



الصف الثامن الفصل الدراسي الثاني

الفهرس

الواجبات فقط نهاية لبيب

H.O.L.



الوحدة السابعة : التحويلات الهندسية

- ١ الانعكاس في نقطة - التناظر حول نقطة ٣
- ٢ الإزاحة في المستوى الإحداثي ٧
- ٣ الدوران في المستوى الإحداثي ١٠
- ٤ مراجعة الوحدة السابعة ١٢

الوحدة الثامنة : الأشكال الرباعية

- ١ المستقيمت المتوازية ١٧
- ٢ متوازي الأضلاع وخواصه ٢١
- ٣ حالات الكشف عن متوازي الأضلاع ٢٦
- ٤ المستطيل (خواصه والكشف عنه) ٣٢
- ٥ المعين (خواصه والكشف عنه) ٣٥
- ٦ المربع (خواصه والكشف عنه) ٣٨
- ٧ تطبيقات (حل مسائل على الأشكال الرباعية ٤٠
- ٨ البنود الموضوعية الوحدة الثامنة ٤٢

الوحدة التاسعة : المقادير الجبرية

- ١ قوانين الأسس ٤٤
- ٢ كثيرات الحدود ٤٧
- ٣ جمع كثيرات الحدود وطرحها ٥١
- ٤ ضرب كثيرات الحدود ٥٤
- ٥ قسمة كثيرة حدود على حد جبري ٥٧
- ٦ البنود الموضوعية الوحدة التاسعة ٥٩

الوحدة العاشرة : تحليل المقادير الجبرية

- ١ العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) ٦٠
- ٢ التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر ٦٢
- ٣ تحليل الفرق بين مربعين ٦٥
- ٤ حل معادلة من الدرجة الأولى بمتغير واحد ٦٨
- ٥ حل معادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد بالتحليل ٧١
- ٦ حل متباينات من الدرجة الأولى بمتغير واحد ٧٤
- ٧ البنود الموضوعية الوحدة العاشرة ٧٨



الفهرس

الوحدة الحادية عشر : الهندسة والقياس

٧٩	١	نظرية فيثاغورث وعكسها
٨١	٢	مساحة شبه المنحرف
٨٣	٣	مساحة السطوح (ثلاثية الأبعاد)
٨٥	٤	حجم الأسطوانة - حجم المخروط
٨٧	٥	البنود الموضوعية الوحدة الحادية عشر

الوحدة الثانية عشر : الاحتمال

٨٨	١	طرائق العد
٩٣	٢	فضاء العينة
٩٥	٣	الاحتمال
٩٨	٤	البنود الموضوعية الوحدة الثانية عشر



الوحدة السابعة: التحويلات الهندسية

الانعكاس في نقطة - التناظر حول نقطة

١-٧

- الانعكاس بالنسبة لمحور السينات : د (س ، ص) $\xrightarrow{ع\sim}$ دَ (س ، -ص)
 الانعكاس بالنسبة لمحور الصادات : د (س ، ص) $\xrightarrow{ع\sim}$ دَ (-س ، ص)
 الانعكاس بالنسبة لنقطة الأصل : د (س ، ص) $\xrightarrow{ع\sim}$ دَ (-س ، -ص)

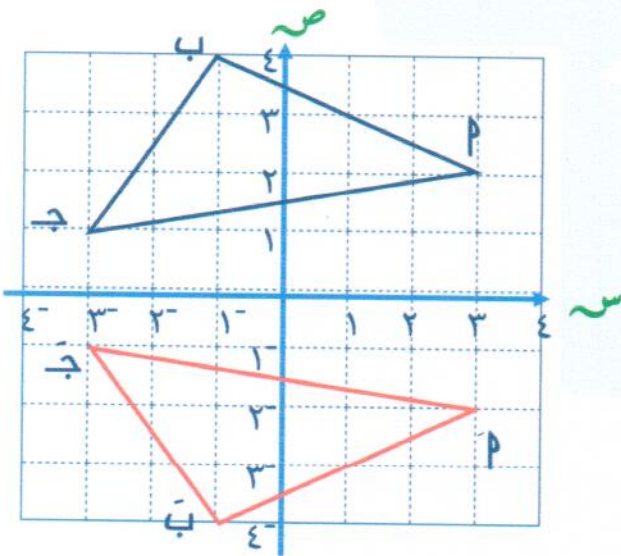
يقال لشكل هندسي إنه متناظر حول نقطة إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه

تدرب (١)

حدد نوع الانعكاس في كل من الأشكال التالية، ثم اكتب إحداثي كل نقطة وصورتها

الحل:

ب



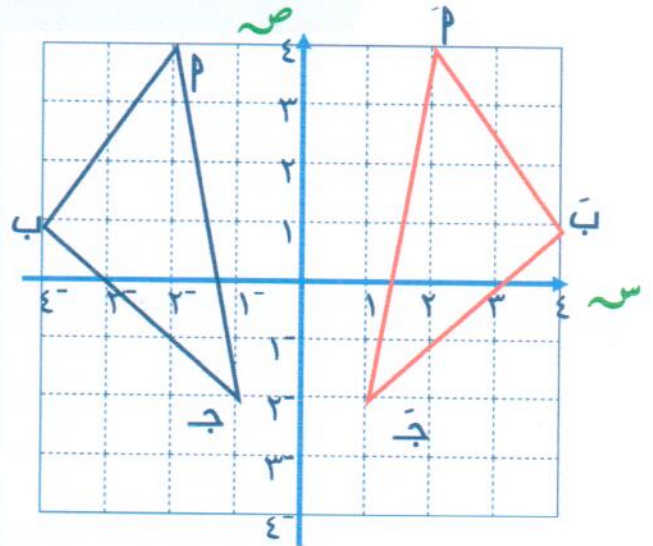
انعكاس في المحور : السيني

$$P(2, 3) \xrightarrow{\sim} P'(-2, 3)$$

$$B(4, 1) \xrightarrow{\sim} B'(-4, 1)$$

$$J(1, -3) \xrightarrow{\sim} J'(-1, -3)$$

أ



انعكاس في المحور : الصادي

$$P(4, -2) \xrightarrow{\sim} P'(4, 2)$$

$$B(1, -4) \xrightarrow{\sim} B'(1, 4)$$

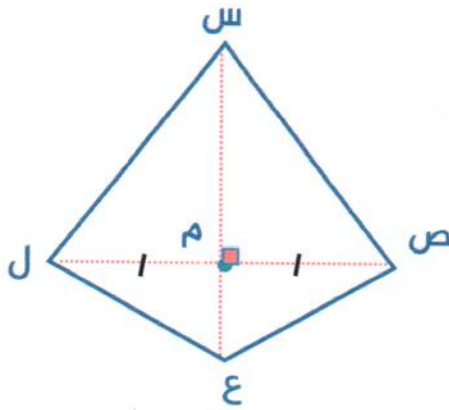
$$J(-1, 3) \xrightarrow{\sim} J'(-1, -3)$$



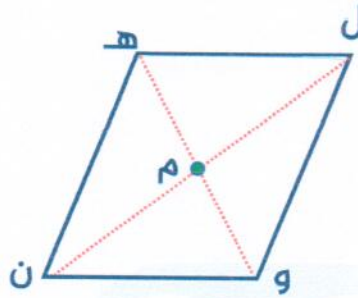
H.C.

تدرب (٢)

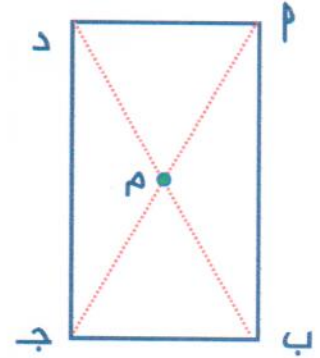
أي من الأشكال التالية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه ؟ وضح ذلك
الحل:



(طائرة ورقية)



(متوازي أضلاع)



(مستطيل)

الشكل غير متناظر حول
نقطة التقاء القطرين، لأن
القطران لا ينصفان بعضهما
الآخر

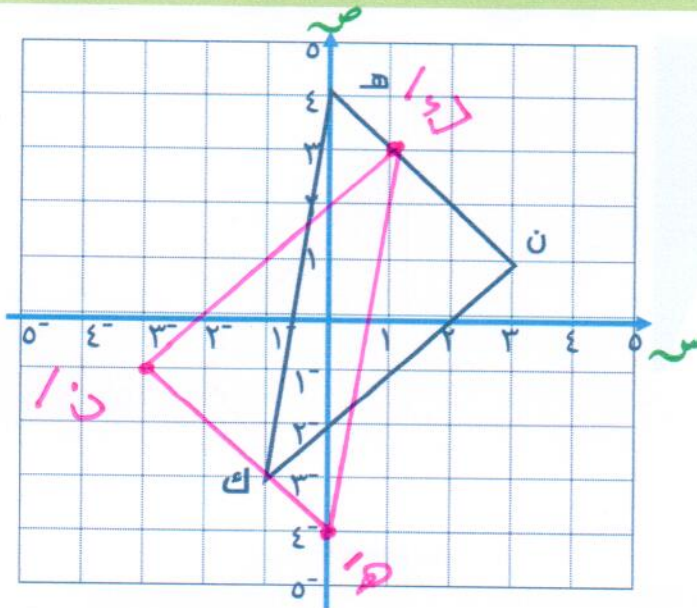
الشكل متناظر حول نقطة
التقاء القطرين، لأن
القطران ينصفان بعضهما
الآخر

الشكل متناظر حول نقطة
التقاء القطرين، لأن
القطران ينصفان بعضهما
الآخر

تدرب (٣)

إذا كان Δ هـ ك ن هو صورة Δ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) وكانت هـ (٤، ٠)،
ك (١، ٣)، ن (٣، ١)، فعين إحداثيات الرؤوس هـ، ك، ن، ثم ارسم Δ هـ ك ن في مستوى
الإحداثيات

الحل:



هـ (٤، ٠) ← هـ' (-٤، ٠)

ك (١، ٣) ← ك' (-١، -٣)

ن (٣، ١) ← ن' (-٣، -١)

(س س ص) ← (س س ص -)

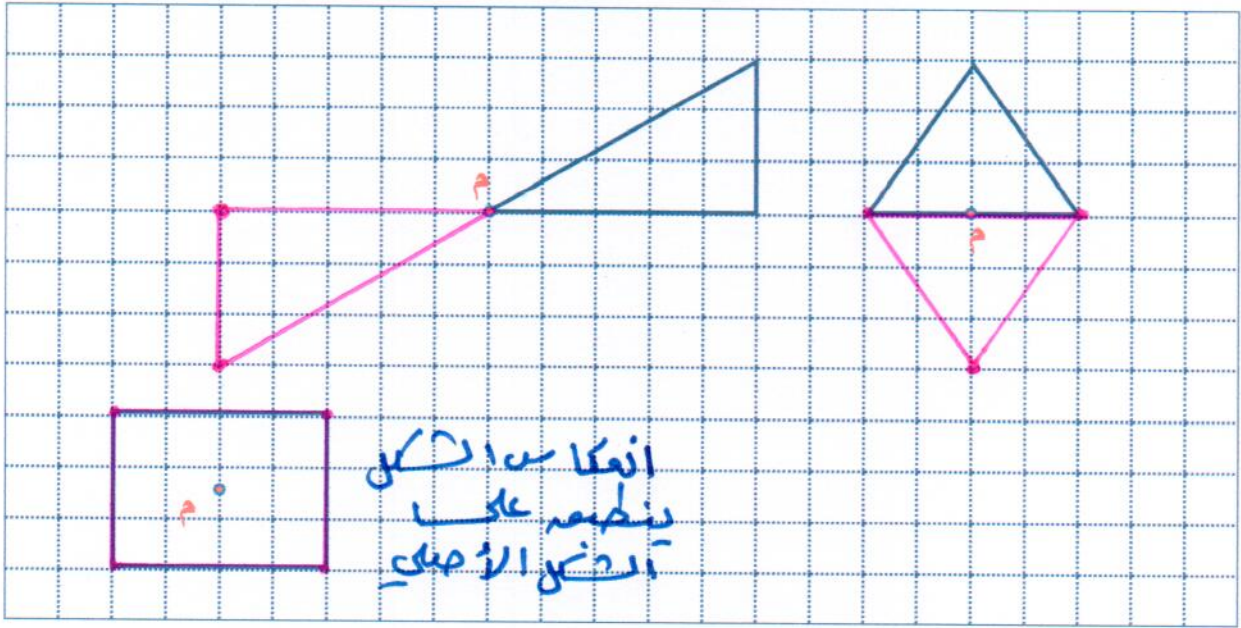


H.L.

تمرين (١)

ارسم صورة كل شكل من الأشكال التالية بالانعكاس في النقطة م

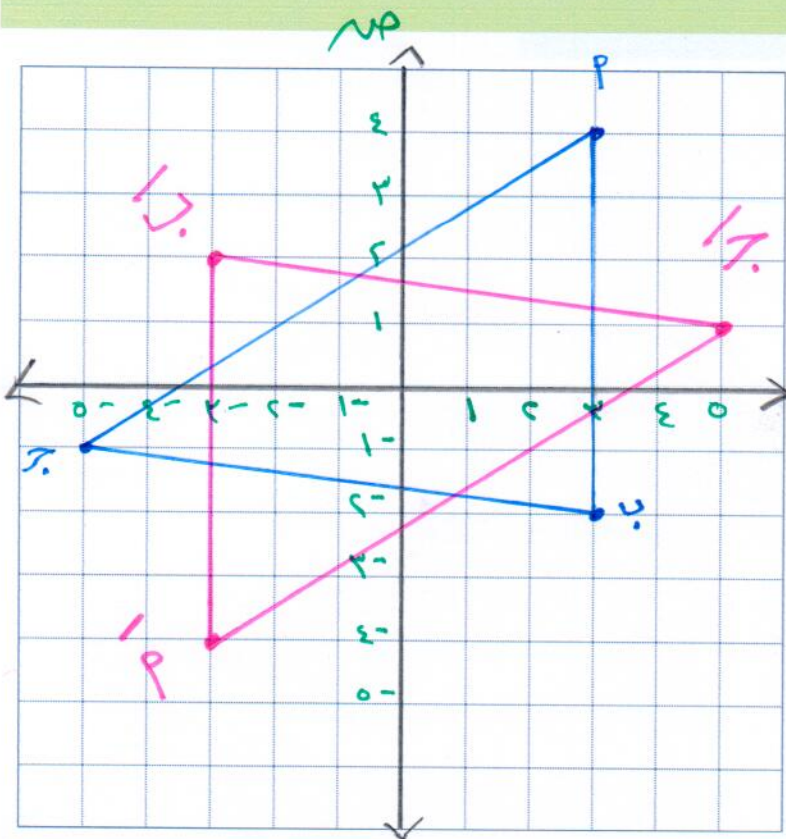
الحل:



تمرين (٢)

إذا كان ΔPAB جـ هو صورة ΔPAB بالانعكاس في نقطة الأصل (و) وكانت $P(4, 3)$ ، $B(2, 3)$ ، $A(1, 0)$ ، فعين إحداثيات الرؤوس P ، B ، A ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات

الحل:



$(4, 3) \rightarrow (-4, -3)$
 $(2, 3) \rightarrow (-2, -3)$
 $(1, 0) \rightarrow (-1, 0)$
 $(1, 0) \rightarrow (-1, 0)$

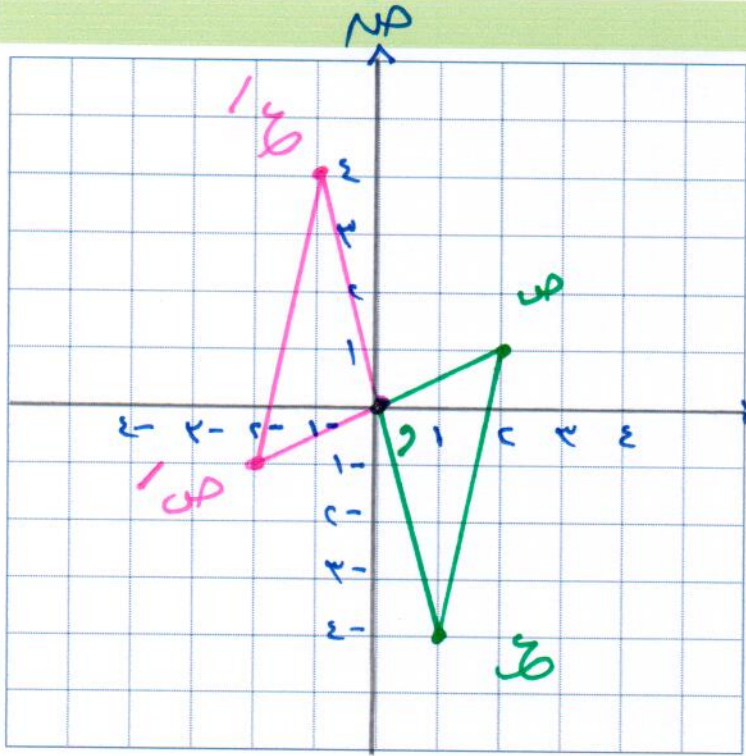


H.O.L.

