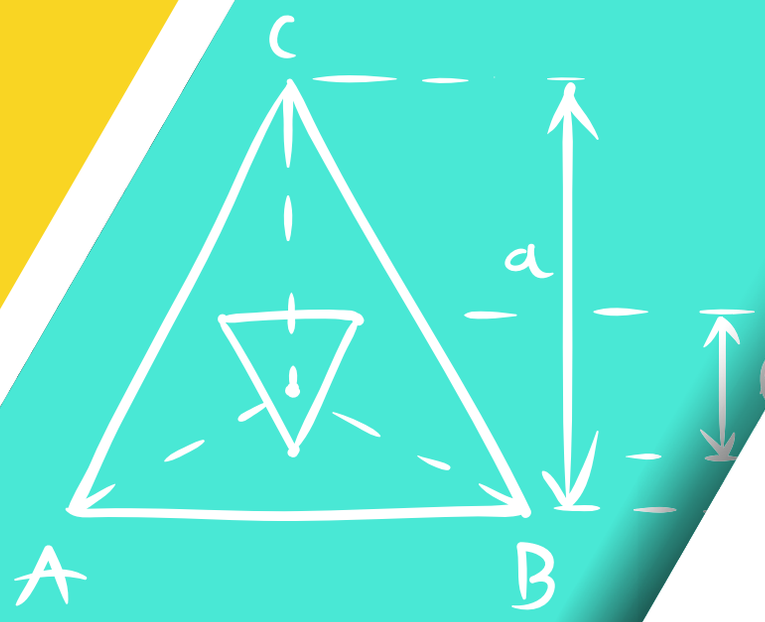
GSI CENTER

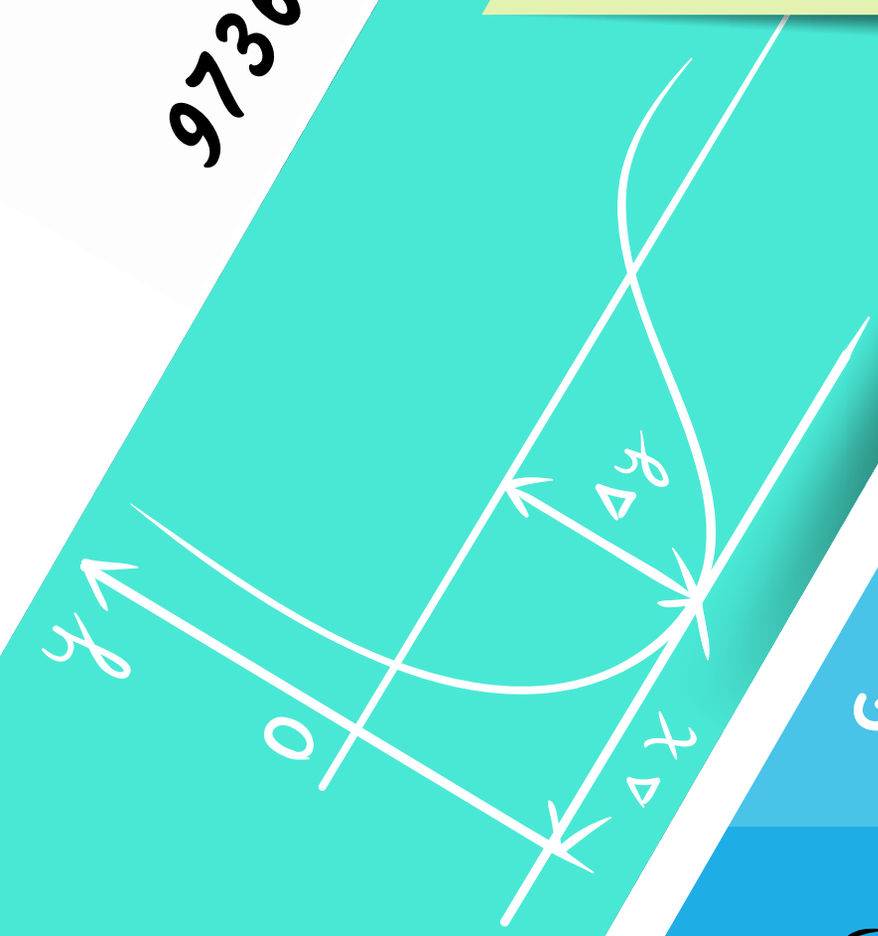
رياضيات

العاشر



97363597

اسم الطالب:



الفصل الدراسي الثاني

إعداد: أ. محمد خليل الكردي

(١) إذا كانت: $\begin{bmatrix} ٢س - ٥ & ٤ \\ ٣ & ٣ص + ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥ & ٤ \\ ٣ & ص + ١٨ \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س، ص.

