اختبر نفسك (7)
)5Check yourself (

Mathematics الرياضيات

الصف الثاني عشر متقدم
الفصل الثاني
2024-2023

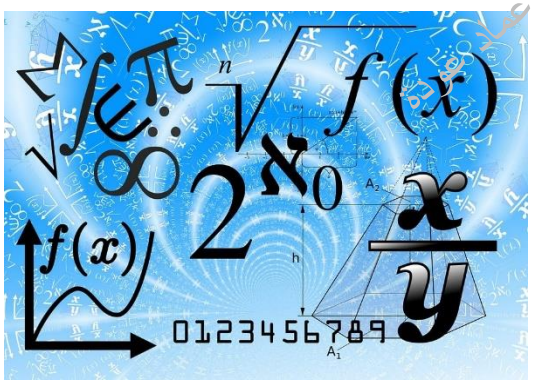
Lesson 4-9 (Related Rates in economic and science)

according to the previous exam

مراجعة الدرس التاسع (المعدلات المرتبطة في الاقتصاد والعلوم)
من الوحدة الرابعة اعتمادا على
الاختبارات السابقة

الأستاذ عماد عودة

عماد عودة



اسم الطالب: -

2021-2022

Q1- If the cost of manufacturing x items is $C(x)$ find the marginal cost at $x = 30$

$$C(x) = x^3 + 20x^2 + 90x + 15$$

س (1) إذا كانت تكلفة تصنيع x منتج هي $C(x)$ اوجد التكلفة الحدية عند $x = 30$

a) 2190
b) 3390
c) 3990
d) 4005

$C'(x) = 3x^2 + 40x + 90$

$C'(30) = 3(30)^2 + 40(30) + 90$

$= 3990$

Q2- Suppose that $C(x) = 10e^{0.02x}$ is the total cost (in dollars) for a company to produce x units of a certain product.

س (2) افترض ان $C(x) = 10e^{0.02x}$ هي التكلفة الكلية بالدولار لإنتاج x من الوحدات

a) Compute the **marginal cost at** $x = 100$

أ) اوجد التكلفة الحدية لإنتاج $x = 100$

$C'(x) = 10(0.02e^{0.02x}) = 0.2e^{0.02x}$

$C'(100) = 0.2e^{0.02(100)} \approx 1.48$

b) Actual cost of producing the **100th unit**

ب) اوجد التكلفة الفعلية لإنتاج $x = 100$

$= C(100) - C(99)$

$= 10e^{0.02(100)} - 10e^{0.02(99)} \approx 1.46$

c) Find the production level that will **minimize** the average cost.

جـ) اوجد مستوى الإنتاج والذي يجعل التكلفة المتوسطة اقل ما يمكن

$\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{10e^{0.02x}}{x} = 10x^{-1}e^{0.02x}$

$\overline{C}'(x) = -10x^{-2}e^{0.02x} + 10x^{-1}(0.02e^{0.02x})$

$= \frac{-10}{x^2}e^{0.02x} + \frac{0.2}{x}e^{0.02x} = 0$

$e^{0.02}\left[\frac{-10}{x^2} + \frac{0.2}{x}\right] = 0 \Rightarrow \frac{-10 + 0.2x}{x^2} = 0$

$-10 + 0.2x = 0 \quad x \neq 0$

$x = 50$

التحقق بالرسم

+ + + | − − −

50 عظمى

Q3- Suppose that $f(p) = 200(30 - p)$ is the **demand.**

س (3) على فرض ان دالة الطلب هي $f(p) = 200(30 - p)$

a) Find the **elasticity of demand.**

أ) اوجد مرونة الطلب

$f(P) = 6000 - 200P \Longrightarrow f'(P) = -200$

$E = \frac{P}{f(P)} \cdot f'(P) \Longrightarrow E = \frac{P}{200(30-P)} \cdot -200$

$E = \frac{-P}{30-P}$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

b) Find the **range of prices** for which the **demand is elastic** $(E < -1)$

ب) اوجد مدى السعر الذي يكون عنده الطلب مرن $(E < -1)$

$E < -1$

$\frac{-P}{30-P} < -1 \Longrightarrow -P < -30 + P$

$-2P < -30$

$P > 15$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

c) Compare this to **the range of prices** for which **revenue** is a **decreasing function of** p..

جـ) قارن مدى السعر الذي قمت بإيجاده سابقا بالسعر الذي يجعل العائد يتناقص

$r = P f(P)$

$r = P(200(30-P)) = 6000P - 200P^2$

$r' = 6000 - 400P = 0$

$-400P = 6000$

$P = \frac{6000}{400} = 15$

+ + + | 15 | − − −

اي ان العائد يقل عندما يزيد السعر عن 15

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

Q4- If the concentration of a **chemical changes** according to the equation

$$x'(t) = 2x(t)[4 - x(t)]$$

س (4) إذا كان التركيز الكيميائي يتغير وفقا للمعادلة التالية

a) Find the **concentration** $x(t)$ for which the **reaction rate is maximum**

أ) اوجد التركيز الذي يحقق أكبر قيمة لسرعة التفاعل

$f(x) = x'(t)$

$f(x) = 2x[4-x] = 8x - 2x^2$

$f'(x) = 8 - 4x = 0$

$x = 2$

+ + + | − − −

2

Max

b) Find The **Limiting concentration.**

ب) اوجد حدود التركيز

$x'(t) = 2x[4-x] = 0$

$x = 0 \qquad x = 4$

+ + + | − − − −

0 4

the limiting of concentration is $x = 4$

عماد عودة

Q5- In the titration of a weak acid and strong base, the pH is given by $c + \ln\frac{x}{1-x}$, where f is the fraction $(0 < x < 1)$ of converted acid. What happens to the rate of change of pH as x approaches 1?