تمرين (٣)

إذا كان Δ و ص ع هو صورة Δ و ص ع بالانعكاس في نقطة الأصل (و) وكانت و (٠، ٠) ص ع (١، ٢)، ع (٤، ١)، فعين احداثيات الرؤوس و، ص، ع، ثم ارسم المثلثين في مستوى الاحداثيات

الحل:

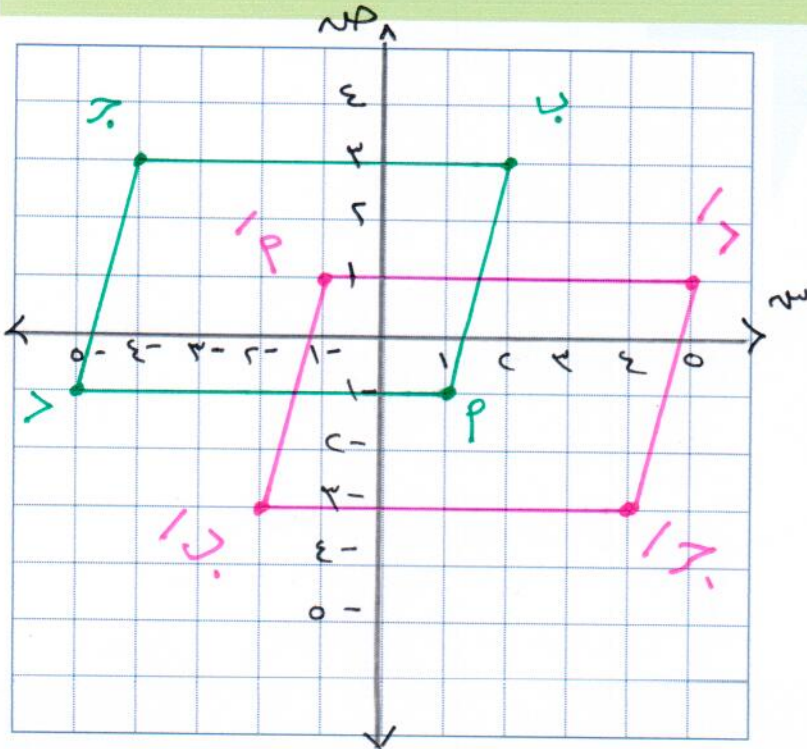


(س ع ص) $\leftarrow$ ع و $\leftarrow$ (س ع - ص)
 و (٠، ٠) $\leftarrow$ و (٠، ٠)
 ص (١، ٢) $\leftarrow$ ص' (-١، -٢)
 ع (٤، ١) $\leftarrow$ ع' (-٤، -١)

تمرين (٤)

إذا كان الشكل الرباعي $\bar{A}B\bar{C}D$ هو صورة الشكل الرباعي $ABCD$ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) وكانت $\bar{A}$ (١، ١)، B (٣، ٢)، C (٣، ٤)، D (١، ٥)، فعين احداثيات الرؤوس $\bar{A}$ ، $\bar{B}$ ، $\bar{C}$ ، $\bar{D}$ ، ثم ارسم الشكلين الرباعيين في مستوى الاحداثيات

الحل:



(س ع ص) $\leftarrow$ ع و $\leftarrow$ (س ع - ص)
 $\bar{A}$ (١، ١) $\leftarrow$ $\bar{A}'$ (-١، -١)
 B (٣، ٢) $\leftarrow$ B' (-٣، -٢)
 C (٣، ٤) $\leftarrow$ C' (-٣، -٤)
 D (١، ٥) $\leftarrow$ D' (-١، -٥)



صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة		النقطة
الإزاحة إلى أعلى بمقدار (ب) وحدة (س، ص + ب)	الإزاحة جهة اليمين بمقدار (ب) وحدة (س + ب، ص)	(س، ص)
الإزاحة إلى أسفل بمقدار (ب) وحدة (س، ص - ب)	الإزاحة جهة اليسار بمقدار (ب) وحدة (س - ب، ص)	

تدرب (١)

أوجد صورة النقطة $P(-5, 3)$ تحت تأثير إزاحة $\vec{u}$ وحدات إلى اليمين ثم وحدتين ونصف إلى الأسفل
الحل:

أو ١٥



$$\begin{aligned} (س، ص) &\leftarrow (س + ٤، ص) \leftarrow (٤ + ٤، ص) \leftarrow (٨، ص) \\ P(-5, 3) &\leftarrow P(-5 + ٤، 3) \leftarrow (-1, 3) \\ P(-5, 3) &\leftarrow P(-1, 3 - ٤) \leftarrow (-1, -1) \end{aligned}$$

تدرب (٢)

أوجد صورة النقطة $P(3, -4)$ تحت تأثير إزاحة $\vec{u}$ وحدات إلى اليمين ثم وحدتين إلى الأعلى
الحل:

$$\begin{aligned} (س، ص) &\leftarrow (س + ٢، ص) \leftarrow (٢ + ٢، ص) \leftarrow (٤، ص) \\ P(3, -4) &\leftarrow P(3 + ٢، -4) \leftarrow (5, -4) \\ P(3, -4) &\leftarrow P(5, -4 + ٢) \leftarrow (5, -2) \end{aligned}$$

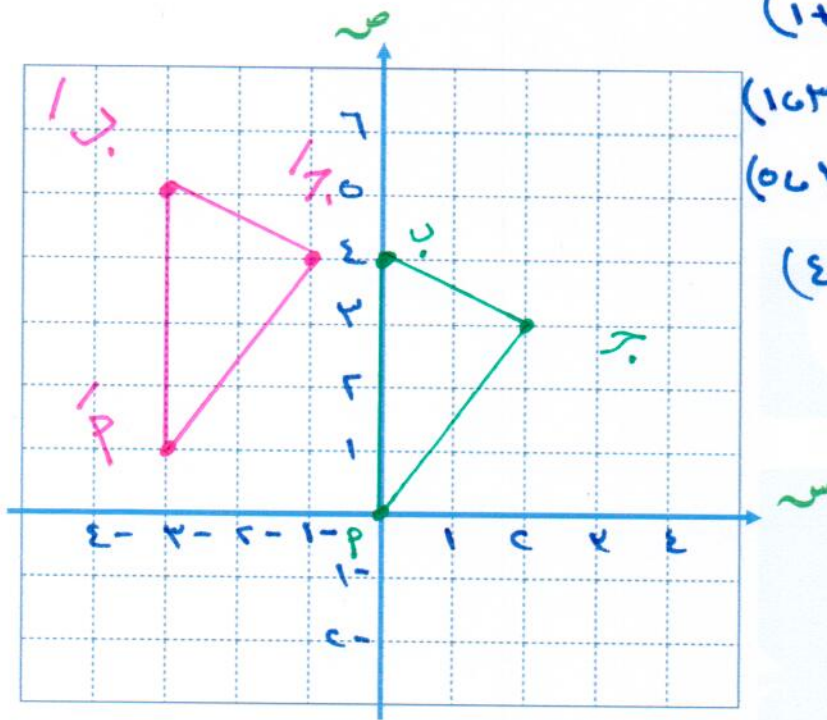
تدرب (٣)

أكمل الجدولين التاليين
الحل:

(س، ص) $\leftarrow$ (س + ٣، ص - ٢)				القاعدة
(٣، ٤)	(٣، ٠)	(٤، ٣)	(٥، ١)	النقطة
(١، ١)	(٥، ٣)	(٦، ٠)	(٣، ٢)	الصورة

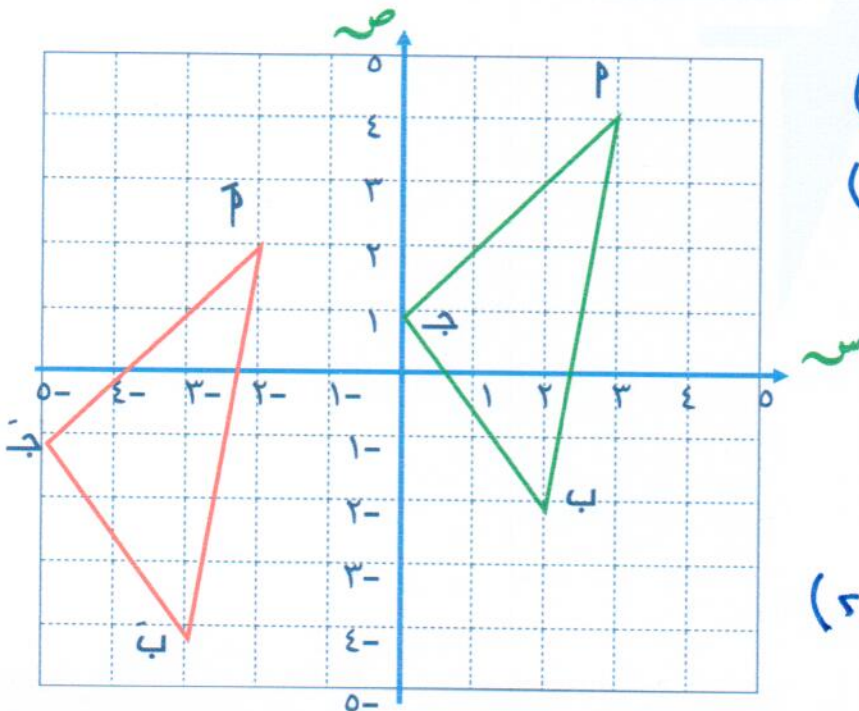
(س، ص) $\leftarrow$ (س - ٢، ص + ٥)					القاعدة
(١، ١)	(٨، ٩)	(٠، ٣)	(٧، ٦)	(٢، ٤)	النقطة
(٤، ١)	(٣، ١١)	(٥، ١)	(١٢، ٨)	(٧، ٢)	الصورة

في المستوى الإحداثي ارسم Δ P ب ج الذي رؤوسه هي $P(0,0)$ ، $B(4,0)$ ، $C(3,2)$ ثم ارسم صورة Δ P ب ج تحت تأثير إزاحة قاعدتها (س، ص) $\leftarrow$ (س - ٣، ص + ١) الحل:



$$\begin{aligned} & \leftarrow (س، ص) \leftarrow (س - ٣، ص + ١) \\ & P(0,0) \leftarrow P'(1, -3) \\ & B(4,0) \leftarrow B'(-2, -3) \\ & C(3,2) \leftarrow C'(-1, 1) \end{aligned}$$

أ صف الإزاحة التي تنقل المثلث P ب ج إلى المثلث P' ب' ج' ، ثم اكتب القاعدة بصورة رمزية الحل:



$$\begin{aligned} & P(0,0) \leftarrow P'(-2, 2) \\ & B(2,-2) \leftarrow B'(-2, -4) \\ & C(3,4) \leftarrow C'(-1, 6) \end{aligned}$$

إزاحة ه وحدات إلى
اليسار ووحدتين إلى
الأسفل.

$$\leftarrow (س، ص) \leftarrow (س - ٢، ص + ٢)$$



ب) في التمرين السابق ، اكتب احداثي رؤوس Δ ب ج ، ثم أوجد صورة كل منها تحت تأثير إزاحة قاعدتها (س ، ص) $\leftarrow$ (س + ١ ، ص - ٢)

$$(س + ٥) \leftarrow (س + ١ + ٤ - ٢)$$

$$پ (٤٦٣) \leftarrow (٣ + ١ + ٤ - ٢) \leftarrow پ̄ (٢٦٤)$$

$$ب (٢ - ٥٤) \leftarrow (٢ + ١ - ٢ - ٥) \leftarrow ب̄ (٤ - ٦٣)$$

$$ج (١٦٠) \leftarrow (٠ + ١ - ١ - ٢) \leftarrow ج̄ (١ - ٦١)$$

تمرن (٣)

إذا كانت م̄ (٢ ، ٣) هي صورة م (٢ ، ١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي فاكتب القاعدة بصورة رمزية لهذه الإزاحة ثم تحقق من صحتها

الحل:

$$(س + ٥) \leftarrow (س - ٦٥ + ٢)$$

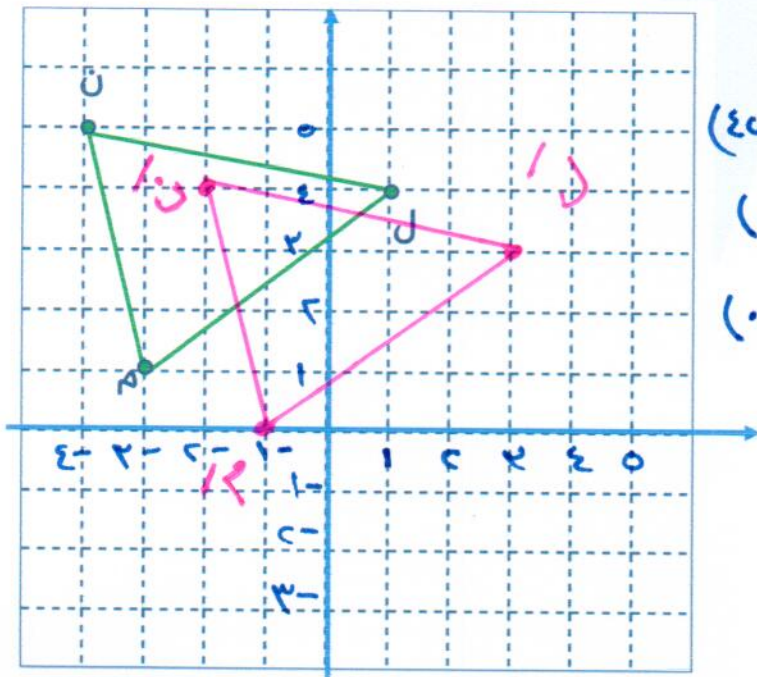
$$م (١ - ٦٢) \leftarrow (٢ - ١ - ٥ + ٣)$$

$$م̄ (٢٦٣) \leftarrow م$$

تمرن (٤)

