وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج أسئلة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2025 / 2026 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد التكامل :

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{1+tan\, x}}$$

الحل

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كانت : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد :

❶ رأسي القطع الناقص وطرفي المحور الأصغر .

❷ البؤرتين .

❸ معادلتي دليلي القطع .

❹ طول كل من المحورين , ثم ارسم شكلاً تقريبياً للقطع .

الحل

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) اوجد التكامل التالي :

$$\int ln \sqrt[4]{x}\, dx$$

الحل

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذى ميله عند أي نقطة $P(x , y)$ يساوي :

$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $B(1 , 0)$

الحل

السؤال الثالث :   (15 درجة)

(a) أوجد :

$$\int_3^4 \frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}\,dx$$

الحل

تابع السؤال الثالث :

(b) لتكن A المنطقة المستوية المحددة بالمنحنيين $y_2 = x^2 + 1$ ، $y_1 = x + 3$

أوجد : 1- مساحة A.

2- أوجد حجم المجسم الناشىء من دوران المنطقة A دورة كاملة حول محور السينات.

الحل

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (0.0) وإحدى بؤرتيه $\mathrm{F}_1\left(0.-\sqrt{5}\right)$ ومعادلة إحدى خطيه المقاربين $y = 2x$.

الحل

تابع السؤال الرابع:

(b) *إذا كانت* دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X *هي:*

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

فأوجد

❶ التوقع (μ) ❷ التباين (σ^2) ❸ الانحراف المعياري (σ)

الحل

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b)إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\int \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{1}{x} + c$

(2) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول $x = \mu$

(3) اذا كانت $F(0) = 400$ ، $F(x) = \int (3x^2 - 12x + 5)\,dx$ فإن:
$F(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 400$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\int \sec^5 x \tan x\,dx =$

(a) $\frac{5}{3}\sec^5 x + c$ (b) $\frac{1}{5}\sec^6 x + c$ (c) $\frac{1}{5}\sec^5 x + c$ (d) $-\frac{5}{3}\sec^5 x + c$

(5) $\int_{-1}^{1}(1 - |x|)dx =$

(a) -1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) 1

(6) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عند $x = 1$ هو:

(a) $y = x^2 + 3$ (b) $y = x^2 - 3$ (c) $y = \frac{x^2}{2} + 3$ (d) $y = \frac{x^2}{2} - 3$

(7) الاختلاف المركزي للمعادلة: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ هو

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$ (c) $\frac{36}{25}$ (d) $\frac{25}{36}$

---

(8) المسافة بين البؤرتين للقطع الزائد $50y^2-25x^2-100=0$ هو:

(a) $\sqrt{6}$ (b) $2\sqrt{6}$ (c) $2\sqrt{2}$ (d) 6

---

(9) طول القوس من منحني الدالة $f\ (x)=\frac{1}{3}$ في الفترة [3 ، 2-] هو:

(a) $7\ units$ (b) $6\ units$ (c) $5\ units$ (d) $1\ unit$

---

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة $(x\ ,y)$ هو : $-x+3$
ويمر بالنقطة $A(2\ ,3)$ هي y تساوي :

(a) $\frac{-x^2}{2}+3x-4$ (b) $3-\ln|3-x|$ (c) $\ln|3-x|+3$ (d) $\frac{-x^2}{2}+3x+4$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

$\overline{\quad\quad}$
10

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

نموذج إجابة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2025 / 2026 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد التكامل :

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{1+tan\, x}}$$

الحل

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{1+tan\, x}}$$

$$= \int \frac{\sec^2 x \ \ dx}{\sqrt{1+tan\, x}}$$

$$= \int (1+tan\, x)^{\frac{-1}{2}} \sec^2 x \ \ dx$$

بفرض أن : $u = 1 + \tan x$

$du = \ \sec^2 x\, dx$

$$\int \frac{\text{Sec}^2 x\, dx}{\sqrt{1+tan\, x}} = \int \ u^{\frac{-1}{2}} \ du$$

$$= 2u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= \ 2(1+tan\, x)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2\sqrt{1+\tan x} + C$$

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كانت : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ معادلة قطع ناقص فأوجد :

❶ رأسي القطع الناقص وطرفي المحور الأصغر .

❷ البؤرتين .

❸ معادلتي دليلي القطع .

❹ طول كل من المحورين , ثم ارسم شكلاً تقريبياً للقطع .

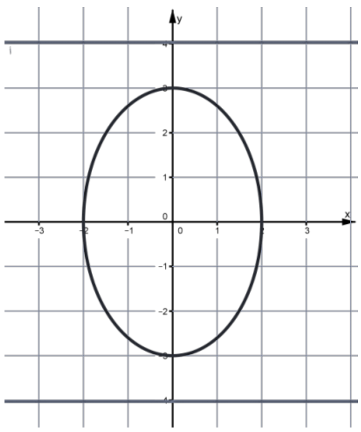
الحل ❶ معادلة القطع الناقص هي : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

معادلة القطع الناقص هي على الصورة : $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

من معادلة القطع نجد :

$$a^2=9 \Rightarrow a=3$$

$$b^2=4 \Rightarrow b=2$$



والمحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

رأسا القطع الناقص هما : $A_1(0.-3)$. $A_2(0.3)$

طرفا المحور الأصغر هما :$B_1(-2.0)$. $B_2(2.0)$

❷ $c^2=a^2-b^2$

$$c^2=9-4=5$$

ومنه : $c=\sqrt{5}$

بؤرتي القطع الناقص هما : $F_1\left(0.-\sqrt{5}\right)$. $F_2(0.\sqrt{5})$

❸ معادلتي دليلي القطع . $y=\pm\frac{9}{\sqrt{5}}$ $y=\pm\frac{a^2}{c}$

❹ طول كل من المحورين :

طول المحور الأكبر = 2a = 6 وطول المحور الأصغر = 2b = 4

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) اوجد التكامل التالي :

$\int ln \sqrt[4]{x}\, dx$

الحل

$u = ln \sqrt[4]{x}$

$du = \frac{1}{4x} dx$

$dv = dx$

$v = x$

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

$$\int ln \sqrt[4]{x}\, dx = x\, ln \sqrt[4]{x} - \int \frac{1}{4} dx$$

$$= x\, ln \sqrt[4]{x} - \frac{1}{4} x + C$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذى ميله عند أي نقطة $P(x\ ,y)$ يساوي :

$4x^3+6x^2-2x+1$ ويمر بالنقطة $B(1\ ,0\ )$

الحل

$$\because\ f'(x)=4x^3+6x^2-2x+1$$

$$\therefore f(x)=\int(4x^3+6x^2-2x+1)dx$$

$$\therefore f(x)=\frac{4}{4}x^4+\frac{6}{3}x^3-\frac{2}{2}x^2+x+c$$

$$\therefore f(x)=x^4+2x^3-x^2+x+c$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1\ ,0\ )$ في المعادلة السابقة فنحصل على

$$0=1^4+2(1)^3-(1)^2+1+c$$

$$0\ \ =1+2-1+1+c$$

$$c=-3$$

معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x-3$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد :

$$\int_3^4 \frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}dx$$

الحل

$$f(x)=\frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}$$

$$\frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}=\frac{x^3-2x^2}{x^3-2x^2}-\frac{4}{x^3-2x^2}=1-\frac{4}{x^3-2x^2}$$

$$x^3-2x^2=x^2(x-2)$$

وبضرب طرفي المعادله ب $(x-2)(x)^2$

$$\frac{-4}{x^3-2x^2}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x-2} \quad \Rightarrow$$

$$-4= Ax(x-2)+B(x-2)+ Cx^2$$

$B \;\; =2$: $x=0$ بالتعويض عن

$C \;=\; -1$: $x=2$ بالتعويض عن

بالتعويض عن $x = 1$, $B = 2$, $C =-1$

$$-4= A(1-2)+2(1-2)+(-1)(1)^2$$

$$-4=-A-2-1 \Rightarrow \quad A=1$$

$$1-\frac{4}{x^3-2x^2}=1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{-1}{x-2}$$

$$\int_3^4 \frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}dx=\int_3^4 \left(1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{-1}{x-2}\right)dx$$

$$=\int_3^4 1\;dx+\int_3^4 \frac{1}{x}dx+2\int_3^4 \frac{1}{x^2}dx-\int_3^4 \frac{1}{x-2}dx$$

$$=\left[x+\ln|x|-\frac{2}{x}-\ln|x-2|\right]_3^4$$

$$=(4+\ln 4-\frac{1}{2}-\ln 2)-(3+\ln 3-\frac{2}{3})$$

$$\approx 0.76$$

تابع السؤال الثالث :

(b) لتكن A المنطقة المستوية المحددة بالمنحنيين $y_2 = x^2 + 1$ ، $y_1 = x + 3$

أوجد : 1- مساحة A.

2- أوجد حجم المجسم الناشيء من دوران المنطقة A دورة كاملة حول محور السينات.

الحل

لايجاد مساحة المنطقة المستوية المحددة بمنحنى الدالتين نضع $y_1 = y_2$

لنجد الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع : $x + 3 = x^2 + 1$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$, $x = 2$ أو $x = -1$

ناخذ قيمة اختيارية من الفترة $(-1\ ,\ 2)$ ولتكن $x = 0$

$y_1 = 3 \quad ; \quad y_2 = 1$

$y_1 \geq y_2 \quad \forall x \in [-1\ ,2]$

مساحة المنطقة المستوية $A = \int_{-1}^{2} [y_1 - y_2\ ]dx$

$A = \int_{-1}^{2} [x + 3 - x^2 - 1)]dx$

$= \int_{-1}^{2} [-x^2 + x + 2)]dx = \left[\left(\frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x\right)\right]_{-1}^{2}$

$= \left(\frac{10}{3}\right) - \left(\frac{-7}{6}\right) = 4.5\ units\ square$

حجم المجسم الناشيء من دوران المنطقة A دورة كاملة حول محور السينات:

$V = \int_{-1}^{2} \pi [{y_1}^2 - {y_2}^2]dx$

$V = \pi \int_{-1}^{2} [(x+3)^2 - (x^2+1)^2]dx$

$V = \pi \int_{-1}^{2} [(x^2 + 6x + 9) - (x^4 + 2x^2 + 1)]dx$

$V = \pi \int_{-1}^{2} [-x^4 - x^2 + 6x + 8]dx = \left[\pi\left(\frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x\right)\right]_{-1}^{2}$

$= \frac{117}{5}\pi \qquad units\ cube$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (0.0) وإحدى بؤرتيه $\mathrm{F_1}\left(0.-\sqrt{5}\right)$ ومعادلة إحدى خطيه المقاربين $y = 2x$.

الحل

$\because$ مركز القطع نقطة الاصل (0.0), إحدى البؤرتين $\mathrm{F_1}\left(0.-\sqrt{5}\right)$

$\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات (كون البؤرتين تقعان على محور الصادات)

$\therefore$ معادلة القطع الزائد هي على الصورة : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

من إحداثيات البؤرة نجد : $\mathrm{c} = \sqrt{5}$

من معادلة الخط المقارب $y = 2x$ نجد : $\frac{a}{b} = 2$

$$a = 2b$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$5 = (2b)^2 + b^2$$

$$5 = 4b^2 + b^2$$

$$5b^2 = 5$$

$$b^2 = 1$$

ومنه : $b = 1$

ومنه : $a = 2(1) = 2$

نعوض في معادلة القطع الزائد: $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{1} = 1$

تابع السؤال الرابع:

(b) *إذا كانت* دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X *هي:*

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

فأوجد

❶ التوقع (μ) ❷ التباين (σ^2) ❸ الانحراف المعياري (σ)

الحل

❶ التوقع (μ)

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$
$$= 1 \times 0.2 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.3 + 4 \times 0.1 + 5 \times 0.3$$
$$= 0.2 + 0.2 + 0.9 + 0.4 + 1.5$$
$$= 3.2$$

❷ التباين (σ^2)

$$\sigma^2 = \sum\left(x_i{}^2 f(x_i)\right) - \mu^2$$
$$= 1^2 \times 0.2 + 2^2 \times 0.1 + 3^2 \times 0.3 + 4^2 \times 0.1 + 5^2 \times 0.3 - (3.2)^2$$
$$= 0.2 + 0.4 + 2.7 + 1.6 + 7.5 - 10.24$$
$$= 2.16$$

❸ الانحراف المعياري (σ)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$
$$\sigma = \sqrt{2.16}$$
$$\sigma \approx 1.47$$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b)إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + c$

(2) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول $x = \mu$

(3) اذا كانت $F(0) = 400$ ، $F(x) = \int (3x^2 - 12x + 5)\, dx$ فإن:

$F(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 400$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\int \sec^5 x \tan x \, dx =$

(a) $\frac{5}{3}\sec^5 x + c$ (b) $\frac{1}{5}\sec^6 x + c$ (c) $\frac{1}{5}\sec^5 x + c$ (d)$-\frac{5}{3}\sec^5 x + c$

(5) $\int_{-1}^{1}(1 - |x|)dx =$

(a) -1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) 1

(6) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عند $x = 1$ هو:

(a) $y = x^2 + 3$ (b) $y = x^2 - 3$ (c)$y = \frac{x^2}{2} + 3$ (d) $y = \frac{x^2}{2} - 3$

(7) الاختلاف المركزي للمعادلة: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ هو

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$ (c) $\frac{36}{25}$ (d) $\frac{25}{36}$

---

(8) المسافة بين البؤرتين للقطع الزائد $50y^2-25x^2-100=0$ هو:

(a) $\sqrt{6}$ (b) $2\sqrt{6}$ (c) $2\sqrt{2}$ (d) 6

---

(9) طول القوس من منحني الدالة $f\ (x)=\frac{1}{3}$ في الفترة [3 ، 2-] هو:

(a) $7\ units$ (b) $6\ units$ (c) $5\ units$ (d) $1\ unit$

---

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة $(x\ ,y)$ هو : $-x+3$
ويمر بالنقطة $A(2\ ,3)$ هي y تساوي :

(a) $\frac{-x^2}{2}+3x-4$ (b) $3-\ln|3-x|$ (c) $\ln|3-x|+3$ (d) $\frac{-x^2}{2}+3x+4$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	●		
(2)	●	ⓑ		
(3)	●	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●
(6)	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
(7)	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و ٤٥ دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج اختبار تجريبي (٢) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : ٢٠٢٥/٢٠٢٦ م

القسم الأول – أسئلة المقال
أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (١٥ درجة)

(a) أوجد :

$$\int x(3x+2)^6\,dx$$

الحل:

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد:

$$\int x^2 \, cosx \;\, dx$$

الحل:

السؤال الثاني : (١٥ درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي: $g(x) = -2x$, $f(x) = 2x - x^2$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0, 6]$

الحل:

السؤال الثالث: (١٥ درجة)

(a) أوجد: $\int_{-1}^{1} \frac{4}{x^2-4}\,dx$

الحل:

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد :

$$\int cos^3(2x-3)\, sin(2x-3)\, dx$$

الحل:

(c) الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع X

x	1	2	3	5
$F(x)$	0.15	0.2	0.6	1

اوجد:

السؤال الرابع: (١٥ درجة)

(a) إذا كان $4x^2 + 9y^2 = 36$ معادلة قطع ناقص فأوجد:

١) رأسي القطع

٢) البؤرتين

٣) معادلتي الدليلين

الحل:

تابع السؤال الرابع:

(b) **أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (0,0) وإحدى بؤرتيه $\left(\sqrt{41},0\right)$**
ومعادلة أحد خطيه المقاربين: $y=\frac{4}{5}x$

الحل:

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

١) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية للدالة: $f(x) = -3x^{-4}$ ⓑ ⓐ

٢) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل ⓑ ⓐ

٣) حل المعادلة التفاضلية $3y' - 2y = 4$ الذي يحقق $y = 3$ عنما $x = 0$ هو
$$y = 5e^{\frac{2}{3}} + 2$$
ⓑ ⓐ

ثانيا : في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(٤) معادلة منحني الدالة الذي ميل العمودي علية عند أي نقطة (x,y)هو : $-x + 3$ ويمر بالنقطة A (2 , 3) هي y تساوي :

ⓐ $-\frac{x^2}{2} + 3x - 4$ ⓑ $ln|3 - x| + 3$

ⓒ $-\frac{x^2}{2} + 3x + 4$ ⓓ $3 - ln|3 - x|$

(٥) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحني الدالة f : $f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$, $x = -1$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ 8π ⓑ 7π ⓒ 8 ⓓ $\frac{5}{2}\pi$

(٦) $\int (\frac{x^2-4x+4}{x-2} + 2\ )^2 dx$

ⓐ $2x + c$ ⓑ $x^2 + c$ ⓒ $\frac{1}{3}x^3 + c$ ⓓ $\frac{1}{3}x + c$

---

(٧) إذا كانت $y = (lnx)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $\frac{\ln x}{x}$ ⓑ $\frac{2\ln x}{x}$ ⓒ $\frac{x\ln x}{2}$ ⓓ $\frac{2\ln^2 x}{x}$

---

(٨) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن : $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي الي:

ⓐ$R - R^+$ ⓑ$R - R^-$ ⓒR^+ ⓓR^-

---

(٩) المعادلة التي تمثل قطع مكافئا رأسه (0,0) وبؤرته (0,-5) هي:

ⓐ$x^2 = 20y$ ⓑ$y^2 = 20x$ ⓒ$x^2 = -20y$ ⓓ$y^2 = -2x$

---

(١٠) لأي قطع ناقص يكون:

ⓐ $a = c$ ⓑ $a = e\,c$ ⓒ $a < c$ ⓓ $a > c$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	ⓐ	ⓑ		
(٢)	ⓐ	ⓑ		
(٣)	ⓐ	ⓑ		
(٤)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٥)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٦)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٧)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٨)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٩)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(١٠)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

١٠

نموذج اختبار تجريبي (٢) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : ٢٠٢٥/٢٠٢٦ م

القسم الأول – أسئلة المقال
أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (١٥ درجة)

(a) أوجد :

$$\int x(3x+2)^6\,dx$$

الحل:

$$u = 3x + 2$$

$$du = 3dx \quad , \quad \frac{du}{3} = dx$$

$$x = \frac{u-2}{3}$$

$$\mathrm{I} = \frac{1}{3}\int \frac{u-2}{3}.u^6 du$$

$$\mathrm{I} = \frac{1}{9}\int (u^7 - 2u^6)du$$

$$= \frac{1}{9}\left(\frac{u^8}{8} - \frac{2u^7}{7}\right) + C$$

$$= \frac{(3x+2)^8}{72} - \frac{2(3x+2)^7}{63} + C$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد:

$$\int x^2 \cos x \; dx$$

الحل:

$$u = x^2 \qquad\qquad dv = \cos x \, dx$$

$$du = 2x \, dx \qquad\qquad v = \sin x$$

$$\int u \; dv \; = \; u\,v - \int v \, du$$

$$\int x^2 \sin x \, dx = x^2 \sin x - 2\int x \sin x \; dx \qquad (1)$$

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد: $\int x \sin x \; dx$

$$u = x \qquad\qquad dv = \sin x \, dx$$

$$du = \; dx \qquad\qquad v = -\cos x$$

$$\int x \sin x \, dx = -x\, cox(\mathrm{x}) - \int (-\cos x\,) \; dx$$

$$= -x \cos x + \sin x + C_1 \qquad (2)$$

من (٢) و (١) نحصل علي:

$$\int x^2 \cos x \; dx = x^2 \sin x - 2(-x\cos x + \sin x + C_1)$$

$$= x^2 \sin x + 2x\cos x - 2\sin x + C$$

السؤال الثاني : (١٥ درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي: $f(x) = 2x - x^2 \quad , \; g(x) = -2x$

الحل:

$$2x - x^2 = -2x$$

$$x^2 - 4x = 0$$
$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \quad , \qquad x = 4$$

$$A = \left| \int_0^4 \big(f(x) - g(x)\big) dx \right|$$
$$A = \left| \int_0^4 \Big((2x - x^2) - (-2x) \Big) dx \right|$$
$$A = \left| \int_0^4 (4x - x^2) dx \right|$$
$$= \left| \left[2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^4 \right|$$
$$= \left| \left[2(4)^2 - \frac{4^3}{3} - (0) \right] \right|$$

$$= \frac{32}{3}$$ وحدة مربعة

تابع السؤال الثانى :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,6]$

الحل:

$$f'(x) = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{3}{2}(3+2x)^{\frac{1}{2}} = (3+2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$(f'(x))^2 = (3+2x)$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1+(f'(x))^2}\; dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{1+3+2x}\; dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{4+2x}\; dx$$

$$= \int_0^6 (4+2x)^{\frac{1}{2}}\, dx = \left[\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}(4+2x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^6$$

$$= \left[\frac{16^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{4^{\frac{3}{2}}}{3}\right] = \frac{56}{3}$$

السؤال الثالث: (١٥ درجة)

(a) أوجد: $\int_{-1}^{1} \frac{4}{x^2-4} dx$

الحل:

$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

$$\frac{4}{x^2-4} = \frac{A_1}{x-2} + \frac{A_2}{x+2}$$

$$4 = A_1(x+2) + A_2(x-2)$$

$$x = -2 \to 4 = -4A_2 \to A_2 = -1$$

$$x = 2 \to 4 = 4A_1 \to A_1 = 1$$

$$\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{-1}{x+2}$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{1} (\frac{1}{x-2} + \frac{-1}{x+2})dx$$

$$= [\ln|x-2| - \ln|x+2|]_{-1}^{1}$$

$$= [\ln|-1| - \ln|3|] - [\ln|-3| - \ln|1|]$$

$$= 2\ln(1) - 2\ln(3)$$

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد :

$$\int cos^3(2x-3)\, sin(2x-3)\, dx$$

الحل:

$$u = cos(2x-3)$$
$$du = -2\, sin(2x-3)\, dx$$
$$\int cos^3 x\,(2x-3)\, sin(2x-3)\, dx$$
$$= \frac{-1}{2}\int cos^3 x\,(2x-3)(-2\, sin(2x-3))dx$$
$$= \frac{-1}{2}\int u^3 du = \frac{-1}{2}\left(\frac{1}{4}u^4\right) + c$$
$$= \frac{-1}{8} cos^4(2x-3) + c$$

(c) الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع X

x	1	2	3	5
$F(x)$	0.15	0.2	0.6	1

اوجد:

(a) $P(1 < X \le 3)$
(b)$P(X > 2)$

الحل:

(a) $P(1 < X \le 3) = F(3) - F(1)$

$$= 0.6 - 0.15 = 0.45$$

(b)$P(X > 2) = 1 - p(X \le 2)$

$$= 1 - F(2)$$

$$= 1 - 0.2 = 0.8$$

السؤال الرابع: (١٥ درجة)

a) إذا كان $4x^2 + 9y^2 = 36$ معادلة قطع ناقص فأوجد:

١) رأسي القطع

٢) البؤرتين

٣) معادلتي الدليلين

الحل:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 9 \quad a = 3$$
$$b^2 = 4 \quad b = 2$$
$$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$
$$c = \sqrt{5}$$

حيث ان المحور الاكبر هو محور السينات

الراسين $(\pm a\,, 0) = (\pm 3\,, 0)$

البؤرتين $(\pm c\,, 0) = \left(\pm\sqrt{5}\,, 0\right)$

معادلتا الدليلين $x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{9}{\sqrt{5}}$

تابع السؤال الرابع:

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (0,0) وإحدى بؤرتيه $\left(\sqrt{41}, 0\right)$
ومعادلة أحد خطيه المقاربين: $y = \frac{4}{5}x$

الحل:

$$y = \frac{4}{5}x \quad \rightarrow \quad \frac{b}{a} = \frac{4}{5} \quad \rightarrow \quad b = \frac{4}{5}a$$

باستخدام العلاقة الأساسية للقطع الزائد:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\sqrt{41}^2 = a^2 + \left(\frac{4a}{5}\right)^2$$

$$41 = a^2 + \frac{16a^2}{25}$$

$$41 = \frac{41}{25}a^2 \quad \rightarrow \quad a^2 = 25 \quad \rightarrow \quad a = 5$$

$$b = \frac{4a}{5} \quad \rightarrow \quad b = \frac{4 \times 5}{5} = 4$$

$$b^2 = 16$$

معادلة القطع:

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

١) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية للدالة: $f(x) = -3x^{-4}$

ⓑ ⓐ

٢) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل

ⓑ ⓐ

٣) حل المعادلة التفاضلية $3y' - 2y = 4$ الذي يحقق $y = 3$ عنما $x = 0$ هو

$$y = 5e^{\frac{2}{3}} + 2$$

ⓑ ⓐ

ثانيا : في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(٤) معادلة منحني الدالة الذي ميل العمودي علية عند أي نقطة (x,y)هو : $-x + 3$ ويمر بالنقطة A (2 , 3) هي y تساوي :

ⓐ $-\frac{x^2}{2} + 3x - 4$ ⓑ $ln|3 - x| + 3$

ⓒ $-\frac{x^2}{2} + 3x + 4$ ⓓ $3 - ln|3 - x|$

(٥) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحني الدالة f : $f(x) = \sqrt{x + 1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = -1$, $x = 3$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ 8π ⓑ 7π ⓒ 8 ⓓ $\frac{5}{2}\pi$

(٦) $\int (\frac{x^2-4x+4}{x-2} + 2 \ )^2 dx$

ⓐ $2x + c$ ⓑ $x^2 + c$ ⓒ $\frac{1}{3}x^3 + c$ ⓓ $\frac{1}{3}x + c$

---

(٧) إذا كانت $y = (lnx)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $\frac{\ln x}{x}$ ⓑ $\frac{2\ln x}{x}$ ⓒ $\frac{x\ln x}{2}$ ⓓ $\frac{2\ln^2 x}{x}$

---

(٨) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن : $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي الي:

ⓐ $R - R^+$ ⓑ $R - R^-$ ⓒ R^+ ⓓ R^-

---

(٩) المعادلة التي تمثل قطع مكافئا رأسه (0,0) وبؤرته (0,-5) هي:

ⓐ $x^2 = 20y$ ⓑ $y^2 = 20x$ ⓒ $x^2 = -20y$ ⓓ $y^2 = -2x$

---

(١٠) لأي قطع ناقص يكون:

ⓐ $a = c$ ⓑ $a = e\,c$ ⓒ $a < c$ ⓓ $a > c$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	**ⓐ**	ⓑ		
(٢)	**ⓐ**	ⓑ		
(٣)	ⓐ	**ⓑ**		
(٤)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(٥)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٦)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(٧)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(٨)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(٩)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(١٠)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

لكل بند درجة واحدة فقط

١٠

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و٤٥ دقيقة
عدد الصفحات : ١١

نموذج اختبار تجريبي ٣ الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : ٢٠٢٥/٢٠٢٦ م

القسم الأول – أسئلة المقال
أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل .

السؤال الأول : (١٥ درجة)

(a) (٦ درجات)

أوجد :

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)^{3}}\,dx$$

الحل:

تابع السؤال الأول : (٩ درجات)

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

$$f(x) = x^3 - 4x \quad , \quad \left[-1 , \frac{3}{2}\right]$$

الحل :

السؤال الثاني : (١٥ درجة) **(٧ درجات)**

(a) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$ في الفترة $\left[0 , \frac{1}{3}\right]$

الحل :

تابع السؤال الثاني : **(٨ درجات)**

b) أوجد:

$$\int \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3x^2 - 2x} dx$$

الحل :

السؤال الثالث : (١٥ درجة)

(a) أوجد التكامل : (٧ درجات)

$$\int cos^3(2x-3)\,.\,sin(2x-3)dx$$

الحل :

<u>تابع السؤال الثالث :</u> **(٨ درجات)**

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل، وإحدى بؤرتيه $F_1\left(0, -\sqrt{5}\right)$

ومعادلة أحد خطيه المقاربين $y = 2x$

<u>الحل :</u>

<u>السؤال الرابع :</u> (١٥ درجة)

(a) أوجد: $\int 3x\, e^{2x+1} dx$ **(٧ درجات)**

<u>الحل :</u>

تابع السؤال الرابع: **(٨ درجات)**

(b) إذا كانت X متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & : \quad 1 \le x \le 5 \\ 0 & : \quad \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد :

$(b)\ P(x < 3)$ $\qquad$ $(a)\ P(1 < x \le 5)$

الحل :

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(١) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} sin^{٢}x\, dx - \int_{\frac{\pi}{٢}}^{٠} cos^{٢}x\, dx = \frac{\pi}{٢}$

(٢) إذا كانت $y^{٢} = -\frac{١}{٦}x$ فإن خط التماثل هو محور السينات

(٣) الجدول المقابل يمثل دالة توزيع احتمالي للمتغير العشوائيX، فإن قيمة K هي :٠.٥

x	١	٢	٣
$f(x)$	K	٢K	٢K

ثانيا : في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(٤) إذا $y = x^{٢}e^{x} - xe^{x}$ فإن $\frac{dy}{dx} =$

ⓐ $e^{x}(x^{٢} + x - ١)$

ⓑ $e^{x}(x^{٢} - x)$

ⓒ $٢xe^{x} - e^{x}$

ⓓ $e^{x}(x^{٢} + ٢x + ١)$

(٥) حجم المجسم الناشئ من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ ٦π ⓑ ١٨ ⓒ ١٨π ⓓ ٨١π

(٦) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^{٢} = ٤py$ هي:

ⓐ $(٠,٠)$ ⓑ $(١,٠)$ ⓒ $(٠,١)$ ⓓ $(١,١)$

(٧) حل المعادلة التفاضلية $٢y' + y = ١$ الذي يحقق $y = ٣$ عند $x = ٥$ هو:

ⓐ $y = ٢e^{\frac{٥}{٢}}$ ⓑ $y = \frac{٢}{e^{\frac{٥}{٢}}}$

ⓒ $y = ٢e^{(-\frac{١}{٢}x+\frac{٥}{٢})} + ١$ ⓓ $y = ٢e^{(-\frac{١}{٢}x-\frac{٥}{٢})} + ١$

---

(٨) $\int_{-١}^{١} (١ - |x|)\, dx =$

ⓐ ١ ⓑ -١ ⓒ ٠ ⓓ $\frac{١}{٢}$

---

(٩) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^{٢}}{٣٦} + \frac{y^{٢}}{٢٥} = ١$ هو :

ⓐ $\frac{\sqrt{١١}}{٦}$ ⓑ $\frac{\sqrt{١١}}{٥}$ ⓒ $\frac{٣٦}{٢٥}$ ⓓ $\frac{٢٥}{٣٦}$

---

(١٠) إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة التوزيع الاحتمالي f له هي

x	٠	١	٢
$f(x)$	٠.٢٥	٠.٥	٠.٢٥

فإن التوقع له يساوي:

ⓐ ١.٢٥ ⓑ ١.٥ ⓒ ٠.٥ ⓓ ١

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	ⓐ	ⓑ		
(٢)	ⓐ	ⓑ		
(٣)	ⓐ	ⓑ		
(٤)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٥)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٦)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٧)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٨)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٩)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(١٠)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

١٠

نموذج إجابة اختبار تجريبي ٣ الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : ٢٠٢٥/٢٠٢٦ م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (١٥ درجة)

(a) أوجد : $\int \frac{5}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)^{3}}\,dx$ **(٦ درجات)**

الحل:

$$u = \sqrt{x} + ٢$$

$$du = \frac{١}{٢\sqrt{x}}\,dx$$

$$٢du = \frac{١}{\sqrt{x}}\,dx$$

$$\int \frac{٥}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+٢\right)^{٣}}\,dx = \int \frac{٥}{u^{٣}}\left(٢du\right)$$

$$= \int \frac{١٠}{u^{٣}}\,du$$

$$= ١٠\int u^{-٣}\,du$$

$$= -٥u^{-٢} + C$$

$$= \frac{-٥}{\left(\sqrt{x}+٢\right)^{٢}} + C$$

تابع السؤال الأول : **(٩ درجات)**

(b) **أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.**

$$\boldsymbol{f(x) = x^3 - 4x \quad , \quad \left[-1 , \frac{3}{2}\right]}$$

الحل :

نوجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع:

$$f(x) = ٠$$
$$x^٣ - ٤x = ٠$$
$$x(x^٢ - ٤) = ٠$$
$$x(x-٢)(x+٢) = ٠$$

$$x = ٠ \quad , \quad ٠ \in (-١, \frac{٣}{٢})$$

$$x = -٢ \quad , \quad -٢ \notin (-١, \frac{٣}{٢})$$

$$x = ٢ \quad , \quad ٢ \notin (-١, \frac{٣}{٢})$$

∴ المنحنى يقطع محور السينات عند $x = ٠$

فتكون مساحة المنطقة A كما يلي :

$$A = \left|\int_{-1}^{0} f(x)dx\right| + \left|\int_{0}^{\frac{3}{2}} f(x)dx\right|$$

$$= \left|\int_{-١}^{٠}(x^٣ - ٤x)dx\right| + \left|\int_{٠}^{\frac{٣}{٢}}(x^٣ - ٤x)dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{x^٤}{٤} - ٢x^٢\right]_{-١}^{٠}\right| + \left|\left[\frac{x^٤}{٤} - ٢x^٢\right]_{٠}^{\frac{٣}{٢}}\right|$$

$$= \left|\left[٠ - (\frac{-٧}{٤})\right]\right| + \left|\left[\frac{-٢٠٧}{٦٤} - ٠\right]\right|$$

$$= \frac{٧}{٤} + \frac{٢٠٧}{٦٤}$$

$$= \frac{٣١٩}{٦٤} \text{ (وحدة مربعة)}$$

السؤال الثاني : (١٥ درجة) **(٧ درجات)**

(a) أوجد طول القوس من منحنى الدالة $\boldsymbol{f}$: $\boldsymbol{f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}}$ في الفترة $\left[\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\frac{1}{3}}\right]$

الحل :

$$f(x) = ٥ + ٢x^{\frac{٣}{٢}} \rightarrow f`(x) = ٣x^{\frac{١}{٢}}$$

$$L = \int_{٠}^{\frac{١}{٣}} \sqrt{١ + (f`(x))^{٢}}\ dx$$

$$= \int_{٠}^{\frac{١}{٣}} \sqrt{١ + ((٣x)^{\frac{١}{٢}})^{٢}}\ dx$$

$$= \int_{٠}^{\frac{١}{٣}} \sqrt{١ + ٩x}\ dx$$

$$= \int_{٠}^{\frac{١}{٣}} (١ + ٩x)^{\frac{١}{٢}}\ dx$$

$$= \frac{١}{٩}\int_{٠}^{\frac{١}{٣}} ٩(١ + ٩x)^{\frac{١}{٢}}\ dx$$

$$= \frac{١}{٩}\left[\frac{٢}{٣}\ (١ + ٩x)^{\frac{٣}{٢}}\right]_{٠}^{\frac{١}{٣}}$$

$$= \frac{١}{٩} \times \frac{٢}{٣}\left[(٤)^{\frac{٣}{٢}} - (١)^{\frac{٣}{٢}}\right]$$

$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{\frac{14}{27}}$ (وحدة طول)

تابع السؤال الثاني : (٨ درجات)

b) أوجد:
$$\int \frac{x^2+2x-1}{2x^3+3x^2-2x}dx$$

الحل :

نوجد الكسور الجزئية للحدودية النسبية:
$$\int \frac{x^{٢}+٢x-١}{٢x^{٣}+٣x^{٢}-٢x}dx$$

$$٢x^{٣}+٣x^{٢}-٢x = x(٢x^{٢}+٣x-٢)$$
$$= x(٢x-١)(x+٢)$$

$$\therefore \frac{x^{٢}+٢x-١}{x(٢x-١)(x+٢)} = \frac{A_{١}}{x}+\frac{A_{٢}}{٢x-١}+\frac{A_{٣}}{x+٢}$$

$$x^{٢}+٢x-١ = A_{١}(٢x-١)(x+٢)+A_{٢}x(x+٢)+A_{٣}x(٢x-١)$$

عوض ب $x = ٠$
$$٠^{٢}+٢(٠)-١ = A_{١}(٠-١)(٠+٢)+A_{٢}(٠)+A_{٣}(٠)$$
$$\therefore A_{١} = \frac{١}{٢}$$

عوض ب $x = \frac{١}{٢}$
$$\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}+٢\left(\frac{١}{٢}\right)-١ = A_{١}(٠)+\frac{١}{٢}A_{٢}\left(\frac{٥}{٢}\right)+A_{٣}(٠)$$
$$\therefore A_{٢} = \frac{١}{٥}$$

عوض ب $x = -٢$
$$(-٢)^{٢}+٢(-٢)-١ = A_{١}(٠)+A_{٢}(٠)+(-٢A_{٣})(-٥)$$
$$\therefore A_{٣} = \frac{-١}{١٠}$$

$$\frac{x^{٢}+٢x-١}{٢x^{٣}+٣x^{٢}-٢x} = \frac{\frac{١}{٢}}{x}+\frac{\frac{١}{٥}}{٢x-١}-\frac{\frac{١}{١٠}}{x+٢}$$

$$\int \frac{x^{٢}+٢x-١٢}{٢x^{٣}+٣x^{٢}-٢x}dx = \int\left(\frac{\frac{١}{٢}}{x}+\frac{\frac{١}{٥}}{٢x-١}-\frac{\frac{١}{١٠}}{x+٢}\right)dx$$

$$= \frac{١}{٢} ln|x| + \frac{١}{١٠} ln|٢x - ١| - \frac{١}{١٠} ln|x + ٢| + C$$

السؤال الثالث : **(١٥ درجة)**

(a) **أوجد التكامل :** **(٧ درجات)**

$$\int \boldsymbol{cos^3(2x-3) \,.\, sin(2x-3)dx}$$

الحل :

$$u = \cos(٢x - ٣)$$

$$du = -\sin(٢x - ٣) \cdot ٢dx$$

$$\frac{-du}{٢} = sin(٢x - ٣)dx$$

$$\therefore \int cos^{٣}(٢x - ٣) \,.\, sin(٢x - ٣)dx$$

$$= -\frac{١}{٢} \int u^{٣} du$$

$$= -\frac{١}{٢} \,.\, \frac{u^{٤}}{٤} + C$$

$$= -\frac{١}{٨} u^{٤} + C$$

$$= -\frac{١}{٨} cos^{٤}(٢x - ٣) + C$$

تابع السؤال الثالث : (٨ درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل، وإحدى بؤرتيه $F_1(0, -\sqrt{5})$

ومعادلة أحد خطيه المقاربين: $y = 2x$

الحل :

$\because$ إحدى البؤرتين هي $F_١(٠, -\sqrt{٥})$

$\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^٢}{a^٢} - \frac{x^٢}{b^٢} = ١$$

$\because$ إحداثيات البؤرة هي $F_١(٠, -\sqrt{٥})$:

$$\therefore c = \sqrt{٥} \qquad \rightarrow \qquad \therefore \quad c^٢ = ٥$$

$$c^٢ = a^٢ + b^٢$$

$$\boxed{٥ = a^٢ + b^٢} \qquad \ldots\ldots (١)$$

معادلة الخط المقارب للقطع الزائد $y = \frac{a}{b}x$ حيث من المعطى $y = ٢x$

$$\therefore \frac{a}{b} = ٢ \quad \rightarrow \quad a = ٢b$$

بالتعويض في (١) $\therefore \ ٥ = ٤b^٢ + b^٢$

$$٥ = ٥b^٢ \Rightarrow b^٢ = ١ \Rightarrow b = ١$$

$$\because \quad a = ٢b$$

$$\therefore \ a = ٢(١) = ٢ \Rightarrow a^٢ = ٤$$

$$\frac{y^٢}{٤} - \frac{x^٢}{١} = ١$$

∴ معادلة القطع الزائد هي :

السؤال الرابع : (١٥ درجة) **(٧ درجات)**

(a) أوجد: $\int 3x\, e^{2x+1} dx$

الحل :

$u = ٣x \qquad dv = e^{٢x+١}\, dx$

$du = ٣\, dx \qquad v = \frac{١}{٢} e^{٢x+١}$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du$$

$$\int ٣x\, e^{٢x+١} dx = \frac{٣}{٢} x e^{٢x+١} - \frac{٣}{٢} \int e^{٢x+١}\, dx$$

$$= \frac{٣}{٢} x e^{٢x+١} - \frac{٣}{٤} e^{٢x+١} + C$$

تابع السؤال الرابع: (٨ درجات)

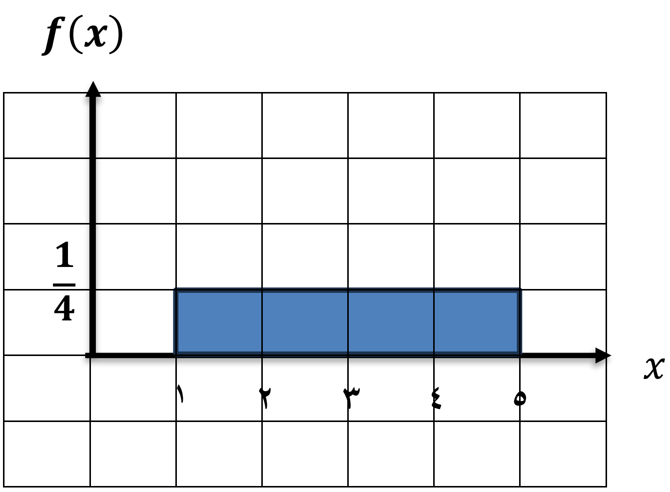
(b) إذا كانت X متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & : \quad 1 \le x \le 5 \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد :

$(a)\ P(1 < x \le 5)$ $\qquad$ $(b)\ P(x < 3)$

الحل :



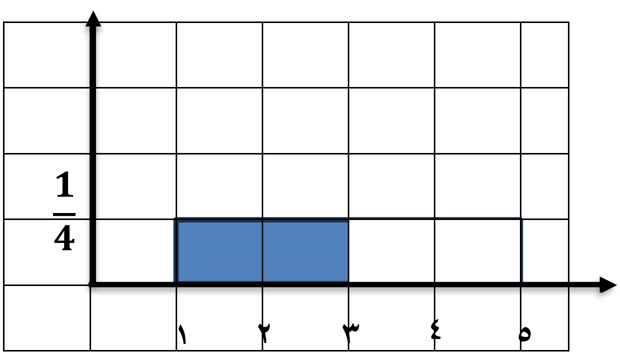
(a) نقوم برسم بيان الدالة f :

مساحة المنطقة المظللة (المنطقة المستطيل) :

$$P(١ < x \le ٥)$$

$$= (٥ - ١) \times \frac{١}{٤}$$

$$= ٤ \times \frac{١}{٤} = ١$$



(b) مساحة المنطقة المظللة : $P(x < ٣)$

$$= (٣ - ١) \times \frac{١}{٤}$$

$$= ٢ \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**

ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة .**

(١) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} sin^{٢}x\, dx - \int_{\frac{\pi}{٢}}^{٠} cos^{٢}x\, dx = \frac{\pi}{٢}$

(٢) إذا كانت $y^{٢} = -\frac{١}{٦}x$ فإن خط التماثل هو محور السينات

(٣) الجدول المقابل يمثل دالة توزيع احتمالي للمتغير العشوائيX، فإن قيمة K هي :٠.٥

x	١	٢	٣
$f(x)$	K	٢K	٢K

ثانيا : في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(٤) إذا $y = x^{٢}e^{x} - xe^{x}$ فإن $\frac{dy}{dx} =$

ⓐ $e^{x}(x^{٢} + x - ١)$ ⓑ $e^{x}(x^{٢} - x)$

ⓒ $٢xe^{x} - e^{x}$ ⓓ $e^{x}(x^{٢} + ٢x + ١)$

(٥) حجم المجسم الناشئ من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $\boldsymbol{f : f(x) = 3}$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ ٦π ⓑ ١٨ ⓒ ١٨π ⓓ ٨١π

(٦) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^{٢} = ٤py$ هي:

ⓐ $(٠,٠)$ ⓑ $(١,٠)$ ⓒ $(٠,١)$ ⓓ $(١,١)$

(٧) حل المعادلة التفاضلية $٢y' + y = ١$ الذي يحقق $y = ٣$ عند $x = ٥$ هو:

ⓐ $y = ٢e^{\frac{٥}{٢}}$ ⓑ $y = \frac{٢}{e^{\frac{٥}{٢}}}$

ⓒ $y = ٢e^{(-\frac{١}{٢}x+\frac{٥}{٢})} + ١$ ⓓ $y = ٢e^{(-\frac{١}{٢}x-\frac{٥}{٢})} + ١$

---

(٨) $\int_{-١}^{١} (١ - |x|)\, dx =$

ⓐ ١ ⓑ -١ ⓒ ٠ ⓓ $\frac{١}{٢}$

---

(٩) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^{٢}}{٣٦} + \frac{y^{٢}}{٢٥} = ١$ هو :

ⓐ $\frac{\sqrt{١١}}{٦}$ ⓑ $\frac{\sqrt{١١}}{٥}$ ⓒ $\frac{٣٦}{٢٥}$ ⓓ $\frac{٢٥}{٣٦}$

---

(١٠) إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة التوزيع الاحتمالي f له هي

x	٠	١	٢
$f(x)$	٠.٢٥	٠.٥	٠.٢٥

فإن التوقع له يساوي:

ⓐ ١.٢٥ ⓑ ١.٥ ⓒ ٠.٥ ⓓ ١

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	**ⓐ**	ⓑ		
(٢)	**ⓐ**	ⓑ		
(٣)	ⓐ	**ⓑ**		
(٤)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٥)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(٦)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٧)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(٨)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٩)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(١٠)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

لكل بند درجة واحدة فقط

١٠