الوحدة 5

الدوال والعلاقات العكسية والجذرية

عمل المدرس أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الصف الحادي عشر | 5-1 العمليات على الدوال | الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– إيجاد المجموع والفرق وناتج الضرب وناتج القسمة للدوال. 2 – إيجاد تركيب الدوال.

جد قيمة $(f+g)(x)$، $(f-g)(x)$، و $(f\times g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. وضِّح وجود أي قيود على المجال أو المدى.

Find (f + g)(x), (f - g)(x), (f · g)(x), and (f/g)(x) for each f(x) and g(x). Indicate any restrictions in domain or range.

$f(x) = x + 2$ $g(x) = 3x - 1$

$f(x) = x^2 - 5$ $g(x) = -x + 8$

لكل دالتين مما يلي، جد قيمة $f \circ g$ و $g \circ f$، إذا كانت موجودة. حدد المجال والمدى لكل دالة مركبة.

For each pair of functions, find f ∘ g and g ∘ f, if they exist. State the domain and range for each composed function.

$f = \{(2, 5), (6, 10), (12, 9), (7, 6)\}$ $g = \{(9, 11), (6, 15), (10, 13), (5, 8)\}$

$f = \{(-5, 4), (14, 8), (12, 1), (0, -3)\}$ $g = \{(-2, -4), (-3, 2), (-1, 4), (5, -6)\}$

جد قيمة $[f \circ g](x)$ و $[g \circ f](x)$، إذا كانت موجودة. حدد المجال والمدى لكل دالة مركبة.

Find [f ∘ g](x) and [g ∘ f](x), if they exist. State the domain and range for each composed function.

$f(x) = -3x$

$g(x) = 5x - 6$

$f(x) = x + 4$

$g(x) = x^2 + 3x - 10$

ورقة عمل الصف الحادي عشر | 5-2 العلاقات والدوال العكسية | الاسم:_____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– إيجاد معكوس الدالة أو العلاقة. 2 – تحديد ما إذا كانت الدالتان أو العلاقتان متعاكستان أم لا.

العلاقة العكسية هي مجموعة من الأزواج المرتبة التي نحصل عليها من تبديل إحداثيات كل زوج مرتب. ويصبح مجال العلاقة مدى معكوسها، ويصبح مدى العلاقة مجال معكوسها.

المفهوم الأساسي العلاقات العكسية

الشرح تصبح العلاقتان علاقتين متعاكستان فقط عندما تحتوي إحداهما على عنصر (a, b). وتحتوي العلاقة الأخرى على العنصر (b, a).

مثال A و B عبارة عن علاقتين متعاكستان.

$A = \{(1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$ $B = \{(5, 1), (6, 2), (7, 3)\}$

جد معكوس كل علاقة مما يلي.

Find the inverse of each relation.

$\{(-9, 10), (1, -3), (8, -5)\}$

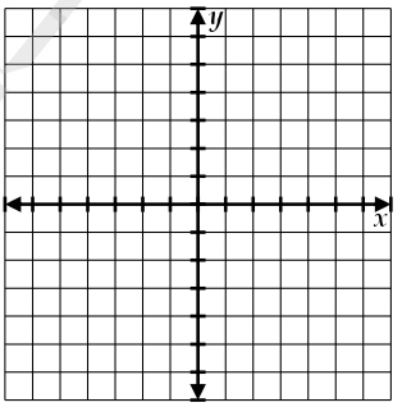
$\{(-2, 9), (4, -1), (-7, 9), (7, 0)\}$

وكما هو الحال في العلاقات، فإن الأزواج المرتبة في **الدوال العكسية** مترابطة أيضًا. يمكننا كتابة معكوس الدالة $f(x)$ في صورة $f^{-1}(x)$.

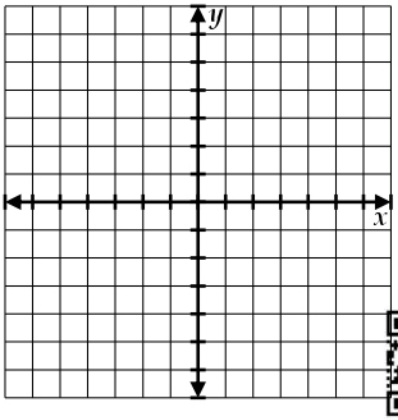
جد معكوس كل دالة مما يلي. ثم مثّل كل دالة ومعكوسها بيانيًا.