ارسم صورة المثلث ل م ن بإزاحة حسب القاعدة (س ، ص) $\leftarrow$ (س + ٢ ، ص - ١)

الحل:



$$(س + ٥) \leftarrow (س + ٢ + ٣)$$

$$ن (٥٦٤) \leftarrow (٤ - ١ - ٥ + ٢) \leftarrow ن̄ (٤٦٢)$$

$$ل (٤٦١) \leftarrow (١ - ٢ - ٥ + ٢) \leftarrow ل̄ (٣٦٣)$$

$$م (١٦٣) \leftarrow (٣ - ١ - ٥ + ٢) \leftarrow م̄ (٠٦١)$$

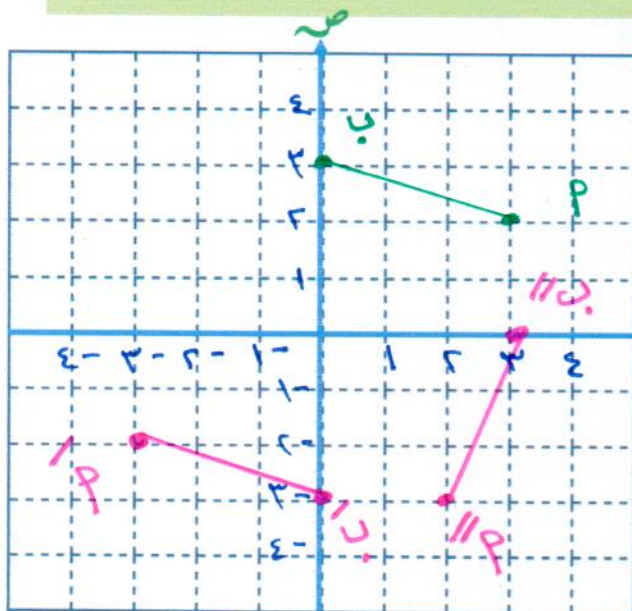


$\frac{1}{4}$	(- ص ، س) ويسمى دوران ربع دورة	د (و ، °٩٠)	(س ، ص)
$\frac{1}{2}$	(- س ، - ص) ويسمى دوران نصف دورة	د (و ، °١٨٠)	(س ، ص)
$\frac{3}{4}$	(ص ، - س) ويسمى دوران ثلاث أرباع الدورة	د (و ، °٢٧٠)	(س ، ص)

تدرب (١)

ارسم P ب التي فيها $P(2, 3)$ ، ب $(3, 0)$ ، ثم عين وارسم صورتها في الحالات :

الحل:



أ د (و ، °١٨٠)

$$P(2, 3) \rightarrow P'(-3, 2)$$

$$P(2, 3) \rightarrow P''(-2, -3)$$

ب د (و ، °٢٧٠)

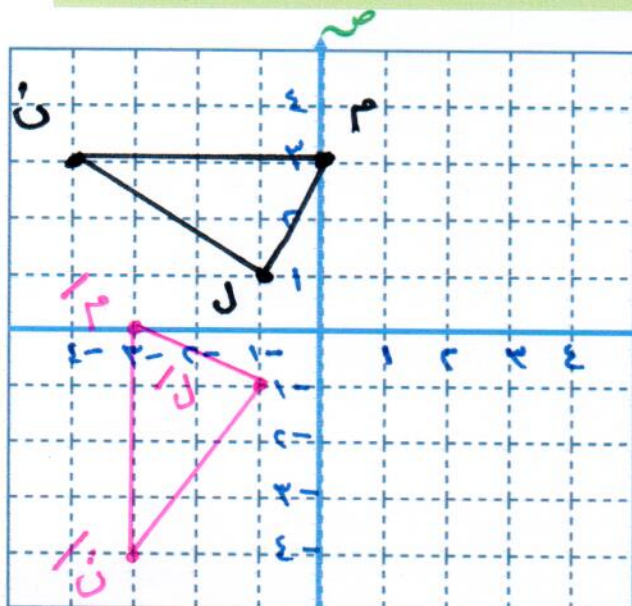
$$P(2, 3) \rightarrow P'''(3, -2)$$

$$P(2, 3) \rightarrow P''''(2, 3)$$

تدرب (٢)

ارسم المثلث ل م ن بحيث ل $(-1, 1)$ ، م $(3, 0)$ ، ن $(-3, -4)$ ثم ارسم صورته بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته °٩٠

الحل:



$$L(-1, 1) \rightarrow L'(-1, -1)$$

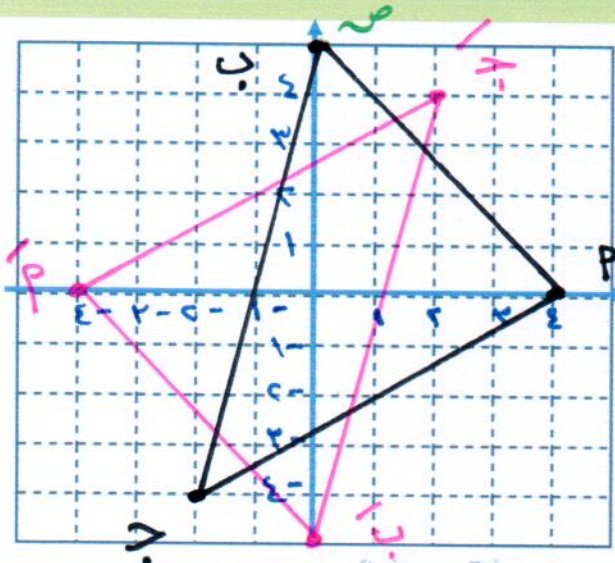
$$M(3, 0) \rightarrow M'(0, -3)$$

$$N(-3, -4) \rightarrow N'(-4, -3)$$

$$L'(-1, -1), M'(0, -3), N'(-4, -3)$$

ارسم صورة المثلث P ب ج بحيث $P(0, 4)$ ، $ب(0, 0)$ ، ج $(-2, -4)$ بدوران نصف دورة مركزه نقطة الأصل

الحل:



(س س ص) د (و ١٨٠°) ← (-س -ص -و)

٤ (٠ ٤ ١) ← $\bar{P}$ (-٤ ٠)

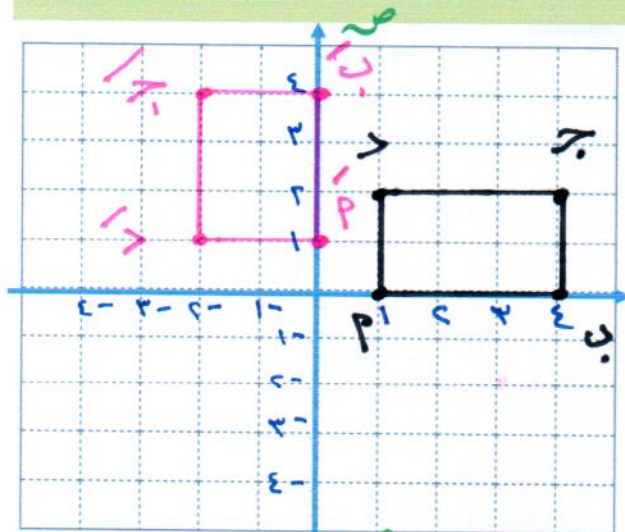
ب (٠ ٠) ← $\bar{B}$ (٠ -٠)

ج (-٢ -٤) ← $\bar{C}$ (٢ ٤)

تمرين (٢)

ارسم المستطيل P ب ج د بحيث $P(0, 1)$ ، $ب(0, 4)$ ، ج $(2, 4)$ د $(2, 1)$ ثم ارسم صورته في الحالات التالية

الحل:



أ د (و ٩٠°)

(س س ص) د (و ٩٠°) ← (-ص -و -س)

٤ (٠ ١) ← $\bar{P}$ (١ ٠)

ب (٠ ٤) ← $\bar{B}$ (٤ ٠)

ج (٢ ٤) ← $\bar{C}$ (-٢ -٤)

د (٢ ١) ← $\bar{D}$ (-٢ -١)

ب د (و ٢٧٠°)

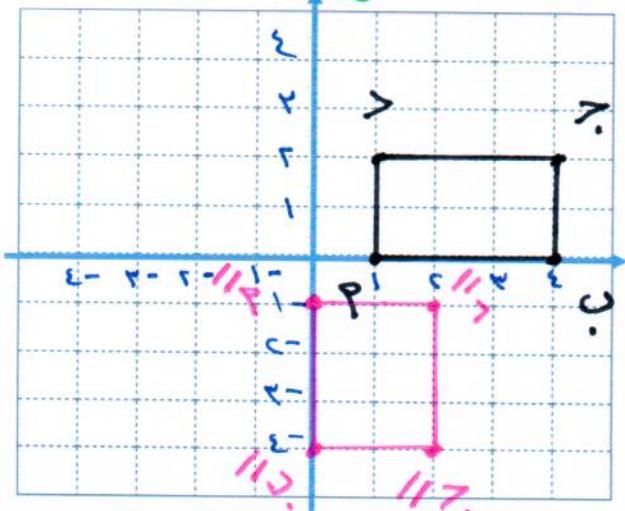
(س س ص) د (و ٢٧٠°) ← (ص -و -س)

٤ (٠ ١) ← $\bar{P}$ (١ -٠)

ب (٠ ٤) ← $\bar{B}$ (٤ -٠)

ج (٢ ٤) ← $\bar{C}$ (-٢ -٤)

د (٢ ١) ← $\bar{D}$ (-٢ -١)

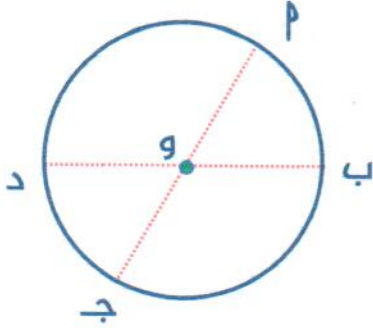




تمرين (١)

أى من الأشكال التالية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه (أقطاره)؟ وضح ذلك

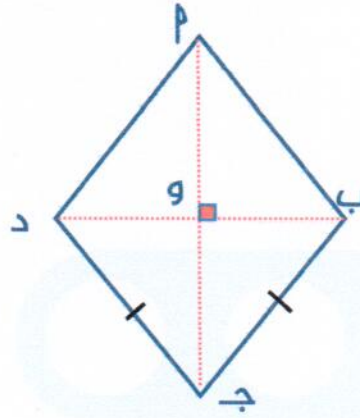
الحل:



(دائرة)

متناظر

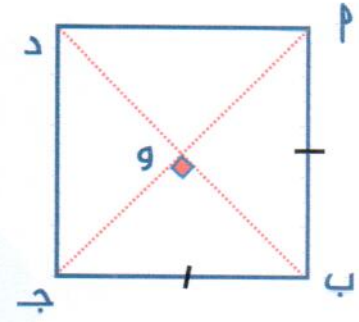
نقطة المركز هي
منصفه جميع أقطار
الدائرة



(معين)

متناظر

القطران ينصف كل
منهما الآخر



(مربع)

متناظر

القطران ينصف كل
منهما الآخر

تمرين (٢)

أكمل الجدولين التاليين

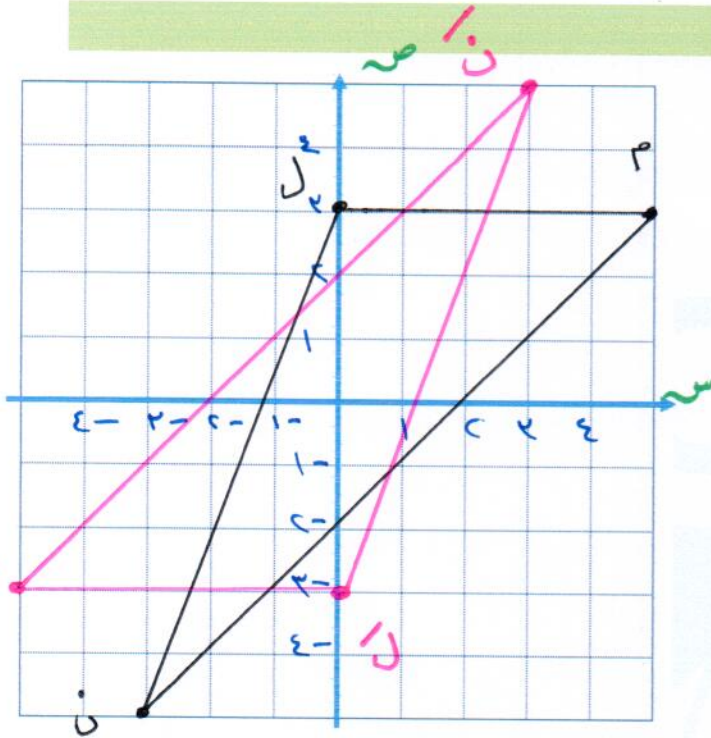
الحل:

النقطة	صورتها بالانعكاس في المحور السيني	صورتها بالانعكاس في المحور الصادي	صورتها بالانعكاس في نقطة الأصل
پ (٥، ٤)	(٥-، ٤)	(٥، ٤-)	(٥-، ٤-)
ب (٧، ٢-)	(٧-، ٢-)	(٧، ٢)	(٧-، ٢)
ج (٦-، ٥-)	(٦، ٥-)	(٦-، ٥)	(٦، ٥)
د (٩، ٠)	(٩-، ٠)	(٩، ٠)	(٩-، ٠)
هـ (٠، ٥-)	(٠، ٥)	(٠، ٥-)	(٠-، ٥)
النقطة	د (٩٠، ٥)	د (١٨٠، ٥)	د (٢٧٠، ٥)
پ (٥، ٢)	(٥-، ٢)	(٥، ٢-)	(٥، ٢)
ب (٤، ٣-)	(٤-، ٣-)	(٤، ٣)	(٤، ٣-)
ج (٧-، ١-)	(٧، ١-)	(٧-، ١)	(٧، ١)
د (٠، ٦-)	(٠، ٦)	(٠، ٦-)	(٠-، ٦)



إذا كان Δ لَمَّ نَ هو صورة Δ ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) وكانت ل (٣، ٠) م (٥، ٣) ن (٣، ٠)، فعين إحداثيات الرؤوس ل، م، ن ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات

الحل:

