

الوصفة السابعة (المصفوفات) ← مصفوفة

٧-١ تنظيم البيانات في مصفوفات

تعريف

المصفوفة هي تنظيم من الأعداد المرتبة في صفوف وأعمدة.

الأعداد المكونة للمصفوفة تسمى عناصر

رتبة المصفوفة

نرمز إلى المصفوفة بأحد حروف الهجاء ونضع تحته خطاً، نكتب $\underline{1}$ ونقرأ المصفوفة $\underline{1}$.

عدد الصفوف (m) وعدد الأعمدة (n) يحددان رتبة المصفوفة وتكتب $m \times n$.

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 6 \end{bmatrix} = \underline{1}$$

المصفوفة $\underline{1}$ هي من الرتبة 2×3 .

ملاحظة: لكتابة رتبة المصفوفة نكتب أولاً عدد الصفوف يليه عدد الأعمدة.

اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{2} \\ 3 \times 1$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \underline{2} \\ 2 \times 3$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 7 & 3 & 2 \\ 9 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{3} \\ 3 \times 3$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 0 \\ 9 & 6 \end{bmatrix} = \underline{3} \\ 3 \times 2$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \underline{1} \\ 1 \times 3$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 7 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \underline{2} \\ 2 \times 3$$

ترميز عناصر المصفوفة

يحدد أي عنصر في المصفوفة بدلالة رقمي الصف والعمود الواقع فيهما.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{bmatrix}$$

العنصر في الصف الأول والعمود الثالث: 13

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 & 12 \\ 3 & 5 & 2 & 6 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 6 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

في المصفوفة: $\underline{ب}$ اكتب قيمة كل عنصر مما يلي:

$$12 = \underline{ب} 11$$

$$1 = \underline{ب} 13$$

$$6 = \underline{ب} 21$$

المصفوفات: المربعة، الأفقية، العمودية

صنف كلاً من المصفوفات التالية:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0, 2 \end{bmatrix} = \underline{ب} \quad \begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 7 & 4 & 0 \\ 8 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \underline{ب}$$

عمودي مربعة

$$\begin{bmatrix} 1, 4 & 3 & 2 \\ 5 & 8 & 12 \end{bmatrix} = \underline{د} \quad \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \underline{ج}$$

مسطحة أفقية

المصفوفات المتساوية:

تكون مصفوفتان متساويتين إذا كانت لهما الرتبة (الأبعاد) نفسها، وكانت عناصرهما المتناظرة متساوية والعكس صحيح.

إذا كانت: $\begin{bmatrix} 4 & 25 \\ 18 + ص & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 - 2س \\ 12 + 3ص & 3 \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س، ص.

$$\begin{aligned} 18 + ص &= 12 + 3ص \\ 18 - 12 &= 3ص - ص \\ 6 &= 2ص \\ 3 &= ص \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 - 2س &= 5 \\ 0 &= 2س \\ 0 + 2س &= 0 \\ 30 &= 6س \\ 10 &= س \end{aligned}$$

إذا كانت: $\begin{bmatrix} 5 & 8 + س \\ -ص & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 38 \\ 10 - 4ص & 3 \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من س، ص.

$$\begin{aligned} -ص &= 10 - 4ص \\ 10 &= 3ص + ص \\ 10 &= 4ص \\ 2.5 &= ص \\ 2.5 &= ص \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 + س &= 38 \\ 8 - 38 &= -س \\ 30 &= س \end{aligned}$$

٣×١

٣×١

إذا كانت [٣س] س + ص = [٩-] = [٤ - ١٠] فأوجد قيمة كل من س، ص.

$$٣ = س + ص$$

$$٤ = ص + ٣ -$$

$$٣ + ٤ = ص$$

$$٧ = ص$$

$$٩ - = س + ٣$$

$$٣ - = س$$

أوجد قيم كل من س، ص.

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٩ \\ ٥ص & ٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢س \\ ٢ص & ٢- \end{bmatrix}$$

$$٥ص = ٢س$$

$$٥ص - ٢س = ٠$$

$$١ = ٢$$

الخطأ

$$٥ = ٢$$

$$٩ = ٢س$$

$$٩ \sqrt{\pm} = س$$

$$٣ \pm = س$$

٢-٧ جمع وطرح المصفوفات

لجمع مصفوفتين A ، B يجب أن تكونا من الرتبة نفسها.

