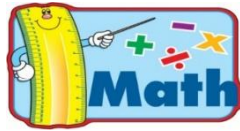




دائرة التعليم والمعرفة
DEPARTMENT OF EDUCATION
AND KNOWLEDGE



مؤسسة الإمارات للتعليم المدرسي
EMIRATES SCHOOLS ESTABLISHMENT



Mathematics, Grade 12 general-2023-2024

Chapters: 6- Systems of Equations and Matrices

7- Conic Sections and Parametric Equations

8- Vectors

2023-2024

Teacher :Mohammed Alzzen

Tel:0553230397



• **Grade:** 12 general

* Emirates Schools Establishment

• **Lesson 6-1:** Multivariable linear Systems and Row Operations - **Unit:** Six

* **day:** , 9/1/2024

* **Name :** P(2-7)

Activity (1): Determine the row operation performed to obtain each matrix

نشاط (1): حدد عملية الصف التي تم القيام بها للحصول على كل مصفوفة .

$$1) \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -6 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -6 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array} \right]$$

a) $R_1 + R_2$

b) $R_2 + R_3$

c) $R_2 - R_3$

d) $-R_1 + R_2$

$$2) \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -5 & 4 \\ 9 & -1 & 4 & -2 \\ 8 & 4 & -3 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -5 & 4 \\ 9 & -1 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & 7 & -7 \end{array} \right]$$

a) $R_1 + R_2$

b) $R_2 + R_3$

c) $-2R_1 + R_3$

d) $-2R_2 + R_3$

$$3) \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 15 & 2 & 4 & 14 \\ 0 & 8 & 5 & -5 & 15 \\ 2 & 1 & 0 & 16 & 20 \\ -3 & -11 & -1 & 6 & -4 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 15 & 2 & 4 & 14 \\ 0 & 8 & 5 & -5 & 15 \\ 2 & 1 & 0 & 16 & 20 \\ 0 & 34 & 5 & 18 & 38 \end{array} \right]$$

a) $R_1 + R_3$

b) $R_1 + R_4$

c) $-3R_1 + R_4$

d) $3R_1 + R_4$

$$4) \left[\begin{array}{ccccc|c} 8 & -2 & 0 & 2 & 12 & -2 \\ 8 & 5 & -7 & 1 & 6 & 9 \\ -1 & 0 & 9 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccccc|c} 8 & -2 & 0 & 2 & 12 & -2 \\ 0 & 7 & -7 & -1 & -6 & 11 \\ -1 & 0 & 9 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right]$$

a) $-R_1 + R_2$

b) $R_1 + R_2$

c) $-R_1 + R_3$

d) $R_1 + R_3$

Teacher : Mohammed Alzen

Activity (2): Write the augmented matrix and coefficient matrix for the system of linear equations :

نشاط (2): اكتب المصفوفة الموسعة ومصفوفة المعاملات لنظام المعادلات الخطية التالية ، ثم استخدم الآلة الحاسبة لحلها :

a) $x + 2z = 5$
 $3x + 2z = 7$

$x = 1 \Rightarrow (1, 2)$
 $z = 2 \Rightarrow (1, 2)$

مصفوفة المعاملات
coefficient matrix

المصفوفة الموسعة
augmented matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & : & 5 \\ 3 & 2 & : & 7 \end{bmatrix}$$

- متغيرين
 1- MODE: 5, 1, (ادخال)
- ثلاث متغيرات
 2- MODE : 5, 2, (ادخال)

b) $7x + y - 2z = 21$
 $2x - y + 4z = 5$
 $x + 2y = 7$

$x = \frac{87}{31}$

$y = \frac{65}{31}$

$z = \frac{2^3}{62}$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 1 & -2 & : & 21 \\ 2 & -1 & 4 & : & 5 \\ 1 & 2 & 0 & : & 7 \end{bmatrix}$$

c) $5x - 5y - 5z = 35$
 $-x + 2y - 3z = -12$
 $3x - 2y + 7z = 30$

$x = 7$

$y = -1$

$z = 1$

$\Rightarrow (-7, -1, 1)$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & -5 & -5 & : & 35 \\ -1 & 2 & -3 & : & -12 \\ 3 & -2 & 7 & : & 30 \end{bmatrix}$$

(نموذج درجة الصف : Row – Echelon form)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & : & a \\ 0 & 1 & : & b \\ 0 & 0 & : & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & a \\ 0 & 1 & 0 & : & b \\ 0 & 0 & 1 & : & c \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{bmatrix}$$

Teacher : Mohammed Alzen

Activity (3): Determine whether each matrix is in row –echelon form.

نشاط (3): حدد ما اذا كانت كل مصفوفة في صورة نموذج درجة الصف في كل مما يلي.

a)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & : & -1 \\ 0 & 1 & 4 & : & 2 \end{bmatrix}$$

Yes

b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 & -11 & : & 10 \\ 0 & 1 & -5 & 8 & : & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & : & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{bmatrix}$$

Yes

c)
$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & -6 & : & 10 \\ 0 & 1 & 9 & : & -3 \\ 0 & 1 & 0 & : & 14 \end{bmatrix}$$

No

d)
$$\begin{bmatrix} 1 & -6 & 2 & : & 10 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \\ 0 & 1 & 3 & : & 9 \end{bmatrix}$$

No

e)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & 19 \\ 0 & 1 & 0 & : & 4 \\ 0 & 0 & 1 & : & -20 \end{bmatrix}$$