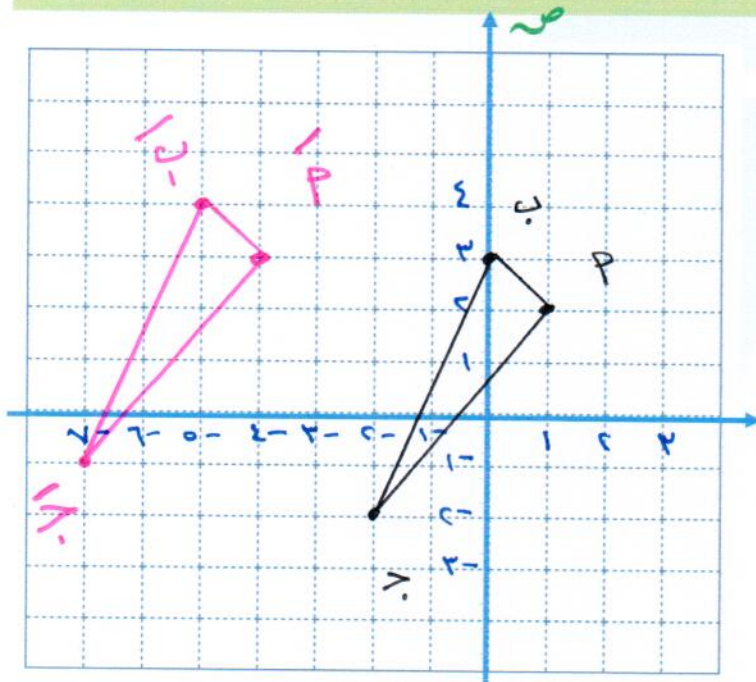


$$\begin{aligned} (س، ص) &\leftarrow (٥، ٣) \\ (٣، ٠) &\leftarrow (٣، ٠) \\ (٣، ٠) &\leftarrow (٣، ٠) \\ (٥، ٣) &\leftarrow (٥، ٣) \end{aligned}$$

تمرن (٤)

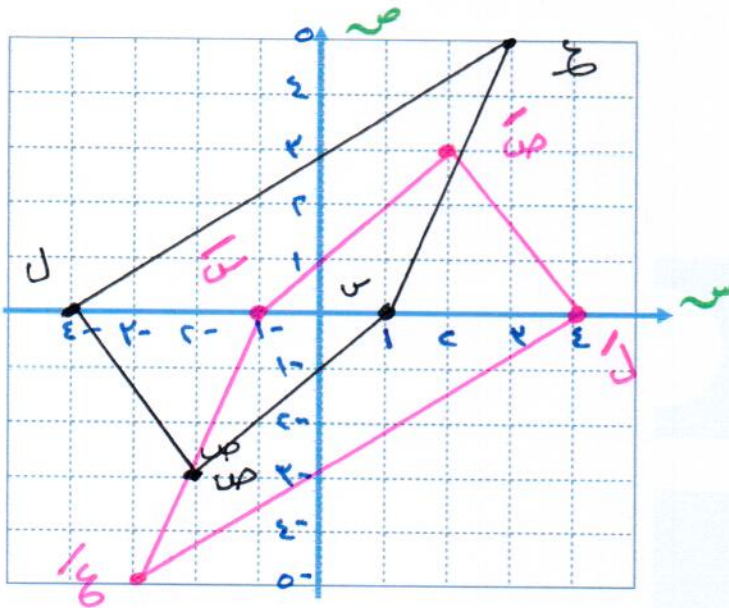
في المستوى الإحداثي ارسم Δ ب ج الذي رؤوسه هي ب (٢، ١)، ج (٣، ٠)، ب (٢، ١) ثم ارسم صورة Δ ا ب ج تحت تأثير إزاحة قاعدتها (س، ص) $\leftarrow$ (س - ٥، ص + ١)

الحل:



$$\begin{aligned} (س، ص) &\leftarrow (٥، ٣) \\ (٢، ١) &\leftarrow (٢، ١) \\ (٣، ٠) &\leftarrow (٣، ٠) \\ (٢، ١) &\leftarrow (٢، ١) \\ (٢، ١) &\leftarrow (٢، ١) \\ (٣، ٠) &\leftarrow (٣، ٠) \\ (٢، ١) &\leftarrow (٢، ١) \\ (٢، ١) &\leftarrow (٢، ١) \end{aligned}$$

ارسم صورة الشكل الرباعي س ص ع ل بحيث س (٠، ١)، ص (٣، -٢)، ع (٥، ٣)، ل (-٤، -١) بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية ١٨٠°
الحل:



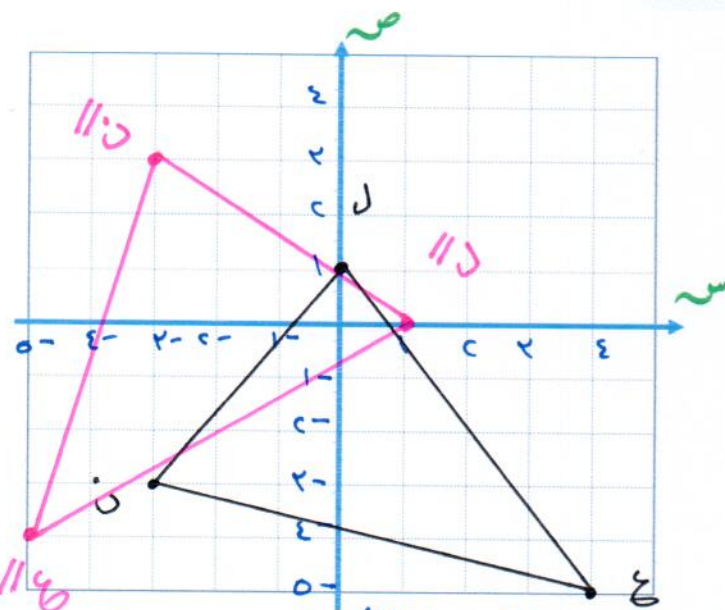
(س ص ع ل) د (و ١٨٠°) ← (-س -ص -ع -ل)
س (٠، ١) ← س' (٠، -١)
ص (٣، -٢) ← ص' (-٣، ٢)
ع (٥، ٣) ← ع' (-٥، -٣)
ل (-٤، -١) ← ل' (٤، ١)

تمرن (٦)

ارسم Δ ن ل ع حيث ن (٣، -٣)، ل (١، ٠)، ع (٥، -٤) ثم عين صورته تحت تأثير كل من
الحل:

د (و ٢٧٠°)

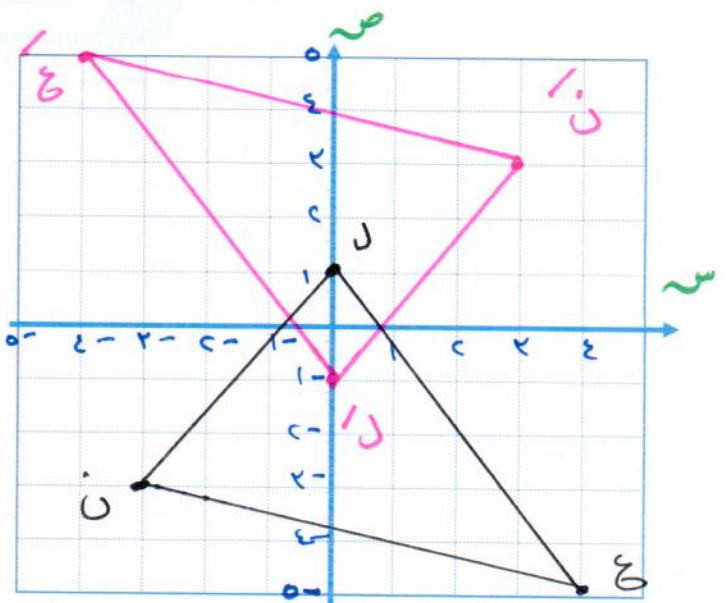
ب



(ن ل ع) د (و ٢٧٠°) ← (-ع -ل -ن)
ن (٣، -٣) ← ن' (-٣، ٣)
ل (١، ٠) ← ل' (٠، ١)
ع (٥، -٤) ← ع' (٤، ٠)

د (و ١٨٠°)

أ

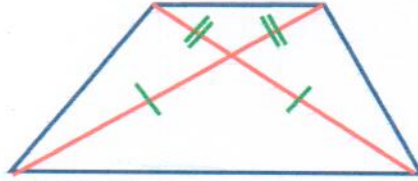


(ن ل ع) د (و ١٨٠°) ← (-ن -ل -ع)
ن (٣، -٣) ← ن' (-٣، ٣)
ل (١، ٠) ← ل' (-١، ٠)
ع (٥، -٤) ← ع' (-٥، ٤)



في البنود التالية، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة

ج	☒	المربع متناظر حول نقطة ملتقى قطريه
☒	أ	صورة النقطة $P(-3, 5)$ بالدوران 90° حول نقطة الأصل في اتجاه ضد عقارب الساعة هي $P'(5, 3)$ $(-5, -3)$
ج	☒	صورة النقطة $P(2, 3)$ بانعكاس في نقطة الأصل يكافئ إزاحة حسب القاعدة (س - ٤ ، ص - ٦)
☒	أ	في الشكل المقابل الشكل متناظر حول نقطة تلاقي قطريه



لكل بند من البنود التالية أربعة خيارات ، واحد منها صحيح ، ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة

٥ ن $(1, 7)$ صورة النقطة ن $(2, -1)$ تحت تأثير

أ انعكاس في المحور السيني ☐ ب ☐ د $(0, 270^\circ)$

ج انعكاس في نقطة الأصل ☒ د إزاحة إلى اليمين ٥ وحدات

٦ قياس الدرجة تمثل $\frac{1}{4}$ دورة كاملة ضد عقارب الساعة تساوي

أ 90° ☒ ب 180° ☐ ج 270° ☐ د 360°

٧ صورة النقطة ع $(-2, -4)$ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) هي :

أ $(-2, -4)$ ☐ ب $(-4, -2)$ ☐ ج $(2, 4)$ ☒ د $(4, 2)$

٨ صورة النقطة هـ $(-4, -1)$ باستخدام قاعدة الإزاحة

(س ، ص) ← (س + ٥ ، ص - ٤) هي :

أ هـ $(1, 3)$ ☒ ب هـ $(1, -5)$ ☐ ج هـ $(9, -5)$ ☐ د هـ $(9, 5)$



H.C.

٩ الانعكاس في نقطة الأصل يكافئ :

- أ د (و، ٩٠°) ☐ ب د (و، ١٨٠°) ☒ ج د (و، ٢٧٠°) ☐ د د (و، ٣٦٠°) ☐

١٠ إذا كانت مَ (٩، ٥-) هي صورة النقطة م (٥، ٢) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي فإن قاعدة هذه الإزاحة هي :

أ (س، ص) ← (س + ٧، ص - ٤) ☐

ب (س، ص) ← (س - ٧، ص + ٤) ☒

ج (س، ص) ← (س + ٤، ص + ٧) ☐

د (س، ص) ← (س - ٤، ص - ٧) ☐



الوحدة الثامنة: الأشكال الرباعية

المستقيمات المتوازية ١-٨

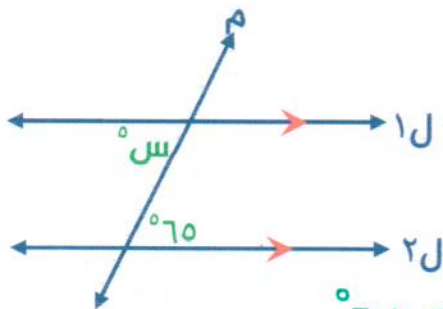
عندما يقطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

كل زاويتين متحالفتين متكاملتان	كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	كل زاويتين متبادلتين متطابقتان
		داخلياً خارجياً

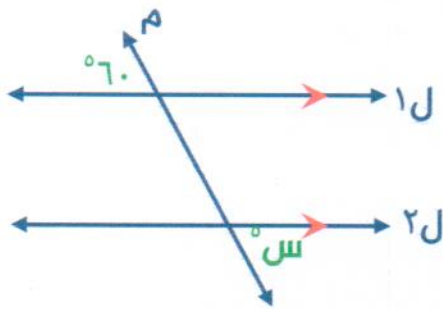
تدرب (١)

في كل من الأشكال التالية ، أوجد قيمة (س °) مع ذكر السبب

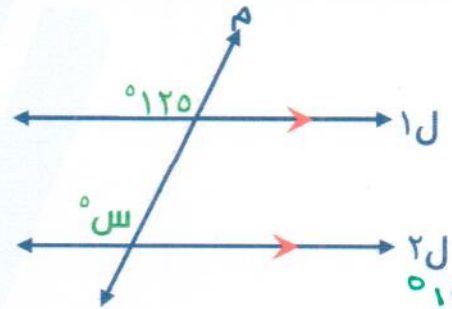
الحل:



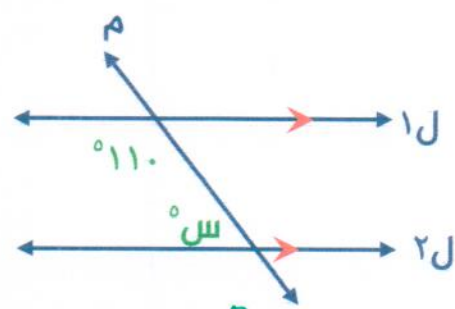
س = 65
بالمقابل والتوازي



س = 60
بالمقابل الخارج والتوازي



س = 140
بالمقابل والتوازي



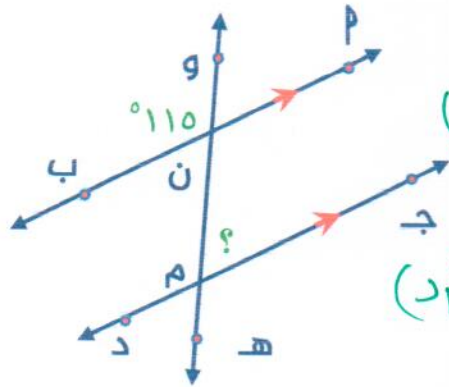
س = 110 - 90 = 20
بالتكامل والتوازي



تدرب (٢)

في الشكل المقابل $\vec{P} \parallel \vec{Q}$ ، و $\vec{H}$ قاطع لهما في ن ، م على الترتيب
ق (و ن ب) = 115° ، فأوجد بالبرهان ق (ج م ن)

الحل:



البرهان:
 $\vec{P} \parallel \vec{Q}$ (معطى)
 $\therefore \text{ص (ن م د)} = \text{ص (ب ن و)} = 115^\circ$ (بالتناظر المتوازي)
 $\text{ص (ج م ن)} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (بالتجاذع على خط مستقيم مع (ن م د))

عندما يقطع مستقيم مستقيمين في المستوى وكانت :

الزاويتان المتحالفتان ١ ، ٢ متكاملتان	الزاويتان المتناظرتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتبادلتان ١ ، ٢ متطابقتان
فإن : $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$	فإن : $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$	فإن : $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$

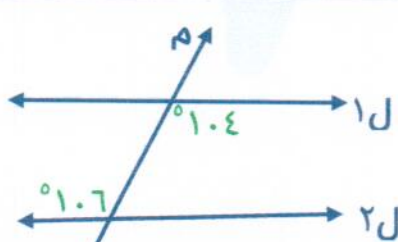
تدرب (٣)

في أى من الأشكال التالية ، يكون المستقيمان ل ١ ، ٢ متوازيين ، وضح ذلك

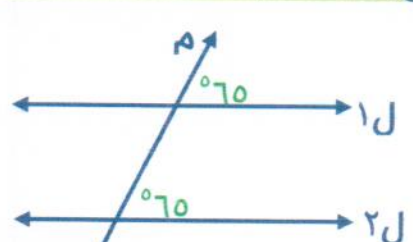
الحل:



