مدرستي معكم
خطوة بخطوة
للنجاح والتفوق

مدرستي
الكويتية

حمل التطبيق

مدرستي
الكويتية

اضغط هنا

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول ـ أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد: $\int_{-1}^{1}\left(x^2+2x-3\right)^2(x+1)\,dx$ (9 درجات)

الحل :

الحل	الدرجة
$u = x^2 + 2x - 3$	1
$du = (2x+2)dx \Rightarrow \frac{1}{2}du = (x+1)dx$	1
عندما $x = -1$ فإن $u = -4$	1
عندما $x = 1$ فإن $u = 0$	1
$\int_{-1}^{1}(x^2+2x-3)^2(x+1)\,dx = \frac{1}{2}\int_{-4}^{0}u^2\,du$	2
$= \frac{1}{2}\left[\frac{u^3}{3}\right]_{-4}^{0}$	1
$= \frac{1}{2}\left[0+\frac{64}{3}\right]$	2
$= \frac{32}{3}$	

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x,y)$ **(6 درجات)**

يساوي $3x^2 - 4x + 1$ ويمر بالنقطة $A(1,2)$

الحل :

$\frac{1}{2}$	$\because f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$
$\frac{1}{2}$	$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1)\ dx$
1	$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + x + C$
1	$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$
	لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $A(1,2)$ في المعادلة السابقة فنحصل
1	$2 = (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C$
$\frac{1}{2}$	$2 = 1 - 2 + 1 + C$
$\frac{1}{2}$	$C = 2$
1	معادلة المنحنى f المطلوب هي : $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$

السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) أوجد: $\int csc^5x \ cotx \ dx$ (1) **(6 درجات)**

الحل :

1 $u = \csc x$

1 $du = -\csc x \, cotx \, dx \ \rightarrow \ -du = \csc x \, cotx \ dx$

1 $\int csc^5x \ cotx \ dx = \int csc^4x \cdot \csc x \, cotx \ dx =$

1 $= -\int u^4 \cdot du$

1 $= \dfrac{-u^5}{5} + C$

1 $= \dfrac{-csc^5x}{5} + C$

$\int \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx$ (2) **(4 درجات)**

الحل :

1 $\int \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx = \int \dfrac{(x-3)(x-1)}{(x-1)} \, dx$

1 $= \int (x - 3) \ dx$

2 $= \dfrac{x^2}{2} - 3x + C$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : **(5 درجات)**

$f(x) = x^2 - 3x$ **و محور السينات**

الحل :

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع

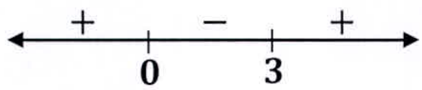
$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$\frac{1}{2}$ $$x(x-3) = 0$$

$\frac{1}{2}$ $x = 0$ أو $x = 3$

نبحث إشارة $f(x)$ في $[0,3]$

$\frac{1}{2}$ 

$\frac{1}{2}$ $\because f(x) \le 0 \quad \forall x \in [0,3]$

$$A = -\int_0^3 f(x)\,dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\int_0^3 (x^2 - 3x)\,dx$$

1 $$= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2\right]_0^3$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\left[\left(9 - \frac{27}{2}\right) - (0)\right]$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\left(-\frac{9}{2}\right)$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{9}{2} \quad \textit{units square}$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}$ (9 درجات)

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2) $\int f(x)dx$

الحل:

	$(1)\ x^2-2x-15 = (x+3)(x-5)$	1
	$\dfrac{5x-1}{x^2-2x-15} = \dfrac{A}{x+3} + \dfrac{B}{x-5}$	$\frac{1}{2}$
	$5x-1 = A(x-5)+B(x+3)$	1
نعوض عن x بـ (5)	$5(5)-1 = A(5-5)+B(5+3)$	$\frac{1}{2}$
	$\therefore B = 3$	$\frac{1}{2}$
	$5x-1 = A(x-5)+B(x+3)$	
نعوض عن x بـ (3)	$5(-3)-1 = A(-3-5)+B(-3+3)$	$\frac{1}{2}$
	$\therefore A = 2$	$\frac{1}{2}$
	$\dfrac{5x-1}{x^2-2x-15} = \dfrac{2}{x+3} + \dfrac{3}{x-5}$	$\frac{1}{2}$
	$(2)\ \int f(x)dx = \int \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}\,dx$	
	$= \int \left(\dfrac{2}{x+3} + \dfrac{3}{x-5}\right) dx$	1
	$= \int \dfrac{2}{x+3}\,dx + \int \dfrac{3}{x-5}\,dx$	$\frac{1}{2}$
	$= 2\int \dfrac{1}{x+3}\,dx + 3\int \dfrac{1}{x-5}\,dx$	1
	$= 2\ln\lvert x+3\rvert + 3\ln\lvert x-5\rvert + C$	$1\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه : $F_1(0,-3),\ F_2(0,3)$ (6 درجات)
وطول محوره الأصغر 4

