الرياضيات

الصف الثاني عشر المتقدم

الفصل الدراسي الثاني

الأسئلة المقالية

إعداد : أ / أحمد جويلى
0567825743

Solve mathematical and real-life optimization problems حل مسائل رياضية وحياتية على القيم القصوى لإيجاد القيم المثلى	Page 296 (1-7) Page 297 (8,9)	⑯

[1] A three-sided fence is to be built next to a straight section of river, which forms fourth side of a rectangle region. The enclosed area is to equal 1800 ft^2. Find the minimum perimeter and the dimensions of the corresponding enclosure	[1] يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. المساحة المحاطة تساوي 1800 ft^2 جـد أصغر قيمة ممكنة للمحيط المناظر لهذه المساحة.

[2] A three-sided fence is to be built next to a straight section of river, which forms fourth side of a rectangle region. There is 96 feet of fencing available. Find the maximum enclose area and dimensions of the corresponding enclosure.	[2] يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. يتوفر 96 ft من السياج ، جـد القيمة العظمي للمساحة المحاطة بالسياج وأبعاد السياج المناظر لهذه المساحة.

[3] **A two-pen corral is to be built. The outline of the corral forms two identical adjoining rectangles. If there 120 ft of fencing available. What dimensions of the corral will maximize the enclosed area?**	**[3]** **يجب بناء إسطبل مكون من حظيرتين. يشكل مخطط الإسطبل مستطيلين متطابقين متجاورين. إذا كان هناك 120 ft من السياج متوفر ، فما هي الأبعاد التي سيضيفها الإسطبل إلي المساحة المحاطة بالسياج.**

[4] **A showroom for a department store is to be rectangular with walls on three sides , 6 ft door openings on the two facing sides and a 10 ft door opening on the remaining wall. The showroom is to have 800 ft^2 of floor space. What dimensions will minimize the length of wall used?**	**[4]** **يجب أن تكون صالة عرض بمتجر متعدد الأقسام مستطيلة بثلاثة جدران في ثلاثة جوانب وفتحات باب 6 ft في الجانبين المتقابلين وفتحة باب 10 ft في الجدار المتبقي ، يجب أن تكون مساحة أرضية صالة العرض 800 ft^2 ، ما هي الأبعاد التي ستكون أصغر طول للجدار المستخدم ؟**

[5] Show that the rectangle of maximum area for a given perimeter P is always a square	[5] بيِّن أن المستطيل ذي المساحة العظمي الذي محيطه قيمة ثابتة P يشكل مربعا دائما

[6] Show that the rectangle of minimum perimeter for a given area A is always a square	[6] بيِّن أن المستطيل ذي المحيط الأصغر ومساحته قيمة ثابتة A يشكل مربعا دائما

[7] A box with no top to be built by taking a 6 in by 10 in sheet of cardboard, cutting x in squares out of each of corner and folding up the sides. Find the value of x that maximize the volume of the box	[7] يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بواسطة لوح من الورق المقوي أبعاده 6 in – 10 in وذلك بقص مربعات قياس ضلعها x in من كل زاوية وطي الجوانب جــد قيمة x التي تحقق القيمة العظمي للصندوق

[8] A box with no top to be built by taking a 12 in by 16 in sheet of cardboard, cutting x in squares out of each of corner and folding up the sides. Find the value of x that maximize the volume of the box	[8] يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بواسطة لوح من الورق المقوي أبعاده 12 in – 16 in وذلك بقص مربعات قياس ضلعها x in من كل زاوية وطي الجوانب جــد قيمة x التي تحقق القيمة العظمي للصندوق

[9] (a)	**(a) [9]**
A box with no top to be built by taking a 6 in by 6 in piece of cardboard, cutting x in squares out of each of corner and folding up the sides. The four x in squares are then taped together to form a second box (with no top or bottom). Find the value of x that maximize the sum of volumes of the boxes	تم بناء صندوق مفتوح من الأعلى بأخذ قطعة من الورق المقوي مساحتها 6 in في 6 in وقص مربعات بحجم x in من كل زاوية وطي الجوانب. ثم تم لصق المربعات بمساحة x in^2 معا لتشكل صندوقا ثانيا (مفتوح من الأعلى والأسفل) جـد قيمة x التي تحقق القيمة العظمي لأحجام الصناديق