نجمع كل عنصرين لهما الموقع نفسه في A ، B . مصفوفة الجمع لها رتبة كل من المصفوفتين A ، B .

$$\begin{matrix} 3 \times 2 & 2 \times 3 & 3 \times 2 \\ \begin{bmatrix} 3- & 9 & 3 \\ 12 & 6 & 9- \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}} & \begin{bmatrix} 1 & 3- \\ 4- & 2 \\ 5 & 1- \end{bmatrix} = \underline{\underline{B}} & \begin{bmatrix} 1 & 2- & 1 \\ 0 & 5- & 3 \\ 7 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{C}} \end{matrix}$$

فأوجد إن أمكن:

① $A + B$ لا يمكن
② $A + C$ $A + B$
وإذا لم يكن الجمع ممكنًا، فاذكر السبب.

$$\begin{bmatrix} 3- & 9 & 3 \\ 12 & 6 & 9- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2- & 1 \\ 0 & 5- & 3 \\ 7 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{C}}$$

$$\begin{bmatrix} 3- & 7 & 2 \\ 19 & 1 & 7- \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3- & 9 & 3 \\ 12 & 6 & 9- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2- & 1 \\ 0 & 5- & 3 \\ 7 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}} - \underline{\underline{C}}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 11- & 2- \\ 0- & 11- & 12 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 23 & 10- \\ 9 & 8- \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1- & 3- \\ 4 & 5- \\ 7- & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24 & 12- \\ 5 & 3- \\ 10 & 1- \end{bmatrix} : \text{أوجد ناتج ما يلي:}$$

خواص جمع المصفوفات

إذا كان \underline{A} ، \underline{B} ، \underline{C} مصفوفات من الرتبة $m \times n$ فإن:

خاصية الإفتال (الانغلاق)

$$\underline{A} + \underline{B} \text{ هي من الرتبة } m \times n$$

خاصية الإبدال Commutative

$$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$$

خاصية التجميع Associative

$$(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$$

المصفوفة الصفرية هي العنصر المحايد الجمعي من الرتبة $m \times n$

$$\underline{A} + \underline{O} = \underline{A} = \underline{O} + \underline{A}$$

خاصية المعكوس الجمعي (النظير الجمعي).

$$\underline{A} + (-\underline{A}) = \underline{O}$$

طرح المصفوفات

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \underline{A} \quad , \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \underline{B}$$

أوجد $\underline{A} - \underline{B}$ ، $\underline{B} - \underline{A}$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \underline{A} - \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \underline{B} - \underline{A}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\underline{A} - \underline{B} \neq \underline{B} - \underline{A}$$

$$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$$

أوجد ناتج كل مما يلي:

$$\begin{bmatrix} 7 & 12- & 10- \\ 2- & 2- & 8- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4- \\ 10 & 0 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 9- & 6 \\ 8 & 1 & 2- \end{bmatrix} \quad \text{أ}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 12 & 3- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3- \\ 4- & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 3- \\ 10 & 1- \end{bmatrix} \quad \text{ب}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 2- & 3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 3- \\ 7 & 0- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 2- & 3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & 1- \\ 12 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 7- \\ 12 & 2- \\ 10 & 2- \end{bmatrix} =$$

حل المعادلات المصفوفية

حل المعادلة المصفوفية التالية:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - \text{س}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 8 \end{bmatrix} = \text{س}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 11 & 11 \end{bmatrix} = \text{س}$$

أوجد س حيث:

$$\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 4 & 4- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1- \\ 5 & 2 \end{bmatrix} + \text{س}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1- \\ 5 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 4 & 4- \end{bmatrix} = \text{س}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 11 \\ 1- & 7- \end{bmatrix} = \text{س}$$

٧-٣ ضرب المصفوفات

ضرب مصفوفة في عدد

الضرب القياسي هو عملية ضرب مصفوفة A في عدد حقيقي k : $k \neq 0$.
 الناتج هو المصفوفة kA .
 نحصل على المصفوفة kA بضرب كل عنصر من A في k .
 إذا كان $k = 0$ ، يكون الناتج مصفوفة صفرية.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \underline{B} \quad , \quad \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} = \underline{A} \quad \text{إذا كانت } A \quad \begin{matrix} 3 \times 3 \\ 3 \times 2 \end{matrix}$$