(٢) إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة، أوجد قيمة س.

(٣) أوجد ناتج $\underline{أ} \times \underline{ب}$. حيث $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ -١ & -٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

قلب الأم

(٤) إذا كانت $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$. أوجد: $\underline{ب}^{٢}$ ، $\underline{ب}^{-١}$.

(٥) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ -٢ & -١ & ٣ \end{bmatrix}$ فأوجد: ٥أ − ٣ب

(٦) حل المعادلة: ٤س + ٢ $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١٠ & ٠ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

(٧) استخدم قاعدة كرامر لحلّ النظام: $\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص - ٧ = ٠ \end{cases}$

(٨) حلّ النظام: $\begin{cases} ٥س + ٣ص = ٧ \\ ٣س + ٢ص = ٥ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة.

قانون: المسافة بين أي نقطتين

المسافة بين أي نقطتين أ (س$_{١}$، ص$_{١}$)، ب (س$_{٢}$، ص$_{٢}$) تساوي $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

قانون: إحداثيات نقطة المنتصف

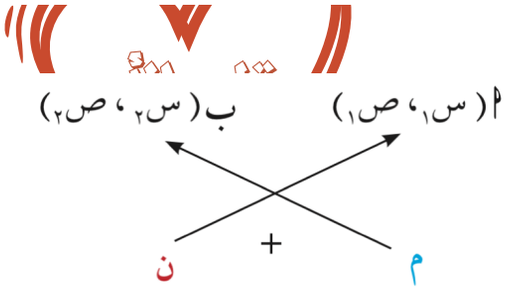
إذا كانت أ(س$_{١}$، ص$_{١}$)، ب (س$_{٢}$، ص$_{٢}$)، فإن إحداثيات نقطة المنتصف هي م(س، ص) حيث س = $\frac{س_{١} + س_{٢}}{٢}$ ، ص = $\frac{ص_{١} + ص_{٢}}{٢}$

قانون: نقطة التقسيم من الداخل

إذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة بحيث أ (س$_{١}$، ص$_{١}$)، ب (س$_{٢}$، ص$_{٢}$)

ويراد تقسيمها من جهة أ بنسبة م : ن

جـ ($\frac{م س_{٢} + ن س_{١}}{م + ن}$ ، $\frac{م ص_{٢} + ن ص_{١}}{م + ن}$)



قانون: الميل = $\frac{\text{التغيير الرأسي}}{\text{التغيير الأفقي}} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ ، س$_{٢}$ − س$_{١}$ ≠ ٠ م = ظا θ.

قانون: الصورة العامة لمعادلة المستقيم هي:

أس + ب ص + جـ = ٠

الميل ، هو − $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ≠ ٠

قانون: الصورة القياسية لمعادلة المستقيم هي:

معادلة خط مستقيم الميل (م). نقطة من نقاط المستقيم ولتكن (س$_{١}$، ص$_{١}$).

المعادلة: ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

قانون: البعد ف بين النقطة د (س$_{١}$، ص$_{١}$) والمستقيم ل

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة ل: أ س + ب ص + جـ = ٠،

تعطى بالصيغة: ف = $\frac{|أ س_{١} + ب ص_{١} + جـ|}{\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}}$.

قانون: الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

المركز م(د، هـ) وطول نصف القطر نق.

قانون: الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$س^{٢} + ص^{٢} + ل س + ك ص + ب = ٠$

مركزها ($\frac{-ل}{٢}$ ، $\frac{-ك}{٢}$) طول نصف قطرها نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ٤ب}$.

(١) إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد: معادلة المستقيم أ الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (-٣، ٢).

(٢) إذا كان المستقيم ل: ص = ٢س + ١، فأوجد: معادلة المستقيم ف العمودي على المستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٤، -٣).

(٣) أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين جـ (٣، -١) ، د(٢، -٢).

(٤) أوجد معادلة دائرة قطرها $\overline{\text{أب}}$ حيث أ(-٣، ٦) ، ب(١، -٢).

(٥) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، −٣) على المستقيم: −٢س + ص − ٤ = ٠

(٦) أوجد البعد بين المستقيم ل: ص = −س + ٣ والنقطة د(٢، ٥).

(٧) أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها: $(س - ٤)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٣٦$.