Find the inverse of each function. Then graph the function and its inverse.

$g(x) = 4x - 6$



$h(x) = x^2 - 3$



حدد ما إذا كان كل زوج من الدوال يعبر عن دالتين متعاكستين. اكتب نعم أو لا.

Determine whether each pair of functions are inverse functions. Write yes or no.

$f(x) = x - 7$ $g(x) = x + 7$

$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ $g(x) = 2x - \frac{4}{3}$

050-2509447

ورقة عمل الصف الحادي عشر 5-3 دوال الجذر التربيعي والمتباينات الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– تمثيل دوال الجذر التربيعي بيانيا وتحليلها. 2 – تمثيل متباينات الجذر التربيعي بيانيا.

Identify the domain and range of each function. **حدّد المجال والمدى لكل دالة.**

$f(x) = \sqrt{x - 5}$

$f(x) = \sqrt{x + 8} - 2$

$f(x) = \sqrt{x + 2} + 5$

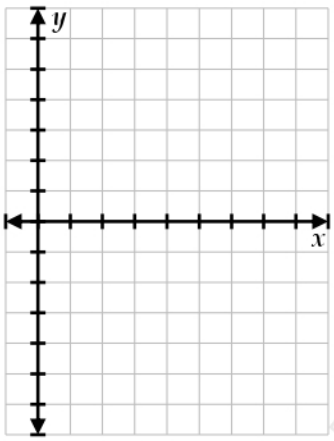
$f(x) = -\sqrt{x - 6} + 5$

Graph each function. State the domain and range.

مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

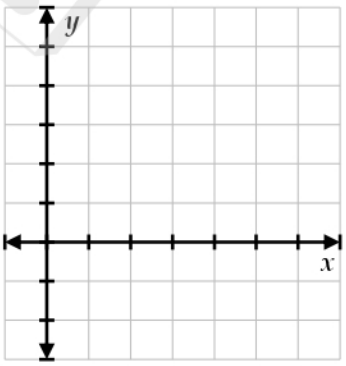
$f(x) = \sqrt{x} - 2$

x	$f(x)$



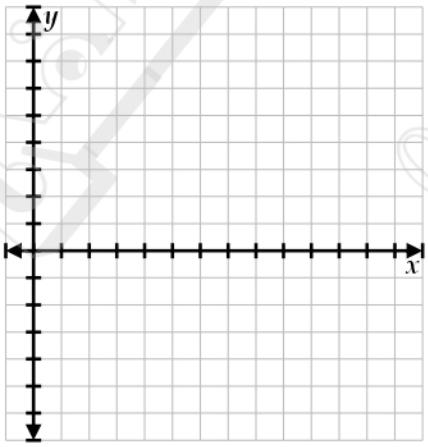
$f(x) = -\sqrt{3x - 5} + 5$

x	$f(x)$



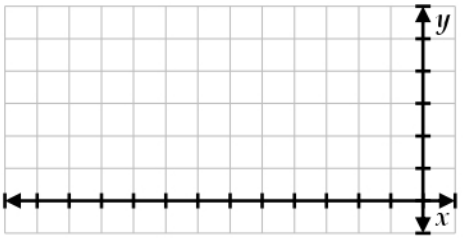
$f(x) = 2\sqrt{x - 5} - 6$

x	$f(x)$



$f(x) = \frac{3}{4}\sqrt{x + 12} + 3$

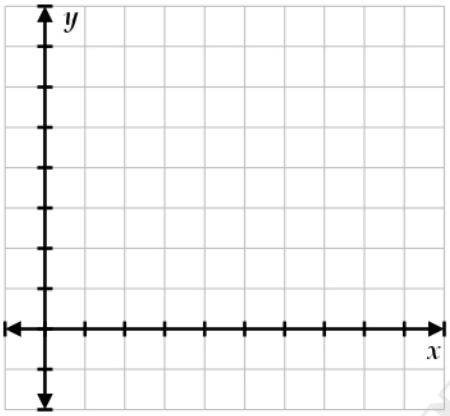
x	$f(x)$



Graph each inequality. **مثّل كل متباينة بيانيًا.**

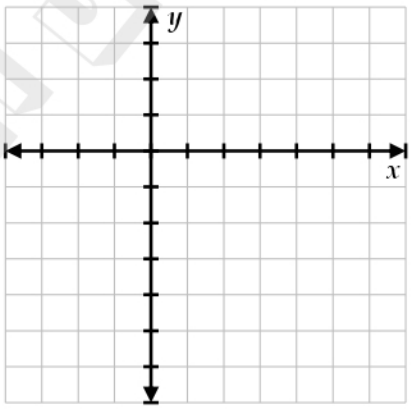
$f(x) \geq \sqrt{x} + 4$

x	$f(x)$



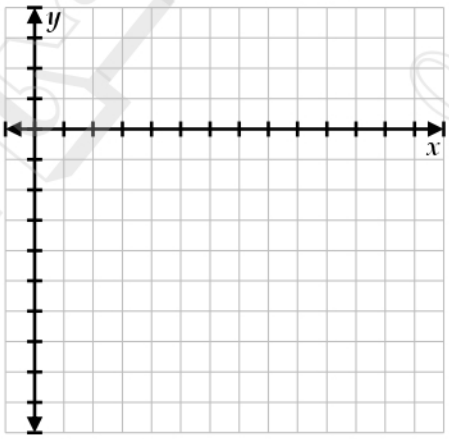
$f(x) < -2\sqrt{x+3}$

x	$f(x)$



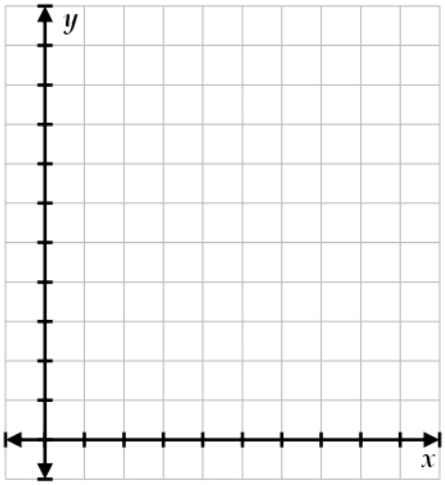
$y \leq 6 - 3\sqrt{x-4}$

x	$f(x)$



$y < \sqrt{4x-12} + 8$

x	$f(x)$



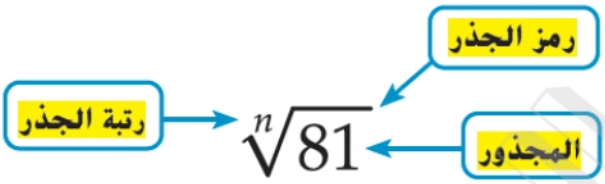
ورقة عمل الصف الحادي عشر | 5-4 الجذور النونية | الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– تحويل الجذور لأبسط صورة. 2 – استخدام حاسبة لتقريب الجذور.

$\sqrt{25} = 5$

$-\sqrt{25} = -5$

$\pm\sqrt{25} = \pm 5$



يوجد لدى بعض الأعداد أكثر من جذر نوني واحد حقيقي. على سبيل المثال، يوجد لدى العدد 64 جذران مربعان، 8 و8−، وذلك نظرًا لأن 8^2 و$(-8)^2$ كلاهما يساويان 64. عندما يكون هناك أكثر من جذر واحد حقيقي وn عدد زوجي، فإن الجذر غير السلبي يُطلق عليه **الجذر الأساسي**.

المفهوم الأساسي الجذور النونية الحقيقية

افترض أن n تعبر عن عدد صحيح أكبر من 1 وa تعبر عن عدد حقيقي.

a	n هو عدد زوجي.	n هو عدد فردي.
$a > 0$	جذر حقيقي واحد موجب وحيد وجذر حقيقي واحد سالب وحيد: $\pm\sqrt[n]{a}$؛ الجذر الموجب هو الجذر الأساسي	جذر حقيقي واحد موجب وحيد ولا يوجد جذر حقيقي سالب وحيد: $\sqrt[n]{a}$
$a < 0$	لا توجد جذور حقيقية	لا يوجد جذر حقيقي موجب وجذر حقيقي سالب واحد: $\sqrt[n]{a}$
$a = 0$	جذر حقيقي واحد: $\sqrt[n]{0} = 0$	جذر حقيقي واحد: $\sqrt[n]{0} = 0$

نصيحة دراسية

رُتبة الجذر الفردي إذا كان n عددًا فرديًا، فإن هناك جذرًا حقيقيًا واحدًا فقط. وبالتالي، لا يوجد جذر أساسي عندما يكون n عددًا فرديًا، ولن نحتاج أبدًا إلى رموز القيمة المطلقة.