بـ الزاويتان المتكاملتان
 متكاملتان
 $\therefore \vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$



بـ الزاويتان المتكاملتان
 غير متكاملتين
 $\therefore \vec{l}_1 \not\parallel \vec{l}_2$
 متوازيين

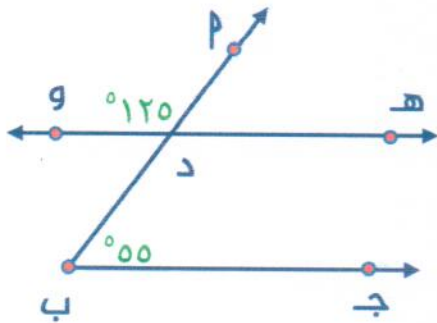


بـ الزاويتان المتكاملتان
 متطابقتان
 $\therefore \vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$

في الشكل المقابل ق ($\hat{P}$ د و) = 125° ، ق (د ب ج) = 55° ، أثبت أن ه و // ب ج

الحل:

البرهان:



$$\therefore \text{م (ه د و)} = 125^\circ \text{ (معطى)}$$

$$\therefore \text{م (ه د ب)} = 125^\circ \text{ (بالتقابل بالرأس)}$$

$$\text{م (ه د ب)} + \text{م (ج د ب)} = 55^\circ + 125^\circ = 180^\circ$$

وهما متحالفتان

$$\therefore \text{ه و} // \text{ب ج}$$

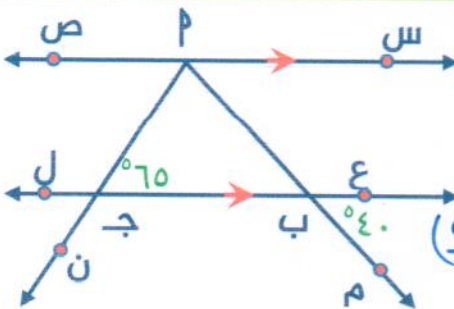
تمرن (١)

في الشكل المقابل س ص // ع ل ، ق (ع ب م) = 40° ، ق (م ج ب) = 65° ، أوجد بالبرهان :
ق (ص أ ج) ، ق (س أ ب) ، ق (ج أ ب)

الحل:

البرهان:

$$\therefore \text{س ص} // \text{ع ل} \text{ (معطى)}$$



$$\therefore \text{م (ص أ ج)} = \text{م (م ج ب)} = 65^\circ \text{ (بالتقابل لتوازي)}$$

$$\text{م (س أ ب)} = \text{م (ع ب م)} = 40^\circ \text{ (بالتقابل والتوازي)}$$

$$\text{م (ج أ ب)} = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$= 75^\circ \text{ (بالتجاذب على خط مستقيم)}$$

الحل آخر

$$\text{① م (ص أ ب)} = \text{م (م ج ب)}$$

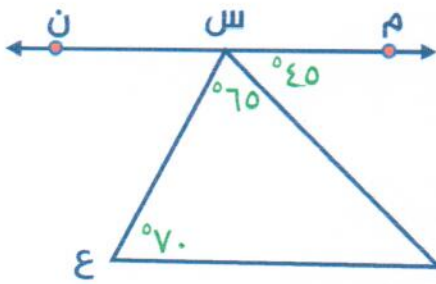
$$\text{② م (س أ ب)} = \text{م (ع ب م)}$$



في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه أثبت أن $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{VE}$

الحل:

البرهان :



في $\triangle SVE$:

$$\widehat{VSE} = (\widehat{NSM} + \widehat{MSE}) - 180^\circ = (40^\circ + 60^\circ) - 180^\circ$$

$$= 100^\circ - 180^\circ =$$

$$= -80^\circ \quad (\text{مجموع قياسات زوايا المثلث} = 180^\circ)$$

$$\widehat{VSE} = (\widehat{MSE} - \widehat{NSM}) = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$$

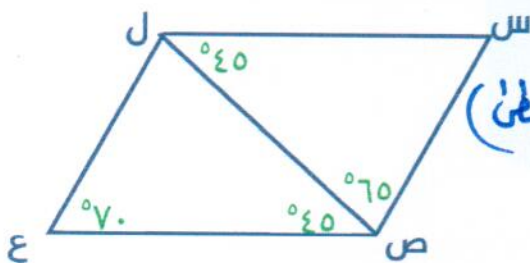
وهما متبادلتان

$$\therefore \overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{VE}$$

في الشكل المقابل وحسب المعطيات المدونة عليه: برهن أن $\overleftrightarrow{SL} \parallel \overleftrightarrow{VE}$ ، $\overleftrightarrow{SE} \parallel \overleftrightarrow{LV}$

الحل:

البرهان :



$$\widehat{SEL} = (\widehat{LSE} + \widehat{SEV}) - 180^\circ = (40^\circ + 60^\circ) - 180^\circ$$

وهما متبادلتان

$$\therefore \overleftrightarrow{SL} \parallel \overleftrightarrow{VE}$$

في $\triangle SEL$:

$$\widehat{LES} = (\widehat{SEL} + \widehat{SEV}) - 180^\circ = (70^\circ + 40^\circ) - 180^\circ$$

$$= 110^\circ - 180^\circ =$$

$$= -70^\circ \quad (\text{مجموع قياسات زوايا المثلث} = 180^\circ)$$

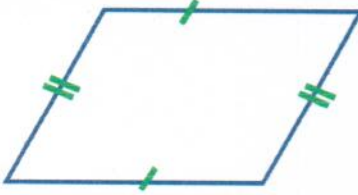
$$\widehat{LES} = (\widehat{SEV} - \widehat{SEL}) = 40^\circ - 70^\circ = -30^\circ$$

وهما متبادلتان

$$\therefore \overleftrightarrow{SE} \parallel \overleftrightarrow{LV}$$



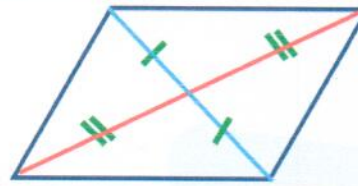
خواص متوازي الأضلاع



في متوازي الأضلاع : كل ضلعين متقابلين متطابقان



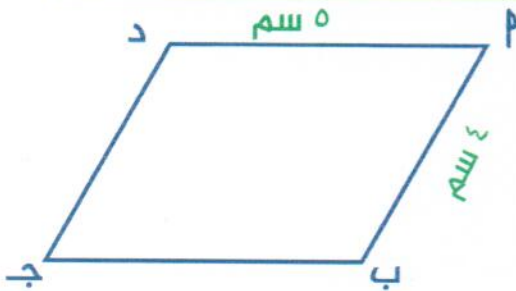
في متوازي الأضلاع : كل زاويتين متقابلتين متطابقتان
كل زاويتين متتاليتين متكاملتين



في متوازي الأضلاع : القطران ينصف كل منهما الآخر
(القطران متناصفان)

تدرب (١)

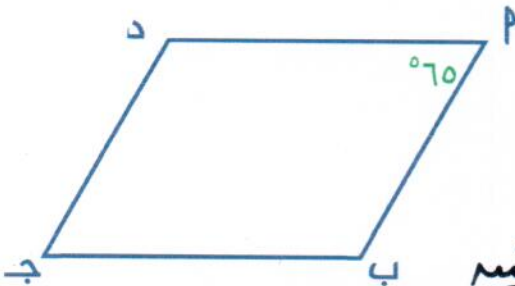
في الشكل المقابل : أوجد محيط متوازي الأضلاع
الحل:



$$\text{المحيط} = ٥ + ٤ + ٤ + ٥ = ١٨$$

تدرب (٢)

في الشكل المقابل م ب ج د متوازي الأضلاع : أكمل مع ذكر السبب
الحل:



$$\text{ق (ب)} = ١٨٠ - ٦٥ = ١١٥$$

السبب : في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين متكاملتان

$$\text{ق (ج)} = ٦٥$$

السبب : في متوازي الأضلاع كل زاويتين متتاليتين متكاملتان

$$\text{ق (د)} = ١١٥$$

السبب : في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين متكاملتان

ل ن م ع متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و : أوجد (١) س ، ص (٢) محيط المثلث ل م و

الحل:

① ل ن م ع متوازي أضلاع (معطى)
∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

$$ل و = ن و$$

$$س = ١,٨ وحدة طول$$

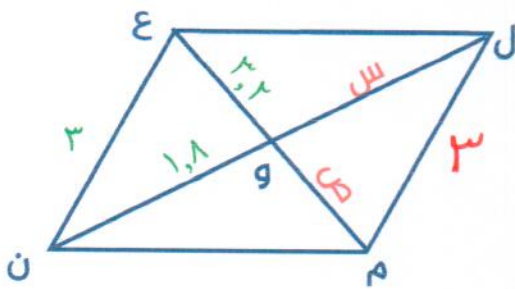
$$٣ و = ٤ و$$

$$ص = ٣,٢ وحدة طول$$

② محيط ل م و = مجموع أطوال أضلاعه

$$١,٨ + ٣,٢ + ٣ =$$

$$= ٨ وحدة طول$$



تدرب (٤)

في متوازي الأضلاع ، أوجد قيمة كل من س ، ص

الحل:

∴ الشكل متوازي أضلاع (معطى)

$$∴ ١٠ = ٥ - س$$

$$٥ + ١٠ = ٥ + ٥ - س$$

$$١٥ = س$$

$$\frac{١٥}{٣} = \frac{س}{٣}$$

$$س = ٥ وحدة طول$$

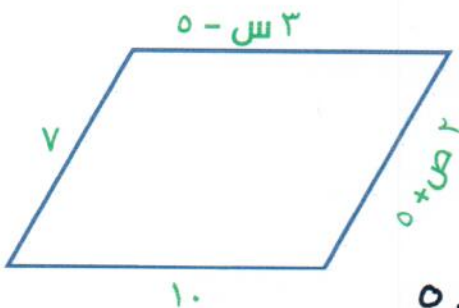
$$٧ = ٥ + ص$$

$$٥ - ٧ = ٥ - ٥ + ص$$

$$٢ = ص$$

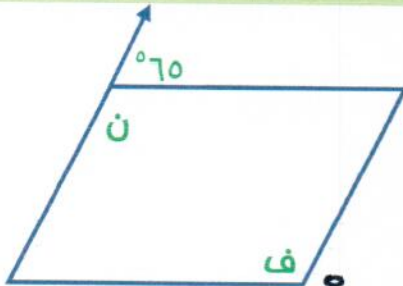
$$\frac{٢}{٣} = \frac{ص}{٣}$$

$$ص = ١ وحدة طول$$



أوجد الأطوال والزوايا المجهولة في كل من متوازيات الأضلاع التالية

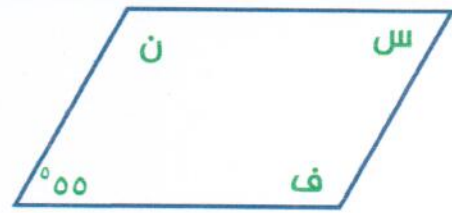
الحل:



$$ن = 180 - 65$$

$$= 115$$

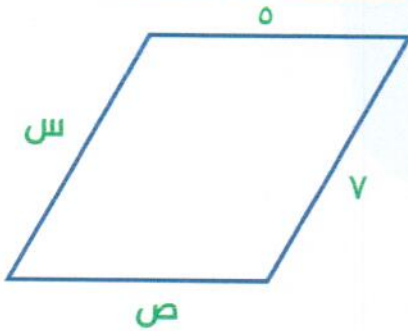
$$ف = ن = 115$$



$$س = 55$$

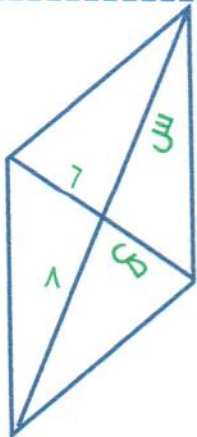
$$ف = ن = 180 - 55$$

$$= 125$$



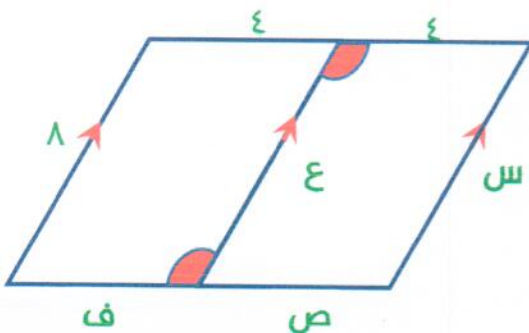
$$س = 7 \text{ وحدة طول}$$

$$ص = 5 \text{ وحدة طول}$$



$$س = 8 \text{ وحدة طول}$$

$$ص = 6 \text{ وحدة طول}$$



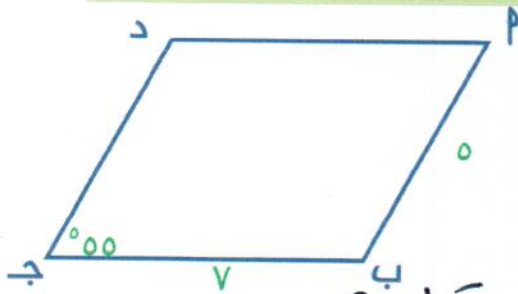
$$ص = 4 \text{ وحدة طول}$$

$$س = 8 \text{ وحدة طول}$$

$$ع = 8 \text{ وحدة طول}$$

$$ف = 4 \text{ وحدة طول}$$

فى الشكل المقابل P ب ج د متوازي الأضلاع : أكمل مع ذكر السبب
الحل:



$$P \rightarrow DC = 4 \text{ cm} \text{ وحدة طول}$$

السبب: كل ضلعين متقابلين متساويان

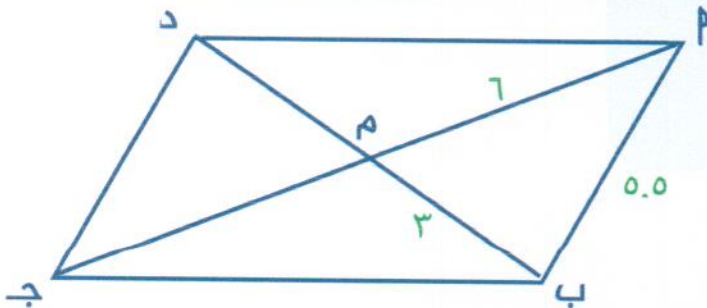
$$D \rightarrow \angle B = 50^\circ \text{ وحدة طول} \quad \text{السبب: كل ضلعين متقابلين متساويين}$$

$$C \rightarrow \angle P = 130^\circ \text{ وحدة طول} \quad \text{السبب: كل زاويتين متقابلتين متساويتين}$$

$$C \rightarrow \angle B = 130^\circ \text{ وحدة طول} \quad \text{السبب: كل زاويتين متقابلتين متساويتين}$$

$$C \rightarrow \angle D = 130^\circ \text{ وحدة طول} \quad \text{السبب: كل زاويتين متقابلتين متساويتين}$$