[9] (b)	**(b) [9]**
Repeat the problem stating with 4 in by 6 in piece of cardboard	كرر المسألة بدءا بقطعة من الورق المقوي مساحتها 4 in في 6 in

Solve mathematical and real-life problems on related rates حل مسائل رياضية وحياتية على المعدلات المرتبطة	Page 303 (1 – 13)	⑰

[1]	[1]
Oil spills out of a tanker at the rate of 120 gl / min. The oil spreads in a circle with a thickness of ¼ in Given that 1 ft^3 equals 7.5 gallons , determine the rate at which the radius of the spill is increasing when the radius reaches 100 ft and 200 ft	يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل 120 gl / min ينتشر النفط في دائرة بسمك ¼ in نظرا لان 1 ft^3 يساوي 7.5 جالون ، حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر إلي 100 ft و 200 ft . اشرح سبب تناقص المعدل بتزايد نصف القطر

[2]	[2]
Oil spills out of a tanker at the rate of 90 gl / min. The oil spreads in a circle with a thickness of ⅛ in determine the rate at which the radius of the spill is increasing when the radius reaches 100 ft	يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل 90 gl / min ينتشر النفط في دائرة بسمك ⅛ in حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر إلي 100 ft

[3]	[3]
Oil spills out of a tanker at the rate of g gallons per minute. The oil spreads in a circle with a thickness of ¼ in	يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل g gl / min ينتشر النفط في دائرة بسمك ¼ in
(a) Given that the radius of the spill is increasin at rate of 0.6 ft / min when the radius equals 100 ft , determine the value of g	**(a)** علي فرض أن نصف قطر التسرب يتزايد بمعدل 0.6 ft / min عندما يساوي نصف القطر 100 ft فحدد قيمة g

(b) If the thickness of the oil is doubled , how does the rate of increase of the radius changes?	**(b)** إذا تضاعف سمك النفط ، فكيف يتغير معدل تزايد نصف القطر

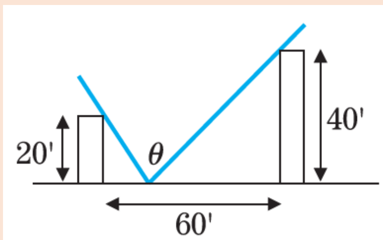
[4] Assume that the infected area of an injury is circle **(a)** If the radius of the infected area is 3 mm and growing at a rate of 1 mm / hr , at what rate is infected area increasing?	**[4]** علي فرض أن المنطقة المصابة بإصابة ما دائرية **(a)** فإذا كان نصف قطر المنطقة المصابة 3mm وتزداد بمعدل 1 mm / hr فما هو معدل تزايد المنطقة المصابة
(b) Find the rate of increase of the infected area when the radius reaches 6 mm. Explain in commonsense terms why this rate is larger than of part (a)	**(b)** جـد معدل تزايد المنطقة المصابة عند وصول نصف القطر إلي 6 mm اشرح بمنطق سليم سبب كون هذا المعدل أكبر من معدل الجزء (a)

[5]	[5]
Suspose that a raindrop evaporates in such a way that it maintains a spherical shape. Given that the volume of a sphere of radius r is V = $\frac{4}{3}\pi r^3$ and its surface area is A = $4\pi r^2$ if the radius changes in time , show that V `= Ar`. If the rate of evaporation (v `) is proportional to the surface area , show that the radius changes at a constant rate	علي فرض أن قطرة مطر تتبخر بطريقة تحافظ معها علي شكلها الكروي. علما أن حجم شكل كروي بنصف قطر r هو V = $\frac{4}{3}\pi r^3$ و أن مساحة سطحه هي A = $4\pi r^2$ فإذا تغير نصف القطر مع الزمن وأصبح الحجم V `= Ar` إذا كان معدل التبخر V ` يتناسب مع مساحة السطح ، بين أن نصف القطر يتغير بمعدل ثابت