(٨) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها $(س - ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢٥$ عند النقطة أ(٦، ٤).

(٩) عيّن مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: ٢س^{٢} + ٢ص^{٢} − ١٢س − ٤ص − ٣٠ = ٠

(١٠) أثبت أن النقطة أ(١، ١) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها و ، معادلتها: س^{٢} + ص^{٢} + ٦س + ٨ص − ١٦ = ٠،
ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة.

(١١) إذا كان أ (٢، ٤) ، ب (٥، ٩)، ويراد تقسيم $\overline{\text{أب}}$ من الداخل من جهة ب في نقطة جـ بنسبة ٣:٥.

أوجد إحداثيات النقطة جـ.

(١٢) إذا كان أ (-٥، ٣)، ب (٧، -٤). فأوجد نقطة تقسيم $\overline{\text{أب}}$ من جهة أ بنسبة ١:٣ من الداخل.

(١) حل المعادلة : $\sqrt{٢}$ جتا س = ١ .

(٢) حل المعادلة: ٢جا س − ١ = ٠ .

(٣) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتاθ = ٠,٤ ، ٠ < θ < $\frac{\pi}{٢}$. فأوجد جاθ، ظاθ.

قلب الأم

(٤) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جاθ = $\frac{٣}{٧}$ ، جتاθ < ٠ فأوجد جتاθ، ظتاθ، ظاθ.

(٥) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان ظاθ = $\frac{٣}{٤}$ ، جا θ < ٠ فأوجد جاθ، جتاθ.

قلب الأم

(٦) بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان ظتاθ = $\frac{٥}{٨}$، جتاθ > ٠ فأوجد جاθ، جتاθ.

(٧) أثبت أن جا (٩٠° + س) + جتا (١٨٠° – س) + جا (٢٧٠°) + جتا (١٨٠°) = – ٢

(٨) بسّط التعبير التالية لأبسط صورة: جا$(\pi + \theta)$ – جتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ + جتا$(\pi - \theta)$ + جا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$.

(٩) أثبت صحة المتطابقة التالية: جا^{٣}س + جاس × جتا^{٢}س = جاس.

قلب الأم

(١٠) أثبت صحة المتطابقة التالية: $\frac{(\text{قا}\theta + ١)(\text{قا}\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\theta}$ = قا^{٢} θ. حيث المقام ≠ ٠

قانون المتوسط الحسابي

المتوسط الحسابي لـ ن من الاعداد $س_١$، $س_٢$، $س_٣$، ...، $س_ن$، هو: $\overline{س} = \frac{س_١ + س_٢ + س_٣ + ... + س_ن}{ن}$

قانون التباين والانحراف المعياري

إذا كانت $س_١$، $س_٢$، $س_٣$، ... ، $س_ن$ مجموعة من القيم عددها ن حيث متوسطها الحسابي $\overline{س}$ فإن:

التباين $= ع^٢ = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^٢}{ن}$ ومنه الانحراف المعياري $= ع = \sqrt{ع^٢}$

قانون مضروب ن أو ن!

ن! هو: $ن \times (ن - ١) \times ... \times ٣ \times ٢ \times ١$ ملاحظات: $٠! = ١$ تُقرأ مضروب صفر = ١

قانون التباديل

$^ن ل_ر = \frac{ن!}{(ن - ر)!}$ حيث ر، ن $\in$ صحـ$_+$ ، ر $\leq$ ن ملاحظات: $^ن ل_٠ = ١$

قانون التوافيق

$\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{(ن - ر)!\, ر!}$ ملاحظات: $\binom{ن}{٠} = ١$ $\binom{ن}{ن} = ١$

قاعدة الاحتمال لحدث ما

ل(الحدث أ) = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث أ}}{\text{عدد النواتج في فضاء العينة}}$ أي أن: ل(أ) = $\frac{ن(أ)}{ن(ف)}$

قاعدة الاحتمال لاتحاد حدثين:

ل(أ $\cup$ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ $\cap$ ب)

قاعدة الاحتمال لتقاطع حدثين:

إذا كان أ، ب حدثين متنافيين فإن ل(أ $\cap$ ب) = صفر ملاحظات: أ $\cap$ ب = $\varnothing$

إذا كان أ، ب حدثان مستقلان فإن ل(أ $\cap$ ب) = ل(أ) × ل(ب)

إذا كان أ، ب حدثان فإن ل(أ $\cap$ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ $\cup$ ب)