مراجعة المفردات

أعداد تخيلية بحتة الجذور التربيعية لأعداد حقيقية سالبة بالنسبة لأي عدد حقيقي موجب b

$$\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \times \sqrt{-1} = bi$$

حيث i هي الوحدة التخيلية.

عندما تجد جذرًا زوجيًا لأس زوجي وتكون النتيجة أسًا فرديًا، فيجب حينها استخدام القيمة المطلقة للنتيجة لضمان عدم وجود إجابة سالبة.

Simplify. **بسط.**

$\pm\sqrt{100y^8}$

$-\sqrt{49u^8v^{12}}$

$\sqrt{(y-6)^8}$

$\sqrt[4]{16g^{16}h^{24}}$

$\sqrt{-16y^4}$

$\sqrt[6]{64(2y+1)^{18}}$

$\sqrt[3]{-(y-9)^9}$

$\sqrt[5]{32a^{15}b^{10}}$

استخدم حاسبة لتقريب كل قيمة لثلاث منازل عشرية.

Use a calculator to approximate each value to three decimal places.

$\sqrt{58}$

$-\sqrt{76}$

$\sqrt[5]{-43}$

$\sqrt[4]{71}$

ورقة عمل الصف الحادي عشر 5-5 العمليات الحسابية على التعابير الجذرية الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– تحويل تعابير جذرية لأبسط صورة. 2 – جمع التعابير الجذرية وطرحها وضربها وقسمتها.

المفهوم الأساسي خاصية الضرب في الجذور

الشرح في أية أعداد حقيقية a و b وأي عدد صحيح $n > 1$، يكون $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$. إذا كان n عددًا زوجيًا، وكل من a وb غير سالبين، أو إذا كان n عددًا فرديًا.

أمثلة $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ و $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3$

المفهوم الأساسي خاصية ناتج القسمة في الجذور

الشرح لأية أعداد حقيقية $a, b \neq 0$ وأي عدد صحيح $n > 1$، $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$، إذا كانت الجذور محددة.

أمثلة $\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}} = \frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$ $\qquad \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{9} = 3$

وحتى يكون الجذر في أبسط صورة، فلابد ألا يحتوي المجذور على عوامل تعتبر أسسًا نونية لعدد صحيح أو كثير الحدود.

لحذف الجذور من المقام أو حذف الكسور من المجذور، يمكن استخدام عملية تُدعى **إنطاق المقام**. لإنطاق مقام، اضرب البسط والمقام في كمية بحيث يصبح المجذور له جذر محدد.

إذا كان المقام هو:	اضرب البسط والمقام في:	أمثلة
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$	$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$

الدقة بسط. **PRECISION** Simplify.

$\sqrt[4]{\frac{5x}{8y}}$

$\frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^9}}$

PRECISION Simplify. **الدقة** بسط.

$4\sqrt{5a^5} \cdot \sqrt{125a^3}$

$3\sqrt[3]{36xy} \cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2}$

$\sqrt[4]{3x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{27xy^2}$

$5\sqrt{32} + \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$

$(8\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(8\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$

$\dfrac{6 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 4}$

ورقة عمل الصف الحادي عشر | 5-6 الأسس النسبية | الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- كتابة تعابير مع أسس نسبية في شكل جذر والعكس. 2- تحويل التعابير لأبسط صورة في شكل أس أو جذر.

المفهوم الأساسي $b^{\frac{1}{n}}$

الشرح لأي عدد حقيقي b وأي عدد صحيح موجب n، يكون $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$. باستثناء إذا كان $b < 0$ وn عددًا زوجيًا. إذا كان $b < 0$ وn عدد زوجي، فقد يكون لدينا جذر مركب.