[6]	[6]
Suppose a forest fire spreads in a circle with Radius changing at a rate of 5 ft / min. when the radius searches 200 feet , at what rate is the area of the burning region increasing?	علي فرض أن حريق غابات ينتشر في دائرة بنصف قطر يتغير بمعدل 5 ft / min عندما يصل نصف القطر إلي 200 ft فما هو معدل تزايد مساحة المنطقة المحترقة؟

[7] A 10 ft ladder leans against the side of a building. If the bottom of the ladder is pulled away from the wall at the rate of 3 ft / sec and the ladder remains in constant with the wall **(a)** Find the rate at which the top of the ladder is dropping when the bottom is 6 ft from the wall	**[7]** يرتكز سلم بطول 10 ft علي جانب المبني. فإذا تم سحب الجزء السفلي من السلم بعيدا عن الجدار بمعدل 3 ft / sec وبقي السلم ملامسا للجدار **(a)** جـد المعدل الذي يسقط به الجزء العلوي من السلم عندما يكون الجزء السفلي بعيدا بمقدار 6 ft عن الجدار

(b) Find the rate at which the angle between the ladder and the horizontal is changing when the bottom of the ladder is 6 ft from the wall	**(b)** جـد معدل تغير الزاوية بين السلم وسطح الأرض عندما يبعد أسفل السلم 6 ft من الجدار

[8] Two buildings of height 20 ft and 40 ft, respectively , are 60 ft apart. Suppose that the intensity of light at a point between the buildings is proportional to the angle θ **(a)** If a person is moving from right to left at 4 ft /s , at what rate is θ changing when the person is exactly halfway between the buildings  	**[8]** مبنيان ارتفاعهما 20 ft و 40 ft علي التوالي والمسافة بينهما 60 ft علي فرض أن شدة الضوء نقطة معينة بين المبنيين تتناسب طرديا مع الزاوية θ في الشكل **(a)** إذا تحرك شخص ما من اليمين إلي اليسار بمعدل 4 ft /s فما معدل تغير θ عندما يكون الشخص في منتصف المسافة بين المبنيين بالضبط

(b) Find the location at which the angle θ is maximum	**(b)** جـد الموقع الذي يكون قياس الزاوية θ أكبر ما يمكن

[9] A plane is located $x = 40$ mile (horizontally) away from an airport at an altitude of h mile. Radar at the airport detects that the distance $s(t)$ between the plane and airport is changing at the rate of $s`(t) = -240$ m/h  **(a)** If the plane flies toward the airport at the constant altitude $h = 4$ , what is the speed $\lvert x`(t) \rvert$ of the airplane?	[9] تقع طائرة علي بعد $x = 40$ mi أفقيا عن المطار وارتفاع h ميل ، يوجد رادار في المطار يكشف $s(t)$ المسافة بين الطائرة والمطار ويتغير بمعدل $s`(t) = -240$ m/h  **(a)** إذا حلقت الطائرة نحو المطار بارتفاع ثابت $h = 4$ فما السرعة $\lvert x`(t) \rvert$ للطائرة؟
(b) Repeat with a height of 6 mi. Based on your answers , how important is it to know the actual height of the airplane?	**(b)** كرر العملية بارتفاع 6 mi استنادا إلي إجاباتك. ما أهمية معرفة الارتفاع الفعلي للطائرة؟

[10]

A car is traveling at 50 m/h due south at a point ½ mi north of an intersection A police car is traveling at 40 m/h due west at a point ¼ mi east of the same intersection. At that instant, the radar in the police car measures the rate at which the distance between the two cars is changing

(a) If the police car is not moving. Does this make the radar gun`s measurement more accurate?