قاعدة الاحتمال لمتمم الحدث

ل($\overline{أ}$) = ١ − ل(أ) ل($\overline{أ \cap ب}$) = ١ − ل(أ $\cap$ ب)

قاعدة الاحتمال المشروط

ل(ب|أ) = $\frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)}$ ل(أ|ب) = $\frac{ل(أ \cap ب)}{ل(ب)}$ وكذلك ل(أ $\cap$ ب) = ل(أ) × ل(ب|أ)

(١) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم البيانات: ٩، ٧، ٨، ٦، ٤، ٢

قلب الأم

(٢) الانحراف المعياري لمجموعة قيم من بيانات هو ع = ٤، ومجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو ٤٨٠. فما عدد قيم هذه البيانات؟

(٣) إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان: ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٤ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد كلًّا من: ١ ل(أ ∪ ب) ٢ ل($\overline{أ}$) ٣ ل (ب|أ)

(٤) إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان: ل(أ) = ٠,٥ ، ل($\overline{ب}$) = ٠,٢ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد كلًّا من: ١ ل(ب) ٢ ل(أ ∪ ب) ٣ ل (أ|ب)

(٥) إذا كان أ، ب حدثان في فضاء العينة، وكان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦

أوجد كلًّا من: ١ ل(أ ∩ ب) ٢ ل($\overline{ب}$) ٣ ل(ب|أ).

قلب الأم

(٦) في تجربة عشوائية، إذا كان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب | أ) = ٠,٢ . أوجد ل(أ ∩ ب).

(٧) في فضاء عينة ف لدينا حدثان أ ، ب متنافيان حيث ل(أ) = ٤ , ٠ ، ل(ب) = ٥ , ٠ .

احسب: (أ) ل(أ ∩ ب) (ب) ل(أ ∪ ب) (جـ) ل($\overline{\text{أ ∪ ب}}$).

قلب الأم

(٨) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٢ , ٠ ، ل(ب) = ٧ , ٠ .

احسب: (أ) ل(أ ∩ ب) (ب) ل(ب|أ) (جـ) ل(أ ∪ ب) (د) ل(أ|ب)

(٩) أوجد قيمة كل مايلي بدون استخدام الآلة الحاسبة : $^{١٠}ل_{٤}$ ، $\binom{٧}{٢}$

قلب الأم

(١٠) اشترى ناصر علبة حلوى تحتوي على ١٢ قطعة بينها ٤ قطع بالشوكولاتة.

يريد ناصر أخذ قطعتين من العلبة معًا عشوائيًّا. فما احتمال أن يختار قطعتين بالشوكولاتة؟

(١١) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم، إذا كان الحدث ب «الحصول على عدد زوجي»، والحدث أ «الحصول على عدد أولي». فاحسب ل(ب|أ).

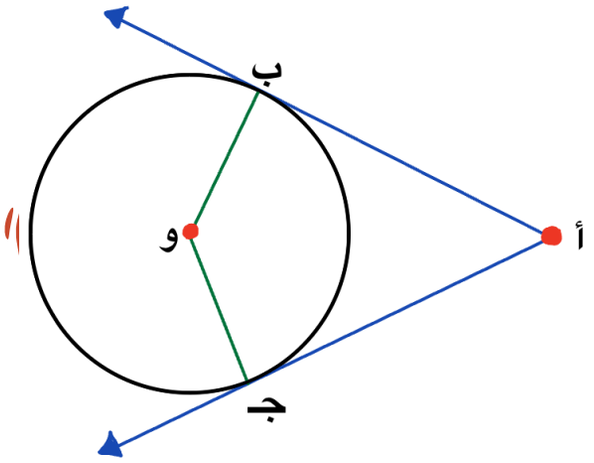
(١) في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

أ ب = ٤ سم ، وب = ٣ سم ، ق (ب $\hat{\text{أ}}$ جـ) = ٧٤ °

أوجد : (١) ق (أ $\hat{\text{ب}}$ و)

(٢) ق (ب $\hat{\text{و}}$ جـ)

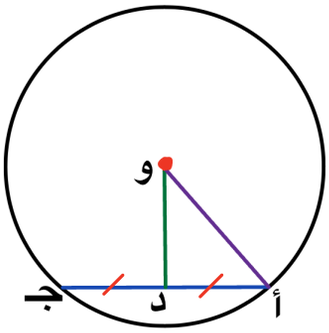
(٣) محيط الشكل أ ب و جـ



(٢) في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، نق = ٥ سم

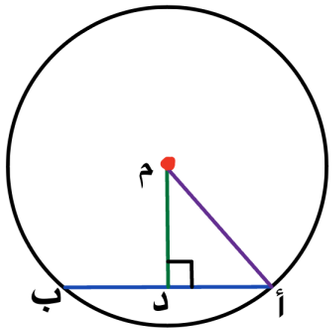
و د = ٤ سم، د منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$

