB}$ يساوي:

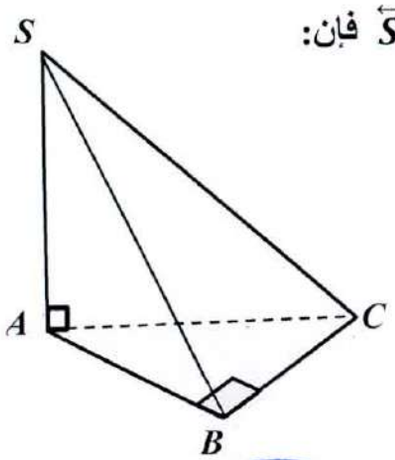


(a) $3\sqrt{3}\ cm$ (b) $\sqrt{3}\ cm$

(c) $18\ cm$ (d) $9\ cm$

---

(9) في الشكل المقابل: إذا كان $m(\widehat{B}) = 90°$ ، $\overrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن:



(a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(b) $\overrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين.

(d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

" انتهت الأسئلة "

(10)

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات
نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/2018

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) اكتب العدد $\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة الجبرية (9 درجات)

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدما السعة الأساسية

الحل :

1 $\quad \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad = \frac{2-2\sqrt{3}i}{3+1}$

$\frac{1}{2}$ $\quad = \frac{2-2\sqrt{3}i}{4}$

1 $\quad = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\frac{1}{2}$ $\quad x = \frac{1}{2} \quad , y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

1 $\quad r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$

1 $\quad tan\,\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\right| = \sqrt{3}$ نفرض أن α زاوية الاسناد

$\frac{1}{2}$ $\quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$

$\frac{1}{2}$ $\quad x > 0 \quad , y < 0$ θ تقع في الربع الرابع

1 $\quad \theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

1 $\quad Z = \left(cos\frac{5\pi}{3} + i\,sin\frac{5\pi}{3}\right)$ الصورةالمثلثية هي :

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3cos(2x)$, $-\pi \leq x \leq \pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

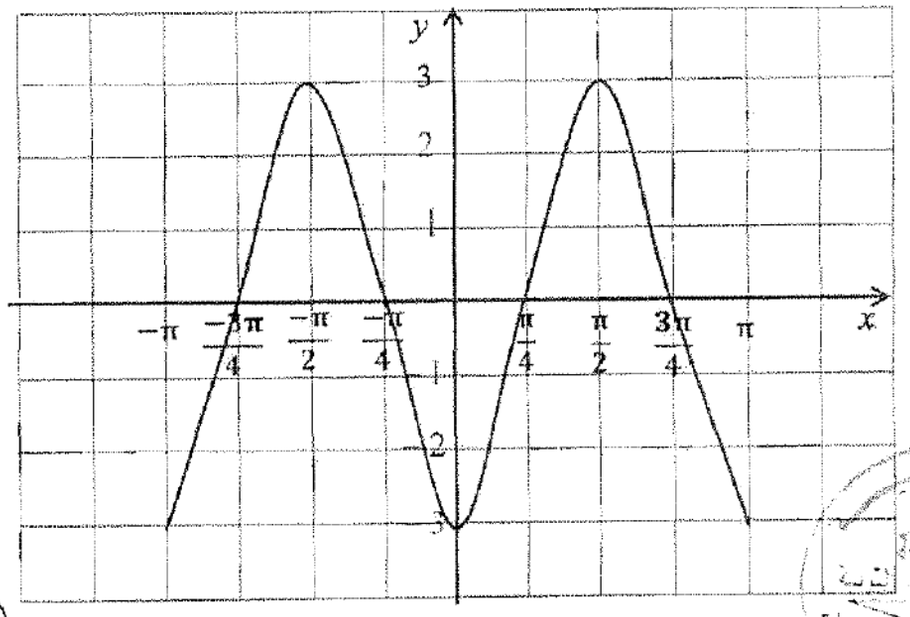
1 السعة : $|a| = |-3| = 3$

1 الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

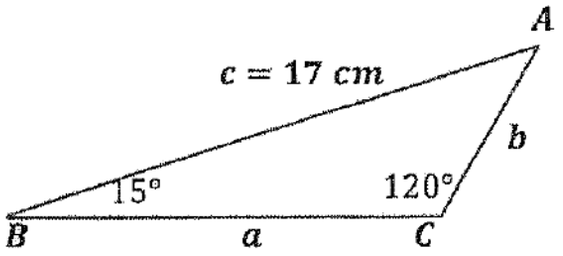
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$cos(2x)$	1	0	-1	0	1
$y = -3cos(2x)$	-3	0	3	0	-3

الرسم كل دورة $1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC **(6 درجات)**



الحل: لحل المثلث نوجد α , b , a

1 $$\alpha = 180° - (15° + 120°) = 45°$$

1 $$\frac{sin\alpha}{a} = \frac{sin\beta}{b} = \frac{sin\gamma}{c}$$

1 $$\frac{sin45°}{a} = \frac{sin15°}{b} = \frac{sin120°}{17}$$

1 $$b = \frac{17 \times sin15°}{sin120°}$$

$\frac{1}{2}$ $$b \approx 5.08\ cm$$

1 $$a = \frac{17 \times sin45°}{sin120°}$$

$\frac{1}{2}$ $$a \approx 13.88\ cm$$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $2sin^2x - 3sinx - 2 = 0$ (8 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $(2sinx + 1)(sinx - 2) = 0$

$(2sinx + 1) = 0$ أو $(sinx - 2) = 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $sin\,x = \frac{-1}{2}$ أو $sinx = 2$

عندما $sinx = 2$

مداها $[-1, 1]$ $y = sin\,x$

$\frac{1}{2}$ $2 \notin [-1, 1]$

$\frac{1}{2}$ $\therefore sin\,x = 2$ ليس لها حل

ناخذ $sinx = \frac{-1}{2}$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية x

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore sin\alpha = |sinx| = \left|\frac{-1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$ $\because sinx < 0$ x تقع في الربع الثالث أو الرابع

$\frac{1}{2}$ عندما x تقع في الربع الثالث $x = (\pi + \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in Z$

$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$

$\frac{1}{2}$ $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

$\frac{1}{2}$ عندما x تقع في الربع الرابع $x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in Z$

$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$

$\frac{1}{2}$ $x = \left(\frac{11\pi}{6}\right) + 2k\pi$

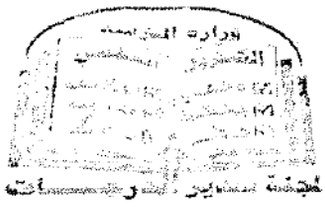
1 حل المعادلة: $k \in Z \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad , x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

السؤال الثالث: (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2\csc^2 x$ (6 درجات)

الحل :

	$\text{L.H.S} : \frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$
1 + 1	$= \frac{1+\cos x + 1 - \cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$
1	$= \frac{2}{(1+\cos x)(1+\cos x)}$
1	$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$
1	$= \frac{2}{\sin^2 x}$
1	$= 2\csc^2 x$
	$= R.H.S$





تابع السؤال الثالث: (8 درجات)

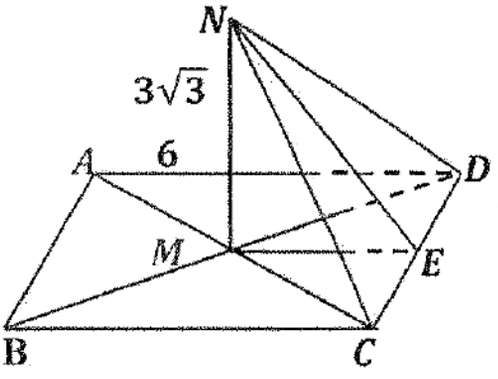
(b) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AD = 6cm$

أقيم $\overline{NM}$ عمودا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3}\ cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $NCD\ ,ABCD$

الحل :



$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because \overline{MN} \perp (ABCD)\ ,\ \overline{CD} \subset (ABCD)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ (1)

في المثلث CDM المتطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\because E$ منتصف $\overline{CD}$ معطى

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ (2) خواص المثلث المتطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{CD} \perp (MNE)\ ,\ \overline{NE} \subset (MNE)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$

$\frac{1}{2}$ $\overleftrightarrow{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $NCD\ ,ABCD$

$\frac{1}{2}$ $\therefore M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

في المثلث BCD E منتصف $\overline{CD}$ معطى

$\frac{1}{2}$ M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل)

$\frac{1}{2}$ $\therefore ME = \frac{1}{2}\ BC\ \ ,AD = BC = 6cm$

$\frac{1}{2}$ $\therefore ME = \frac{1}{2} \times 6 = 3\ cm$

في المثلث MEN القائم الزاوية في $\hat{M}$ (من خواص المستقيم العمودي مع مستو)

1 $$tan(M\hat{E}N) = \frac{MN}{ME} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

1 $$\therefore m(M\hat{E}N) = 60°$$

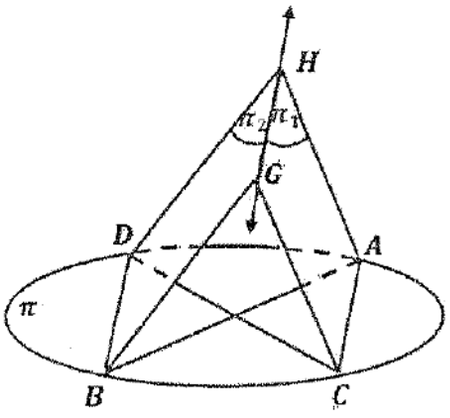
قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $NCD\ ,ABCD$ هو $60°$

السؤال الرابع : (14 درجة) (7 درجات)

(a) في الشكل المقابل: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π ،

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

$\because$ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان 1

$\therefore$ الشكل $ACBD$ مستطيل 1

$\therefore \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DB}$ (1) 1

$\because \overleftrightarrow{AC} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{BD} \subset \pi_2$, $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ (2) 1

من (1) و (2)

$\therefore \overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DB}$ 1

$\overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$ 1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} // \pi$ 1

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) حل المعادلة : ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

الحل:

1	$\frac{n!}{(n-4)! \times 4!} = \frac{n!}{2! \times (n-2)!}$
1 + 1	$\frac{1}{(n-4)! \times 4 \times 3 \times 2!} = \frac{1}{2! \times (n-2)(n-3)(n-4)!}$
1	$\frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{(n-2)(n-3)}$
$\frac{1}{2}$	$4 \times 3 = (n-2)(n-3)$
$\frac{1}{2}$	$12 = n^2 - 5n + 6$
$\frac{1}{2}$	$n^2 - 5n - 6 = 0$
$\frac{1}{2}$	$(n-6)(n+1) = 0$
1	$n = 6$, $n = -1$ مرفوضة





القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135°)$ هي $B(-1,1)$

(2) معادلة الدالة المثلثية $y = a\,sin(b\theta)$ حيث السعة 5 و الدورة 3π

يمكن أن تكون $y = 5\,sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

(3) إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .

(4) $\frac{1-\cos 2x}{2} = 2\cos^2\frac{x}{2}$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 33 - 56i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(6) في المثلث ABC: $AC = 40\ cm\ , AB = 30\ cm\ , m(\widehat{A}) = 120°$

فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريبا :

(a) $68\ cm$ (b) $36\ cm$ (c) $60.8\ cm$ (d) $21\ cm$

(7) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $7\ cm, 8\ cm, 9\ cm$ هي :

(a) $6\sqrt{5}\ cm^2$ (b) $12\sqrt{5}\ cm^2$ (c) $16\sqrt{3}\ cm^2$ (d) $18\sqrt{3}\ cm^2$

(8) $sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

ⓐ $\frac{1}{2}sinx+\frac{\sqrt{3}}{2}cosx$ ⓑ $\frac{1}{2}(sinx+cosx)$

ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}sinx+\frac{1}{2}cosx$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}sinx-\frac{1}{2}cosx$

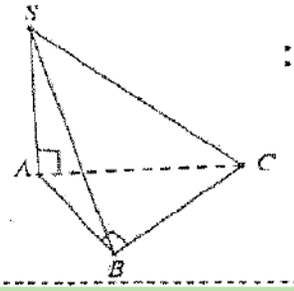
(9) $\frac{sin2x}{1+cos2x}$ تساوي :

ⓐ $cscx$ ⓑ $csc2x\,cosx$ ⓒ $tan2x$ ⓓ $tanx$

(10) إذا كان $\pi_1//\pi_2$ ، $\vec{l}\subset\pi_1$ ، $\vec{m}\subset\pi_2$ فإن :

ⓐ $\vec{l}//\vec{m}$ ⓑ $\vec{l}\perp\vec{m}$ ⓒ $\vec{l}\cap\vec{m}=\emptyset$ ⓓ $\vec{l},\vec{m}$ متخالفان

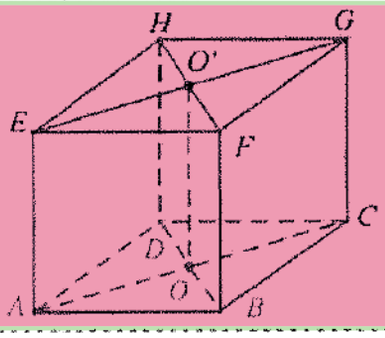
(11) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B})=90°$ ، $\overrightarrow{SA}\perp(ABC)$ فإن:



ⓐ $\overrightarrow{CB}\perp(SAB)$ ⓑ المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

ⓒ المثلث SAB متطابق الضلعين ⓓ المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(12) في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب ،
O مركز المربع $ABCD$ ، O' مركز المربع $EFGH$
فإن $(DHFB),(EACG)$ هما :



ⓐ متطابقان ⓑ متعامدان

ⓒ متوازيان ⓓ ليس أيا مما سبق

(13) في مفكوك $(2a-3b)^6$ الحد الذي معامله 2 160 هو :

ⓐ الحد الخامس ⓑ الحد الرابع ⓒ الحد الثالث ⓓ الحد الثاني

(14) إذا كان الحدثان m,l مستقلان ، $P(m)=\frac{1}{3}$ ، $P(l)=\frac{9}{10}$ فإن $P(m\cap l)$ تساوي:

ⓐ $\frac{1}{3}$ ⓑ $\frac{25}{30}$ ⓒ $\frac{11}{30}$ ⓓ $\frac{3}{10}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	**a**	b	c	d
(3)	**a**	b	c	d
(4)	a	**b**	c	d
(5)	a	b	c	**d**
(6)	a	b	**c**	d
(7)	a	**b**	c	d
(8)	a	b	**c**	d
(9)	a	b	c	**d**
(10)	a	b	**c**	d
(11)	**a**	b	c	d
(12)	a	**b**	c	d
(13)	a	b	**c**	d
(14)	a	b	c	**d**

14

لكل بند درجة واحدة فقط

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات
نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/2018

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) إذا كان : $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$ (9 درجات)
فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

1) $\overline{3z_1 - 2\,z_2}$

الحل :

1 $\quad \overline{3z_1 - 2z_2} = \overline{3(3+4i) - 2(5-2i)}$

1 $\quad = \overline{9 + 12i - 10 + 4i}$

1 $\quad = \overline{-1 + 16i}$

1 $\quad = -1 - 16i$

2) $\dfrac{z_2}{z_1}$

الحل :

1 $\quad \dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{5-2i}{3+4i} \times \dfrac{3-4i}{3-4i}$

1 + 1 $\quad = \dfrac{15 - 20i - 6i - 8}{3^2 + 4^2}$

1 $\quad = \dfrac{7 - 26i}{25}$

1 $\quad = \dfrac{7}{25} - \dfrac{26}{25}i$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = 3sin\left(\frac{1}{2}x\right)$, $-4\pi \leq x \leq 4\pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

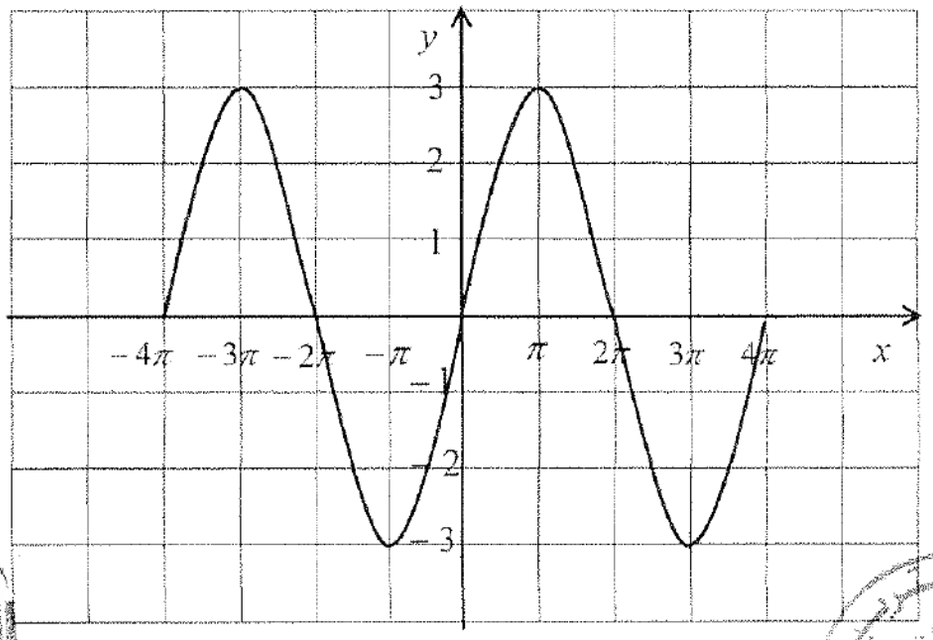
1 السعة : $|a| = |3| = 3$

1 الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

ربع الدورة $= \pi$

x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	1	0	-1	0
$y = 3sin\left(\frac{1}{2}x\right)$	0	3	0	-3	0

رسم كل دورة $1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه : (6 درجات)

$$a = 9\ cm\ ,\ b = 7\ cm\ ,\ c = 6\ cm$$

الحل:

1	$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$
1	$s = \frac{1}{2}(9 + 7 + 6) = \frac{1}{2}(22) = 11$
1	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
1	$A = \sqrt{11(11-9)(11-7)(11-6)}$
1	$A = \sqrt{11 \times 2 \times 4 \times 5}$
1	$A = 2\sqrt{110}\ cm^2$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5sin\,\theta - 3 = sin\,\theta$ حيث $0 \le \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5sin\,\theta - sin\,\theta = 3$$

$\frac{1}{2}$ $$4sin\,\theta = 3$$

$\frac{1}{2}$ $$sin\,\theta = \frac{3}{4}$$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية θ

$\frac{1}{2}$ $$sin\alpha = |sin\theta| = \left|\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$$

1 $$\therefore \alpha \approx 0.848 \text{ radians}$$

$\frac{1}{2}$ $$sin\theta > 0 \quad \because$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

عندما θ تقع في الربع الأول

$\frac{1}{2}$ $$\therefore \theta = \alpha$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$\therefore \theta \approx 0.848 \qquad 0.848 \in [0, 2\pi)$$

عندما θ تقع في الربع الثاني

$$\therefore \theta = \pi - \alpha$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore \theta \approx \pi - 0.848$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$\therefore \theta \approx 2.2935 \qquad 2.2935 \in [0, 2\pi)$$

1 حل المعادلة : $\theta \approx 2.2935$ أو $\theta \approx 0.848$

السؤال الثالث: (14 درجة)

(6 درجات)

(a) إذا كان $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$, $sin\theta = \frac{-12}{13}$

أوجد : $sin\,2\theta$

الحل :

$\frac{1}{2}$ $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\left(\frac{-12}{13}\right)^2 + cos^2\theta = 1$

$\frac{1}{2}$ $cos^2\theta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$

1 $\therefore cos\theta = \frac{5}{13}$ أو $cos\theta = -\frac{5}{13}$

$\frac{1}{2}$ $\because \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow cos\theta > 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore cos\theta = \frac{5}{13}$

1 $sin\,2\theta = 2\,sin\theta\,cos\theta$

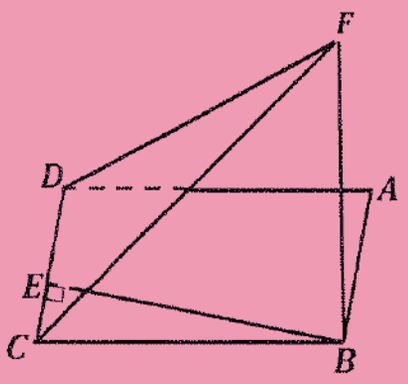
1 $= 2\left(\frac{-12}{13}\right)\left(\frac{5}{13}\right)$

$\frac{1}{2}$ $= -\frac{120}{169}$

تابع السؤال الثالث:

(b) في الشكل المقابل $ABCD$ شكل رباعي ، $\overleftrightarrow{FB}$ عمودي على المستوى $ABCD$ ، $\overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{CD}$ فإذا كان $FB = BE$ (8 درجات)

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $(ABCD)$, (FCD)



الحل :

$\because \overleftrightarrow{FB} \perp (ABCD)$, $\overleftrightarrow{CD} \subset (ABCD)$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{FB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (1) — $\frac{1}{2}$

$\overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{BE} \subset (ABCD)$ (2) — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{CD} \perp (FBE)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{FE}$, $\overleftrightarrow{FE} \subset (FCD)$ (3) — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\overleftrightarrow{CD}$ هو خط تقاطع المستويين $(ABCD)$, (FCD) — $\frac{1}{2}$

من (2) و(3)

الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين $(ABCD)$, (FCD) هي $F\hat{E}B$ — $\frac{1}{2}$

$\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{FE}$ في المستوى FCD — $\frac{1}{2}$

$\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{BE}$ في المستوى $ABCD$ — $\frac{1}{2}$

في ΔFEB : $\overleftrightarrow{FB} = \overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{FB} \perp \overleftrightarrow{BE}$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore m(F\hat{E}B) = \frac{\pi}{4}$ — 1

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $(ABCD)$, (FCD) يساوي $\frac{\pi}{4}$

السؤال الرابع : (14 درجة) (7 درجات)

(a) (1) أكمل ما يلي :

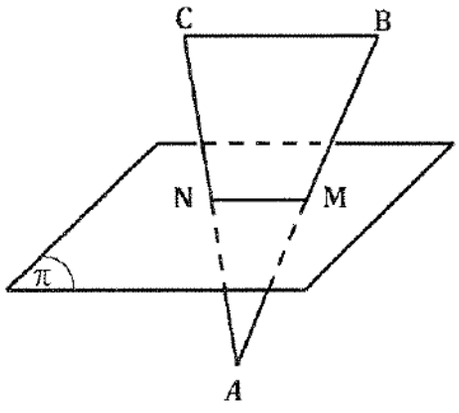
إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى

فإنه يوازي المستوى 2

(2) في الشكل المقابل : المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

N, M تنتميان الى المستوى π

أثبت أن : $\overleftrightarrow{BC}\ //\pi$



الحل :

المثلث ABC فيه

$\because$ M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$ 1

$\therefore\ \overline{CB}\ //\overline{NM}$ 1

$\overleftrightarrow{CB}\ //\overleftrightarrow{NM}$

$\overleftrightarrow{CB}$ خارج المستوى π $\frac{1}{2}$

N, M تنتميان الى المستوى π $\frac{1}{2}$

$\therefore\ \overleftrightarrow{NM} \subset \pi$ 1

$\therefore\ \overleftrightarrow{BC}\ //\ \pi$ 1

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون و كرتين حمراء اللون .أخذت كرتان معا من دون النظر داخل الكيس . أوجد احتمال كل حدث مما يلي :

1) الكرتان زرقاوان

2) كرة زرقاء و كرة حمراء

الحل:

1

$$1)\quad n(S) = {}_6C_2 = \frac{6!}{(6-2)!\times 2!} = 15$$

الحدث A : الكرتان زرقاوان

1

$$n(A) = {}_4C_2 = \frac{4!}{(4-2)!\times 2!} = 6$$

1

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

2) الحدث B : كرة زرقاء و كرة حمراء

1

$$n(B) = {}_4C_1 \times {}_2C_1$$

1 + 1

$$= \frac{4!}{(4-1)!\times 1!} \times \frac{2!}{(2-1)!\times 1!} = 4 \times 2 = 8$$

1

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{15}$$

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان z_1 , z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$

(2) سعة الدالة $y = 3\ tan\left(\frac{3}{4}\ x\right)$ هي 3 .

(3) $sin\ 4x = 2\ sin2x\ cos2x$

(4) إذا كان $\overrightarrow{m} \subset \pi$, $\overrightarrow{l} \perp \overrightarrow{m}$ فإن $\overrightarrow{l} \subset \pi$

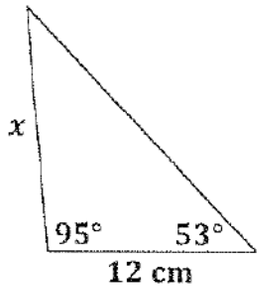
ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد المركب $z = 2 - 2\sqrt{3}\ i$ حيث $\theta \in [\ 0\ ,\ 2\ \pi\ )$ هي :

(a) $z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\ sin\frac{2\pi}{3}\right)$ (b) $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\ sin\frac{\pi}{3}\right)$

(c) $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\ sin\frac{\pi}{6}\right)$ (d) $z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\ sin\frac{5\pi}{3}\right)$

(6) في المثلث المقابل x تساوي تقريبا :



(a) $8.6\ cm$ (b) $15\ cm$

(c) $18.1\ cm$ (d) $19.2\ cm$

(7) في المثلث ABC: $BC = 20\ cm\ , AC = 10\ cm\ , m(\widehat{C}) = 60°$
فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

(a) $10\sqrt{7}\ cm$ (b) $10\sqrt{3}\ cm$ (c) $12.4\ cm$ (d) $29\ cm$

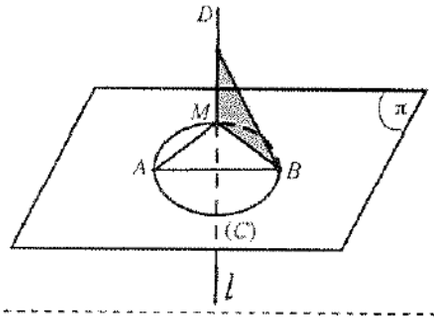
(8) المقدار : $\frac{sinx}{cscx} + \frac{cosx}{secx} + 1$ متطابق مع المقدار:

ⓐ 1 ⓑ -1 ⓒ 2 ⓓ -2

(9) $\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي :

ⓐ $\sin\frac{4\pi}{21}$ ⓑ $\sin\frac{10\pi}{21}$ ⓒ $\cos\frac{4\pi}{21}$ ⓓ $\cos\frac{10\pi}{21}$

(10) في الشكل المقابل : إذا كان $\vec{l} \perp (AMB)$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن :



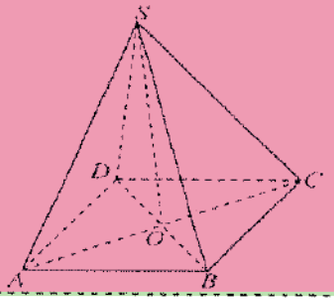
ⓐ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$ ⓑ $\vec{l} \perp (BMD)$

ⓒ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BM}$ ⓓ $\overrightarrow{AM} \perp (BMD)$

(11) إذا كان $\vec{l} \perp \pi_1$, $\vec{l} \subset \pi_2$ فإن :

ⓐ $\pi_1 // \pi_2$ ⓑ $\pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$ ⓒ $\pi_1 \perp \pi_2$ ⓓ $\pi_1 = \pi_2$

(12) في الشكل المقابل إذا كان ABCD مربع مركزه O ، $\overrightarrow{SO} \perp ABCD$ فإن :



ⓐ $(SAC) \perp (SBD)$ ⓑ $(SAB) \perp (SBC)$

ⓒ $(SAB) // (SCD)$ ⓓ $(SAD) \perp (ABCD)$

(13) قيمة المقدار ${}_{10}C_6 \times {}_6P_4$ هي :

ⓐ 7560 ⓑ 75600 ⓒ 2100 ⓓ 210

(14) مفكوك $(a-b)^3$ هو :

ⓐ $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$ ⓑ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

ⓒ $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$ ⓓ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	a	**b**	c	d
(3)	**a**	b	c	d
(4)	a	**b**	c	d
(5)	a	b	c	**d**
(6)	a	b	**c**	d
(7)	a	**b**	c	d
(8)	a	b	**c**	d
(9)	**a**	b	c	d
(10)	a	b	c	**d**
(11)	a	b	**c**	d
(12)	**a**	b	c	d
(13)	a	**b**	c	d
(14)	a	b	c	**d**

14

لكل بند درجة واحدة فقط





دولة الكويت

وزارة التربية
التوجية الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(الأسئلة في 11 صفحه)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2018/2017

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانيه - للصف الحادي عشر علمي

(أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل)
(تراعي الحلول الأخرى في جميع الأسئلة)



السؤال الأول:(14 درجه)

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4\,i$ (9 درجات)

الحل:

ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z ، فيكون $w^2 = z$

بالتعويض $(m + ni)^2 = -3 - 4i$ $\frac{1}{2}$

خاصية ضرب كثيرات الحدود $m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

خاصية المساواة لعددين مركبين
$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 & ----\rightarrow (1) \\ 2mn = -4 & ----\rightarrow (2) \end{cases}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

نضيف المعادلة: $|w|^2 = |z|$ $\frac{1}{2}$

$\left(\sqrt{m^2 + n^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}\right)$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$m^2 + n^2 = 5 \quad ----\rightarrow (3)$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

بجمع المعادلتين **(3)** , **(1)** نحصل على:

$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \\ m^2 + n^2 = 5 \end{cases}$

$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

بالتعويض في **(1)** نحصل على: $\therefore\ n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\begin{cases} m = 1\ ,\ m = -1 \\ n = 2\ ,\ n = -2 \end{cases}$

من المعادلة $2mn = -4$ نستنتج أن $m\ ,n$ لهما إشارتان مختلفتان $\frac{1}{2}$

$\therefore\ m = 1\ ,\ n = -2$ أو $m = -1\ ,\ n = 2$

الجذران التربيعيان للعدد المركب $Z = -3 - 4\,i$

هما: $w_1 = 1 - 2i\ ,\ w_2 = -1 + 2i$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: $7cm, 5cm, 8cm$ (5 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad s = \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}(8+5+7) = 10$

$\frac{1}{2}$ $\quad Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

2 $\quad = \sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)}$

$\frac{1}{2}$ $\quad = \sqrt{10(2)(5)(3)}$

$\frac{1}{2}$ $\quad = 10\sqrt{3}\ cm^2$

$Area \approx 17.32\ cm^2$

السؤال الثاني:(14 درجه)

(a) حل ΔABC حيث $b = 9\ cm, c = 6\ cm, \alpha = 60^\circ$ (6 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\alpha$

$\frac{1}{2}$ $a^2 = 9^2 + 6^2 - 2(9)(6)\ cos60^\circ$

$\frac{1}{2}$ $a^2 = 81 + 36 - 108 \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $a^2 = 63$

$\frac{1}{2}$ $a = 3\sqrt{7}\ cm$

$\frac{1}{2}$ $cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $cos\beta = \frac{(3\sqrt{7})^2+(6)^2-(9)^2}{2(3\sqrt{7})(6)} = \frac{\sqrt{7}}{14}$

$\frac{1}{2}$ $\beta \approx 79.1^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$

$\frac{1}{2}$ $\gamma \approx 180 - (60^\circ + 79.1^\circ)$

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 40.9^\circ$

الطبعة المصرية ديوان عام الوزارة
وكالة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الثانية نموذج الإجابة

تابع السؤال الثاني:

(b) إذا كان: $\sin\theta = \frac{-3}{5}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد: (8 درجات)

(1) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

(2) $\tan(2\theta)$

الحل:

$\frac{1}{2}$ $\quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\frac{1}{2}$ $\quad \cos^2\theta = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2$

$\cos^2\theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \cos\theta = \pm\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\pm 4}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \cos\theta < 0$

$\frac{1}{2}$ $\quad \cos\theta = \frac{-4}{5}$



$\frac{1}{2}$ $\quad$ **(1)** $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني

$1+\frac{1}{2}$ $\quad \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\left(\frac{-4}{5}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad$ **(2)** $\tan(\theta) = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\left(\frac{-3}{5}\right)}{\left(\frac{-4}{5}\right)} = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$1+\frac{1}{2}$ $\quad \tan(2\theta) = \frac{2\times\frac{3}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$

السؤال الثالث:(14 درجه)

(a) أثبت صحة المتطابقة: (4 درجات)

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \frac{\sin^2 x}{\cos x \sin x} + \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{\cos x \sin x}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x}$
$\frac{1}{2}$	$= \sec x . \csc x$

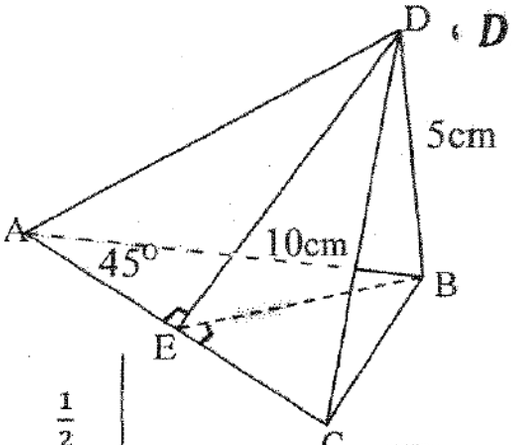


تابع السؤال الثالث:

(ب) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ، (10 درجات)

$DB = 5\ cm\ , AB = 10\ cm\ , m(B\hat{A}C) = 45^\circ$ ،

$\overline{DB} \perp (ABC)\ ,\ \overline{BE} \perp \overline{AC}\ ,\ \overline{DE} \perp \overline{AC}$



أوجد:

(1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $BAC\ ,DAC$

الحل:

(1) في المثلث ABC $\because \overline{BE} \perp \overline{AC}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore sin(45^\circ) = \frac{BE}{AB}$ 1

$BE = 10 \cdot sin(45^\circ)$ 1

$BE = 5\sqrt{2}\ cm$ $\frac{1}{2}$

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هي خط تقاطع المستويين $(BAC),(DAC)$ (هي حافة الزاوية الزوجية) $\frac{1}{2}$

$\overline{BE} \subset (BAC)\ ,\ \overline{BE} \perp \overleftrightarrow{AC}$ $\frac{1}{2}$

$\overline{DE} \subset (DAC)\ ,\ \overline{DE} \perp \overleftrightarrow{AC}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore B\hat{E}D$ هي الزاوية المستويه للزاوية الزوجية بين المستويين $(BAC),(DAC)$ 1

لإيجاد قياس الزاوية الزوجية

$\because \overline{DB} \perp (ABC)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$ 1

المثلث DBE قائم في B $\frac{1}{2}$

$\tan(B\hat{E}D) = \frac{DB}{BE} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

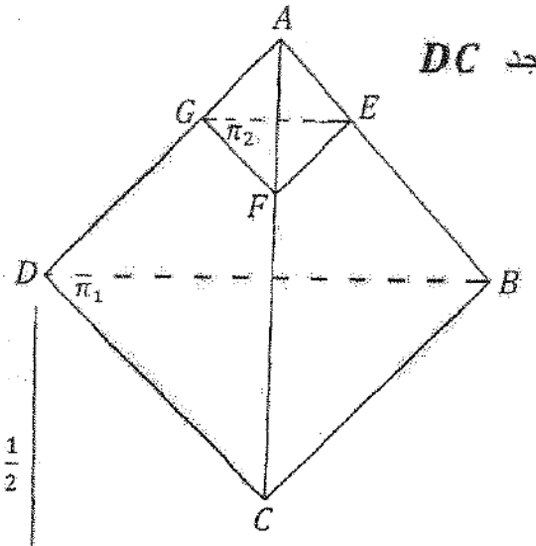
$\therefore m(B\hat{E}D) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 35.2644^\circ$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $(BAC),(DAC)$ حوالي $35^\circ 15'52''$ $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع:(14 درجه)

(a) في الشكل المقابل ، $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)

إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$, $FG = 6\ cm$ فاوجد DC



الحل:

$\frac{1}{2}$ $\because (ABC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{BC}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\because (ABC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{EF}$, $\pi_1 // \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{EF} // \overleftrightarrow{BC} \Rightarrow \overline{EF} // \overline{BC}$

ΔBAC

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{CB} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\because (ACD) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{DC}$

$\frac{1}{2}$ $\because (ACD) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GF}$, $\pi_1 // \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{GF} // \overleftrightarrow{DC} \Rightarrow \overline{GF} // \overline{DC}$

$\therefore \Delta DAC$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{6}{DC} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore CD = 4 \times 6 = 24\ cm$

تابع السؤال الرابع:

(b) (1) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(x-2y)^3$ (4 درجات)

الحل:

$4\times\frac{1}{2}$ $(x-2y)^3 = {}_3C_0(x)^3 + {}_3C_1(x)^2(-2y) + {}_3C_2(x)(-2y)^2 + {}_3C_3(-2y)^3$

1 $(x-2y)^3 = x^3 + 3x^2(-2y) + 3x(-2y)^2 + (-2y)^3$

1 $(x^2-2y)^3 = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

المطبعة العسكرية ديوان عام الوزارة 2017-2018 الفترة الدراسية الثانية لمجموعة الإمارات

(2) حل المعادلة: ${}_nP_4 = 5\times {}_nP_3 \ , \ n\geq 4$ (3 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{n!}{(n-4)!} = 5\times\frac{n!}{(n-3)!}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{1}{(n-4)!} = \frac{5}{(n-3)(n-4)!}$

$\frac{1}{2}$ $n-3=5$

$\frac{1}{2}$ $n=8$

القسم الثاني : البنود الموضوعية(14 درجة)

أولا: في البنود من (1-2) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الصورة المبسطة للتعبير $(12+5i)-(2-i)$ هي $(10-6i)$

(2) إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.