س (5) عند معايرة حمض ضعيف مع قاعدة قوية يحدد الرقم الهيدروجيني بـ

$$pH = c + \ln\frac{x}{1-x}$$

والذي في فيه الكسر ممثل بالدالة f $(0 < x < 1)$ ماذا يحدث لمعدل التغير في pH عندما تصل x الى 1

$$p = c + \ln\frac{x}{1-x}$$

$$p' = 0 + \frac{\frac{1(1-x)-x(-1)}{(1-x)^2}}{\frac{x}{1-x}}$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

$$p' = \frac{\frac{1-x+x}{(1-x)^2}}{\frac{x}{1-x}} = \frac{\frac{1}{(1-x)^2}}{\frac{x}{1-x}} = \frac{(1-x)}{x(1-x)^2}$$

$$p' = \frac{1}{x(1-x)}$$

عماد عودة

$$\lim_{x\to 1^-} p' = \lim_{x\to 1^-} \frac{1}{x(1-x)} \simeq \infty$$

Q6- Suppose that the charge in an electrical circuit is $Q(t)$ coulombs. Find the current

س (6) افرض ان الشحنة في دائرة كهربائية تعطى بالعلاقة $Q(t)$ اوجد التيار

$$Q(t) = e^{-2t}(\cos 3t - 2\sin 3t)$$

The current $= Q'(t)$

$$Q'(t) = -2e^{-2t}(\cos 3t - 2\sin 3t) + e^{-2t}(-3\sin 3t - 6\cos 3t)$$

عماد عودة عماد عودة عماد عودة

$$= e^{-2t}[-2\cos 3t + 4\sin 3t - 3\sin 3t - 6\cos 3t]$$

$$= e^{-2t}[-8\cos 3t + \sin 3t]$$

Q7- The mass of the first x meters of a thin rod is given by the function $m(x)$ on the indicated interval.
Find the linear mass density function for the rod. Briefly describe the composition of the rod.

س (7) إذا كانت كتلة ال x متر الأولى من قضيب معدني تعطى بالعلاقة $m(x)$ في الفترة المعطاة
اوجد الدالة الخطية لكثافة الكتلة للقضيب المعدني في كل مما يلي.
باختصار صف تركيب القضيب المعدني

a) $m(x) = 4x - sinx$ **grams for** $0 \le x \le 6$

$P(x) = m'(x) = 4 - \cos x$

$P(0) = 4 - \cos 0 = 3$

$P(6) = 4 \cos 6 = 3.04$

غير متجانس
عندما الكثافة ليست ثابتة

عماد عودة

b) $m(x) = 4x$ $\quad$ $grams\ for\ 0 \le x \le 2$

$P = m'(x) = 4$

$P(0) = 4$

$P(2) = 4$ $\Longrightarrow$

متجانس

عماد عودة

c) $m(x) = (x-1)^3 + 6x$ $\quad$ $grams\ for\ 0 \le x \le 2$

$P = m'(x) = 3(x-1)^2 + 6$

$P(0) = 3(0-1)^2 + 6 = 9$

$P(2) = 3(2-1)^2 + 6 = 9$

الكثافة ثابتة عندما $x = 1$ تكون 6
غير متجانس الكثافة ليست ثابتة

عماد عودة

d) $m(x) = 4x^2$ $\quad$ $grams\ for\ 0 \le x \le 2$

$P = m'(x) = 8x$

$P(0) = 8(0) = 0$

$P(2) = 8(2) = 16$

الكثافة تزداد كلما تحركنا من اليسار الى اليمين
غير متجانس

عماد عودة

Q8- Suppose that a **population grows** according to the logistic growth equation.

س (8) افرض ان النمو السكاني يعطى وفقا لمعادلة النمو اللوجيستي التالية

$$p'(t) = 2p(t)[7 - 2p(t)].$$

Find the **population** for which the **growth rate is a maximum.**

اوجد التعداد السكاني والتي يصل عندها معدل النمو السكاني القيمة العظمى

$P' = 2P[7-2P]$

$P' = 14P - 4P^2$

عماد عودة

$R = P'$ اعتبر

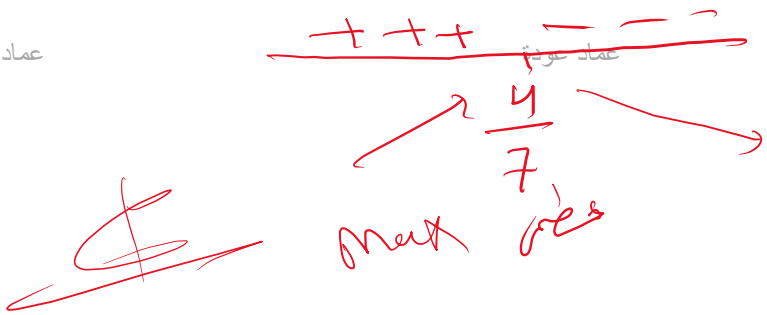
$R = 14P - 4P^2$

$R' = 14 - 8P = 0$

$P = \frac{8}{14}$

$P = \frac{4}{7}$

عماد عودة



BEST WISHES FOR ALL

اطيب التمنيات للجميع