٥ - ٣ الكشف عن متوازي الأضلاع

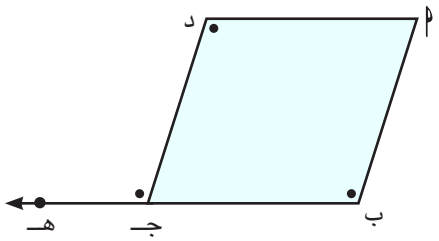
الحالة الأولى (من التعريف)

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كلّ ضلعَين متقابلَين متوازيان .

دورك الآن

في الشكل المقابِل أ ب جـ د شكل رباعي فيه

ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{د}$) = ق (د $\hat{جـ}$ هـ)



أكمِل ما يلي :

∵ ق ($\hat{ب}$) = ... (وهما في وضع تناظر)

∴ ..... // $\overline{د جـ}$ (١)

∵ ق ($\hat{د}$) = ... (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{أ د}$ // ..... (٢)

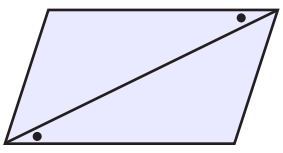
من (١) ، (٢) ينتج أنّ الشكل الرباعي أ ب جـ د هو.....

لأنّ فيه .....

دورك الآن (٢)

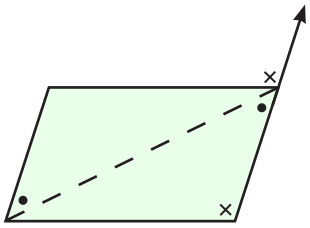
حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي بحسب البيانات المدوَّنة عليه متوازي أضلاع أم لا .

(أ)



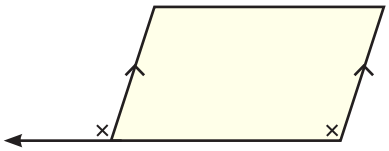
.....

(ب)



.....

(ج)



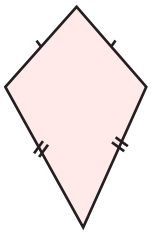
.....

الحالة الثانية

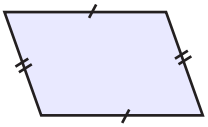
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كلّ ضلعَين متقابلَين متطابقان .

دورك الآن (٣)

حدِّد ما إذا كان الشكل الرباعي بحسب البيانات المدوَّنة عليه متوازي أضلاع أم لا .

(أ) 

.....

(ب) 

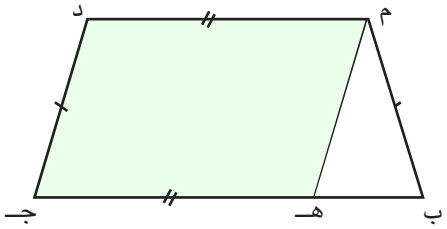
.....

(ج) 

.....

دورك الآن (٤)

حسب البيانات المدوَّنة ، برهِن أنّ الشكل الرباعي م هـ جـ د متوازي أضلاع .



البرهان :

∵ م د = هـ جـ (١) معطى

في Δ م ب هـ : ق (م $\overset{\wedge}{ب}$ هـ) = ق (م $\overset{\wedge}{هـ}$ ب) معطى

∴ م ب = ... السبب : .....

∵ م ب = ... معطى

∴ م هـ = ... (٢) من خواصّ المساواة

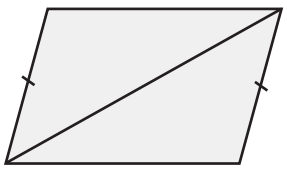
من (١) ، (٢) م هـ جـ د هو ..... لأنّ .....

الحالة الثالثة

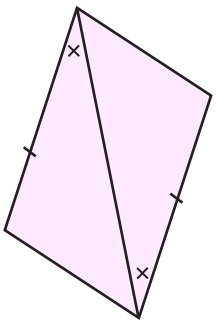
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه ضلعان متقابلان متطابقَين ومتوازيَين .