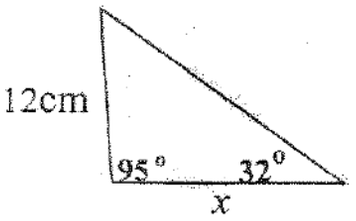
ثانيا: في البنود من (3- 10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح – ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة



(3) قيمة i^{40} تساوي

(a) -1 (b) $-i$ (c) 1 (d) i

(4) في المثلث المقابل ، x تساوي حوالي:



(a) $8.6\ cm$ (b) $15\ cm$
(c) $18.1\ cm$ (d) $19.2\ cm$

(5) في الدالة المثلثية $y=-2\ sin(3x)$ السعة هي:

(a) -3 (b) 3 (c) -2 (d) 2

(6) إذا كان $sin\,x+cos\,x=0$ فإن الربع الذي تقع فيه x هو

(a) الأول أو الثالث
(b) الثاني أو الرابع
(c) الثالث
(d) الأول

(7) $sin\frac{\pi}{3}\ cos\frac{\pi}{7}-sin\frac{\pi}{7}\ cos\frac{\pi}{3}$ يساوي

(a) $cos\frac{4\pi}{21}$ (b) $sin\frac{4\pi}{21}$ (c) $cos\frac{10\pi}{21}$ (d) $sin\frac{10\pi}{21}$

(8) المنشور القائم خماسي القاعدة يعين:

(a) خمسة مستويات مختلفة

(b) ستة مستويات مختلفة

(c) سبعة مستويات مختلفة

(d) ثمانية مستويات مختلفة

(9) إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1$, $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_2$ فإن:

(a) $\pi_1 = \pi_2$

(b) $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{l}$

(c) $\pi_1 // \pi_2$

(d) $\pi_1 \perp \pi_2$

(10) الحدثان n , m متنافيان ، $P(n) = \frac{3}{5} , P(m) = \frac{1}{3}$ فإن $P(n \cup m)$ تساوي

(a) $\frac{14}{15}$

(b) $\frac{3}{15}$

(c) $\frac{1}{5}$

(d) 0

إنتهت الأسئلة

إجابة الموضوعي

1	a	●	c	d
2	●	b	c	d
3	a	b	●	d
4	a	b	●	d
5	a	b	c	●
6	a	●	c	d
7	a	●	c	d
8	a	b	●	d
9	a	b	c	●
10	●	b	c	d

الطبعة المصرية ديوان عام الوزارة 2017-2018 وزارة التربية والتعليم والتعليم الفنية نموذج الإجابة

- البنود [2- 1] لكل بند درجة واحدة فقط

-البنود [10 – 3] لكل بند درجة ونصف

14

دولة الكويت

وزارة التربية — عدد الصفحات (11 صفحة)

التوجيه الفني العام الرياضيات — الصف الحادي عشر علمي — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) – الصف الحادي عشر علمي – 2017 / 2018 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C **(5 درجات)**

الحل : نحسب المميز Δ :

$\frac{1}{2}$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac$

$\frac{1}{2}$ $\quad \Delta = (16)^2 - 4(4)(25)$

$\quad = -144$

$\frac{1}{2}$ $\quad = (-1) \times (12)^2$

$\quad = i^2 \times (12)^2$



$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad z_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16-12i}{2\times 4} = -2 - \frac{3}{2}i$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad z_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16+12i}{2\times 4} = -2 + \frac{3}{2}i$

$\frac{1}{2}$ $\quad$ مجموعة الحل $= \{ -2 - \frac{3}{2}i , -2 + \frac{3}{2}i \}$

---

(2) أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ **(4 درجات)**

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{36} = 6$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad \therefore \tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{3}{3\sqrt{3}}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$ وبالتالي :

$\frac{1}{2}$ $\quad \because x > 0 , y > 0 \longrightarrow$ D تنتمي إلى الربع الأول $\therefore$

$\frac{1}{2}$ $\quad \therefore \theta = \frac{\pi}{6}$

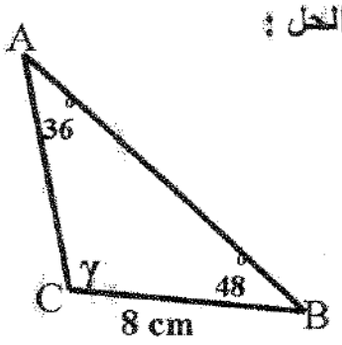
$\frac{1}{2}$ $\quad$ وبالتالي : الاحداثيات القطبية هي $D(6, \frac{\pi}{6})$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(b) حل المثلث ABC حيث ، $a = 8\ cm$ ، $\beta = 48^\circ$ ، $\alpha = 36^\circ$ (5 درجات)

الحل :



$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180^\circ - (36^\circ + 48^\circ)$

$\frac{1}{2}$ $= 96^\circ$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

1 $$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b}$$

$\frac{1}{2}$ $$b = \frac{8 \sin 48^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$\frac{1}{2}$ $b \approx 10.11\ cm$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$\frac{1}{2}$ $$c = \frac{8 \sin 96^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$\frac{1}{2}$ $c \approx 13.54\ cm$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة : (6 درجات)

$$y = \frac{1}{2}\cos(-x) \quad : \quad x \in [-2\pi , 2\pi]$$

الحل :

1 السعة : $|a| = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

1 الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$

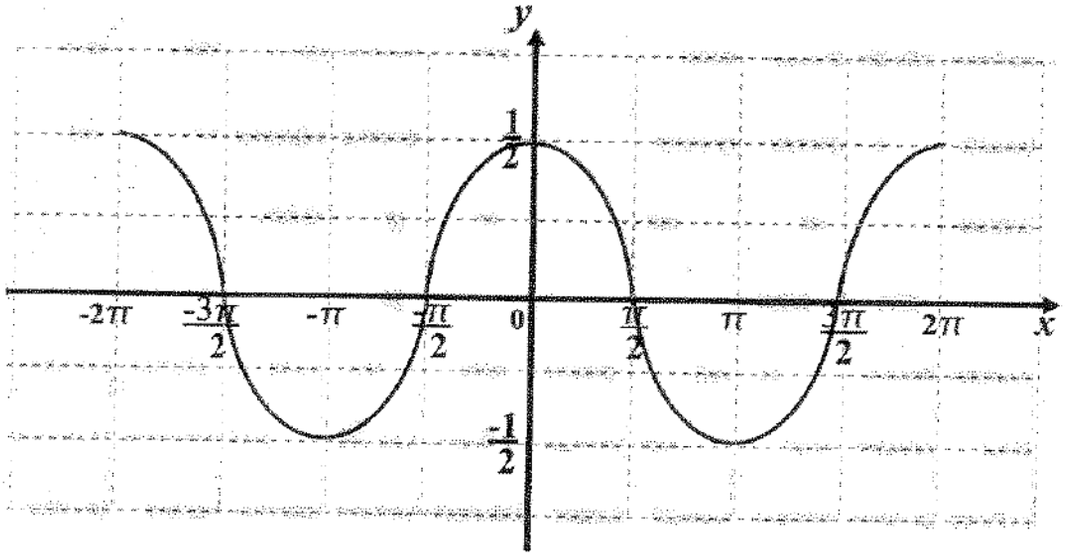
∴ ربع الدورة : $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

المملكة المغربية ديوان عام الإدارة وزارة التربية 2017-2018 الدور الثاني نموذج الإجابة

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$-x$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
$\cos(-x)$	1	0	-1	0	1
$\frac{1}{2}\cos(-x)$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

الرسم 3



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ (8 درجات)

أوجد كلاً مما يلي : $\cos\beta = \frac{-12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

(1) $\sin(\alpha + \beta)$ (2) $\tan 2\beta$

الحل :

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = 1 - (\frac{4}{5})^2$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \therefore \cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = 1 - (\frac{-12}{13})^2$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = \frac{25}{169} \rightarrow \sin\beta = \pm\frac{5}{13}$

$\frac{1}{2}$ $\because \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \sin\beta = \frac{-5}{13}$

$\frac{1}{2}$ $\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{\frac{-5}{13}}{\frac{-12}{13}} = \frac{5}{12}$

$\frac{1}{2}$ (1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$1 + \frac{1}{2}$ $= (\frac{4}{5})(\frac{-12}{13}) + (\frac{3}{5})(\frac{-5}{13}) = \frac{-63}{65}$

$1 + \frac{1}{2}$ (2) $\tan 2\beta = \frac{2\tan\beta}{1 - \tan^2\beta} = \frac{2 \times \frac{5}{12}}{1 - (\frac{5}{12})^2}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{120}{119}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) اثبت صحة المتطابقة : (4 درجات)

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل :

1 $$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

1 $$= \frac{\cos x\,(1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$



1 $$= \frac{\cos x\,(1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

1 $$= \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

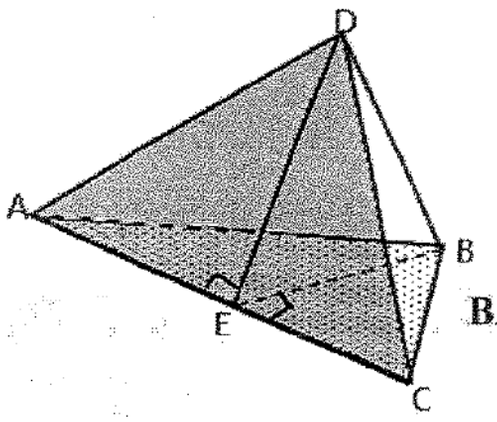
تابع السؤال الثالث : **(10 درجات)**

(b) في الشكل المقابل :D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ، $m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$, $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، BD = 5 cm ، AB = 10 cm ،

أوجد : BE (1)

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين (DAC) ، (BAC)



الحل : (1) ∵ $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ½

∴ $m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$ 1

∴ AEB مثلث ثلاثيني ستيني ½

$BE = \frac{1}{2}AB = 5$ cm 1

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC ½

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$, في المستوى BAC ½

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ في المستوى DAC ½

∴ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\hat{BED}$ 1

$\overline{DB} \perp (ABC)$, $\overline{BE} \subset (ABC)$ (معطى) ½ + ½

∴ $\overline{DB} \perp \overline{BE}$ (المستقيم العمودي على مستو) 1

∵ المثلث DBE قائم في $\hat{B}$ و متطابق الضلعين ½ + ½

∴ $m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4}$ 1

∴ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC يساوي $\frac{\pi}{4}$ ½

الطبعة المصرية ديوان علم الموازنة وزارة التربية 2017-2018 الدور الثاني نموذج الإجابة

السؤال الرابع :

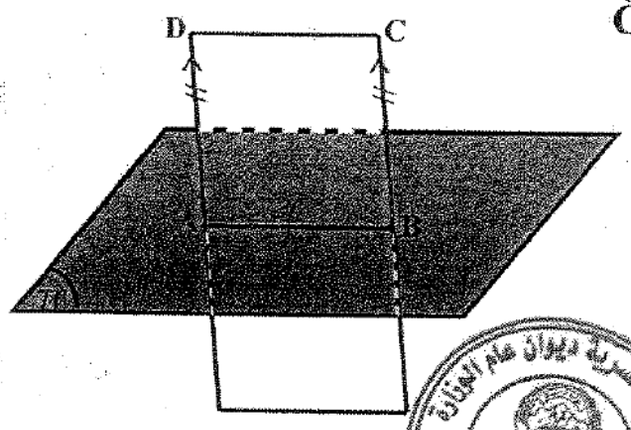
(7 درجات)

(a) (1) أكمل :

1 إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوى ، فإنه يوازي المستوى

(2) في الشكل المقابل : $AD = BC$ ، $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ ، $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$

اثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$





الحل :

$\frac{1}{2}$ $\because \overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

1 $\therefore \overleftrightarrow{BC}$ ، $\overleftrightarrow{AD}$ يعينان مستوياً وحيداً و ليكن (ABCD) فيه

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ ، $AD = BC$

1 $\therefore$ ABCD متوازي أضلاع

ومنه $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$

1 $\therefore \overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

$\frac{1}{2}$ $\because \overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ (معطى)

1 $\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ (نظرية)

تابع السؤال الرابع :

(b) خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة. تفوز 30% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي ، مع راشد 4 بطاقات ، فما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟ (7 درجات)

الحل :

	نفرض الحدث A : فوز راشد بجائزة
1	$P(A) = m = 0.30$
	نفرض الحدث B : عدم فوز راشد بجائزة
1	$P(B) = 1 - m = 0.70$
	نفرض الحدث E : فوز راشد بجائزتين
1	فيكون $n = 4$, $k = 2$
1	$P(E) = {}_n C_k (m)^k (1-m)^{n-k}$
2	$= {}_4 C_2 (0.3)^2 (0.7)^2$
1	$= 0.2646$



القسم الثاني : البنود الموضوعية (14 درجة)

أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

---

(1) مرافق العدد المركب : $z = 3 + 4i$ هو $\overline{z} = 3 - 4i$

---

(2) إذا كان : $\overleftrightarrow{m} // \pi$, $\overleftrightarrow{l} // \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$

ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

---

(3) الصورة المثلثية للعدد المركب : $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $-\pi < \theta \leq 0$ هي z تساوي:

(a) $4\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ (b) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

(c) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ (d) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

---

(4) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاع 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

(a) $16\sqrt{3}\ cm^2$ (b) $18\sqrt{3}\ cm^2$ (c) $24\ cm^2$ (d) $12\sqrt{5}\ cm^2$

---

(5) في مثلث ABC : $BC = 20$ cm , $AC = 10$ cm , $m(\hat{C}) = 60^\circ$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي :

(a) $10\sqrt{3}$ cm (b) $10\sqrt{7}$ cm (c) 12.4 cm (d) 29 cm

---

(6) $\cos(h + \frac{\pi}{2})$ يساوي :

(a) $-\sin h$ (b) $\sin h$ (c) $\cos h$ (d) $-\cos h$

---

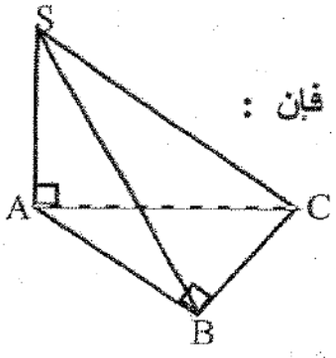
(7) مجموعة حل المعادلة : $\tan(x) = -\sqrt{3}$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي x تساوي:

ⓐ $\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\}$ ⓑ $\{\frac{2\pi}{3}\}$

ⓒ $\{\frac{4\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\}$ ⓓ $\{\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$

---

(8) في الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ ، $m(\hat{ABC}) = 90^\circ$ فإن :



ⓐ المثلث SAB قائم في $\hat{B}$

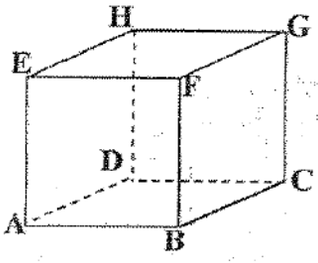
ⓑ $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

ⓒ المثلث SAB متطابق الضلعين

ⓓ المثلث SCB قائم في $\hat{C}$

---

(9) في المكعب ABCDEFGH ، $\overleftrightarrow{EG}$ ، $\overleftrightarrow{BD}$ هما :





ⓐ متوازيان

ⓑ متقاطعان

ⓒ متخالفان

ⓓ يحويهما مستو واحد

---

(10) معامل الحد الثالث في مفكوك $(3c - 4b)^5$ هو :