فى الشكل المقابل P ب ج د متوازي الأضلاع : أكمل مع ذكر السبب
الحل:



$$D \rightarrow DM = 3 \text{ cm} \text{ وحدة طول} \quad \text{السبب: القطران ينصف كل منهما الآخر}$$

$$M \rightarrow BM = 6 \text{ cm} \text{ وحدة طول} \quad \text{السبب: القطران ينصف كل منهما الآخر}$$

$$D \rightarrow \angle B = 50^\circ \text{ وحدة طول} \quad \text{السبب: كل ضلعين متقابلين متساويين}$$

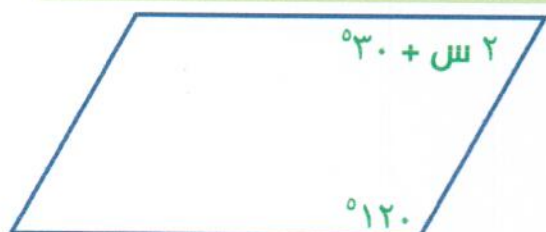
$$\text{محيط } \Delta DM \rightarrow \text{مجموع أطوال أضلاعه}$$

$$= 3 + 6 + 5 = 14 \text{ وحدة طول}$$

أمامك متوازيات أضلاع ، أوجد قيمة s في كل مما يلي

الحل:

١



الشكل متوازي أضلاع (ممكن)
 كل زاويتيه متقابلتيه متكاملتان

$$180 = 120 + 30 + 2s$$

$$180 = 150 + 2s$$

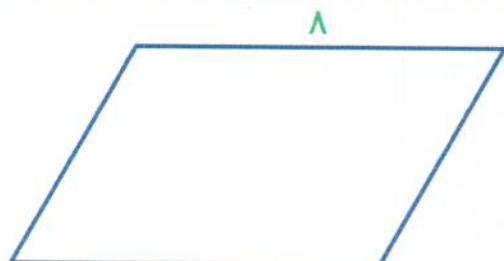
$$180 - 150 = 2s$$

$$30 = 2s$$

$$\frac{30}{2} = \frac{2s}{2}$$

$$15 = s$$

٢



الشكل متوازي أضلاع (ممكن)
 كل ضلعيه متقابلتيه متطابقتيه

$$8 = 3s - 1$$

$$1 + 8 = 1 + 3s$$

$$9 = 3s$$

$$\frac{9}{3} = \frac{3s}{3}$$

$$3 = s \text{ وحدة طول}$$



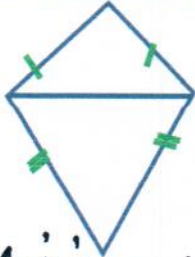
يكون الشكل الرباعي متوازي الأضلاع إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية

	١ كل ضلعين متقابلين متوازيين
	٢ كل ضلعين متقابلين متطابقين
	٣ كل زاويتين متقابلتين متطابقتين
	٤ القطران ينصف كل منهما الآخر
	٥ ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان

تدرب (١)

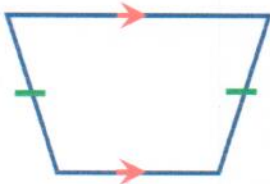
أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟ ولماذا ؟

الحل:



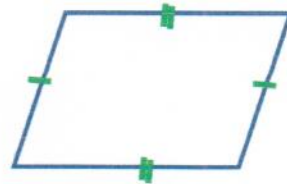
ب

ليس متوازي أضلاع



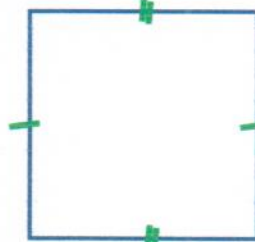
د

ليس متوازي أضلاع



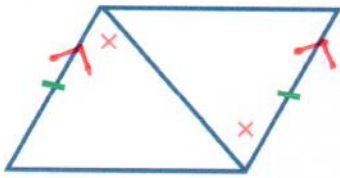
أ

متوازي أضلاع
كل ضلعين متقابلين متطابقان



ج

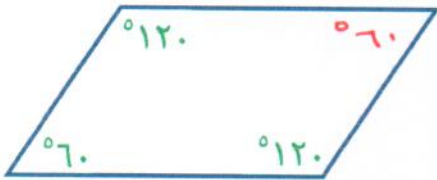
متوازي أضلاع
كل ضلعين متقابلين متطابقان



9

متوازي ا ضلاع

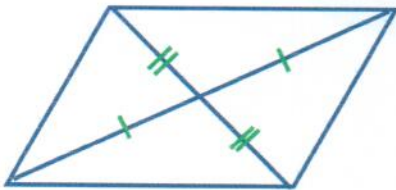
فيه ضلعا م متقابلان متطابقان ومتوازيان



ح

متوازي ا ضلاع

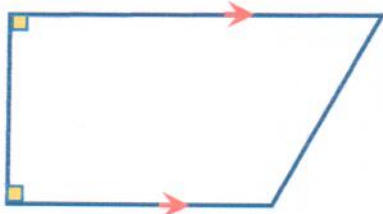
كل زاويتيه متقابلتيه متطابقتان



ي

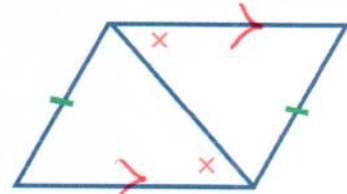
متوازي ا ضلاع

القطران ينصف كل منهما الآخر



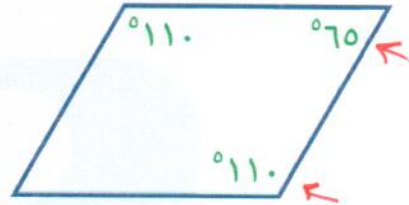
ل

ليه متوازي ا ضلاع



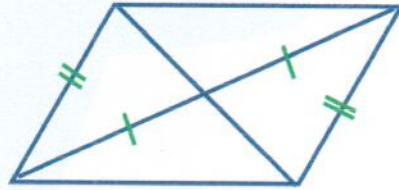
هـ

ليه متوازي ا ضلاع



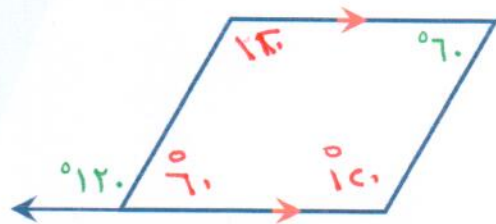
ز

ليه متوازي ا ضلاع



ط

ليه متوازي ا ضلاع



ك

متوازي ا ضلاع

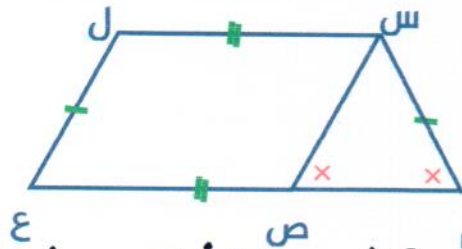
كل زاويتيه متقابلتيه متطابقتان

تدرب (٢)

إذا كان $س ل = ص ع$ ، $س م = ل ع$ ، $\hat{م} \cong \hat{ص}$ ، برهن أن الشكل الرباعي
س ص ع ل متوازي أضلاع

الحل:

البرهان:



① — (معطى) $س ل = ص ع$
في $\Delta س م ص$:
بـ $\hat{م} = \hat{ص}$ (مـ $\hat{م}$) (مـ $\hat{ص}$) (معطى)

$\therefore س م = ص م$ (مـ $س م$) (مـ $ص م$) (مـ $س م$) (معطى)
 $\therefore س ل = ل ع$ (مـ $س ل$) (مـ $ل ع$) (مـ $س ل$) (معطى)

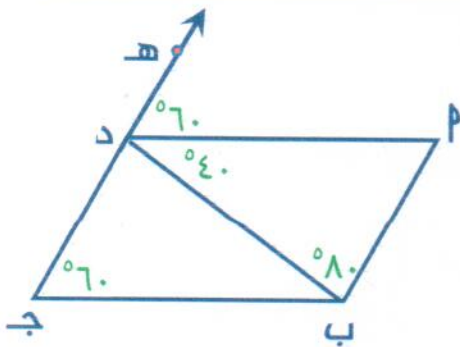
② — (من خواص المساواة) $\therefore س ص = ل ع$
من ا.م.٢ يتبع أنه الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع
(فيه كل ضلعيه متقا بلية متطابقان)

تدرب (٣)

برهن أن الشكل الرباعي $م ب ج د$ متوازي أضلاع

الحل:

البرهان:



بـ $\hat{م} = \hat{ج} = 60^\circ$ (مـ $\hat{م}$) (مـ $\hat{ج}$) (معطى)
① — $\therefore \overline{م ب} \parallel \overline{ج د}$

في $\Delta م ب د$:

$$\hat{م} = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$$

$$60^\circ = \text{مجموع قياسات زوايا المثلث} = 180^\circ$$

بـ $\hat{م} = \hat{ج} = 60^\circ$ (مـ $\hat{م}$) (مـ $\hat{ج}$) (معطى)
وهما متبادلتان

② — $\therefore \overline{م ب} \parallel \overline{ج د}$

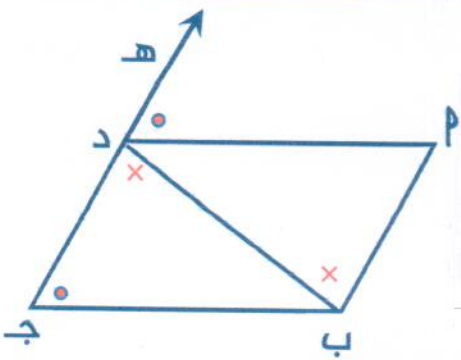
من ا.م.٢ يتبع أنه الشكل الرباعي $م ب ج د$ متوازي أضلاع
(فيه كل ضلعيه متقا بلية متوازيان)



تمرين (١)

من البيانات على الشكل المقابل ، برهن أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع
الحل:

البرهان :



$\angle DAC = \angle BCA$ (مطلوب)
وهما متناظرتان

$\therefore AD \parallel BC$ (١)

$\angle BAC = \angle ACD$ (مطلوب)
وهما متناظرتان

$\therefore AB \parallel DC$ (٢)

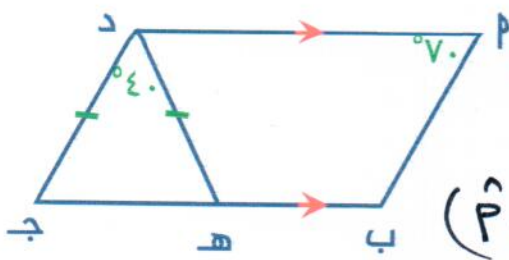
من (١) و (٢) يتبع أنه $ABCD$ متوازي أضلاع
(فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين)

تمرين (٢)

في الشكل المقابل $AD \parallel BC$ ، $DE = DC$ ، $\angle C = 70^\circ$ ، $\angle ADE = 40^\circ$
برهن أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

الحل:

البرهان :



$AD \parallel BC$ (مطلوب) (١)

$\angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
(بالتوازي والتكامل مع $\angle C$)

في $\triangle DEC$:

$\angle DEC = \angle DCE$ (مطلوب)
 $\angle DEC = \angle DCE = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

$\angle A = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (مجموع قياسات زوايا المثلث = 180°)

$\angle A = 40^\circ$ ، $\angle B = 110^\circ$ ، $\angle C = 70^\circ$ ، $\angle D = 110^\circ$
وهذا في وضع تكامل

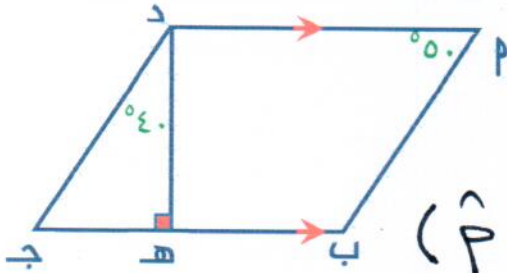
$\therefore AB \parallel DC$ (٢)

من (١) و (٢) يتبع أنه $ABCD$ متوازي أضلاع
(فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين)

في الشكل المقابل $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ، $\hat{P} = 50^\circ$ ، $\hat{Q} = 40^\circ$ (هـ د ج) ،
برهن أن الشكل الرباعي $ABED$ متوازي أضلاع

الحل:

البرهان:



① — $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (معطى)

م (ب) $= 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ (بالتوازي والتقاطع $\hat{P}$)

في $\triangle DEB$: $\angle D + \angle E + \angle B = 180^\circ$

م (ج) $= 180^\circ - (90^\circ + 130^\circ) = -40^\circ$

$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

50° (مجموع قياسات زوايا المثلث $= 180^\circ$)

م (ب) + م (ج) $= 180^\circ$

وهما متجاوئتان

② — $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

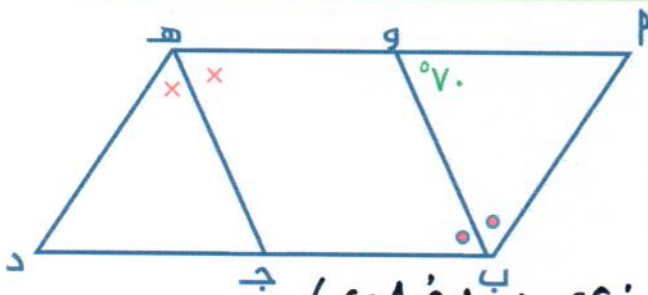
من اما ١ ينبع انه $ABED$ متوازي أضلاع
(فيه كل ضلعه متقابلين متوازيين)

تمرين (٤)

إذا كان P ب د هـ متوازي أضلاع B و O منتصف AD ، H جـ منتصف AD ، $\hat{Q} = 70^\circ$ (ب و ب) ،
برهن أن الشكل الرباعي $OBPD$ متوازي أضلاع

الحل:

البرهان:



① — $OBPD$ متوازي أضلاع (معطى)

م (و ب ج) $=$ م (ب و ب) $= 70^\circ$

(بالتبادل والتوازي)

م (ب) $=$ م (د هـ) (من خواص متوازي الأضلاع)

$\therefore$ م (و هـ ج) $=$ م (و ب ج) $= 70^\circ$

م (هـ و ب) $= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ (بالتجاور على خط مستقيم مع (ب و ب))

م (هـ ج ب) $= 360^\circ - (70^\circ + 70^\circ + 110^\circ) = 110^\circ$

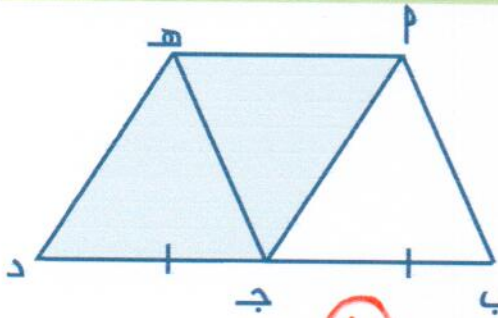
110° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $= 360^\circ$)

من اما ٢ ينبع انه $OBPD$ متوازي أضلاع

إذا كان $\triangle$ ب ج هـ متوازي أضلاع ، $\text{ب ج} = \text{ج د} ، \text{ب ج} ، \text{د ج} ، \text{د على استقامة واحدة}$
برهن أن الشكل الرباعي $\triangle$ ج د هـ متوازي أضلاع