أمثلة $(-16)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-16} = 4i$ $\quad 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

المفهوم الأساسي الأسس النسبية

الشرح لأي عدد غير صفري حقيقي b، وأي عددين صحيحين x وy، حيث إن $y > 1$، فإن $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$ باستثناء إذا كان $b < 0$ وy عددًا زوجيًا. إذا كان $b < 0$ وy عددًا زوجيًا، فقد يكون لدينا جذر مركب.

أمثلة $(-16)^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{-16})^3 = (4i)^3 = -64i$ $\quad 27^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$

قراءة في الرياضيات

دوال الأسس تعتبر دوال الجذر التربيعي هي أيضًا دوال *أسس* عندما يكون الأس كسرًا. في حالة الجذور التربيعية، يكون الأس $\frac{1}{2}$.

اكتب كل تعبير في صورة جذرية، أو اكتب كل جذر في صورة أسيّة.

Write each expression in radical form, or write each radical in exponential form.

$10^{\frac{1}{4}}$ $\quad x^{\frac{3}{5}}$ $\quad \sqrt[3]{15}$ $\quad \sqrt[4]{7x^6y^9}$

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

Evaluate each expression.

$343^{\frac{1}{3}}$ $\quad 32^{-\frac{1}{5}}$ $\quad 125^{\frac{2}{3}}$ $\quad \frac{24}{4^{\frac{3}{2}}}$

نصيحة دراسية

تحويل التعابير لأبسط صورة

عند تحويل التعابير التي تحتوي على أسس نسبية لأبسط صورة، اترك الأس في الشكل النسبي بدلاً من كتابة التعبير في صورة جذرية.

عند تحويل تعبير جذري لأبسط صورة، استخدم دائمًا أقل رُتبة ممكنة للجذر. فإن استخدام الأسس النسبية يجعل هذه العملية أكثر سهولة، ولكن لابد من كتابة الإجابة في شكل جذري.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

Simplify each expression.

$\frac{x^{\frac{4}{5}}}{x^{\frac{1}{5}}}$	$\sqrt[4]{9g^2}$	$\sqrt[6]{81g^3}$	$a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{1}{2}}$
$\frac{g^{\frac{1}{2}}-1}{g^{\frac{1}{2}}+1}$	$\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{4}}$	$\frac{b^3}{c^{\frac{1}{2}}} \times \frac{c}{b^{\frac{1}{3}}}$	$\frac{x^{\frac{1}{4}}+2}{x^{\frac{1}{4}}-2}$

ورقة عمل الصف الحادي عشر 5-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– حل المعادلات التي تحتوي على جذور. 2 – حل المتباينات التي تحتوي على جذور.

المفهوم الأساسي حل المعادلات الجذرية

الخطوة 1 اعزل الجذر في طرف واحد من المعادلة.

الخطوة 2 ارفع كل طرف من المعادلة إلى أس يساوي رُتبة الجذر للتخلص من الجذر.

الخطوة 3 حل المعادلة كثيرة الحدود الناتجة. وتحقق من نتائجك.

عند حل معادلات جذرية، قد تكون النتيجة عددًا لا يفي بالمعادلة الأصلية. ويُطلق على هذا العدد حل دخيل.

حُلّ كل من المعادلات التالية. تأكد من الحل باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

Solve each equation. Confirm by using a graphing calculator.

$\sqrt{x-4}+6=10$

$2+4z^{\frac{1}{2}}=0$

$(4y)^{\frac{1}{3}}+3=5$

$\sqrt[3]{x-2}=3$

$\sqrt{2t-7}=\sqrt{t+2}$

المفهوم الأساسي حل المتباينات الجذرية

الخطوة 1 إذا كانت رُتبة الجذر زوجيًا، فجد قيم المتغير التي تجعل المجذور غير سالب.

الخطوة 2 جد حل المتباينة جبريًا.

الخطوة 3 اختبر صحة القيم للتحقق من حلك.

حُلّ كل من المتباينات التالية.

$6 - \sqrt{2y + 1} < 3$

Solve each inequality.

$\sqrt{3x + 4} - 5 \leq 4$

050-2509447