ⓐ 5170 ⓑ 3312 ⓒ 4320 ⓓ 2316

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	●	b	c	d
(2)	a	●	c	d
(3)	a	●	c	d
(4)	a	b	c	●
(5)	●	b	c	d
(6)	●	b	c	d
(7)	a	b	c	●
(8)	a	●	c	d
(9)	a	b	●	d
(10)	a	b	●	d

- البنود [2 – 1] لكل بند درجة واحدة فقط

-البنود [10 – 3] لكل بند درجة ونصف

14

دولة الكويت

وزارة التربية — عدد الصفحات(10 صفحات)

التوجيه الفني العام الرياضيات — الصف الحادي عشر علمي — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية ـ المجال الدراسي الرياضيات ـ العام الدراسي 2016 / 2017م

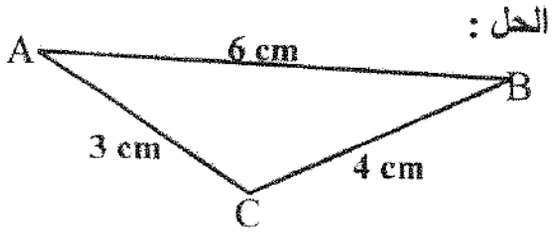
القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 4\ cm$ ، $b = 3\ cm$ ، $c = 6\ cm$ **(5 درجات)**

الحل :



$\frac{1}{2}$ $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,bc}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{9 + 36 - 16}{2\,(3)\,(6)}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{29}{36}$

$\frac{1}{2}$ $\alpha \approx 36.3^{\circ}$

$\frac{1}{2}$ $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,ac}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{16 + 36 - 9}{2\,(4)\,(6)}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{43}{48}$

$\frac{1}{2}$ $\beta \approx 26.4^{\circ}$

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180^{\circ} - 26.4^{\circ} - 36.3^{\circ}$

$\frac{1}{2}$ $\approx 117.3^{\circ}$



تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$ (9 درجات)

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i\ (z_2)^2$

الحل :

(1) $z_1 = -2 + 2i$

$x = -2$ ، $y = 2$

1 $r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن α زاوية الإسناد

1 $\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = |-1| = 1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$

$x < 0$ ، $y > 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ θ تقع في الربع الثاني

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

1 الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

(2) $2z + \overline{z_1} = 3i\ (z_2)^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $2z + (\overline{-2 + 2i}) = 3i\ (1 - i)^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $2z + -2 - 2i = 3i\ (1 - 2i - 1)$

$2z + -2 - 2i = 3i\ (-2i)$

$\frac{1}{2}$ $2z + -2 - 2i = -6i^2$

$\frac{1}{2}$ $2z + -2 - 2i = 6$

$\frac{1}{2}$ $2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$

$\frac{1}{2}$ $z = 4 + i$

العلمية السرية ديوان عام الوزارة 2016-2017 الفترة الدراسية الثانية نموذج الإجابة

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث (6 درجات)

$a = 23\ cm$ ، $b = 19\ cm$ ، $c = 12\ cm$ مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$\frac{1}{2}$ $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

1 $= \frac{1}{2}(23 + 19 + 12)$

$= \frac{1}{2}(54)$

$\frac{1}{2}$ $= 27$

1 $Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

1 $= \sqrt{27(27 - 23)(27 - 19)(27 - 12)}$

1 $= \sqrt{(27)(4)(8)(15)}$

$= \sqrt{12960}$

1 $= 36\sqrt{10}\ cm^2$

$Area \approx 113.84\ cm^2$



∴ مساحة المثلث $ABC = 113.84\ cm^2$ تقريباً

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos\beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)

أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$ (2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

الحل :

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = 1 - (\frac{3}{5})^2$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = \frac{16}{25} \longrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \cos\alpha = \frac{4}{5}$ α زاوية حادة



$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = 1 - (\frac{24}{25})^2$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = \frac{49}{625}$ $\sin\beta = \pm\frac{7}{25}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\beta = \frac{7}{25}$ β زاوية حادة

1 (1) $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

1 $= (\frac{4}{5})(\frac{24}{25}) + (\frac{3}{5})(\frac{7}{25})$

1 $= \frac{117}{125}$

1 (2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \cos\beta$

1 $= \frac{24}{25}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ (4 درجات)

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$\frac{1}{2}$ $\sin \alpha = |\sin x|$

$\frac{1}{2}$ $= |\frac{-\sqrt{3}}{2}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\alpha = \frac{\pi}{3}$

$\sin x < 0$



$\frac{1}{2}$ $\therefore x$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما x تقع في الربع الثالث :

$\frac{1}{2}$ $x = (\pi + \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$, $k \in z$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

عندما x تقع في الربع الرابع :

$\frac{1}{2}$ $x = (2\pi - \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$, $k \in z$

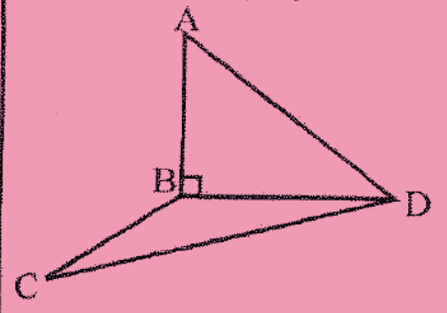
$\frac{1}{2}$ $= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

تابع السؤال الثالث :

(b) A , B , C , D أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (10 درجات)

وكان $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$

أثبت أن : (2) $(ABD) \perp (CBD)$ (1) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$



الحل :

1 $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$

1 $\overleftrightarrow{BD} \subset (BCD)$

1 $\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$



$\therefore$ ABD مثلث قائم الزاوية في $\hat{B}$ ومنه :

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2$ ..... (1)

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$ ..... (2)

من (1) ، (2) نجد أن :

2 $(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$

$\therefore$ BDC مثلث قائم الزاوية في $\hat{C}$ (عكس نظرية فياغورث) ومنه :

1 $\therefore \overline{BC} \perp \overline{DC}$

$\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (معطى)

1 $\overleftrightarrow{AB} \subset (ABD)$

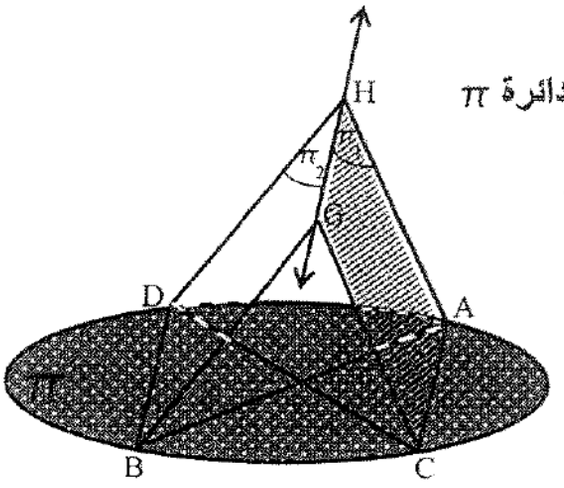
1 $\therefore (ABD) \perp (CBD)$ (نظرية)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π (7 درجات)

$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

الحل :



$\frac{1}{2}$ ∵ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\frac{1}{2}$ ∴ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

$\frac{1}{2}$ ∴ الشكل ABCD مستطيل

1 ∴ $\overline{AC} \parallel \overline{DB}$ ..... (1)

$\frac{1}{2}$ $\overline{AC} \subset \pi_1$, $\overline{DB} \subset \pi_2$

1 $\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$ ..... (2)

1 من (1) ، (2) : $\overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB}$

1 ∵ $\overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

1 ∴ $\overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$ (7 درجات)

الحل:

1 الحد الذي رتبته $r+1$ هو : $T_{r+1} = {}_n C_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$

$\frac{1}{2}$ في مفكوك كثيرة الحدود $(2x + 3y)^7$, $n = 7$

$\frac{1}{2}$ ∵ أس y يساوي 4 ∴ $r = 4$

2 $T_5 = {}_7 C_4 \cdot (2x)^3 \cdot (3y)^4$

1 $= (35) 2^3 x^3 \cdot 3^4 y^4$

1 $= (35)(8)(81) x^3 y^4$

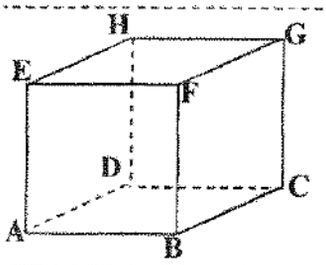
1 $= 22680 x^3 y^4$

ثانيا: البنود الموضوعية(14 درجة)

أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد : $3 + \sqrt{-4}$ هي : $3 - 2i$

(2) في الشكل المقابل :إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن
$\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{HG}$ يعينان مستوياً



ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مجموعة حل : $z^2 - 4z + 20 = 0$: $z \in C$ هي :

(a) $\{2 - 4i , -2 - 4i\}$ (b) $\{-2 + 4i , -2 - 4i\}$
(c) $\{2 - 4i , -2 + 4i\}$ (d) $\{2 - 4i , 2 + 4i\}$

(4) معادلة الدالة المثلثية $y = a \cos(bx)$ حيث السعة 4 و الدورة 6 يمكن أن تكون :

(a) $y = -\frac{1}{4}\cos(\frac{x}{3})$ (b) $y = -4\cos(\frac{3}{\pi}x)$
(c) $y = -4\cos(\frac{\pi}{3}x)$ (d) $y = 4\cos(\frac{x}{3})$

(5) مثلث قياسات زواياه $70^\circ , 60^\circ , 50^\circ$ فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :

(a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

(6) المقدار : $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

ⓐ $\cot^2 x$ ⓑ $\tan^2 x$ ⓒ $\cot^2 x \cos^2 x$ ⓓ $\tan^2 x \sin^2 x$

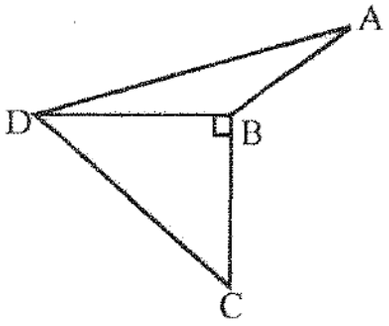
---

(7) $\sin(2\theta) =$

ⓐ $\cos\theta \sin\theta$ ⓑ $\sin^2\theta$ ⓒ $\cos^2\theta$ ⓓ $2\cos\theta \sin\theta$

---

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (DBC)$ فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي :



ⓐ $D\hat{B}C$ ⓑ $A\hat{B}C$

ⓒ $A\hat{B}D$ ⓓ $A\hat{D}C$

---

(9) إذا كان $\pi_2 // \pi_1$ ، $\pi_2 \neq \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن :

ⓐ $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$ ⓑ $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ ⓒ $\overleftrightarrow{l}$ ، $\overleftrightarrow{m}$ متخالفان ⓓ $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$

---

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام هي :

ⓐ 210 ⓑ 35 ⓒ 840 ⓓ 24

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	●	c	d
(2)	●	b	c	d
(3)	a	b	c	●
(4)	a	b	●	d
(5)	●	b	c	d
(6)	a	b	c	●
(7)	a	b	c	●
(8)	a	●	c	d
(9)	a	b	c	●
(10)	a	●	c	d

14

البنود [1 – 2] لكل بند درجة واحدة فقط

-البنود [3 – 10] لكل بند درجة ونصف

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام

(عدد الصفحات 11 صفحة)
الزمن : ساعتان45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي
امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2016 / 2017م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 11cm$, $b = 5\ cm$, $\gamma = 20^\circ$ (5 درجات)

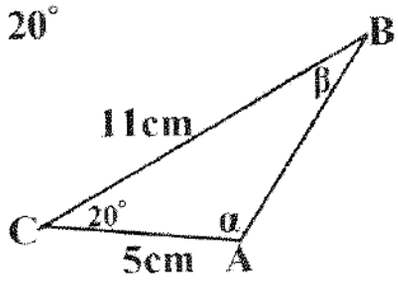
الحل :

$\frac{1}{2}$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\ cos\,\gamma$

$\frac{1}{2}$ $= 121 + 25 - (2)(11)(5)\ cos\ 20^\circ$

$\frac{1}{2}$ $= 42.6$

$\frac{1}{2}$ $c \approx 6.5\ cm$



المذيعة المصرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الدور الثاني نموذج الإجابة

$\frac{1}{2}$ $cos\ \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{25 + 42.6 - 121}{2(5)(6.5)}$

$\frac{1}{2}$ $\alpha \approx 145.2^\circ$

1 $\beta = 180^\circ - (145.2^\circ + 20^\circ)$

$\frac{1}{2}$ $\beta \approx 14.8^\circ$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول : (9 درجات)

(b) إذا كان $z_1 = -2 - 2i$, $z_2 = 3 - 5i$

(1) اوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

الحل :

1 (1) $z_2^{-1} = \frac{1}{3 - 5i} \times \frac{3 + 5i}{3 + 5i}$

1 $= \frac{3 + 5i}{9 + 25}$

1 $= \frac{3}{34} + \frac{5}{34} i$

المملكة العربية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2016-2017 الدور الثاني نموذج الإجابة

$\frac{1}{2}$ $z_1 = -2 - 2i$

$x_1 = -2$, $y_1 = -2$

1 $r_1 = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

نفرض أن α زاوية الإسناد

1 $\tan \alpha = \left| \frac{y_1}{x_1} \right| = \left| \frac{-2}{-2} \right| = 1$

1 $\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\because x_1 < 0$, $y_1 < 0$ ⟶ $\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث

1 $\therefore \theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

1 الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) اوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$ ثم ارسم بيانها (6 درجات)

الحل :

السعة $= |a| = |-5| = 5$ ½

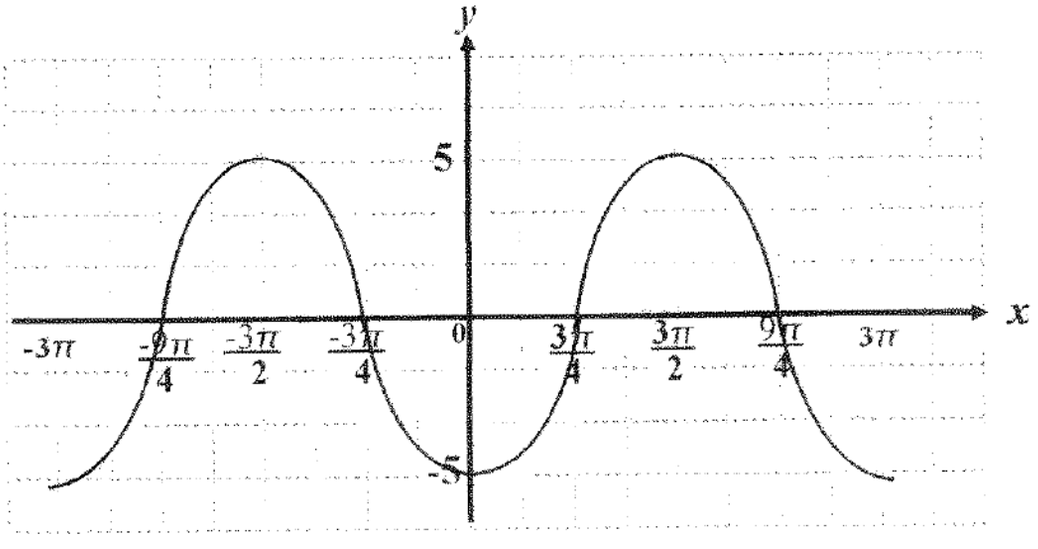
الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{2}{3}|} = \frac{3}{2} \times 2\pi = 3\pi$ ½

$\therefore$ ربع الدورة $= \frac{3\pi}{4}$

x	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	3π
$\frac{2x}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$	1	0	-1	0	1
$-5\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$	-5	0	5	0	-5

½ ½ ½ ½

الرسم 3



تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5\sin\theta - 2 = \sin\theta$ حيث $0 \leq 0 < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5\sin\theta - 2 = \sin\theta$$

1 $$5\sin\theta - \sin\theta = 2$$

½ $$4\sin\theta = 2$$



½ $$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية θ

½ $$\sin\alpha = |\sin\theta|$$

½ $$= \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

1 $$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\because \sin\theta > 0$$

1 $\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الثاني

عندما تقع في الربع الأول :

1 $$\theta = \alpha$$

½ $$\theta = \frac{\pi}{6}$$

عندما تقع في الربع الثاني :

1 $$\theta = \pi - \frac{\pi}{6}$$

½ $$= \frac{5\pi}{6}$$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}=2\csc^2 x$ (4 درجات)

الحل :

الطرف الأيسر :

$$\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}$$

1 $$=\frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x}+\frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{1+\cos x+1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{2}{1-\cos^2 x}$$

1 $$=\frac{2}{\sin^2 x}$$

1 $$=2\csc^2 x$$

$$=\text{الطرف الأيمن}$$

المطبعة العسرية ديوان عام الوزارة 2016-2017 الدور الثاني نموذج الإجابة

تابع السؤال الثالث :

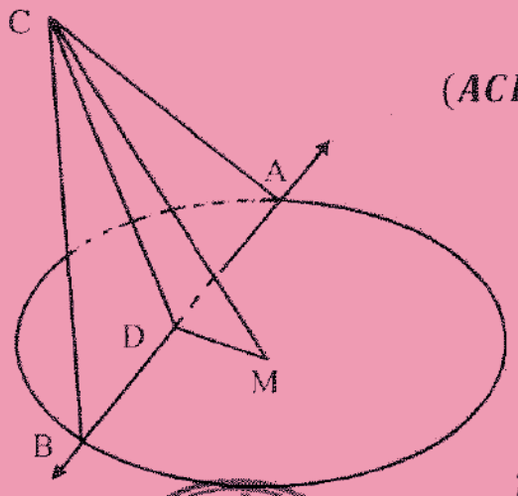
(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوي الدائرة التي مركزها M
D منتصف $\overline{AB}$ ، ABC مثلث فيه CA = CB اذا كان

$DC = DM = 5\ cm$ ، $MC = \sqrt{50}\ cm$

اثبت ان : (1) $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(2) مستوى الدائرة $\perp (ACB)$



الحل :

$\frac{1}{2}$ في المثلث ABC متطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\because$ D منتصف $\overline{AB}$

1 $\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB}$ ..... (1)

في مستوى الدائرة

$\frac{1}{2}$ $\because$ D منتصف $\overline{AB}$ ، M مركز الدائرة

1 $\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$ ..... (2)

من (1) ، (2) نجد أن :

$\frac{1}{2}$ $\overline{AB} \perp (CDM)$

1 $\therefore \overline{AB} \perp \overline{MC}$

$\frac{1}{2}$ $\because \overline{CD} \perp \overline{AB}$

$\frac{1}{2}$ $(CM)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$

$\frac{1}{2}$ $(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM}$ ..... (3)

1 $\therefore$ المثلث CDM قائم الزاوية في $\hat{D}$

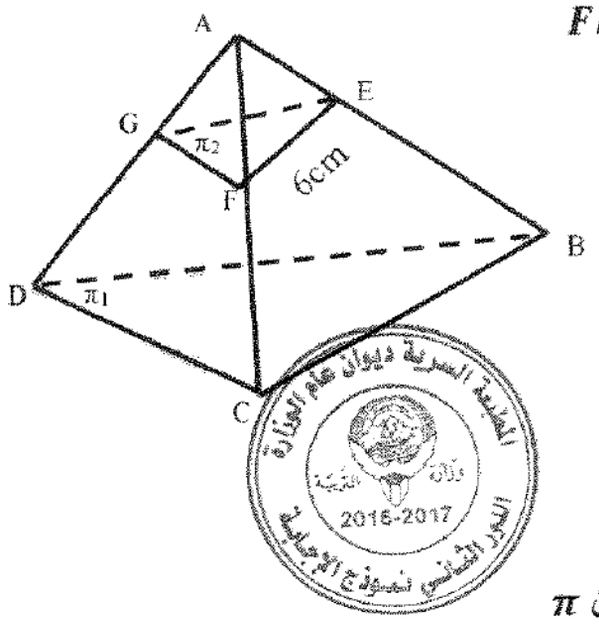
من (1) ، (3) نجد أن :

1 $\because \overline{CD} \subset (ACB)$ ، $\overline{CD} \perp$ مستوى الدائرة

1 $\therefore$ مستوى الدائرة $\perp (ACB)$ (نظرية)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_2, π_1 متوازيان (7 درجات)



المملكة العربية ديوان عام الوزارة
2016-2017
الدور الثاني نموذج الإجابة

اذا كان $FE = 6cm$, $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

أوجد : CB

الحل :

1 $\because \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ يعينان مستوى وحيد ليكن π

1 $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{FE}$

1 $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CB}$

$\because \pi_1 // \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{FE} // \overleftrightarrow{CB}$

1 $\because \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

1 $\frac{FE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$

$\therefore \frac{FE}{CB} = \frac{6}{CB}$

1 $\therefore \frac{6}{CB} = \frac{1}{4}$

$CB = 24\ Cm$

تابع السؤال الرابع :

(b) حل المعادلة : $_6p_r = 4 \times {}_6p_{r-1}$ (7 درجات)

الحل :

$$_6p_r = 4 \times {}_6p_{r-1}$$

1 + 1 $$\frac{6!}{(6-r)!} = 4 \times \frac{6!}{(6-(r-1))!}$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)!}$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!}$$

1 $$\frac{6!}{(6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!}$$



1 $$1 = \frac{4}{(7-r)}$$

1 $$7 - r = 4$$

$\frac{1}{2}$ $$r = 7 - 4$$

$\frac{1}{2}$ $$r = 3$$

ثانيا: البنود الموضوعية (14 درجة)

أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{ 2+i \ ، \ 2-i \}$.

(2) اذا كان المستقيمان M , L متخالفان وكان $N \perp M$ فإن $L \perp N$.

ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي :

(a) $\frac{1}{2}a^2 units^2$ (b) $a^2\frac{\sqrt{3}}{2} units^2$ (c) $a^2\frac{\sqrt{3}}{4} units^2$ (d) $a^2 units^2$

(4) الصورة الجبرية للعدد المركب $z = (1+2i)^2$ هي :

(a) $z = -3+4i$ (b) $z = 5+4i$ (c) $z = 5$ (d) $z = -3$

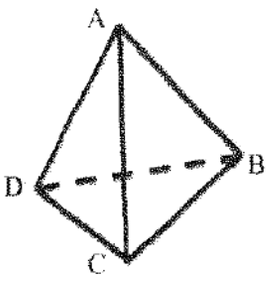
(5) $2\cos^2\frac{x}{2}$ تساوي :

(a) $1+\cos 2x$ (b) $1+\cos x$ (c) $\frac{1-\cos 2x}{2}$ (d) $\frac{1+\cos x}{2}$

(6) عدد حلول المعادلة $2\cos 4x = 1$ حيث $x \in \left[0 \ , \frac{\pi}{8}\right)$ هو :

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(7) في الشكل المقابل : ABCD هرم فإن النقاط A ، B ، C :



(a) تعين مستويا واحد

(b) تعين مستويين اثنين

(c) لا يمكن ان تعين مستويا

(d) تعين عدد لا منته من المستويات

---

(8) اذا توازى مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطي التقاطع :



(a) متعامدان

(b) متقاطعان

(c) متخالفان

(d) متوازيان

---

(9) اذا كان $AB = 12\ cm$, $AC = 17\ cm$, $BC = 25\ cm$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي تقريبا :

(a) 118° (b) 110° (c) 125° (d) 100°

---

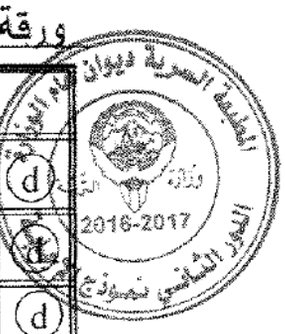
(10) إذا كان الحدثان r , t متنافيان ، $p(t) = \frac{1}{7}$ ، $p(r) = 60\%$ فإن $p(t \cup r)$ تساوي

(a) 28% (b) 42% (c) $\frac{16}{35}$ (d) $\frac{26}{35}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	a	**b**	c	d
(3)	a	b	**c**	d
(4)	**a**	b	c	d
(5)	a	**b**	c	d
(6)	a	b	**c**	d
(7)	**a**	b	c	d
(8)	a	b	c	**d**
(9)	**a**	b	c	d
(10)	a	b	c	**d**



14

في البنود (2 –1) لكل بند درجة

في البنود (10– 3) لكل بند درجة ونصف

دولة الكويت

وزارة التربية

(الأسئلة في 10 صفحات)

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي

العام الدراسي 2015 / 2016 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات -

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحًا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (6 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 1 + i \quad , z_2 = 3 - 4i$

(1) أوجد $2z_1 - \bar{z}_2$

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية .

نموذج إجابة

الحـــــــل

(1) $2z_1 - \bar{z}_2 = 2(1 + i) - \overline{(3 - 4i)}$ (1/2)

$= 2 + 2i - (3 + 4i)$ (1)

$= 2 + 2i - 3 - 4i$ (1/2)

$= -1 - 2i$ (1)

(2) $z_1 = 1 + i \implies x = 1 \ , \ y = 1$ (1/2)

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$ (1/2)

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{1}{1} \right| = 1$ (1/2)

$\alpha = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$ (1/2)

$\because \ x > 0 \ , y > 0$

$\therefore \ \theta = \alpha = \frac{\pi}{4}$ (1/2)

الصورة المثلثية هي : $z_1 = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ (1/2)

$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ (1/2)

المديرية العامة لديوان الوزارة - قطاع التوجيه والإشراف التربوي - المنطقة التربوية - وزارة التربية - 2015-2016

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الأول : (4 درجات)

(b) حل المعادلة : $3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$

نموذج إجابة

الحـــــــل

$\frac{1}{2}$ $3\sin\theta - \sin\theta = -1 \Rightarrow 2\sin\theta = -1$

$\sin\theta = -\frac{1}{2}$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$\frac{1}{2}$ $\sin\alpha = |\sin\theta| = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\because \sin\theta < 0$

1 $\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث :

$\frac{1}{2}$ $\theta = (\pi + \frac{\pi}{6}) + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$\frac{1}{2}$ $\theta = (2\pi - \frac{\pi}{6}) + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

$\therefore$ حل المعادلة هو :

$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ أو $\theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$

تراعى الحلول الأخرى

السؤال الثاني : (4 درجات)

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3\cos(2x) \quad , \quad x \in [-\pi, \pi]$$

نموذج إجابة

الحـــــــل

$\frac{1}{2}$ السعة $= |a| = |-3| = 3$

$\frac{1}{2}$ الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

المملكة المغربية ديوان عام الوزارة ... 2015-2016

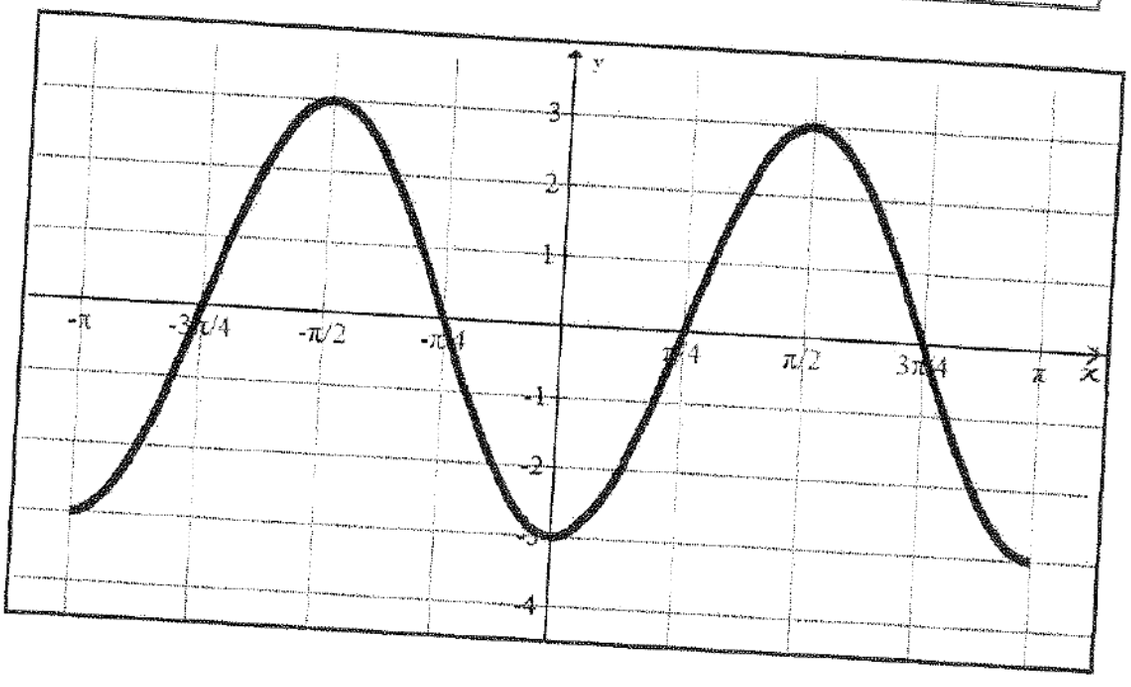
$\frac{1}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
$-3\cos 2x$	-3	0	3	0	-3

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

الرسم 2



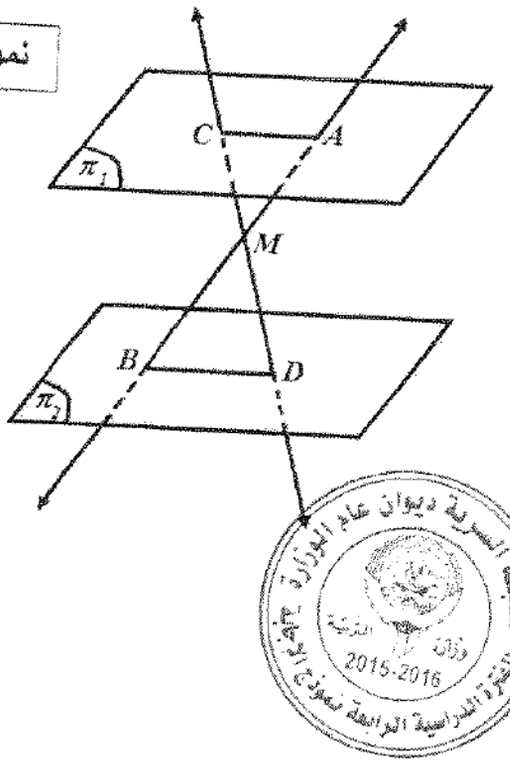
تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الثاني : (6 درجات)

(b) في الشكل المقابل : π_1 ، π_2 مستويان متوازيان ،
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$ حيث M نقطة واقعة بينهما ،
أثبت أن : $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

نموذج إجابة

الحـــــــل



$\frac{1}{2}$ ∵ $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ مستقيمان متقاطعان

1 ∴ يعينان مستويًا وحيدًا و ليكن π

$\frac{1}{2}$ ∵ $\pi_1 // \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$ ،

$\frac{1}{2}$ $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$ ،

1 ∴ $\overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{BD}$

1 ∴ المثلثان MCA , MDB متشابهان

1 ∴ $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$

الإدارة العامة للتربية والتعليم - وكالة الوزارة للشؤون التربوية - الفترة الدراسية الرابعة نموذج الإجابة - 2015-2016

يرجى الحلول الأخرى

السؤال الثالث : (4 درجات)

(a) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{1+\sin x}{\cos x}$$

نموذج إجابة

الحـــــــل

نبسط الطرف الأيسر إلى صورة الطرف الأيمن :

1 $$\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{\cos x}{1-\sin x} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x}$$

1 $$= \frac{\cos x.(1+\sin x)}{1-\sin^2 x}$$

1 $$= \frac{\cos x.(1+\sin x)}{\cos^2 x}$$

1 $$= \frac{(1+\sin x)}{\cos x}$$



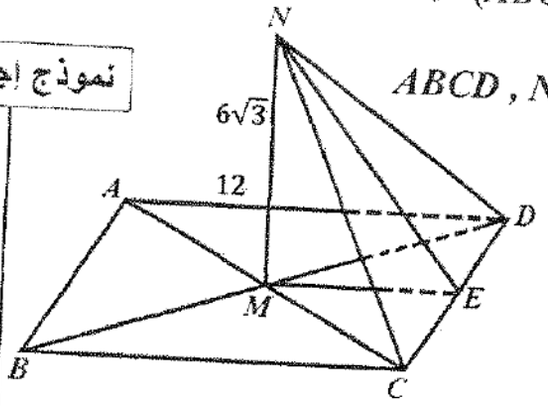
$\therefore$ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الثالث : (6 درجات)

(b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ،
وفيه $AD = 12$ أقيم $\overline{NM}$ عمودًا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه
بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ ، E منتصف $\overline{CD}$
أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD , NCD$

نموذج إجابة



الحـــــــل

البرهان :

$\overleftrightarrow{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD , NCD$ $\frac{1}{2}$

$\because \overleftrightarrow{MN} \perp (ABCD) \ , \overleftrightarrow{CD} \subset (ABCD)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{MN} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (1) $\frac{1}{2}$

في المثلث CDM المتطابق الضلعين (لأنه مأخوذ من المستطيل) $\frac{1}{2}$

$\because E$ منتصف $\overline{CD}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{ME} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (2)

من (2) ، (1) نجد أن : $\frac{1}{2}$

$\overleftrightarrow{CD} \perp (MNE) \ , \overline{NE} \subset (MNE)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \overleftrightarrow{NE} \perp \overleftrightarrow{CD}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

في المثلث ACD : $\frac{1}{2}$

$\overline{EM}$ واصلة بين منتصفي الضلعين : $\overline{CA} , \overline{CD}$

$\therefore EM = \frac{1}{2} AD = 6 \ cm$ $\frac{1}{2}$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M : $\frac{1}{2}$

$\therefore \tan(M\hat{E}N) = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore m(M\hat{E}N) = 60°$ $\frac{1}{2}$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD , NCD$ هو $60°$

يراعى الحلول الأخرى

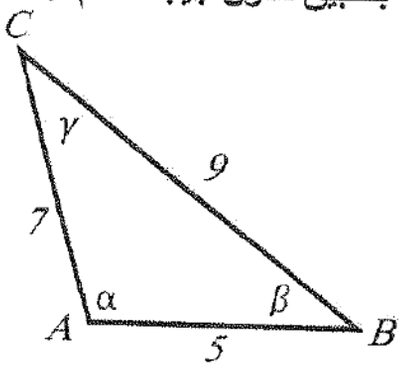
السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 9\ cm\ ,\ b = 7\ cm\ ,\ c = 5\ cm$ (5 درجات)

نموذج إجابة

الحـــــــل

بتطبيق قانون جيب التمام :



$\frac{1}{2}$ $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{49 + 25 - 81}{2(7)(5)}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{-1}{10}$

$\frac{1}{2}$ $\alpha \simeq 95.7^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{81 + 25 - 49}{2(9)(5)}$

$\frac{1}{2}$ $= \dfrac{19}{30}$

$\frac{1}{2}$ $\beta \simeq 50.7^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180^\circ - (95.7^\circ + 50.7^\circ)$

$\frac{1}{2}$ $= 33.56^\circ$

المطبعة المركزية ديوان عام الوزارة
2015-2016

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الرابع :

(5 درجات)

(b) أوجد قيمة n حيث : $\frac{{}_nC_5}{{}_{(n-1)}C_4}=\frac{6}{5}$

نموذج إجابة

الحـــــــل

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{n-1}C_4}=\frac{6}{5}$$

1 + 1 $\quad \frac{n!}{(n-5)!\ 5!} \div \frac{(n-1)!}{(n-1-4)!\ 4!}=\frac{6}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{n!}{(n-5)!\ 5!} \times \frac{(n-5)!\ 4!}{(n-1)!}=\frac{6}{5}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad \frac{n(n-1)!}{(n-5)!\ 5.4!} \times \frac{(n-5)!\ 4!}{(n-1)!}=\frac{6}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{n}{5}=\frac{6}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\quad n=6$

تراعى الحلول الأخرى

نموذج إجابة

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي $A(2, -2\sqrt{3})$.

(2) إذا كان المستقيم ℓ مائل على المستوى π فإن $\vec{\ell}$ ليس عموديًا على أي مستقيم محتوى في π .

(3) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $8\ cm$ ، $12\ cm$ ، $5\ cm$ فإن قياس الزاوية الأكبر في هذا المثلث يساوي حوالي $133.4°$

2015-2016

ثانيا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 3 - 4i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = 3 - 4i \\ z_2 = -3 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = -7 - i \\ z_2 = 7 + i \end{cases}$

(5) المقدار : $tan^2x - sin^2x$ متطابق مع المقدار :

(a) tan^2x (b) cot^2x (c) $tan^2x\, sin^2x$ (d) $cot^2x\, cos^2x$

(6) إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\pi_1 \neq \pi_2$ ، $\vec{\ell} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن :

(a) $\vec{\ell} // \vec{m}$ (b) $\vec{\ell} \perp \vec{m}$ (c) متخالفان $\vec{\ell}$, $\vec{m}$ (d) $\vec{\ell} \cap \vec{m} = \phi$

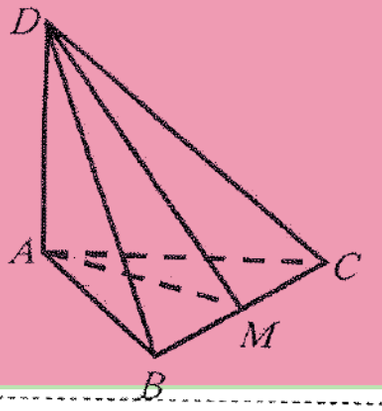
(7) في الشكل المقابل : إذا كان $\overline{AD}$ عمودي على (ABC) ، $AB = AC$ ، M منتصف $\overline{BC}$ فإن :

(a) $(ABC) \perp (DAC)$

(b) $(DBC) \perp (DAC)$

(c) $(AMD) \perp (ACD)$

(d) $(ABD) \perp (BCD)$



(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $7\ cm$ ، $8\ cm$ ، $9\ cm$ هي :

(a) $6\sqrt{3}\ cm^2$ (b) $12\sqrt{5}\ cm^2$ (c) $16\sqrt{3}\ cm^2$ (d) $18\sqrt{3}\ cm^2$

(9) $tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right)$ تساوي :

(a) $1 + tanh$ (b) $\frac{1-tan\,h}{1+tan\,h}$

(c) $\frac{1+tan\,h}{1-tan\,h}$ (d) $1 - tanh$

(10) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معامله 2160 هو الحد :

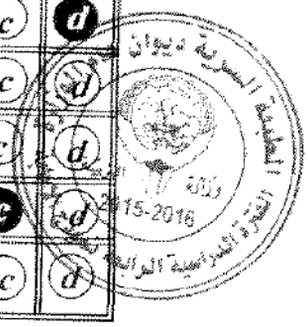
(a) الثاني (b) الثالث (c) الرابع (d) الخامس

" انتهت الأسئلة "

نموذج إجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	a	**b**	c	d
(3)	**a**	b	c	d
(4)	a	b	**c**	d
(5)	a	b	**c**	d
(6)	a	b	c	**d**
(7)	**a**	b	c	d
(8)	a	**b**	c	d
(9)	a	b	**c**	d
(10)	a	**b**	c	d



10

لكل بند درجة واحدة فقط

دولة الكويت
وزارة التربية

(الأسئلة في 9 صفحات)

امتحان الدور الثاني للفترة الدراسية الرابعة - الرياضيات

الصف الحادي عشر العلمي — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

العام الدراسي2016/2015 م

أسئلة المقال

أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

10

إجابة السؤال الأول :

(a)أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 3 + 4i$ (6 درجات)

الحل :-

ليكن $w = m + ni$جذراً تربيعياً للعددZ فيكون $w^2 = Z$

$(m + ni)^2 = 3 + 4i$

$m^2 - n^2 + 2mni = 3 + 4i$

$m^2 - n^2 = 3 \qquad (1)$

$2mn = 4 \qquad (2)$

$|w|^2 = |Z|$

$\left(\sqrt{m^2 + n^2}\right)^2 = \sqrt{3^2 + 4^2}$

$m^2 + n^2 = 5 \qquad (3)$

من (1) ، (3) بالجمع :

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 5 \\ m^2 - n^2 = 3 \end{cases}$$

$2m^2 = 8 \implies m^2 = 4 \implies m = \pm 2$

$n^2 = 1 \implies n = \pm 1$

$\therefore m = -2 \ , \ n = -1$

أو $m = 2 \ , \ n = 1$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $Z = 3 + 4i$هما :

$w_1 = 2 + i \quad , \quad w_2 = -2 - i$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2015-2016
الدور الثاني نموذج الإجابة

تراعى الحلول الأخرى

تابع إجابةالســـؤال الأول:

(b)حل المعادلة :- $2\cos x = -\sqrt{3}$ (4 درجات)

الحل :-

$$2\cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

نفرض أن α هي قياس زاوية الإسناد للزاوية التي قياسها x

$$\therefore \cos\alpha = |\cos x|$$

$$= \left|\frac{-\sqrt{3}}{2}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\because \cos x < 0$$



$\therefore$ xتقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما xتقع في الربع الثاني

$$x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi, \qquad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

وعندما xتقع في الربع الثالث

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi, \qquad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$\therefore$حل المعادلة : $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

2- تراعى الحلول الأخرى

10

إجابة الســـؤال الثـــــانى:

(a)أوجد السعة والدورة للدالة ثم ارسم بيانها: $y = 2\cos 2x \,, x \in [-\pi, \pi]$ (4 درجات)

الحل :

السعة : $|a| = |2| = 2$ ½

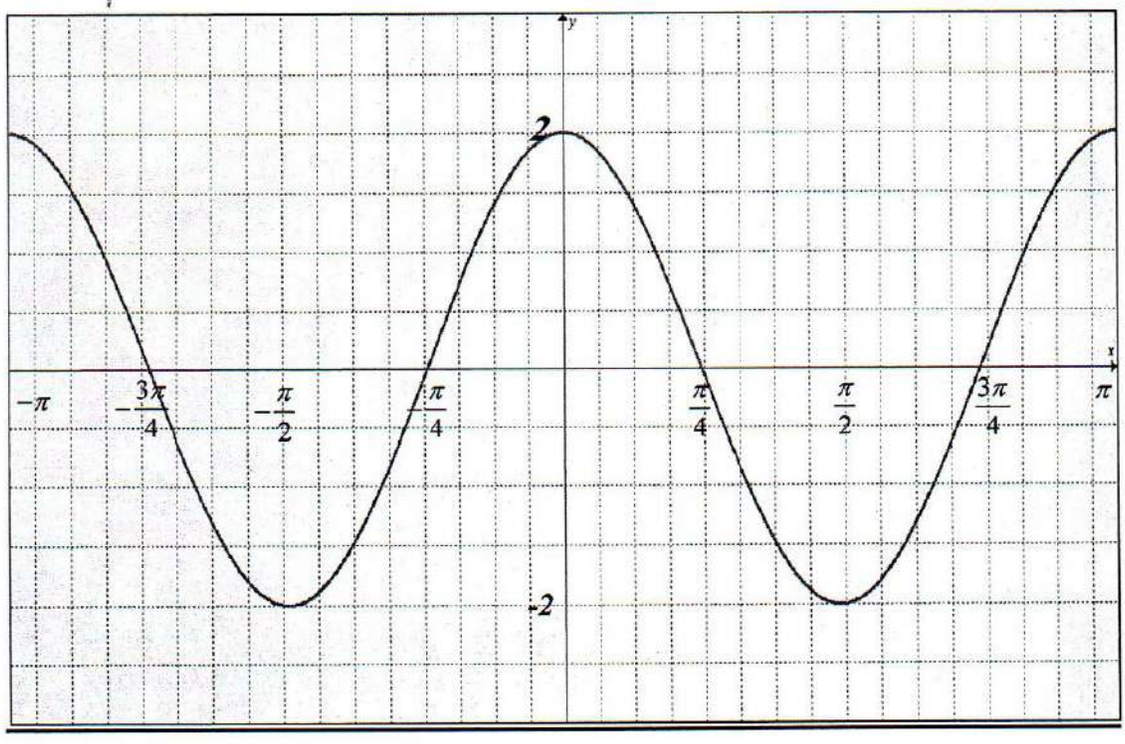
الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$ ½

$\therefore$ ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$cos2x$	1	0	-1	0	1
$y = 2cos2x$	2	0	-2	0	2

½

½



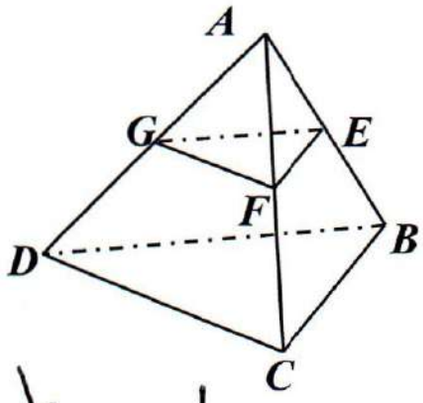
الطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2015-2016
الدور الثاني نموذج الإجابة

تراعى الحلول الاخرى

تابع إجابةالســـؤال الثـــــاني:

(b)في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان EFG, BCD متوازيان(6 درجات)

فإذا كان $\frac{AE}{EB}=\frac{1}{3}$ ، $FG=6\ cm$ فأوجد DC



الحل :-

البرهان :- معطى

$\because (EFG)//(BCD)$ ½

$\because (EFG)\cap(ACB)=\overleftrightarrow{FE}$ ½

$(ABC)\cap(BCD)=\overleftrightarrow{CB}$ ½

$\therefore \overleftrightarrow{FE}\ //\ \overleftrightarrow{CB}$ ½

∴المثلثان ABC, AEF متشابهان

$\because \frac{AE}{EB}=\frac{AF}{AC}=\frac{FG}{CB}$ ½

$\because \frac{AE}{EB}=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AE+EB}=\frac{1}{4}$ ½

$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{1}{4}$ (1) ½

بالمثل المثلثان AGF, ADC متشابهان ½

$\therefore \frac{AF}{AC}=\frac{GF}{DC}$ (2) ½

من (1) ، (2) نستنتج أن

$\therefore \frac{GF}{DC}=\frac{1}{4}$ ½

$\therefore \frac{6}{DC}=\frac{1}{4} \Rightarrow DC=24\ cm$ ½ + ½

الطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2015-2016
الدور الثاني نموذج الإجابة

تراعى الحلول الأخرى

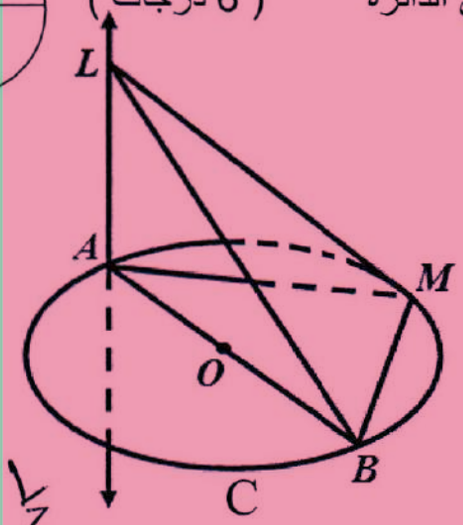
إجابةالســـؤال الثـــالث:

10 (6 درجات)

(a)في الشكل المقابل C دائرة مركزها O، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة
M نقطة تنتمي للدائرة ، $\overleftrightarrow{LA}$ متعامد مع مستوى الدائرة
أثبت أن :

$(a)\overline{BM} \perp (LMA)$

$(b)(LBM) \perp (LAM)$



½

البرهان :- ∵ $\overline{AB}$ قطر في الدائرة التي مركزها O

$\therefore m(A\widehat{M}B)=90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{BM} \perp \overrightarrow{AM}$ (1)

½ + ½

$\because \overrightarrow{LA} \perp (AMB)$, $\because \overrightarrow{AM} \subset (AMB)$

½ + ½

$\therefore \overrightarrow{BM} \perp \overrightarrow{LA}$ (2)

½

من (1),(2) نستنتج أن:

1

$\overrightarrow{BM}$ عمودي على كلا من المستقيمان المتقاطعان $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AL}$

½

$\therefore \overline{BM} \perp (LMA)$

وهو المطلوب إثباته أولا



½ + ½

$\because \overrightarrow{BM} \subset (LMB)$, $\overrightarrow{BM} \perp (LMA)$

½

$\therefore (LMB) \perp (LMA)$

وهو المطلوب إثباته ثانيا

تراعى الحلول الأخرى

تابع إجابةالســـؤال الثـــالث:

(4 درجات) $\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ (b) إذا كان

فأوجد (1) $\sin 2\theta$ (2) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$

الحل :- متطابقة فيثاغورث :

(1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$= 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= \frac{1}{2}$ ½

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $\cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ½

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ ½

$= 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ½ ½

$\therefore \sin 2\theta = 1$ ½

(2) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\theta\cos\frac{\pi}{3} - \sin\theta\sin\frac{\pi}{3}$ ½

$= \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ½

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ½

الطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2015-2016
السؤال الثاني نموذج الإجابة

تراعى الحلول الأخرى

إجابة السـؤال الرابع :

10 (5 درجات) $a=4\ cm, \alpha=40^\circ, \beta=60^\circ$ الذي فيه ABC **(a) حل المثلث**

الحل :

يجب إيجاد γ, b, c

1 $\gamma = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$

1 $\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$

1 $\frac{\sin 40^\circ}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{b} = \frac{\sin 80^\circ}{c}$

1 $b = \frac{4\times\sin 60^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow b \approx 5.389$

1 $c = \frac{4\times\sin 80^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow c \approx 6.128$



(5 درجات) **(b)** أوجد الحد الذي يحتوي على x^3y^4 في مفكوك $(2x+3y)^7$

الحل :

1 الحد الذي رتبته $r+1$ هو $T_{r+1} = {}_nC_r . x^{n-r} . y^r$

1 في مفكوك ذات الحدين $(2x+3y)^7 : n = 7$

½ ∵ أس y يساوي $\therefore r = 4 \Leftarrow 4$

يصبح هذا الحد :

1 $T_5 = {}_7C_4 . (2x)^3 . (3y)^4$

1 $= 35 \times (2)^3 x^3 (3)^4 y^4$

$= 35 \times 8 \times 81 \times x^3 y^4$

½ $= 22680\ x^3\ y^4$

تابع الحلول الأخرى

إجابةالبنود الموضوعية(لكل بند درجة واحدة):

في البنود من (3 – 1) بنود صحيحة وأخرى خاطئة ظلل (a)إذا كانت العبارة صحيحة وظلل(b)إذا كانت العبارة خاطئة :

①	الإحداثيات القطبية للنقطة $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي $M\left(1,\frac{5\pi}{4}\right)$.
②	إذا كان a,b طولا ضلعين متتالين في متوازي أضلاع و θ قياس الزاوية بينهما فان مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$
③	إذا وازى مستقيم l مستويا π فإن $\vec{l}$ يوازي مستقيما وحيدا في π

في البنود من (10– 4) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدالة علي الإجابة الصحيحة :-

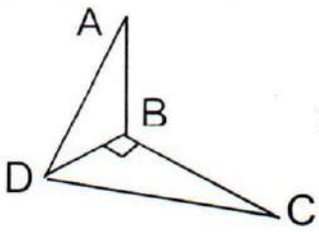
④	إذا كان $z=i$ فإن z^{250} تساوي ⓐ $-i$ ⓑ i ⓒ 1 ⓓ -1
⑤	إذا كان $a=4cm,b=3cm,c=6cm$ فان قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالي : ⓐ 117° ⓑ 110° ⓒ 125° ⓓ 100°
⑥	إذا كان $\pi_1 // \pi_2, \pi_1 \neq \pi_2, \vec{l}\subset\pi_1, \overleftrightarrow{m}\subset\pi_2$ فإن : ⓐ $\vec{l}\,//\overleftrightarrow{m}$ ⓑ $\vec{l}\perp\overleftrightarrow{m}$ ⓒ $\vec{l},\overrightarrow{m}$ متخالفان ⓓ $\vec{l}\cap\overleftrightarrow{m}=\phi$
⑦	$2\cos^2\frac{x}{2}$ تساوي ⓐ $\frac{1+\cos x}{2}$ ⓑ $1+\cos 2x$ ⓒ $1+\cos x$ ⓓ $\frac{1-\cos 2x}{2}$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2015-2016 الدور الثاني نموذج الإجابة

⑧ المقدار $\frac{1}{\tan x}+\tan x$ متطابق مع المقدار

ⓐ $\sec x \cos x$ ⓑ $\sec x \sin x$ ⓒ $\sec x \csc x$ ⓓ $\sin x \cos x$

⑨ في الشكل المقابل DBC مثلث قائم الزاوية في B فإذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (DBC)$ فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{DB}$ هي :



ⓐ $D\hat{B}C$ ⓑ $A\hat{B}C$ ⓒ $A\hat{B}D$ ⓓ $A\hat{D}C$

⑩ إذا كان r, t حدثان متنافيان، $P(t)=\frac{3}{5}, P(r)=\frac{1}{3}$ فإن $P(r \cup t)$ يساوي :

ⓐ $\frac{1}{5}$ ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ $\frac{4}{15}$ ⓓ $\frac{14}{15}$

إجابة البنود الموضوعية

10



رقم البند	الإجابة			
①	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
②	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
③	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
④	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
⑤	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
⑥	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
⑦	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
⑧	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
⑩	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

دولة الكويت

وزارة التربية

(الأسئلة في 8 صفحات)

الزمن : ساعتان و45 دقيقة

الصف الحادي عشر علمي

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2014 / 2015 م

نموذج الاجابة

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)

ليكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد z فيكون $w^2 = z$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $(m+ni)^2 = 5+12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$

$\frac{1}{2}$ $\therefore m^2 - n^2 = 5$ -- (1)

$\frac{1}{2}$ $2mn = 12$ -- (2)

$|w|^2 = |12| \rightarrow (\sqrt{m^2+n^2})^2 = \sqrt{(5)^2+(12)^2}$

$\frac{1}{2}$ $m^2 + n^2 = 13$ -- (3)

بجمع المعادلتين (3) ، (1)

$m^2 - n^2 = 5$

$\frac{1}{2}$ $2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9 \rightarrow m = \pm 3$

$\frac{1}{2}$ $n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$

بالتعويض في (1)

$\frac{1}{2}$ $m = 3 , n = 2$

من المعادلة (2)

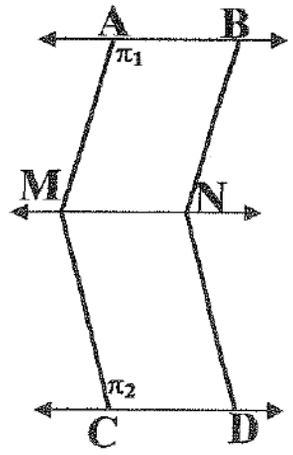
$\frac{1}{2}$ $m = -3 , n = -2$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $5 + 12i$ هما :

$\frac{1}{2}$ $w_1 = 3 + 2i$ ، $w_2 = -3 - 2i$



(b) في الشكل المقابل ليكن π_1 , π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ اثبت $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2 , \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1 , \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN}$ -- (1) (نظرية)

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$ ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN}$ -- (2)

1 من (1) ، (2) (نظرية) $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$, $z_2 = 3 + i$ فاوجد : (3 درجات)

(1) $z_2 \cdot z_1$ (2) $(\overline{z_2 + z_1})$ (3) $(z_2)^{-1}$

$\frac{1}{2}$ (1) $z_2 \cdot z_1 = (3+i)(5-4i)$

$= 15 - 12i + 5i + 4$

$\frac{1}{2}$ $= 19 - 7i$

$\frac{1}{2}$ (2) $z_2 + z_1 = 8 - 3i$

$\frac{1}{2}$ $(\overline{z_2 + z_1}) = 8 + 3i$

$\frac{1}{2}$ (3) $z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$



(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$, $\alpha = 26.3^\circ$ (3 درجات)

$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$

$\sin B \approx 0.379$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_1 \approx 22.3^\circ$ أو $B_2 \approx 157.6^\circ$

$\therefore \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_2$ مرفوضة

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$

$= 131.4^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4}{c}$

$\frac{1}{2}$ $c \approx 11.85\text{ cm}$

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)

ثم ارسم بيانها

السعة : $|a| = |-3| = 3$ ½

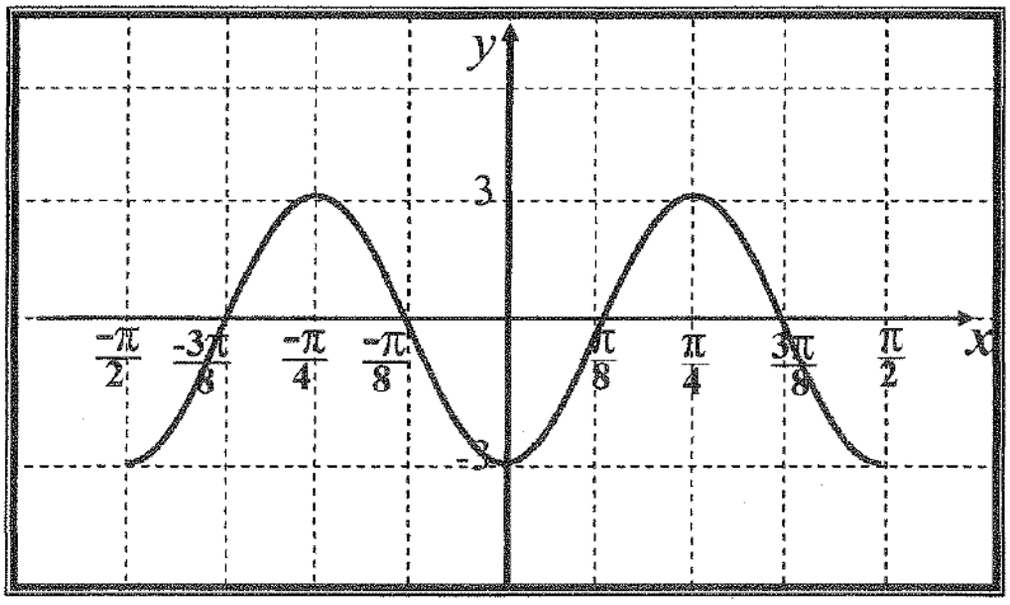
الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$ ½

ربع الدورة = $\frac{\pi}{8}$

المديرية العامة لمديرية عام الجوازة
مكتب التربية
2014-2015
الفترة الدراسية الرابعة نموذج الاجابة

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
4x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Cos4x	1	0	-1	0	1
-3 Cos4x	-3	0	3	0	-3

1



2

يجب مراعاة الحلول الأخرى

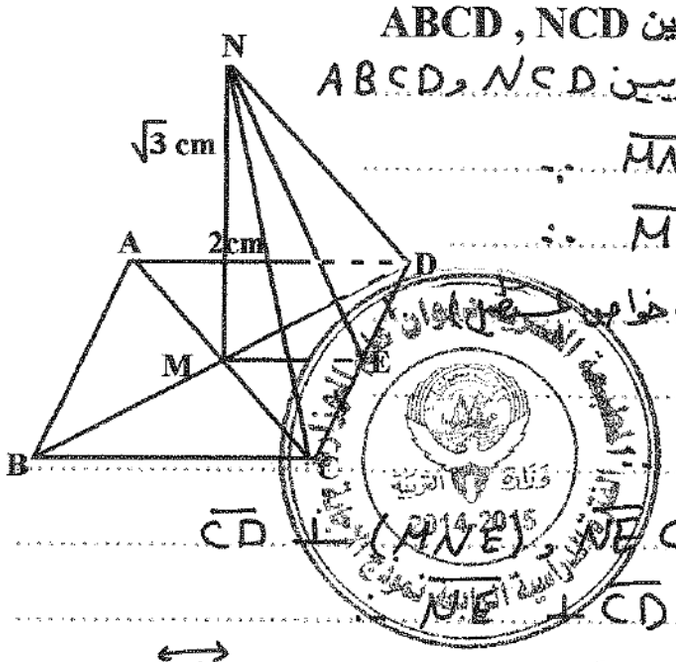
نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) **ABCD** مستطيل تقاطع قطراه في **M** وفيه **E , AD = 2cm** منصف $\overline{CD}$ **(7 درجات)**

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على **(ABCD)** حيث **N** خارج مستواه بحيث $MN=\sqrt{3}$ cm

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين **ABCD , NCD**



$\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين NCD و ABCD

$\overline{MN} \perp (ABCD)$ ، $\overline{CD} \subset (ABCD)$ ∴ $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ ... (1) ½ ½

في المثلث CDM المتطابق الضلعين (من خواصه) E منتصف $\overline{CD}$ ∴ $\overline{ME} \perp \overline{CD}$ ... (2) ½ ½

من (2) و (1) نجد أن: $\overline{CD} \perp (MNE)$ ، $\overline{NE} \subset MNE$ ، $\overline{ME} \perp \overline{CD}$ ½ ½ ½

∴ $M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$ ½

في المثلث BCD

M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل) ½

E منتصف $\overline{CD}$

∴ $ME = \frac{1}{2}AD \longrightarrow ME = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ cm ½ + ½

في المثلث MEN القائم الزاوية في M (من خواص المستقيم العمودي مع مستوى) ½

$\tan(M\hat{E}N) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$ ½ + ½

∴ $m(M\hat{E}N) = 60^\circ$ ½

∴ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين NCD , ABCD هو 60°

(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ **(3 درجات)**

الطرف الأيسر $= \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$ ½

$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$ 1 + ½

$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$ ½ + ½

= الطرف الأيمن

نموذج الاجابة

السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ فاوجد : $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ (5 درجات)

(1) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ (2) $\tan 2\theta$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta = \frac{16}{25} \rightarrow \sin\theta = \pm\frac{4}{5}$

θ تقع في الربع الثاني $\therefore$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\theta = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{4}{3}$

$\frac{1}{2}$ $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\left(-\frac{4}{3}\right)}{1-\frac{16}{9}}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{24}{7}$

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2}\,{}_{2n}C_5$ (5 درجات)

$1+1$ $\frac{2n!}{(2n-4)!\,4!} = \frac{1}{2} \times \frac{2n!}{(2n-5)!\,5!}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{2n!}{(2n-4)!\,4!} \times \frac{(2n-5)!\,5!}{2n!} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{(2n-5)!\times 5\times 4!}{(2n-4)(2n-5)!\,4!} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \rightarrow 2n-4 = 10$

$\frac{1}{2}$ $2n = 14 \rightarrow n = 7$

5

يجب مراعاة الحلول الأخرى

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $BC = 8cm$ ، $AB = 7cm$ ، $AC = 9cm$
فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\ cm^2$

(2) إذا كان $0 < \theta < 90^o$ ، $\cos\theta = \frac{3}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان : $m // \pi$ ، $l \perp m$ فإن $l \perp \pi$

وزارة التربية 2014-2015

ثانيا :في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان : $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

(a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمدداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

(a) $4\sin(\frac{1}{3}x)$ (b) $\frac{1}{3}\sin(3x)$

(c) $3\sin(4x)$ (d) $4\sin(3x)$

(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^0$, $AB = 30$ cm , $AC = 40$cm فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

ⓐ 60.8 cm ⓑ 36 cm

ⓒ 21 cm ⓓ 68 cm

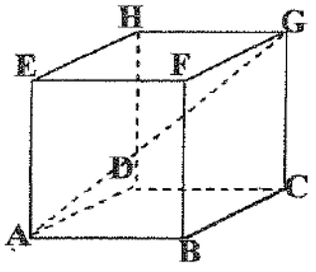
---

(7) المقدار : $\tan x + \frac{1}{\tan x}$ متطابق مع المقدار :

ⓐ $\sec x \cos x$ ⓑ $\cos x \sin x$ ⓒ $\sec x \csc x$ ⓓ $\sec x \sin x$

---

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



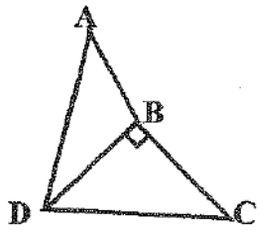
ⓐ $\sqrt{3}$ cm ⓑ 9 cm

ⓒ 18 cm ⓓ $3\sqrt{3}$ cm

---

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B , فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC)

فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي :



ⓐ $D\hat{B}C$ ⓑ $A\hat{B}C$

ⓒ $A\hat{B}D$ ⓓ $A\hat{D}C$

---

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

ⓐ -21 ⓑ -7 ⓒ 7 ⓓ 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	●	b	c	d
(2)	a	●	c	d
(3)	a	●	c	d
(4)	a	b	c	●
(5)	a	b	c	●
(6)	●	b	c	d
(7)	a	b	●	d
(8)	a	b	c	●
(9)	a	●	c	d
(10)	a	b	c	●



10

لكل بند درجة واحدة فقط

دولة الكويت

وزارة التربية

(الأسئلة في 8 صفحات)

الصف الحادي عشر علمي

الزمن : ساعتان و45 دقيقة

امتحان (الدور الثاني) الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2014 / 2015 م

القسم الأول – أسئلة المقال

نموذج الاجابة

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (a) أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 6x + 25 = 0$ (5 درجات)

$\frac{1}{2}$ ..... $\Delta = b^2 - 4(a)(c)$

$\frac{1}{2}$ ..... $= 36 - 4(1)(25)$

$\frac{1}{2}$ ..... $= -64 = 64i^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ..... $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{64i^2}}{2}$

$\frac{1}{2}$ ..... $= \frac{-6 \pm 8i}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ..... $= (-3 \pm 4i)$

1 ..... مجموعة الحل $= \{-3+4i, -3-4i\}$

المملكة العربية ديوان عام الوزارة قطاع التربية 2014-2015 نموذج الرد الثاني

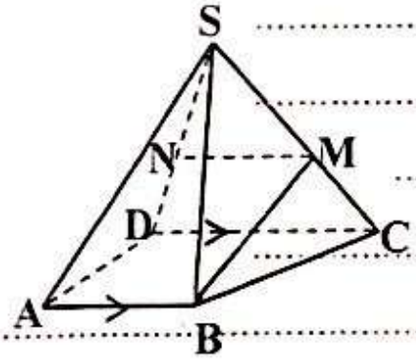
(b) في الشكل المقابل : SABCD هرم قاعدته شبه المنحرف ABCD حيث إن (5 درجات)

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ، $M \in \overline{SC}$ ، المستوى ABM يقطع $\overleftrightarrow{SD}$ في N

اثبت أن : (a) $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي المستوي SDC

(b) $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ..... $\overleftrightarrow{AB} \parallel (SCD)$: $\overleftrightarrow{CD} \subset (SCD)$ ، $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ∴ (a)



$\frac{1}{2}$ ..... AB يمر بالمستوي (ABM) (b)

$\frac{1}{2}$ ..... ∴ (ABM) = (ABMN)

$\frac{1}{2}$ ..... $(ABM) \cap (SDC) = \overleftrightarrow{MN}$

$\frac{1}{2}$ ..... نشبه $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ∴

$\frac{1}{2}$ ..... $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ∴

1 ..... $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ∴

يحل بقية المسائل الطلاب الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(a) حول الاحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية حيث (3 درجات) $N\left(5, \frac{\pi}{4}\right)$

الزوج المرتب $(5, \frac{\pi}{4})$ يمثل الإحداثيات القطبية للنقطة N حيث

$r = 5, \theta = \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $X = r\cos\theta = 5\cos\frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}$ $= 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\frac{1}{2}$ $Y = r\sin\theta = 5\sin\frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}$ $= 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\frac{1}{2}$ ∴ الزوج المرتب الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية للنقطة N : $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 2\ cm$ ، $b = 3\ cm$ ، $c = \sqrt{7}\ cm$ (3 درجات)

$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{9+7-4}{2(3)(\sqrt{7})}$

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{7}}$

$\therefore \alpha \simeq 40.9^\circ$

$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{4+7-}{2(2)(\sqrt{7})}$

$\cos B = \frac{1}{2\sqrt{7}} \Rightarrow B \simeq 79.1^\circ$

$\gamma = 180^\circ - \alpha - B$

$= 180^\circ - 40.9^\circ - 79.1^\circ$

$\gamma \simeq 60^\circ$

المطبعة المصرية بديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2014-2015
الدور العثماني نموذج

يحث مواعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

تابع السؤال الثاني :

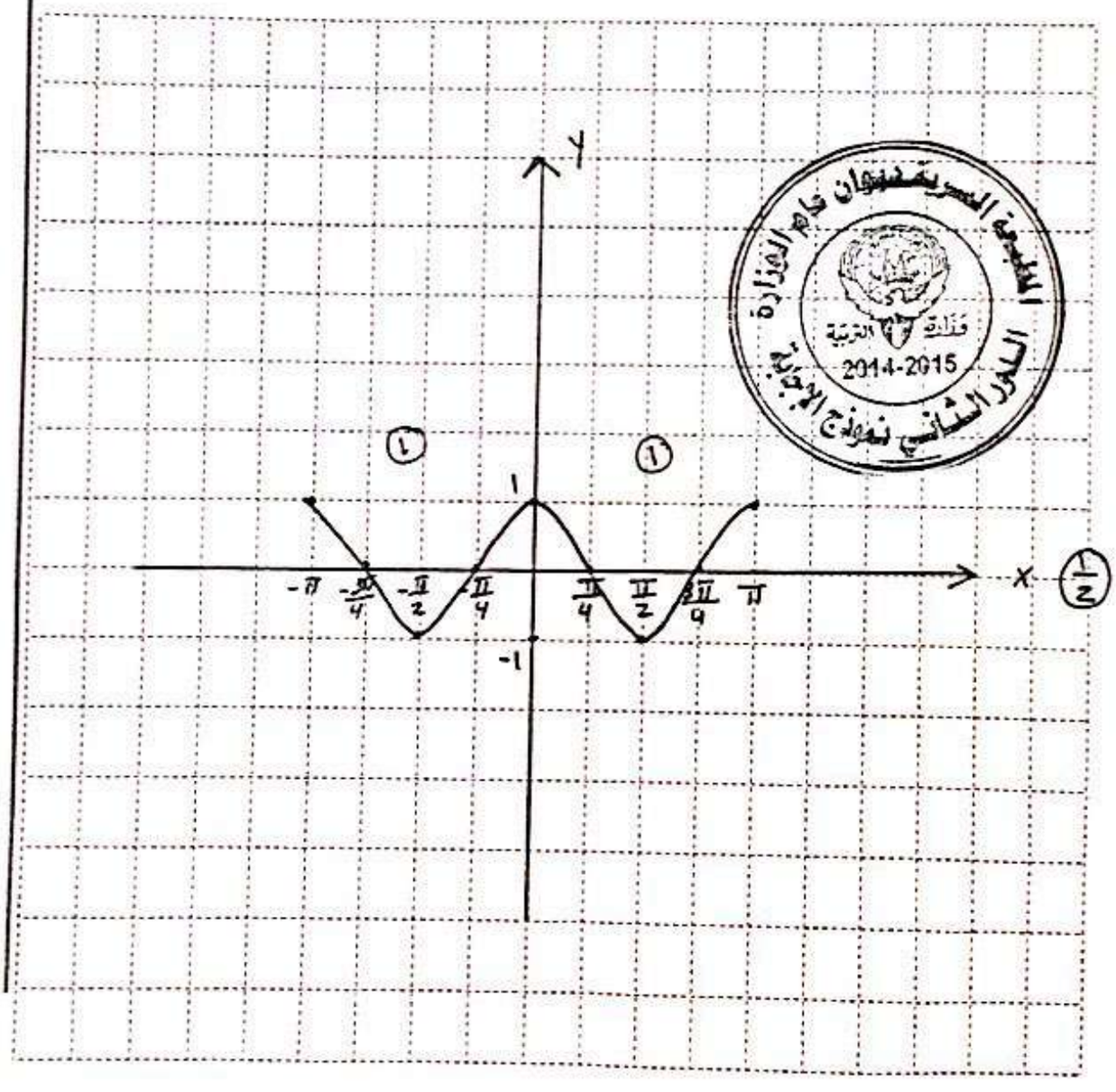
(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = \cos 2x$ ثم مثل بيان دورة واحدة للدالة (4 درجات)

السعة = 1

الدورة = $\frac{2\pi}{2} = \pi$

التدريج : $\frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y=\cos 2x$	1	0	-1	0	1



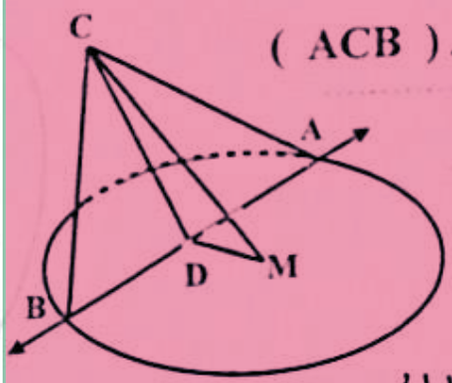
يجب مواءمة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل : C نقطة خارج مستوي الدائرة التي مركزها M ,
D منتصف $\overline{AB}$ ، ABC مثلث فيه CA = CB ، إذا كان $MC = \sqrt{50}$ cm ،
$DM = DC = 5$ cm ، أثبت أن : (1) $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(7 درجات)



(2) مستوي الدائرة ⊥ (ACB)

البرهان :

(1) في المثلث ABC قائم الزاوية في C

∵ D منتصف $\overline{AB}$

∴ $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ½

في مستوى الدائرة : ∵ D منتصف $\overline{AB}$ ، M مركز الدائرة

∴ $\overline{MD} \perp \overline{AB}$ ½

من (1) ، (2) : $\overleftrightarrow{AB} \perp (CDM)$

∴ $\overline{AB} \perp \overline{MC}$

(2) ∵ $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ⇐ $(CM)^2 = 50$

$(CD)^2 + (DM)^2 = (5)^2 + (5)^2 = 50$

∴ $\overline{CD} \perp \overline{DM}$

CDM قائم الزاوية في D

∵ $\overleftrightarrow{CD} \perp$ مستوى الدائرة

∴ $\overline{CD} \perp (ACB)$ ⇐ صنفية الدائرة ∴ (ACB) ⊥ لنظرية



(b) اثبت صحة المتطابقة : $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

(3 درجات)

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$ = الطرف الايمن

4

نموذج الاجابة

السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\sin\theta = -\frac{1}{2}$ حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فاوجد : $\sin 2\theta$ (5 درجات)

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\theta = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ∵

$\frac{1}{2}$ $\therefore \cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

1 $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\frac{1}{2}$ $= 2\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\frac{1}{2}$ $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(b) أوجد قيمة n فيما يلي : $\frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7}$ (5 درجات)

1 $\frac{\frac{n!}{(n-7)!\times 7!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-6)!\times 6!}} = \frac{8}{7}$

1

$4\times\frac{1}{2}$ $\frac{n\times(n-1)!}{(n-7)!\times 7\times 6!} \times \frac{(n-7)!\times 6!}{(n-1)!} = \frac{8}{7}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{n}{7} = \frac{8}{7}$

$\frac{1}{2}$ $n = 8$

الجمهورية السورية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2014-2015 الدور الثاني نموذج الاجابة

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) يمثل منحنى الدالة $f(x) = 3\cos(4x)$ تمدداً رأسياً بمعامل 3 و انكماشاً افقياً بمعامل 4 لمنحنى الدالة $g(x) = \cos(x)$

(2) حل المعادلة $\cos x = \frac{1}{2}$ هو : $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ حيث k عدد صحيح

(3) إذا كان : $\pi_1 // \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$

ثانيا :في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $8 - (\sqrt{-1}) - (-3 + \sqrt{-16})$ يساوي :

(a) $11 - 3i$ (b) $11 + 3i$ (c) $11 - 5i$ (d) $11 + 5i$

(5) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه : 8 cm , 4 cm , 6 cm هي :

(a) $5\sqrt{3}$ cm^2 (b) $3\sqrt{15}$ cm^2

(c) $3\sqrt{5}$ cm^2 (d) $\sqrt{15}$ cm^2

(6) معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ هي

(a) $y = \tan(\frac{4}{3}\pi x)$ (b) $y = \tan(\frac{3}{4}x)$

(c) $y = \tan(\frac{3}{4}\pi x)$ (d) $y = \tan(\frac{4}{3}x)$

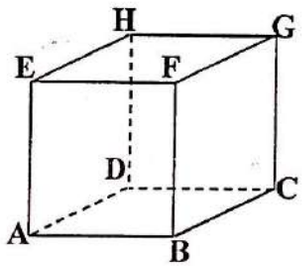
---

(7) $\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي :

(a) $\cos\frac{4\pi}{21}$ (b) $\sin\frac{4\pi}{21}$ (c) $\cos\frac{10\pi}{12}$ (d) $\sin\frac{10\pi}{21}$

---

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً ABCDEFGH , المستقيمان $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{HF}$ هما :

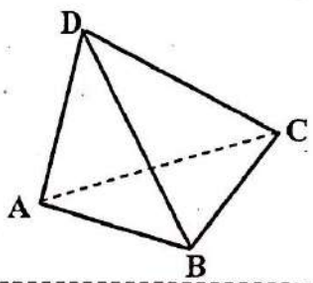


(a) متخالفان (b) متقاطعان

(c) متوازيان (d) يحويها مستوي واحد

---

(9) في الشكل المقابل ، المثلث ABC متطابق الأضلاع , $\overleftrightarrow{AD}$ عمودي على (ABC)



فإن قياس الزاوية الزوجية (DAB , $\overleftrightarrow{DA}$, DAC) هي :

(a) 45° (b) 30°

(c) 80° (d) 60°

---

(10) في مفكوك $(x-y)^9$ تكون رتبة الحد $125\,x^5y^4$ هي :

(a) التاسعة (b) السادسة (c) الخامسه (d) الرابعه

نموذج الاجابة

ورقة اجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	●	(c)	(d)
(2)	(a)	●	(c)	(d)
(3)	●	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	●	(d)
(5)	(a)	●	(c)	(d)
(6)	●	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	●	(c)	(d)
(8)	●	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	●
(10)	(a)	(b)	●	(d)

10

لكل بند درجة واحدة فقط



دوله الكويت
وزارة التربية

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في8صفحات)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

نموذج الإجابة

تراعى الحلول الأخرى

القسم الأول – أسئلة المقال

السؤال الأول:

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4\,i$ **(7 درجات)**

الحل: ليكن $w = m + n\,i$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$ ½

$\therefore (m + n\,i)^2 = -3+4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2\,n\,m\,i = -3+4\,i$ ½ + ½

$\therefore\ m^2 - n^2 = -3 \quad .....(1)$ ½

$2\,m\,n = 4 \quad .....(2) \longrightarrow$ n , m لهما نفس الإشارة ½ + ½

$\because\ |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2 + n^2}\ )^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$ ½

$\therefore\ m^2 + n^2 = 5 \quad .....(3)$ ½

من المعادلة (1)،(3) نجد أن:

$2\,m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$ ½ + ½

$2\,n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$ ½ + ½

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد $z = -3 + 4\,i$ هما:

$w_1 = 1 + 2\,i \quad , \quad w_2 = -1 - 2\,i$ ½ + ½

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة: **(3 درجات)**

$y = 3 \cos 2x$

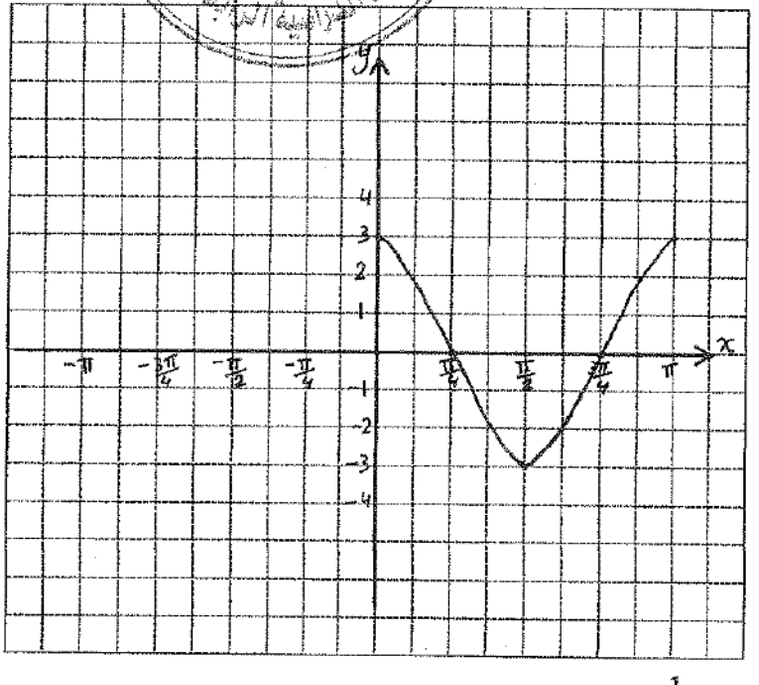
الحل:

السعة : $a = |3| = 3$ ½

الدورة: $\dfrac{2\pi}{|b|} = \dfrac{2\pi}{|2|} = \pi$ ½

ربع الدورة : $\dfrac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3



تحديد النقاط على الرسم 1½

الشكل العام للمنحنى ½

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(5 درجات)

(a) ABC مثلث فيه $a = 3\ cm\ ,\ b = 8\ cm\ ,\ c = 7\ cm$

أوجد : (1) قياس أكبر زاوية

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل:

(1) قياس أكبر زاوية هو β لأنها تقابل أطول ضلع

½ $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

1 $= \dfrac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2\,(3)\,(7)} = \dfrac{-1}{7}$

½ $\therefore\ \beta \approx 98.21^\circ$

(2)

½ $s = \dfrac{1}{2}\,(a + b + c)$

½ $= \dfrac{1}{2}\,(3 + 8 + 7) = 9$

1 $\text{Area} = \sqrt{s\,(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$

½ $= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\ cm^2$

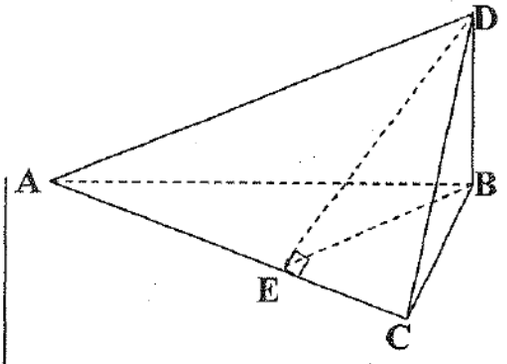
نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$، $DB = 5cm$ ، $AB = 10cm$ ، $m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6}$

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ، أوجد : BE (1)

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC



البرهان:

(1) في المستوى ABC:

½ $\because \overline{BE} \perp \overline{AC} \longrightarrow \therefore m(B\hat{E}A) = \frac{\pi}{2}$

½ $\because m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6} \longrightarrow \Delta$ AEB ثلاثيني ستيني

½ $\therefore BE = ½\ AB = 5\ cm$

½ (2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

½ في المستوى BAC : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

½ في المستوى DAC : $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

½ $\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $B\hat{E}D$

½ $\because \overline{DB} \perp (ABC)$, $\overline{BE} \subset (ABC) \longrightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$

½ + ½ $\therefore \Delta$ DBE قائم الزاوية في $\hat{B}$ وهو متطابق الضلعين $\longleftarrow m(B\hat{E}D) = \frac{\pi}{4}$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$

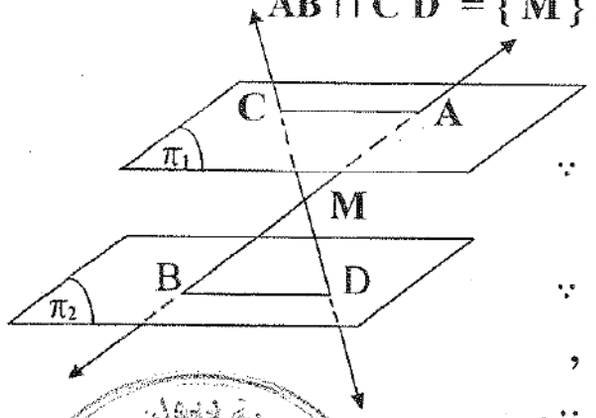
نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل π_1 , π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما (5 درجات)

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$

أثبت أن $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$



البرهان :

½ ∵ $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

½ ∴ يعينان مستوى وحيد هو (ADBC)

½ ∵ $(ADBC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$

½ , $(ADBC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$

½ , ∵ $\pi_1 \ // \ \pi_2$

1 ∴ $\overleftrightarrow{CA} \ // \ \overleftrightarrow{BD}$

في المستوى ADBC:

½ + ½ $\Delta BMD \sim \Delta AMC$ (لتطابق زواياهما)

½ وينتج أن : $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$

(b) حل المعادلة : $2\cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$ (5 درجات)

الحل :

½ $\cos x (2\sin x - 1) = 0$

½ + ½ ∴ $\cos x = 0$ or $2\sin x - 1 = 0$

1 + ½ ∴ $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$

$\sin x = \frac{1}{2}$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin \alpha = |\sin x|$

$= |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

½ ∴ $\alpha = \frac{\pi}{6}$

∵ $\sin x > 0$

∴ x تقع في الربع الأول أو الثاني

½ في الربع الأول: $x = \alpha = \frac{\pi}{6}$

½ + ½ في الربع الثاني: $x = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

∴ حل المعادلة هو: $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{5\pi}{6}$

السؤال الرابع: (a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$ (4 درجات)

الحل:

1	الطرف الأيسر $= \frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$
1	$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$
½	$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x}$
½	$= \frac{\sin x}{\cos^2 x}$
½ + ½	الطرف الأيمن $= \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x$

(b) ❶ حل المعادلة : $_nC_2 = 105$ (3 درجات)

الحل:

1	$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
½	$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
½	$n(n-1) = 210$
½ + ½	$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$



❷ يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة. (3 درجات)

الحل:

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة
الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة
الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

½ + ½	$P(A) = m = \frac{11}{100} = 0.11$, $P(B) = 1 - m = 0.89$
½	للحدث E يكون $n = 30$, $k = 4$
	فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو
½	$P(E) = {}_nC_k \ (m)^k \ (1-m)^{n-k}$
½	$= {}_{30}C_4 \ (0.11)^4 \ (0.89)^{26}$
½	$= 0.19388$

نموذج الإجابة

القسم الثاني – البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1)	إذا كان: $x\,i^2+3\,y\,i=5+3\,i^5$ فإن $(x\,,y)=(-5\,,1)$
(2)	الدالة: $y=a\tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{\lvert 2\,b\rvert}$
(3)	$\cos 6x = 2\cos^2 3x - 1$
(4)	إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً : في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z=2-2\sqrt{3}\;i$ حيث $0\in[\,0\,,\pi\,)$ هي:

ⓐ $z=4\,(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$ ⓑ $z=4\,(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$

ⓒ $z=4\,(\cos\frac{-\pi}{3}+i\sin\frac{-\pi}{3})$ ⓓ $z=4\,(\cos\frac{5\pi}{3}-i\sin\frac{5\pi}{3})$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x)=2\cos(x)-1$ لمنحنى الدالة $g(x)=\cos x$:

ⓐ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓑ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓒ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

ⓓ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

وزارة التربية 2013-2014

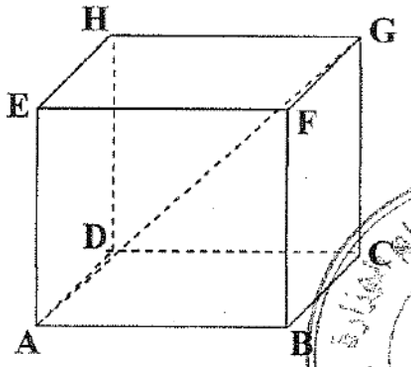
نموذج الإجابة

(7) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ يساوي:

ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

ⓒ $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



ⓐ 18 cm ⓑ 9 cm

ⓒ $3\sqrt{3}$ cm ⓓ $\sqrt{3}$ cm

(9) الحدثان r , t متنافيان حيث $P(t)=\frac{3}{5}$, $P(r)=\frac{1}{3}$ يكون $P(t\cup r)$ يساوي:

ⓐ $\frac{1}{5}$ ⓑ $\frac{14}{15}$ ⓒ $\frac{4}{15}$ ⓓ 0

(10) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

ⓐ T_3 ⓑ T_4 ⓒ T_5 ⓓ T_6

انتهت الأسئلة،،،،،،،،،

نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(2)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(3)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ



لكل بند درجة واحدة فقط

10