أوجد بذكر السبب طول $\overline{\text{أ جـ}}$

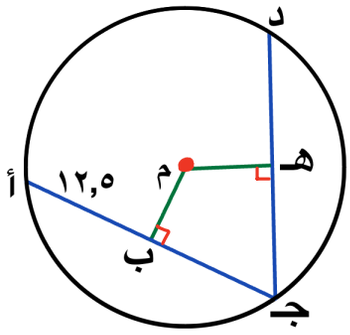


(٣) في الشكل المقابل دائرة مركزها م ، $\overline{\text{م د}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

م د = ٣ سم ، أ ب = ٨ سم أوجد طول $\overline{\text{م أ}}$



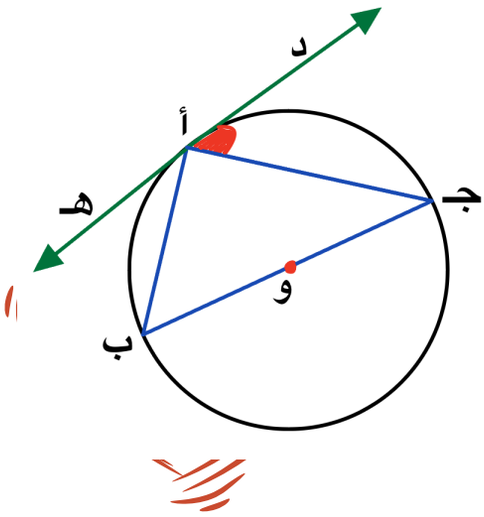
(٤) في الشكل المقابل ليكن م مركز الدائرة. م ب = م هـ ، أوجد طول $\overline{\text{جـ د}}$. فسّر.



(٥) في الشكل المقابل : دائرة مركزها و

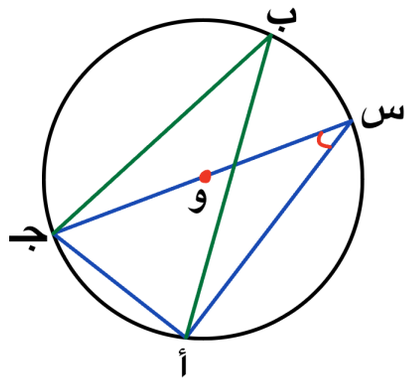
إذا كان $\overline{\text{د هـ}}$ مماسا للدائرة عند أ , ق(جـ $\hat{\text{أ}}$ د) = ٥٠

أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

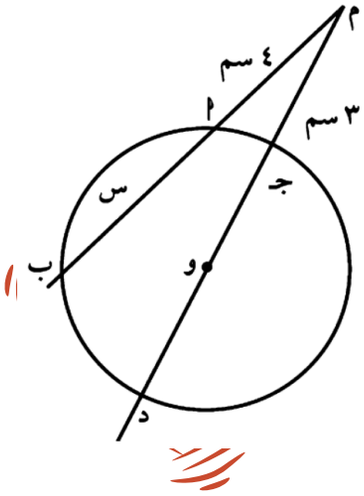
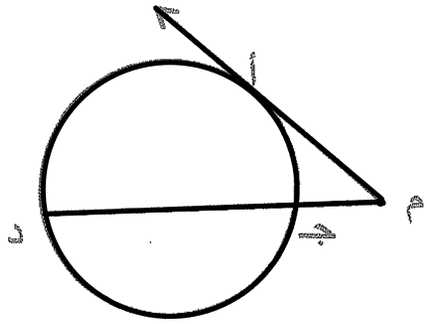


(٦) في الشكل المقابل: دائرة مركزها و ، ق(أ $\hat{\text{س}}$ جـ) = ٣٥ فأوجد مايأتي:

١) ق(أ $\hat{\text{ب}}$ جـ) ٢) ق(س $\hat{\text{أ}}$ جـ) ٣) ق ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$)



(٧) في الشكل المقابل، دائرة مركزها و. طول نصف قطرها يساوي ٤ سم
أوجد قيمة س.



(٨) في الشكل المقابل م أ مماس للدائرة عند أ ، م أ = ٦ سم ،
م جـ = ٣ سم أوجد جـ د .