الحل:

البرهان:



$\triangle$ ب ج هـ متوازي أضلاع (معطى)
 $\therefore \text{ب ج} = \text{هـ د}$ (م خواص متوازي الأضلاع)
 $\text{ب ج} = \text{د ج}$ (معطى)

$\text{هـ د} = \text{د ج}$ (م خواص المساواة) — (١)
 $\text{ب ج} \parallel \text{هـ د}$ (م خواص متوازي الأضلاع)
 النقطة ب و ج و د على استقامة واحدة
 $\therefore \text{ج د} \parallel \text{هـ د}$ — (٢)

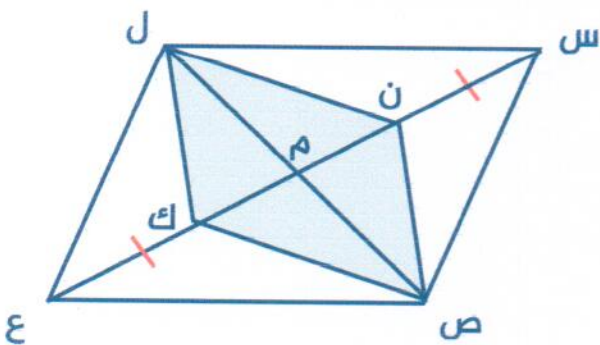
من (١) و (٢) يتبع أنه $\triangle$ ج د هـ متوازي أضلاع
 (فيه ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان)

تمرين (٦)

إذا كان $\square$ ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، $\text{س ن} = \text{ك ع}$ أثبت أن الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع

الحل:

البرهان:



$\square$ ن ص ك ل متوازي أضلاع (معطى)
 $\therefore$ القطران ينصف كل منهما الآخر .

$$\text{ن م} = \text{ك م}$$

$$\text{س ن} = \text{ك ع} \quad (\text{معطى})$$

$$\text{ن م} + \text{س م} = \text{ك م} + \text{ع م}$$

$$\text{س م} = \text{ع م} \quad (١)$$

$$\text{ل م} = \text{ص م} \quad (٢)$$

من (١) و (٢) يتبع أنه $\square$ س ص ع ل متوازي أضلاع
 (القطران ينصف كل منهما الآخر)

قطرا المستطيل متطابقان

المستطيل : هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وله جميع خواص متوازي الأضلاع

يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية

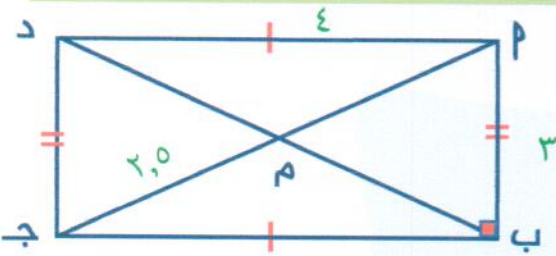
١ إحدى زواياه قائمة

٢ قطراه متطابقان

تدرب (١)

في الشكل المقابل م ب ج د مستطيل ، أكمل ما يلي :

الحل:



١ د ج = ٣ وحدة طول السبب : كل ضلعين متقابلين متطابقين

٢ ج = ٥ = ٣ + ٢ السبب : القطران ينصف كل ضلع الآخر وحدة طول

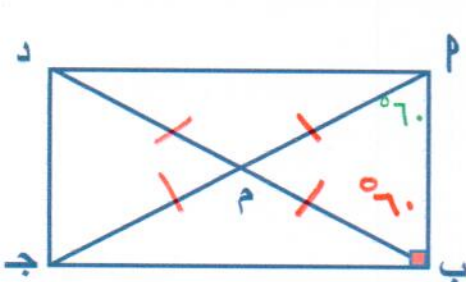
٣ ج ق (د) = ٩٠° السبب : زوايا المستطيل قائمة

٤ ج ق (ج) = ٩٠° السبب : زوايا المستطيل قائمة

تدرب (٢)

 م ب ج د مستطيل فيه : ق (ب م ج) = ٦٠° ، أحسب ق (د ب ج)

الحل:



هـ (م ب م) = ٦٠° (م خواص المستطيل)

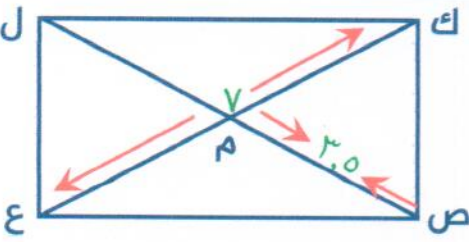
هـ (د ب ج) = ٩٠° - ٦٠°

$$= ٣٠°$$



في الشكل المقابل ك ص ع ل متوازي أضلاع : أثبت أن ك ص ع ل مستطيل

الحل:



البرهان:
ك ص ع ل متوازي أضلاع (معطى)

∴ ل م = م ص = ٣ و ٣,٥ وحدة طول
(القطران ينصف كل منهما النصف)

∴ م ل = ل م = ٧ وحدة طول

∴ م ص = ل م = ل ع = ٧

∴ ك ص ع ل مستطيل

(لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متساويان)

تدرب (٤)

في الشكل المقابل أثبت أن ك ب ج د مستطيل

الحل:

البرهان:

في الشكل ك ب ج د :

م (ب ك ج) = م (ك ج د) = ٦٠°

وهما متبادلتان

∴ ب ك // ج د — (١)

م (ج ب د) = م (ب د ك) = ٣٠°

∴ ك د // ب ج — (٢)

من (١) و (٢) يتبع أن ك ب ج د متوازي أضلاع
(فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين)

∴ م (ب) = ٩٠° (معطى)

∴ ك ب ج د مستطيل

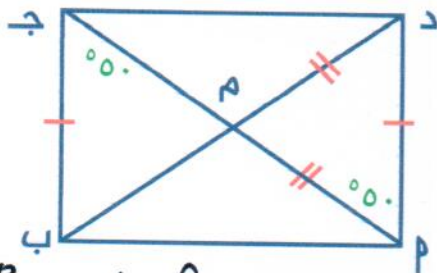
(لأنه متوازي أضلاع بإحدى زواياه قائمة)



أ ب ج د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م ، $\angle د = \angle ب$ ، $\angle م = \angle م$ ، $\angle د = \angle ب$ ، أثبت أن أ ب ج د مستطيل ثم أوجد ق (ب أ ج)

الحل:

البرهان:



① — $\angle د = \angle ب$ (معطى)
 $\angle م = \angle م$ (د أ ب ج) = $\angle م$ (ب ج د)
 وهما متبادلتان

② — $\overline{أ ب} \parallel \overline{ج د}$

من ١ و ٢ يتبع أن أ ب ج د متوازي أضلاع
 (فيه ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان)
 $\angle م = \angle م$ (معطى) $\therefore \angle د = \angle ب$
 (لأنه متوازي أضلاع)
 $\therefore \angle د = \angle ب$ (منه القطران متساويان)

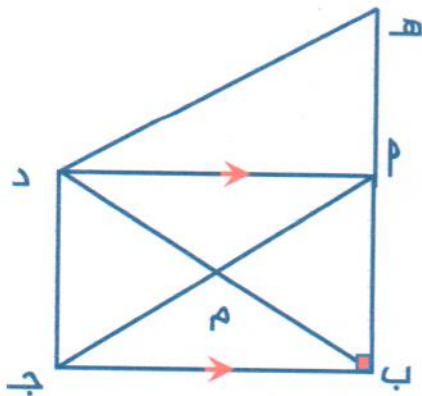
$\angle م = \angle م$ (ب أ ج) = $\angle م$ (ب ج د)
 $\angle د = \angle ب$
 (زوايا المستطيل قوائم)

تمرين (٢)

ه أ ب ج د متوازي أضلاع ، ق (أ ب ج) = 90° ، $\overline{أ د} \parallel \overline{ب ج}$ ، ه ، ب على استقامة واحدة
 أثبت أن أ ب ج د مستطيل

الحل:

البرهان:



ه أ ب ج د متوازي أضلاع (معطى)
 $\overline{أ د} \parallel \overline{ب ج}$

النقاط ه ، ب على استقامة واحدة

① — $\overline{أ ب} \parallel \overline{ج د}$

② — $\overline{أ د} \parallel \overline{ب ج}$ (معطى)

$\therefore$ أ ب ج د متوازي أضلاع
 (فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين)

$\angle م = \angle م$ (ب) = 90° (معطى)

$\therefore$ أ ب ج د مستطيل

(لأنه متوازي أضلاع بأحدى زواياه قائمة)



قطرا المعين متعامدان

المعين: هو متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة وله جميع خواص متوازي الأضلاع

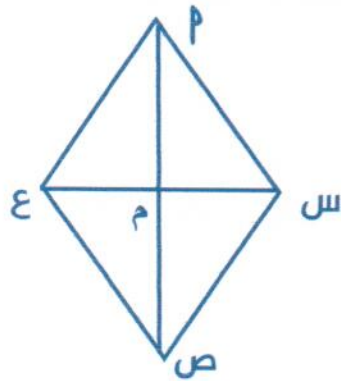
١) قطرا المعين متعامدان ٢) أضلاعه الأربعة متطابقة

٣) كل قطر في المعين ينصف زاويتي الرأس الواصل بينهما

تدرب (١)

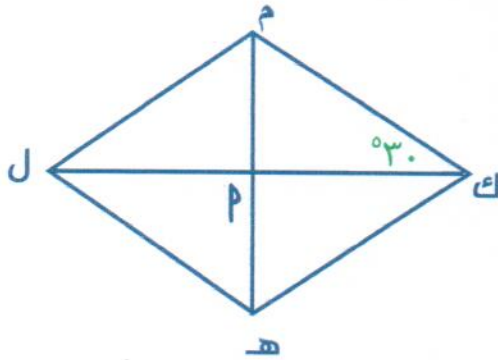
في الأشكال التالية معينات ، أوجد المطلوب مع ذكر السبب

الحل:



١) ق (س م) = 90°

السبب: القطران متعامدان



٢) ق (م ك هـ) = $90^\circ = 30^\circ + 60^\circ$

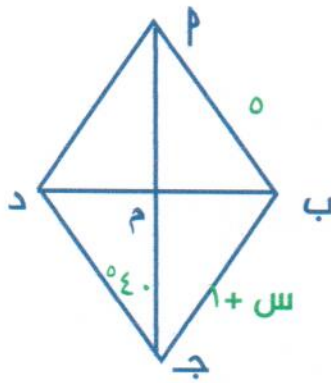
السبب: القطر ينصف زاوية الرأس

ق (م ل هـ) = 90°

السبب: كل زاويتيه متقابلتيه متطابقتان

ق (ل هـ ك) = $90^\circ = 180^\circ - 90^\circ$

السبب: كل زاويتيه متقابلتيه متكاملتان



٣) طول ب ج = ٥ وحدة طول

السبب: أضلاع المعين متطابقة

أوجد قيمة س

س + ١ = ٥

س = ٥ - ١ = ٤

محيط المعين: ٥×٤

= ٢٠ وحدة طول



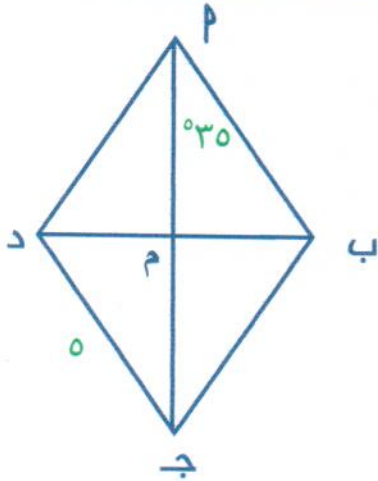
يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية
١ إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه
٢ إذا تعامد قطراه

تدرب (٢)

أب جد معين تقاطع قطريه في م، ق (ب م ج) = 35° ، ج د = ٥ وحدة طول

الحل:

١ احسب قياسات زوايا المعين



$$\begin{aligned} \angle BMA &= 35^\circ \Rightarrow \angle BMC = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ \\ \angle BMC &= \angle BMA = 145^\circ \quad (\text{زاويتان عموديتان}) \\ \angle BMA &= 145^\circ \Rightarrow \angle BMC = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ \\ \angle BMC &= \angle BMA = 35^\circ \quad (\text{زاويتان عموديتان}) \end{aligned}$$

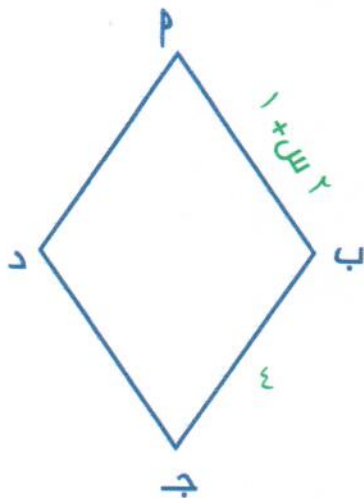
ب أوجد طول ب ج = ٥ وحدة طول

ج أوجد ق (ب م ج) = 90°

تدرب (٣)

أب جد معين، ب = ٢ س + ١ وحدة طول، ب ج = ٤ وحدة طول، أوجد قيمة س

الحل:



ب ج ج د ج د (معين)
ب ج = ب ج (مساوية الضلعين)

$$\begin{aligned} 2s+1 &= 4 \\ 2s &= 4-1 \\ 2s &= 3 \\ s &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

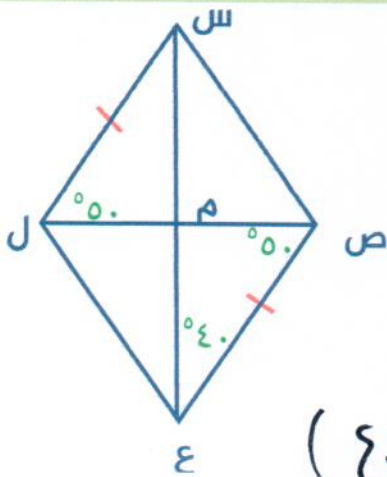
ب ج = ١ وحدة طول



في الشكل المقابل أثبت أن الشكل الرباعي س ص ع ل معين

الحل:

البرهان:



ص ع = س ل (معطى) — ①

ص (ع ه ل) = ص (س ل ه) = ٩٠°
وهما متبادلتان

∴ ص ع // س ل — ②

من المعلوم يتبع أنه (س ص ع ل متوازي أضلاع)
(فيه ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان)

في Δ ص م ع:

$$\begin{aligned} \angle (ص م ع) &= 180^\circ - (90^\circ + 90^\circ) \\ &= 180^\circ - 180^\circ \\ &= 0^\circ \end{aligned}$$

∴ ص ل ⊥ س ع

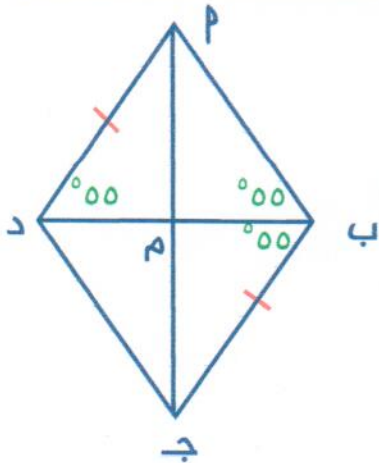
∴ س ص ع ل معين

(لأنه متوازي أضلاع فيه لقطران متعامدان)

في الشكل المقابل أثبت أن P ب ج د معين

الحل:

البرهان:



ب ج = ب د (معطى) — ①

ص (ج ب د) = ص (ب د ج) = ٩٠°
وهما متبادلتان

∴ ب ج // ب د — ②

من المعلوم يتبع أنه P ب ج د متوازي أضلاع
(فيه ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان)

في Δ ب د ج:

$$\begin{aligned} \angle (ب د ج) &= \angle (ب د ج) = 90^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ب د ج = 90^\circ$$

∴ P ب ج د معين

(لأنه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان)

المربع : هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متطابقان
المربع : هو معين قياس إحدى زواياه 90°
قطرا المربع : متعامدان ومتطابقان

تدرب (١)

في الشكل المقابل P ج ، B د قطران في دائرة مركزها O ، P ج $\perp$ B د أثبت أن P ج د مربع

الحل:

البرهان :

∵ O مركز الدائرة

∴ $PO = BO$ ج و P و O (مركز الدائرة)

∴ P ج د متوازي أضلاع (القطران متعامدان)

P ج د = B د (من خواص الدائرة) — (١)

P ج $\perp$ B د (معطى) — (٣)

من انا ٣ ٥ ٦ ينتج انه P ج د مربع

(لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متعامدان ومتساويان)

تدرب (٢)

باستخدام المعطيات في الرسم أثبت أن : S ص ع ل مربع الشكل

الحل:

البرهان :

S ع (مخول) = S ل (مخول) = S ص (مخول) — (معطى)

وهما متبادلتان

∴ S ع $\parallel$ S ل — (١)

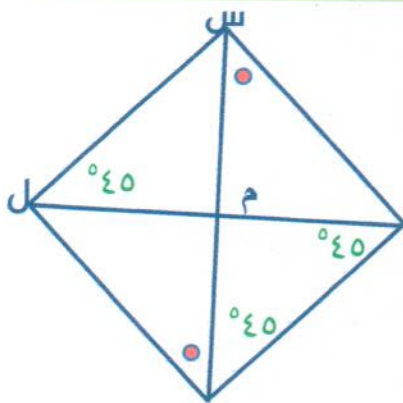
S ل (مخول) = S ص (مخول) — (معطى)

وهما متبادلتان

∴ S ل $\parallel$ S ع — (٢)

من انا ٢ ١ ينتج انه S ع ل متوازي أضلاع
(فيه كل ضليعه متقابلين متوازيين)

في Δ S ع ل :
 $\angle S = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 90^\circ$



ع

∴ S ع ل + S ص ل — (٣)

S ع = S ل (من خواص المثلث متساوي الساقين)

من انا ٣ ١ ينتج انه

S ع ل مربع

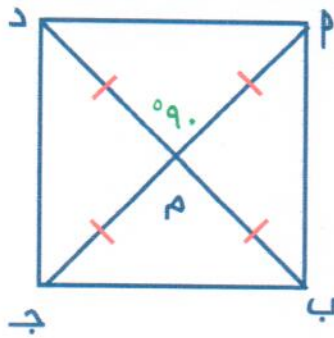
(لأنه متوازي أضلاع فيه

القطران متعامدان ومتساويان)

مستعيناً بالمعطيات في الرسم أثبت أن الشكل مربع

الحل:

البرهان:



① $AM = CM$ (معطى)
 $BM = DM$
 ∴ $AM = BM$ و $CM = DM$ (من المعطيات)
 (لأن القطران ينصف كل منهما الآخر)

$$AM = CM = BM = DM$$

② ∴ $AM = BM$ و $CM = DM$

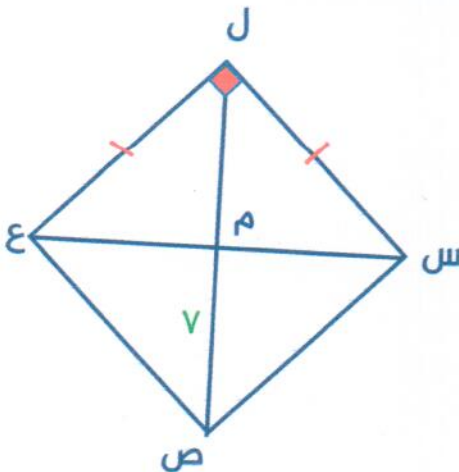
③ ∴ $AM = CM = BM = DM$ (معطى)

من المعطيات ∴ $AM = BM$ و $CM = DM$ (من المعطيات)
 (لأن القطران ينصف كل منهما الآخر)

تمرين (٢)

في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه : $AM = 3$ ، $BM = 4$ ، $CM = 5$ ، $DM = 6$
 أوجد قيمة كل من ب ، ج

الحل:



ب. ل س ص ع مربع (معطى)

$$\begin{aligned} AM &= CM \\ 3 &= 5 - 2 \\ 3 &= 5 - 2 \\ 3 &= 5 - 2 \\ 3 &= 5 - 2 \\ 3 &= 5 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BM &= DM \\ 4 &= 6 - 2 \\ 4 &= 6 - 2 \\ 4 &= 6 - 2 \\ 4 &= 6 - 2 \\ 4 &= 6 - 2 \end{aligned}$$



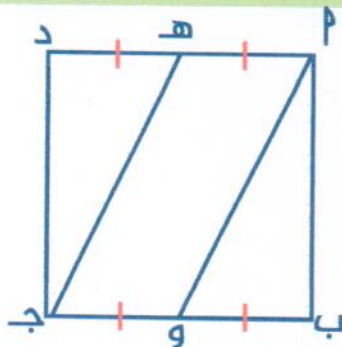
تدرب (١)

في الشكل المقابل $م ب ج د$ مربع، $هـ$ منتصف $م د$ ، و $منتصف ب ج$ أثبت أن:

 $م و ج هـ$ متوازي أضلاع

الحل:

البرهان:



$م ب ج د$ مربع (معطى)
 $\therefore م د = ب ج$ (أطوال أضلاع مربع متطابقة)

$\therefore هـ$ منتصف $م د$ (معطى)

$\therefore م هـ = \frac{1}{2} م د$

$\therefore و$ منتصف $ب ج$ (معطى)

$\therefore و ج = \frac{1}{2} ب ج$

$\therefore م هـ = و ج$ (من خواص المساواة) — (١)

$\therefore م د \parallel ب ج$ (من خواص المربع)

$\therefore م هـ \parallel و ج$ — (٢)

من الملاحظة يتبع أنه $م و ج هـ$ متوازي أضلاع (فيه ضلعان متساويان ومتوازيان)
 متطابقان ومتوازيان

تدرب (٢)

في الشكل المقابل أثبت أن الشكل الرباعي $م ب هـ ج$ معين

الحل:

البرهان:

$م ج \parallel ب هـ$ (معطى) — (١)

$\angle م (ب م هـ) = \angle هـ (ج هـ م) = ٩٠^\circ$
 وهما في وضع تبادل

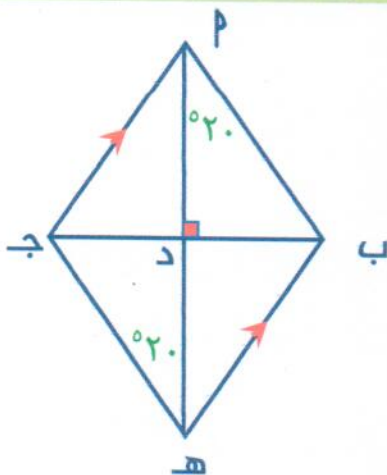
$\therefore م ب \parallel ج هـ$ — (٢)

من الملاحظة يتبع أنه $م ب هـ ج$ متوازي أضلاع
 (فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين)

$\angle م (ب م هـ) = \angle هـ (ج هـ م) = ٩٠^\circ$ (معطى)

$\therefore م هـ \perp ب ج$

$\therefore م ب هـ ج$ معين
 لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متعامدان



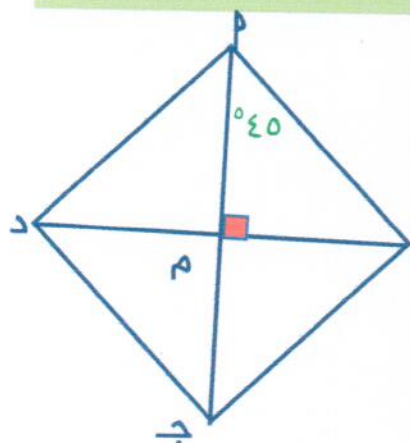


تمرين (١)

أب ج د معين فيه ق (ب أ ج) = 45° ، أثبت أن أب ج د مربع

الحل:

البرهان:



أب ج د معين (معطى)

∴ ق ينصف (ب أ ج) (م خواص معين)

$$\angle BAC = \angle CAD = 45^\circ$$

∴ أب ج د مربع

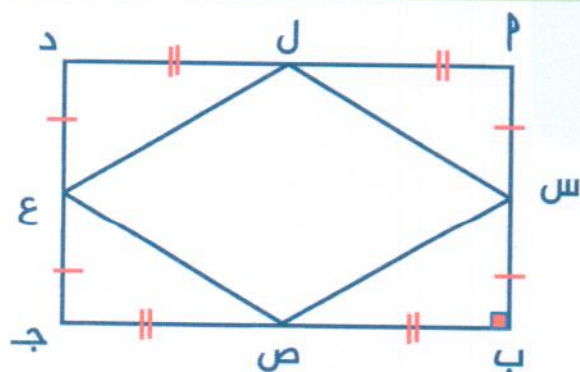
(لأنه معين بأحدى زواياه قائمة)

تمرين (٢)

في الشكل المقابل أب ج د مستطيل فيه س، ص، ع، ل منتصفات أب، ب ج، ج د، د أ على الترتيب أثبت أن: س ص ع ل معين

الحل:

البرهان:



باستخدام نظرية المتوسطات :

$$\triangle PLO \cong \triangle PNM \cong \triangle PMO \cong \triangle PNO$$

$$\therefore PO = LO = PM = PN$$

∴ س ص ع ل معين

(لأنه متوازي أضلاع فيه الأضلاع متطابقة)



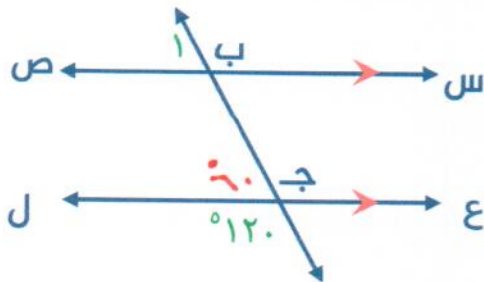
التمارين الموضوعية

H.C.

في البنود التالية ، ظلل ☐ إذا كانت العبارة صحيحة وظلل ☐ إذا كانت العبارة خاطئة

☐	☐	المربع هو معين قطراه متطابقان	١
☐	☐	في الشكل المرسوم $\overline{BH} \parallel \overline{CD}$	٢
☐	☐	الشكل المقابل يمثل مستطيل	٣
☐	☐	الشكل الرباعي المرسوم يمثل متوازي أضلاع	٤

لكل بند من البنود التالية أربعة خيارات ، واحد منها صحيح ، ظلل الدائرة الدالة على



الإجابة الصحيحة

في الشكل المقابل ق (١) =

☐ ١٢٠

☐ ٦٠

☐ ٣٦٠

☐ ١٨٠

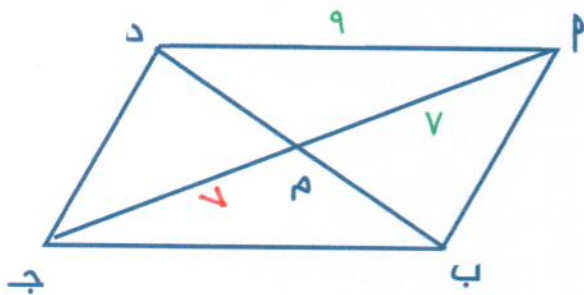
٦ في متوازي الأضلاع المرسوم $P =$

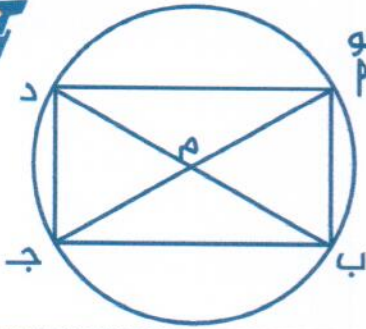
☐ ٣ وحدة طول

☐ ٧ وحدة طول

☐ ٩ وحدة طول

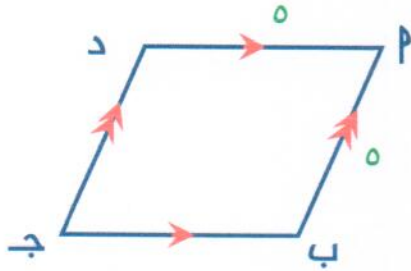
☐ ١٤ وحدة طول





٧ الشكل المقابل يمثل دائرة مركزها م ، فإن الشكل م ب ج د هو ☐ أ مربع ☒ ب مستطيل ☐ ج معين ☐ د شبه منحرف

٨ الشكل المقابل م ب ج د يمثل :

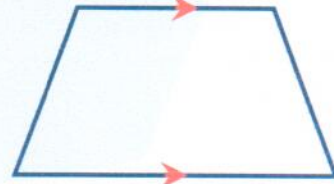


☒ أ معين ☐ ب مستطيل ☐ ج مربع ☐ د شبه منحرف

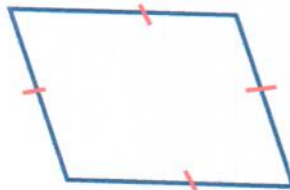
٩ الشكل الذي يمثل مستطيلاً هو



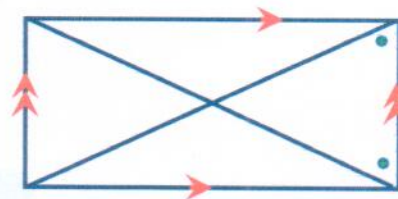
☐ أ



☐ ب

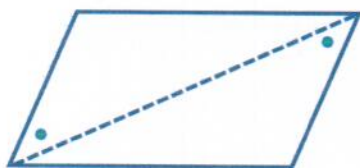


☐ ج

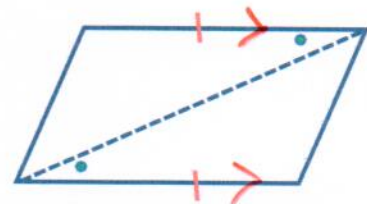


☒ د

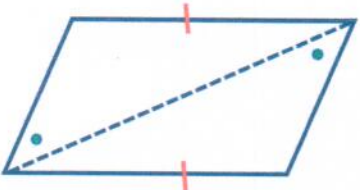
١٠ الشكل الذي يمثل متوازي أضلاع هو :



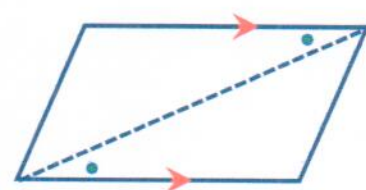
☐ أ



☒ ب



☐ ج



☐ د