فأوجد:

$$\underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 9 & 3 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} - \underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 17 & 12 & 8 \\ 12 & 17 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 11 & 8 \\ 9 & 16 & 4 \end{bmatrix}$$

معادلة مصفوفية

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2- \end{bmatrix} 2 + \textcircled{\text{س}} 4$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 2 & 4- \end{bmatrix} + \textcircled{\text{س}} 4$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 2 & 4- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \underline{\text{س}} 4$$

$$\begin{bmatrix} 8- & 4 \\ . & 8 \end{bmatrix} \frac{1}{4} = \underline{\text{س}} \cancel{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\begin{bmatrix} 2- & 1 \\ . & 2 \end{bmatrix} = \underline{\text{س}}$$

$$\frac{1}{2} \leftarrow \frac{4}{1}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2- \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 4- & 1 \end{bmatrix} = \textcircled{\text{س}} 2$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 2 \\ . & 4 \end{bmatrix} \frac{1}{4} = \underline{\text{س}} \cancel{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ . & 2 \end{bmatrix} = \underline{\text{س}}$$

ضرب المصفوفات

بفرض $\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

حدّد ما إذا كانت كل من نواتج الضرب: $\underline{B} \times \underline{A}$ ، $\underline{A} \times \underline{B}$ معرفة أو غير معرفة.

الحل

غير معرفة

$$\left. \begin{array}{c} \underline{A} \times \underline{B} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \times 5 \neq 8 \times 0 \end{array} \right\}$$

معرفة

$$\left. \begin{array}{c} \underline{B} \times \underline{A} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \times 8 = 8 \times 2 \end{array} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \underline{B} \times \underline{A}$$

$$\left[\begin{array}{l} 3 \times 0 + 8 \times 5 \\ 8 \times 0 + 1 \times 5 \\ 0 \times 0 + 4 \times 5 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} 3 \times 8 + 8 \times 2 \\ 8 \times 8 + 1 \times 2 \\ 0 \times 8 + 4 \times 2 \end{array} \right] =$$

$$\left[\begin{array}{l} 40 \\ 68 \\ 8 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} 88 \\ 66 \\ 32 \end{array} \right]$$

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي:

$$\begin{bmatrix} 2x^3 + 3x^0 & 2x^2 + 3x^1 \\ 2x^3 + 0x^0 & 2x^2 + 0x^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} =$$

إذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$. أوجد: \underline{B}^2 , \underline{B}^3 .

$$\underline{B}^2 = \underline{B} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B}^3 = \underline{B} \times \underline{B} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 10 & 7 \end{bmatrix} =$$

٧-٤ مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوسات)

مصفوفة الوحدة

المصفوفة المربعة التي عناصر قطرها الرئيسي ١، وبقية العناصر صفر تسمى مصفوفة الوحدة

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{3 \times 3} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{2 \times 2}$$

$$\underline{P} = \underline{P} \times \underline{O} = \underline{O} \times \underline{P}$$

النظير الضربي

إذا كانت \underline{P} ، \underline{S} مصفوفتين مربعيتين من الرتبة نفسها بحيث يكون $\underline{S} \times \underline{P} = \underline{O}$ ، فإن \underline{S} هي النظير الضربي للمصفوفة \underline{P} . ويرمز إليها بـ \underline{P}^{-1} .

$$\text{إذا } \underline{P}^{-1} \times \underline{P} = \underline{P} \times \underline{P}^{-1} = \underline{O}$$

$$\text{أثبت أن } \underline{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ هي النظير الضربي للمصفوفة } \underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \underline{B} \times \underline{A}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \times 3 + 2 \times 2 & 3 \times 2 + 2 \times 1 \\ 2 \times 3 + 1 \times 2 & 2 \times 2 + 1 \times 1 \end{bmatrix} =$$

$$\underline{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{I}$$

∴ \underline{B} نظير ضربي \underline{A}

محدد مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{ج} & \text{د} \end{bmatrix}$ هو أ د - ب ج

$$\text{نكتب } \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{ج} & \text{د} \end{vmatrix} = \text{أ د} - \text{ب ج}$$

تسمى المصفوفة التي محددها يساوي الصفر بالمصفوفة المنفرجة

أوجد محدد كل من المصفوفات التالية:

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} = \text{ج} \quad \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \text{ب} \quad \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \text{أ}$$

$$7 = (0 \times 4) - (5 \times 5) = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = \underline{19}$$

$$0 = (3 \times 3) - (2 \times 2) = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = \underline{5}$$

$$(0 \times 0) - (5 \times 5) = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = \underline{-25}$$

$$\begin{matrix} 0 & -5 \\ 5 & \end{matrix}$$

خاصية

بفرض أن: $\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{د} & \text{ج} \end{bmatrix} = \text{م}$ إذا كان أ د - ب ج $\neq 0$ ، فإن لها نظير ضربي م^{-1} حيث:

$$\begin{bmatrix} \text{د} & -\text{ب} \\ -\text{ج} & \text{أ} \end{bmatrix} \frac{1}{\text{أ د} - \text{ب ج}} = \text{م}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \text{د} & -\text{ب} \\ -\text{ج} & \text{أ} \end{bmatrix} \frac{1}{\text{أ د} - \text{ب ج}} = \text{م}^{-1}$$

حدّد أي مصفوفة مما يلي لها نظير (معكوس) ضربي، ثم أوجدّه.

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \text{ن} \quad \text{ب}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \text{م} \quad \text{أ}$$

$$\begin{vmatrix} 9 & 3 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = |\text{ن}| \quad \text{①}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = |\text{م}| \quad \text{②}$$

$$(9 \times 2) - (6 \times 3) =$$

$$(2 \times 5) - (4 \times 2) =$$

$$= \text{صفر}$$

$$= \text{صفر} \neq$$

∴ لا يوجد نظير ضربي

∴ لا يوجد نظير ضربي

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \frac{1}{2} = \text{م}^{-1} \quad \text{③}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2.5 \end{bmatrix} =$$

إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة α .

\therefore α منفردة

$$\therefore \alpha = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 12 \end{vmatrix}$$

$$\alpha = (4 \times 12) - (5 \times 6)$$

$$\alpha = 48 - 30$$

$$48 - 30 = 18 \quad \leftarrow \quad \frac{48}{6} = 8 \quad \frac{30}{3} = 10$$

إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ منفردة، أوجد قيمة α .

\therefore α منفردة

$$\therefore \alpha = \begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\alpha = (10 \times 4) - (5 \times 2)$$

$$\alpha = 40 - 10$$

$$40 - 10 = 30$$

$$\frac{40}{10} = 4 \quad \frac{10}{1} = 10$$

$$40 - 10 = 30$$

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام: $\begin{cases} 7- = 2ص + 3س \\ 1- = 7-ص - 4س \end{cases}$

الحل

$$7- = 2ص + 3س$$

$$7- = 2ص + 3س \quad \text{دلتا}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7- & 4- \end{vmatrix} = 2(4-) - (3 \times 7-) = \Delta \quad (1)$$

$$\Delta = (7- \times 2) - (3 \times 7-) = \begin{vmatrix} 2 & 7- \\ 3 & 7- \end{vmatrix} = \Delta \quad (2)$$

$$\Delta = (7- \times 4-) - (7- \times 3) = \begin{vmatrix} 7- & 3 \\ 4- & 7- \end{vmatrix} = \Delta \quad (3)$$

$$\Delta = \frac{\Delta}{\Delta} = \Delta \quad (4)$$

$$\Delta = \frac{\Delta}{\Delta} = \Delta \quad (5)$$

حل النظام هو $\Delta = 6$ و $\Delta = 6$

$$\{(3(4-))\} = 12$$

استخدام قاعدة كرامر (المحددات) لحل معادلتين خطيتين:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= 7 + 5x - 4y \\ 0 &= 3 + 6x - 3y \end{aligned} \right\} \text{استخدم قاعدة كرامر لحل النظام}$$

الحل

$$7 - 4y = -5x$$

$$3 - 3y = -6x$$

$$18 \neq 0 = (7 - 4y) - (3 - 3y) = \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = \Delta \quad (1)$$

$$37 = (3 - 4y) - (3 - 3y) = \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 7\Delta \quad (2)$$

$$04 = (7 - 3y) - (3 - 4y) = \begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 5\Delta \quad (3)$$

$$\checkmark \quad y = \frac{37}{18} = \frac{7\Delta}{\Delta} = 7 \quad (4)$$

$$\checkmark \quad x = \frac{04}{18} = \frac{5\Delta}{\Delta} = 5 \quad (5)$$

حل النظام هو $x = 5$ و $y = 7$

$$\{(5, 7)\} = \text{ح.م}$$