[10]

تسير سيارة بسرعة 50 m/h تجاه الجنوب من نقطة تبعد ½ mi شمال التقاطع وتسير سيارة شرطة بسرعة 40 m/h من نقطة تبعد ¼ mi شرق التقاطع نفسه في هذه اللحظة يقيس الرادار في سيارة الشرطة المعدل الذي تتغير به المسافة بين السيارتين

(a) إذا كانت سيارة الشرطة لا تتحرك ، هل هذا يجعل قياس الرادار أكثر دقة

(b) Show that the radar gun gives the correct speed if the police car is located at the origin

(b) بين أن الرادار يحدد السرعة الصحيحة إذا كانت سيارة الشرطة تقع في نقطة الأصل.

[11] Show that the radar gun of last example gives the correct speed if the police car is at $x = ½$ moving at a speed of $50(\sqrt{2}-1)\ m/h$	[11] بين أن الرادار في المثال السابق يحدد السرعة الصحيح $x = ½$ إذا كانت سيارة الشرطة تتحرك بسرعة $50(\sqrt{2}-1)\ m/h$

[12] Find a position and speed for which the radar gun of last example has a slower reading than the actual speed	[12] جـد موقع وسرعة الرادار في المثال السابق عندما تكون قراءته أبطأ من السرعة الفعلية

[13]

For a small company spending AED x per year in advertising suppose that annual sales in thousand of dollars equals $s = 60 - 40e^{-0.05x}$
The three most recent yearly advertising figures are given in the table

Year	0	1	2
Adver	16,000	18,000	20,000

Estimate the value of $x`(2)$ and the current (year 2) rate of change of sales

[13]

تنفق شركة صغيرة الالاف سنويا علي الإعلانات علي فرض أن مبيعاتها السنوية AED x بألاف من الدراهم تساوي $s = 60 - 40e^{-0.05x}$
تتضح أعداد إعلاناتها السنوية في الثلاث سنوات الأخيرة في الجدول الموضح

قدر قيمة $x`(2)$ ومعدل تغير المبيعات في العام الحالي (عامين)

Solve mathematical and real-life problems on related rates	Page 312 Example 9.8	⑱
حل مسائل اقتصادية وعلمية على القيم القصوى	Page 314 and 315 (37 , 38)	

Example 9.8 Suppose that a population grows according to the equation $p`(t) = 2p(t)[1 - p(t)]$ (the logistic equation with r = 2) Find the equation for which the growth rate is a maximum. Interpret this point graphically	علي فرض أن النمو السكاني يعطي بالمعادلة $p`(t) = 2p(t)[1 - p(t)]$ (المعادلة اللوجستية باستخدام r = 2) جـد التعداد السكاني الذي يكون فيه معدل النمو هو القيمة العظمي فسر هذه النقطة بيانيا

[37] Suppose that a population grows according to the equation $p`(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$ Find the population at which the population growth rate is a maximum	علي فرض أن النمو السكاني وفقا للمعادلة اللوجستية هو $p`(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$ جـد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل النمو إلي القيمة العظمي

[38] **Suppose that a population grows according to the equation $p`(t) = 2p(t)[7 - 2p(t)]$** **Find the population at which the population growth rate is a maximum**	**علي فرض أن النمو السكاني وفقا للمعادلة اللوجستية هو $p`(t) = 2p(t)[7 - 2p(t)]$ جـد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل النمو إلي القيمة العظمي**

Compute the area under a curve using summations and limits	Page 341 Example 3.2	⑲
إيجاد المساحة تحت المنحني لدالة باستخدام المجاميع والنهايات	Page 344 (11 – 14)	

Example [3.2]

Find the area under the curve $y = f(x) = 2x - 2x^2$ on the interval [0 , 1]

جـد المساحة تحت المنحني $y = f(x) = 2x - 2x^2$ علي الفترة [0, 1]

Use Riemann sums and a limit to compute the exact area under the curve

استخدم مجموع ريمان ونهاية لإيجاد قيمة المساحة الدقيقة تحت المنحني

⑪ $y = x^2 + 1$

$[0\,,1]$	$[0\,,2]$	$[1\,,3]$
ⓐ $\frac{4}{3}$ ⓑ $\frac{14}{3}$ ⓒ $\frac{5}{3}$ ⓓ $\frac{32}{3}$	ⓐ $\frac{4}{3}$ ⓑ $\frac{14}{3}$ ⓒ $\frac{5}{3}$ ⓓ $\frac{32}{3}$	ⓐ $\frac{4}{3}$ ⓑ $\frac{14}{3}$ ⓒ $\frac{5}{3}$ ⓓ $\frac{32}{3}$

⑫	$y = x^2 + 3x$	
$[0, 1]$	$[0, 2]$	$[1, 3]$
ⓐ $\frac{11}{6}$ ⓑ $\frac{62}{3}$ ⓒ $\frac{26}{3}$ ⓓ $\frac{17}{3}$	ⓐ $\frac{4}{3}$ ⓑ $\frac{62}{3}$ ⓒ $\frac{26}{3}$ ⓓ $\frac{17}{3}$	ⓐ $\frac{4}{3}$ ⓑ $\frac{62}{3}$ ⓒ $\frac{26}{3}$ ⓓ $\frac{17}{3}$

⑬	$y = 2x^2 + 1$	
$[0, 1]$	$[-1, 1]$	$[1, 3]$
ⓐ $\frac{10}{3}$ ⓑ $\frac{5}{3}$ ⓒ $\frac{26}{3}$ ⓓ $\frac{58}{3}$	ⓐ $\frac{10}{3}$ ⓑ $\frac{5}{3}$ ⓒ $\frac{26}{3}$ ⓓ $\frac{58}{3}$	ⓐ $\frac{4}{3}$ ⓑ $\frac{5}{3}$ ⓒ $\frac{26}{3}$ ⓓ $\frac{58}{3}$

⑭	$y = 4x^2 - x$	
$[0, 1]$	$[-1, 1]$	$[1, 3]$
ⓐ $\frac{8}{3}$ ⓑ $\frac{5}{3}$ ⓒ $\frac{5}{6}$ ⓓ $\frac{92}{3}$	ⓐ $\frac{8}{3}$ ⓑ $\frac{8}{3}$ ⓒ $\frac{5}{6}$ ⓓ $\frac{92}{3}$	ⓐ $\frac{8}{3}$ ⓑ $\frac{8}{3}$ ⓒ $\frac{5}{6}$ ⓓ $\frac{92}{3}$

Learn the Fundamental Theorem of Calculus (Part II) and use it to compute derivatives of functions defined as definite integrals التعرف على النظرية الأساسية الثانية للتفاضل والتكامل وتطبيقها على دوال معرفة كتكاملات محدودة لإيجاد مشتقاتها	Page 366 (25– 32)	20

Find the derivative of $f`(x)$	حدد

25

$$f(x)=\int_{0}^{x}(t^2-3t+2)dt$$

$$f`(x)=x^2-3x+2$$

26

$$f(x)=\int_{2}^{x}(t^2-3t-4)dt$$

$$f`(x)=x^2-3x-4$$

27

$$f(x)=\int_{0}^{x^2}\left(e^{-t^2}+1\right)dt$$

$$f`(x)=2x(e^{-x^4}+1)$$

28

$$f(x)=\int_{x}^{2}sec\ t\ dt$$

$$f`(x)=-sec\ x$$

29

$$f(x)=\int_{e^x}^{2-x}sin\ t^2\ dt$$

$$f`(x)=-e^x sin\ e^{2x}-sin(2-x)^2$$

㉚

$$f(x)=\int_{2-x}^{xe^x} e^{2t}\,dt$$

$f`(x) = e^{4-2x} + e^{2xe^x}(xe^x + e^x)$

㉛

$$f(x)=\int_{x^2}^{x^3} \sin(3t)\,dt$$

$f`(x) = -2x\sin(2x^2) + 3x^2 \sin 2x^3$

㉜

$$f(x)=\int_{3x}^{\sin x} (t^2+4)\,dt$$

$-27x^2 - 12 + \sin^2 x \cos x + 4\cos x$

With my best wishes

Mr. Ahmed Giwily

056 7825743