Yes

f)
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 4 & : & 10 \\ 1 & 0 & -3 & 10 & : & -7 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & : & 8 \end{bmatrix}$$

No

g)
$$\begin{bmatrix} 1 & -8 & : & 12 \\ 1 & 3 & : & -7 \\ 0 & 1 & : & 4 \end{bmatrix}$$

No

h)
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -7 & : & -3 \\ 0 & 0 & 1 & : & 5 \\ 0 & 0 & 1 & : & 8 \\ 0 & 0 & 0 & : & 1 \end{bmatrix}$$

No

i)
$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & : & 10 \\ 0 & 1 & : & -6 \\ 0 & 0 & : & 1 \end{bmatrix}$$

Yes

j)
$$\begin{bmatrix} 1 & 8 & : & 7 \\ 0 & 1 & : & 3 \end{bmatrix}$$

Yes

k)
$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & : & 9 \\ 0 & 0 & : & 1 \end{bmatrix}$$

Yes

l)
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -8 & : & 5 \\ 0 & 0 & 1 & : & 13 \\ 0 & 0 & 0 & : & 1 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{bmatrix}$$

Yes

Teacher : Mohammed Alzen

Activity (4): Write the system of equations in **triangular** form using Gaussian elimination. Then solve the system.

نشاط (4): اكتب نظام المعادلات في صيغة مثلثية باستخدام جاوس، ثم حل النظام؟

a) $5x = -3y - 31$
 $2y = -4x - 22$ $\Rightarrow$ $5x + 3y = -31$
 $4x + 2y = -22$ $\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} 5 & 3 & : -31 \\ 4 & 2 & : -22 \end{bmatrix}$

Solution: $(-2, -7)$

b) $4y + 17 = -7x$
 $8x + 5y = -19$ $\Rightarrow$ $7x + 4y = -17$
 $8x + 5y = -19$

Solution: $(-3, 1)$

$\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} 7 & 4 & : -17 \\ 8 & 5 & : -19 \end{bmatrix}$

c) $8x - 24y + 16z = -7$
 $40x - 9y + 2z = 10$
 $32x + 8y - z = -2$ $\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} 8 & -24 & 16 & : -7 \\ 40 & -9 & 2 & : 10 \\ 32 & 8 & -1 & : -2 \end{bmatrix}$

Solution:

$(\frac{1}{8}, -1, -2)$

Teacher : Mohammed Alzen

Activity (5): Muhammad went to Italy during spring break. The average

daily hotel, food, and Transportation costs for each city he visited are shown. Write and solve a system of equation to determine how many days Muhammed spent in each city. Interpret your solution.

نشاط (5): ذهب محمد الى إيطاليا اثناء عطلة الربيع، ويتم فيما يلي توضيح متوسط التكاليف اليومية للفندق والطعام والمواصلات لكل مدينة زارها. اكتب نظاما للمعادلات واوجد حلا له لتحديد عدد الأيام التي قضاها محمد في كل مدينة، فسر اجابتك؟

البندقية : X
روما : y
نابولي : Z

التكاليف	البندقية	روما	نابولي	الإجمالي
الفندق	AED 60	AED 120	AED 60	AED 720
الطعام	AED 40	AED 90	AED 30	AED 490
وسائل النقل	AED 15	AED 10	AED 20	AED 130

$$60x + 120y + 60z = 720$$

$$40x + 90y + 30z = 490$$

$$15x + 10y + 20z = 130$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 60 & 120 & 60 & : & 720 \\ 40 & 90 & 30 & : & 490 \\ 15 & 10 & 20 & : & 130 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ solution:
(4, 3, 2)

ملاحظة: دائما ما يكون نموذج درجة الصف المنخفض لمصفوفة وحيدا بغض النظر عن ترتيب العمليات التي تم أجراؤها .

Note: The reduced row-echelon form of a matrix is always unique, regardless of the order of operations that were performed.

Teacher : Mohammed Alzzen

Activity (5): Which of the following system has one solution, infinite solution, or no solution ?

نشاط (5) : اي من الانظمة التالية له حل واحد ، ليس له حل ، عدد لانهائي من الحلول.

1) $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & a \\ 0 & 1 & 0 & : & b \\ 0 & 0 & 1 & : & c \end{bmatrix} \Rightarrow \text{one solution}$
 $x = a, y = b, z = c$

2) $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 & : & 4 \\ 0 & 1 & 2 & : & -3 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{infinite solutions}$

3) $N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & 3 \\ 0 & 1 & 0 & : & 4 \\ 0 & 0 & 0 & : & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{No solutions}$

4) $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & : & a \\ 0 & 1 & 0 & 4 & : & b \\ 0 & 0 & 1 & 5 & : & c \end{bmatrix} \Rightarrow \text{infinite solution}$

Activity (6): A large stadium has 13,000 seats in three sections with ticket prices shown in the table.

When the stadium is sold out, the total revenue is AED 860,000. If there are 3 times as many seats in Section B as in Section A, how many seats are there in each section? Let a Section A seats, b Section B seats, and c Section C seats.

Select your answers from the drop-down menus.

- There are 2000 seats in Section A
- There are 6000 seats in Section B
- There are 5000 seats in Section C

Section A	AED 50
Section B	AED 60
Section C	AED 80

$$A + B + C = 13000$$

$$50A + 60B + 80C = 860000$$

$$-3A + B = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 13000 \\ 50 & 60 & 80 & : & 860000 \\ -3 & 1 & 0 & : & 0 \end{bmatrix}$$

Teacher : Mohammed Alzzen