الحل :

تقع البؤرتان على محور الصادات فتكون المعادلة على الصورة

الحل	الدرجة
$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$	$\frac{1}{2}$
$\because$ البؤرتان $F_1(0,-3)\,,F_2(0,3)$	
$\therefore c=3$	1
$\because$ طول محوره الأصغر 4	
$\therefore 2b=4 \Rightarrow b=2$	1
$\therefore b^2=4$	$\frac{1}{2}$
$c^2=a^2-b^2$	1
$9=a^2-4$	$\frac{1}{2}$
$a^2=13$	$\frac{1}{2}$
معادلة القطع الناقص هي :	
$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{13}=1$	1

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد : $\int x \ln x \, dx$

(8 درجات)

الحل :

$1\frac{1}{2}$ — $u = \ln x \qquad dv = x\,dx$

$1\frac{1}{2}$ — $du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{x^2}{2}$

$\frac{1}{2}$ — $\int u\,dv = u\,v - \int v\,du$

2 — $\int x \ln x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x}dx$

1 — $= \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}\int x\,dx$

$1\frac{1}{2}$ — $= \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن: $9y^2 - 25x^2 = 225$ معادلة قطع زائد ، **(7 درجات)**

فأوجد:

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلة كل من الخطين المقاربين

الحل :

(1)

$$9y^2 - 25x^2 = 225$$

$$\frac{9y^2}{225} - \frac{25x^2}{225} = \frac{225}{225}$$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1$$ — 1

المعادلة على الصورة : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ — $\frac{1}{2}$

المحور القاطع على محور الصادات :

$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$ — $\frac{1}{2}$

$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$ — $\frac{1}{2}$

رأسا القطع الزائد هما : $A_1(0, -5)\ , A_2(0, 5)$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

(2)

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 25 + 9 = 34$ — $\frac{1}{2}$

$c = \sqrt{34}$ — $\frac{1}{2}$

البؤرتان : $F_1\left(0, -\sqrt{34}\right)\ , F_2\left(0, \sqrt{34}\right)$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

(3) معادلة الخطين المقاربين : $y = \pm \frac{a}{b}\, x$ — 1

$y = \pm \frac{5}{3}\, x$ — $\frac{1}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\int \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{-1}{x} + C$

(2) $\int_{-1}^{1} (|x|)^3\,dx = -\frac{1}{2}$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة: $f(x) = \sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1,8]$ هو : $V = \pi \int_8^1 \left(\sqrt[3]{x}\right)^2 dx$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت : $y = x^2e^x - xe^x$, فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $e^x(x^2 + x - 1)$ ⓑ $e^x(x^2 - x)$

ⓒ $2x\,e^x - e^x$ ⓓ $e^x(x^2 + 2x + 1)$

(5) $\int \frac{e^x}{e^x - 4}\,dx$ يساوي:

ⓐ $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$ ⓑ $\frac{1}{2}\ln|e^x - 4| + C$

ⓒ $-\ln|e^x - 4| + C$ ⓓ $\ln|e^x - 4| + C$

(6) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2}\,dx$ يساوي :

ⓐ 2 ⓑ $2\sqrt{2}$ ⓒ 4 ⓓ 8

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية

(7) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ يساوي :

ⓐ $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓑ $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓒ $2(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓓ $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

---

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1,1]$, بالوحدات المكعبة هو

ⓐ 6π

ⓑ 18

ⓒ 18π

ⓓ 81π

---

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي:

ⓐ $(0,0)$ ⓑ $(1,0)$ ⓒ $(0,1)$ ⓓ $(1,1)$

---

(10) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح الى أسفل هي:

ⓐ $y^2 = \frac{-1}{2}x$

ⓑ $y^2 = \frac{1}{2}x$

ⓒ $x^2 = \frac{-1}{2}y$

ⓓ $x^2 = \frac{1}{2}y$

" انتهت الأسئلة "

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**a**	b		
(2)	a	**b**		
(3)	a	**b**		
(4)	**a**	b	c	d
(5)	a	b	c	**d**
(6)	a	b	**c**	d
(7)	a	b	c	**d**
(8)	a	b	**c**	d
(9)	**a**	b	c	d
(10)	a	b	**c**	d

لكل بند درجة واحدة فقط

$\frac{\quad}{10}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات