

مادة الرياضيات

الصف الثاني عشر علمي

الفترة التقويمية الأولى

٢٠٢٤ - ٢٠٢٥

١-١ النهايات

٢-١ نهايات تشتمل على $-\infty$ ، ∞

٣-١ صيغ غير معينة

٤-١ نهايات بعض الدوال المثلثية

إعداد : أ. حسام بيومي

(١ - ١) النهايات

أوجد كلا من النهايات التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2(2 - x))$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$

(3) إذا كانت الدالة g : فأوجد إن أمكن $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + x & x > 1 \\ \frac{x}{x^2 + 1} & x \leq 1 \end{cases}$$

أوجد :

a) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 3x - 1)^5 =$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{x-3} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 4} (x + \sqrt{x})^4 =$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 - 5} =$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2} =$

إلغاء العامل الصفري في المقام

أوجد إن أمكن :

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x}$



b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}$



أوجد إن أمكن :

a) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x}$



b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x}$



تمرن: أوجد إن أمكن :

a)
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1}}{\sqrt[3]{x + 1}}$$

b)
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x - 2}$$

تمرين: أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$



تمرين: أوجد إن أمكن :

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^5 + x^3 + x + 22}{x - 2}$

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 6x^2 + 2x - 3}{x + 1}$



(1 - 2) نهايات تشتمل على $-\infty$ ، ∞

تمرين أوجد :

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$

(1 - 3) صيغ غير معينة

تمرين

أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - 3x + 1)$$

أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 5)$$

أوجد :

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{4x^3-2x+3}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2+5x+1}{6x^2-x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3+7x-1}{-5x^3+x+2}$

تمرين :

فأوجد قيمة a, b $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$

إذا كانت :

فأوجد قيمة a, b $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{ax^2 + bx - 3} = -1$

إذا كانت :

(3 - 1) نهايات بعض الدوال المثلثية

تمرين: أوجد :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$

تمرين: أوجد

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \tan x - 3 \sin x}{4x}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x}$$

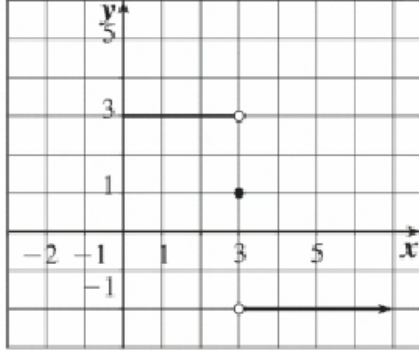
النهايات

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -2$ (في الرسم البياني أدناه)

(a)

(b)



(2) $\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 5y + 6}{y + 2} = 5$

(a)

(b)

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 8x^2}{3x^4 - 16x^2} = 0$

(a)

(b)

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$

(a)

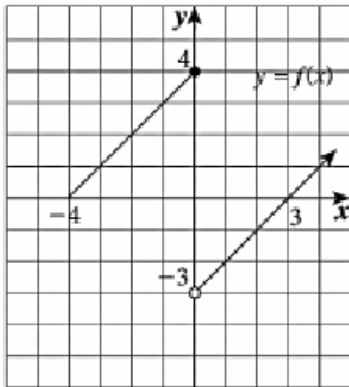
(b)

(5) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3$

(a)

(b)

في التمارين (6-14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.
(6) الشكل المقابل هو بيان دالة f .



العبارة الصحيحة في ما يلي هي:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$

(7) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + 3x^2 - 2x - 17) =$

- (a) 17 (b) -17 (c) 9 (d) -9

(8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} =$

- (a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) غير موجودة

(9) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 5x + 2} =$

- (a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

(10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$

- (a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(11) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} =$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2+x} - \frac{1}{2} =$

- (a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(13) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}} =$

- (a) 12 (b) -12 (c) 4 (d) -4

(14) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} =$

- (a) 9 (b) 0 (c) -3 (d) -9

نهايات تشتمل على ∞ ، $-\infty$

، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{|x|-3} = 2$$

(a)

(b)

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|-3}{x+3} = -1$$

(a)

(b)

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty$$

(a)

(b)

$$(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$$

(a)

(b)

، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{|x|+1} =$$

(a) 0

(b) 1

(c) ∞

(d) $\frac{1}{2}$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3} =$$

(a) ∞

(b) $-\infty$

(c) 1

(d) 0

$$(8) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} + 1 \right) \left(\frac{5x^2-1}{x^2} \right) =$$

(a) 0

(b) 5

(c) 1

(d) $-\infty$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-|x+3|}{2x} =$$

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) ∞

(d) $-\infty$

صيغ غير معينة

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 7x - 8) = \infty$ (a) (b)

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 2x + 1) = -\infty$ (a) (b)

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + x - 3) = -\infty$ (a) (b)

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 4}{3x^2 - 5x + 1} = 0$ (a) (b)

(5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + 7x^2 - 1}{2x^3 - 4} = 2$ (a) (b)

(6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2}$ (a) (b)

في التمارين (7-12)، ظلّل رمز الدائرة الذال على الإجابة الصحيحة.

(7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} =$
 (a) ∞ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) $-\infty$

(8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 + 1}} =$
 (a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 3 (d) -3

(9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x + 3}{\sqrt{9x^2 - 2x + 4}} =$
 (a) $\frac{5}{3}$ (b) $-\frac{5}{3}$ (c) $\frac{5}{9}$ (d) $-\frac{5}{9}$

(10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 1}{\sqrt{4x^2 - x + 3}} =$
 (a) -1 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(11) إذا كان: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2 + nx + 4}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = -2$ فإن قيم m, n هي:

(a) $m = 0, n = -2$ (b) $m = 0, n = 2$ (c) $m = 1, n = -1$ (d) $m = 1, n = 1$

(12) إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 3}}{mx^2 + nx - 4} = 1$ فإن قيم m, n هي:

(a) $m = 0, n = -2$ (b) $m = 0, n = 2$ (c) $m = 0, n = 4$ (d) $m = 0, n = -4$

نهايات بعض الدوال المثلثية

، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$$

(a)

(b)

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin 2x}{2\cos 2x} = \frac{1}{2}$$

(a)

(b)

، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$$

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) ∞

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{3x^2} =$$

(a) 3

(b) 9

(c) 0

(d) ∞