دورك الآن (٥)

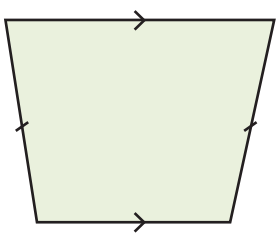
حدِّد ما إذا كان الشكل الرباعي بحسب البيانات المدوَّنة عليه متوازي أضلاع أم لا .

(أ) 

.....

(ب) 

.....

(ج) 

.....

الحالة الرابعة

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كلّ زاويتَين متقابلتَين متطابقتان .

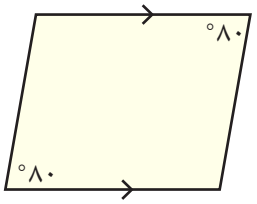
ملاحظة :

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كلّ زاويتَين متتاليتَين متكاملتان .

دورك الآن (٦)

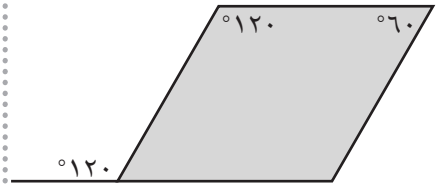
حدِّد ما إذا كان الشكل الرباعي بحسب البيانات المدوَّنة عليه متوازي أضلاع أم لا .

(أ)



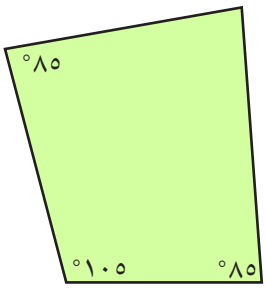
.....

(ب)



.....

(ج)



.....

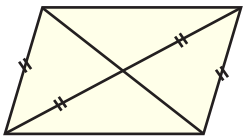
الحالة الخامسة

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه القطران ينصّف كلّ منهما الآخر .

دورك الآن (٧)

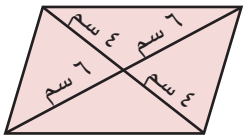
حدِّد ما إذا كان الشكل الرباعي بحسب البيانات المدوّنة عليه متوازي أضلاع أم لا .

(أ)



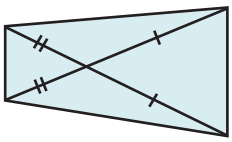
.....

(ب)



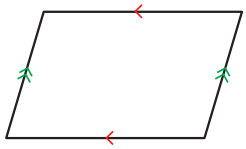
.....

(ج)

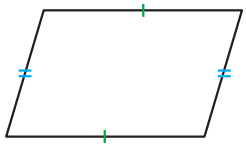


.....

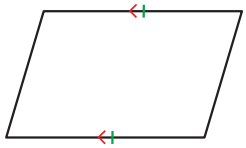
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا توفّر أحد الشروط التالية :



١ كلّ ضلعَين متقابلَين متوازيان (من التعريف) .



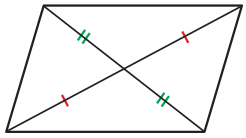
٢ كلّ ضلعَين متقابلَين متطابقان .



٣ فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان .



٤ كلّ زاويتَين متقابلتَين متطابقتان .

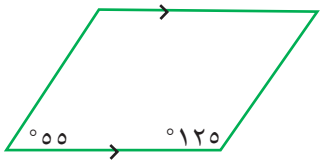


٥ القطران ينصّف كلّ منهما الآخر .

دورك الآن (٨)

ضَع علامة (✓) أسفل الشكل الذي يمثّل متوازي أضلاع مع ذكر السبب لكلّ ممّا يلي :

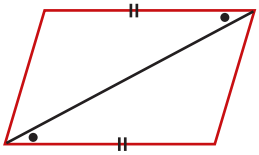
أ



☐

.....

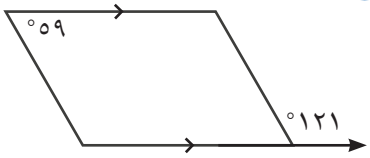
ب



☐

.....

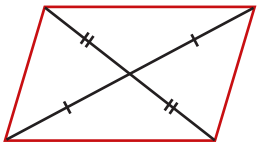
ج



☐

.....

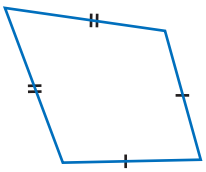
د



☐

.....

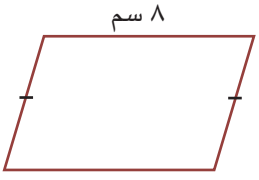
هـ



☐

.....

و



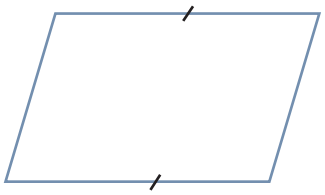
☐

.....

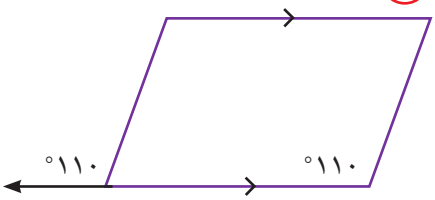
تمارين ذاتية :

١ أمامك أشكال رباعية ، حدِّد أيًّا منها يمثّل متوازي أضلاع مع ذكر السبب :

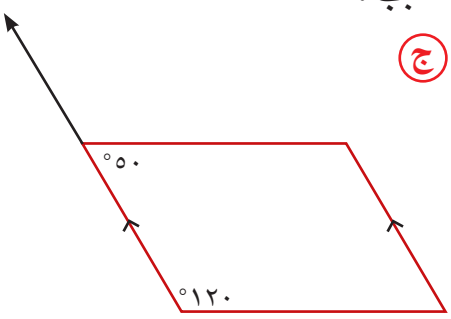
(أ)



(ب)



(ج)



.....

.....

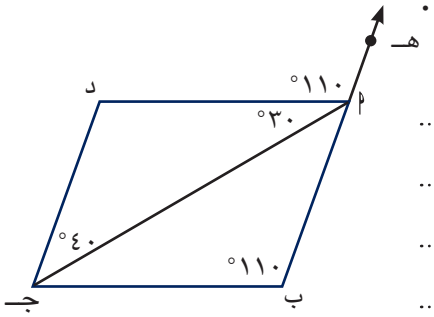
.....

.....

.....

.....

٢ من البيانات على الشكل المقابِل ، أثبِت أنّ ا ب جـ د متوازي أضلاع .



.....

.....

.....

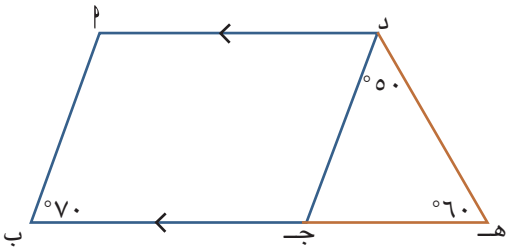
.....

.....

.....

.....

٣ من البيانات على الشكل المقابِل ،
أثبِت أنّ ا ب جـ د متوازي أضلاع .



.....

.....

.....

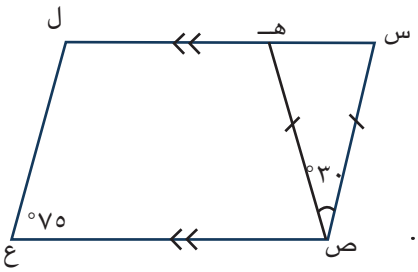
.....

.....

.....

.....

٤ في الشكل المقابِل س ل // ص ع ، ص س = ص هـ ،
ق (ع) = ٧٥° ، ق (س ص هـ) = ٣٠° ،
برهِن أنّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

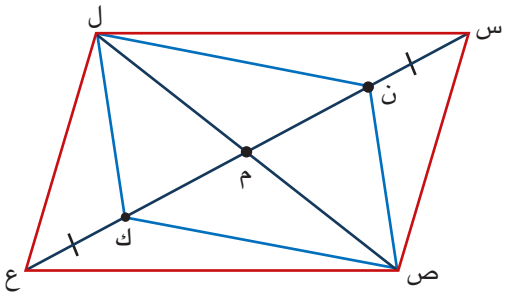
.....

.....

.....

.....

٥ إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطرَيه في م ،
س ن = ع ك ،
فأثبِت أنّ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

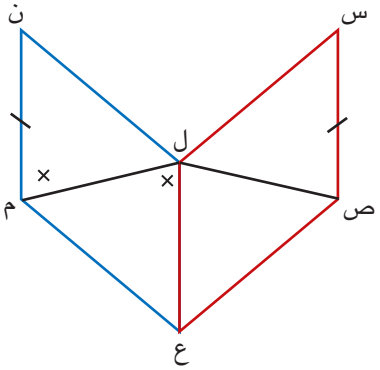
.....

.....

٦ في الشكل المقابِل س ص ع ل متوازي أضلاع ،

س ص = ن م ، ق (ن م̂ ل) = ق (م ل̂ ع)

أثبِت أنّ ل ع م ن متوازي أضلاع .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٦ - ١ قوانين الأسس

أ مكرَّرة ن مرة

$أ^{ن} = \overbrace{أ \times أ \times أ \times \ldots \times أ}$ حيث أ عدد نسبي غير صفري ، ن $\in$ صـ$_{+}$

ويُقرأ « أ أُسّ ن » أو القوّة النونية للعدد أ .

دورك الآن (١)

أكمِل الجدول التالي :

الصورة الأسّية	الأساس	الأسّ	صورة الضرب المتكرّر	الناتج
$٣^{٢}$	٣			
$٢^{٥}$		٥		
$(-٣)^{٢}$			$(-٣) \times (-٣)$	
$(-٥)^{٣}$				-١٢٥
$(\frac{١}{٢})^{٤}$				
$(\frac{-٣}{٥})^{٢}$				

- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا والأسّ عددًا زوجيًّا ، يكون الناتج عددًا موجَبًا .
- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا والأسّ عددًا فرديًّا ، يكون الناتج عددًا سالبًا .

لكلّ أ عدد نسبي غير صفري ، م ، ن عددان صحيحان ، يكون :

١) $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

٢) $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$

لكلّ أ عدد نسبي غير صفري ، م ، ن ، ك ، ... أعداد صحيحة ، يكون : $أ^{م} \times أ^{ن} \times أ^{ك} \times \ldots = أ^{م+ن+ك+\ldots}$

دورك الآن (٢)

بسِّط كلًّا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد ≠ صفرًا)

أ) $٥^{٣} \times ٥^{٤} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

ب) $س^{٤} \times س^{٩} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

ج) $ع^{٢} \times ع \times ع^{٥} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

د) $(\frac{١}{٢})^{٢} \times (\frac{١}{٢})^{٤} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

هـ) $\frac{٣^{٦}}{٣^{٢}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

و) $\frac{ص^{٥}}{ص^{٤}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

ز) $\frac{ك^{٧}}{ك^{-٢}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

لكلّ أ عدد نسبي غير صفري ، م عدد صحيح ، يكون :

١ $أ^{صفر} = ١$

٢ $أ^{-م} = \frac{١}{أ^{م}}$

دورك الآن (٣)

بسِّط كلًّا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس (المقام أينما وُجد ≠ صفرًا) .

أ $٤^{-٢} =$ .....

ب $٥^{-٣} \times ٥^{٣} =$ .....

ج $٣^{-٢} \times ٣ =$ .....

د $\frac{هـ^{-٩}}{هـ^{-٢}} =$ .....

لكلّ أ ، ب عددان نسبيان غير صفريَّين ، م عدد صحيح ،
يكون : $(أ \times ب)^{م} = أ^{م} \times ب^{م}$

لكلّ أ ، ب عددان نسبيان غير صفريَّين ، م عدد صحيح ، يكون : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-م} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{م}$

دورك الآن (٤)

بسِّط كلًّا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد ≠ صفرًا)

أ $(٣ ب)^{٤} =$ .....

ب $(٣ ع ص)^{٢} =$ .....

ج $\frac{(٢ \times ص)^{٥}}{ص^{-٣}} =$ .....

د $\left(\frac{٥}{ك}\right)^{٢} =$ .....

هـ $\frac{٣^{٤}}{٩^{٤}} =$ .....

و $\frac{(٢ ص^{٤})^{٢}}{(٨ ص)^{٢}} =$ .....

لكلّ أ ، ب عددان نسبيان غير صفريَّين ، م ، ن عددان صحيحان ، يكون : $(أ^{م})^{ن} = أ^{م ن}$

دورك الآن (٥)

بسِّط كلًّا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وجد ≠ صفر)

أ) $(ل^{٢})^{٥} = \ldots\ldots$

ب) $(٦^{-٢})^{-١} = \ldots\ldots$

ج) $(٣^{٢})^{-٥} = \ldots\ldots$

د) $(ك^{٣} ص^{٢})^{٥} = \ldots\ldots$

هـ) $٦^{١٢} \times (٦^{-٣})^{٤} = \ldots\ldots$

و) $\frac{(٣ س^{-٣})^{-٢}}{٦^{-٢} س^{-٢}} = \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$

تَمارينٌ ذاتيَّةٌ :

١ أوجِد ناتج ما يلي :

أ) $\frac{٨^{٣}}{٢^{٣}} = \ldots\ldots$

ب) $٣^{-٣} = \ldots\ldots$

ج) $(\frac{٤}{٧})^{٥} \times (\frac{٤}{١٤})^{-٥} = \ldots\ldots$

د) $(\frac{١٢}{٢٣})^{٠} = \ldots\ldots$

هـ) $٦ - (١,٢ - ٠,٢)^{٥} = \ldots\ldots$

٢ بسِّط كلًّا ممّا يلي باستخدام قوانين الأسس . (المقام أينما وُجد ≠ صفرًا)

أ) $ص \times ص^{٥} = \ldots\ldots$

ب) $(٤^{٢})^{٣} \times ٤ = \ldots\ldots$

ج) $(-٣)^{٣} \times (-٣)^{٥} = \ldots\ldots$

د) $س^{١١} \times س^{٩} = \ldots\ldots$

هـ) $ص^{٢} \times ص \times ص^{٣} = \ldots\ldots$

و (ك^{٢} هـ$^{-٣}$) × (ك$^{-٧}$ هـ$^{-٤}$) = ...

ز (أ$^{-٢}$ ب) × (أ^{٣} ب^{٣}) × (أ^{٢} ب) = ...

ح (س^{٣} ص)$^{-٢}$ × (س^{٢})^{٥} = ...

ط (ك^{٥})^{٢} × ك و = ...

ي (-٣ س)^{٢} = ...

ك $\frac{\text{ب}^{٢}\text{جـ}}{\text{ب جـ}^{٣}}$ = ...

ل $\frac{-٨\text{س}^{٢}\text{ص}^{٢}}{٤\text{س}^{٣}\text{ص}}$ = ...

٣ يُنتج مصنع للحلوى ما يقارب ٦ × ١٠^{٤} قطعة من الحلوى يوميًّا . يريد صاحب المصنع أن يوزّعها بالتساوي على ١,٥ × ١٠^{٣} صندوقًا صغيرًا . أوجِد عدد قطع الحلوى في كلّ صندوق .



.....

.....

.....

٦ - ٣ جمع كثيرات الحدود وطرحها

جمع كثيرات الحدود

لجمع كثيرات الحدود نقوم بجمع الحدود الجبرية المتشابهة معًا .

دورك الآن (١)

اِجمع الحدوديات الآتية :

٢ س^{٣} + ٥ س - ٢ ، - ٣ س^{٣} + ١٠ - ٢ س

الحلّ :

٢ س^{٣} + ٥ س - ٢

+ - ٣ س^{٣} - ٢ س + ١٠

.....

طرح كثيرات الحدود

دورك الآن (٣)

أُكتب المعكوس الجمعي لكلّ من كثيرات الحدود الآتية :

	كثيرة الحدود	المعكوس الجمعي
١	٣ س	
٢	٢ س^{٥} - ٤	
٣	٤ س^{٢} - ٧ س - ٣	- (٤ س^{٢} - ٧ س - ٣) = - ٤ س^{٢} + ٧ س + ٣
٤	- ٩ + ١١ س^{٥} - ٨ س^{٣}	

دورك الآن (٤)

من (٤ س - ٨ + س^{٤} - ٤ س^{٢}) اِطرح (٦ س + ٧ س^{٤} + ٤ س^{٢} + ٥)

الحلّ :

س^{٤} - ٤ س^{٢} + ٤ س - ٨ - (.....)

.....

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :

١ اِجمع كلًّا من كثيرات الحدود الآتية :

(أ) $٥ س^{٣} + ٣ س^{٤} + ٤ س^{٢}$ ، $- س^{٤} + ٤ س^{٣} + ٤$

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) $- س^{٣} + ٢ س^{٢} - ٤$ ، $٥ س^{٢} - ٨ س^{٣} - ٣$ ، $س^{٢} + ٩$

.....

.....

.....

.....

.....

(ج) $٣ س - ٢ س^{٤} + \frac{١}{٢} س^{٥}$ ، $٢ س^{٤} + ٧ س^{٣} - س^{٢}$ ، $٤ س^{٢} - \frac{١}{٦}$

.....

.....

.....

.....

.....

٢ أُكتب المعكوس الجمعي لكلّ من كثيرات الحدود الآتية :

كثيرة الحدود	المعكوس الجمعي
$\frac{١}{٤} س^{٥} - ٢ س^{٣} - ٣$	$- ($ ..... $) =$ .....
$- ٠,٢ س^{٤} - س^{٢} + \frac{٢}{٣}$	$- ($ ..... $) =$ .....
$- س^{٢} - ٥ س + ٢$	$- ($ ..... $) =$ .....
$٨ + ٣ س^{٢} - ٦ س + س^{٣}$	$- ($ ..... $) =$ .....

٣ أوجِد ناتج ما يلي :

(أ) ٢ س^{٢} – ٢ س + ٧ – (٢ س – س^{٢} + ١)

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) ٦ س^{٣} – ٢ س^{٢} + ٤ – (٨ س^{٣} – ٤ س^{٢} – ٢٠)

.....

.....

.....

.....

.....

٤ اِطرح (٥ س^{٢} + ٦ س^{٤} – ١) من (٤ س^{٤} – ١٤ س^{٢} + س)

.....

.....

.....

.....

٥ من (٢ س – ٩ + س^{٣} – ٤ س^{٢}) اِطرح (٥ س + ٨ س^{٣} + ٤ س^{٢} + ١)

.....

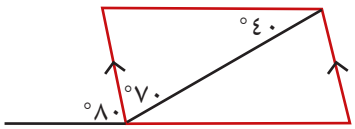
.....

.....

.....

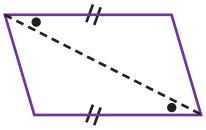
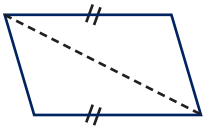
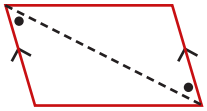
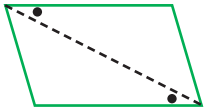
ثانِيا : البنود الموضوعِية

في البنودِ (١- ٤) ظلل [أ] إذا كانتِ العِبارة صحيحة ، وظلل [ب] إذا كانتِ العِبارة غير صحيحةٍ :

١ ناتج $\left(\frac{٣ س^{٤}}{٦ س^{٤}}\right)^{٠} = ١$ ، حيث س $\neq ٠$	أ	ب
٢ الشكل الرباعي المرسوم يمثّل متوازي أضلاع . 	أ	ب
٣ ناتج جمع ٦ ص^{٣} ، ٢ ص^{٤} هو ٨ ص^{٧}	أ	ب
٤ ناتج طرح ٥ س^{٢} من س^{٢} هو ٤ س^{٢}	أ	ب

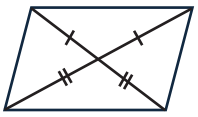
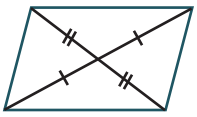
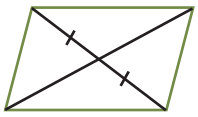
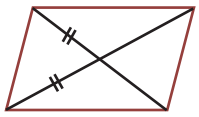
في البنود (٥- ١٤) لكل بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلل الإجابة الصحيحة :

٥ الشكل الذي يمثّل متوازي أضلاع فيما يلي هو :

أ 
ب 
ج 
د 

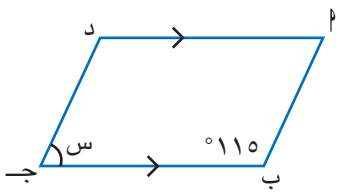
.....

٦ الشكل الذي يمثّل متوازي أضلاع فيما يلي هو :

أ 
ب 
ج 
د 

.....

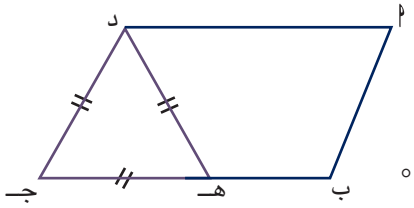
٧ في الشكل المقابِل قيمة س التي تجعل الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع هي :



أ ١١٥° ب ٥٥° ج ٧٥° د ٦٥°

.....

٨ في الشكل المقابِل أ ب جـ د متوازي أضلاع حيث د جـ = جـ هـ = د هـ ، فإنّ ق ($\hat{ب}$) يساوي :



أ ١٠٠° ب ٦٠° ج ١٢٠° د ١٣٠°

٩ في الشكل المقابِل ، قيمة س ، ص على الترتيب التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع هي :



أ ٦٠° ، ٨ ب ٦٠° ، ٤

ج ١٢٠° ، ٤ د ١٢٠° ، ٨

١٠ يوضّح الجدول التالي نمطًا للمبلغ الذي تتصدّق به غلا كلّ يوم من أيّام الأسبوع حيث مبلغ كلّ يوم هو ضعف مبلغ اليوم السابق له ، فإنّ مقدار ما تتصدّق به غلا يوم الجمعة هو :

اليوم	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت
المبلغ فئة مئة فلس							

أ $٢^{٤} \times ١٠٠$ فلس ب $٢^{٦} \times ١٠٠$ فلس

ج $٢^{٥} \times ١٠٠$ فلس د $٢^{٧} \times ١٠٠$ فلس

١١ المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود $٤ص^{٤} - ٢ص^{٢} + ٥$ هو :

أ $٤ص^{٤} + ٢ص^{٢} + ٥$ ب $-٤ص^{٤} - ٢ص^{٢} - ٥$

ج $-٤ص^{٤} + ٢ص^{٢} - ٥$ د $٤ص^{٤} - ٢ص^{٢} + ٥$

١٢ ناتج جمع $٣س^{٤} + ٤س^{٣} - ٣س + ٢$ ، $٢س^{٢} + س^{٣} - ٤س - ١$ يساوي :

أ $٥س^{٣} + ٤س^{٢} - س + ٢$ ب $٣س^{٤} + ٥س^{٣} - ٧س + ١$

ج $٣س^{٤} + ٣س^{٣} - ٧س + ١$ د $٣س^{٤} + ٥س^{٣} + ٢س^{٢} - ٧س + ١$

١٣ ناتج طرح (٣ س - ٤ ص) من (٣ س + ٤ ص) :

أ ٦ س - ٨ ص ب ٦ س + ٨ ص ج ٨ ص د ٦ س

١٤ ناتج جمع $٣س^{٢} - ٥س + ١$ ، $٥س^{٢} - ٣س$ يساوي :

أ $٨س^{٢} - ٨س + ١$ ب $٦س^{٢} - ١٠س + ١$

ج $٨س^{٢} - ٨س$ د ١