

6-1 الأنظمة الخطية متعددة المتغيرات وعمليات الصف الأولية (البسيطة)

ورقة عمل الثاني عشر العام

في هذا الدرس سوف نتعلم:

1- حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات وحذف جاوس.

2- حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات وحذف جاوس - جوردان.

يطلق على الخوارزمية المستخدمة لتحويل نظام المعادلات الخطية إلى نظام مكافئ في صورة نموذج درجة الصف اسم **حذف جاوس** (أو اختزال جاوس)

النظام في صورة نموذج درجة الصف

$$x - y - 2z = 5$$

$$y + 4z = -5$$

$$z = -2$$

حذف جاوس مع نظام

اكتب نظام المعادلات في صيغة مثلثية باستخدام حذف جاوس. ثم حلّ النظام.

Write the system of equations in triangular form using Gaussian elimination. Then solve the system.

$$5x - 5y - 5z = 35 \quad \div 5$$

$$-x + 2y - 3z = -12$$

$$3x - 2y + 7z = 30$$

$$x - y - z = 7$$

$$-x + 2y - 3z = -12$$

$$3x - 2y + 7z = 30$$

$$x - y - z = 7$$

$$y - 4z = -5$$

$$3x - 2y + 7z = 30$$

$$-3x + 3y + 3z = -21$$

$$x - y - z = 7$$

$$y - 4z = -5$$

$$y + 10z = 9$$

$$x - y - z = 7$$

$$y - 4z = -5$$

$$14z = 14 \quad \div 14$$

$$x - y - z = 7$$

$$y - 4z = -5$$

$$z = 1$$

نستخدم التعويض من النظام

$$z = 1 \Rightarrow y - 4(1) = -5 \Rightarrow y = -1$$

$$\Rightarrow x - (1) - (-1) = 7 \Rightarrow x = 7$$

حل النظام هو (7, -1, 1)

$$3x + 5y + 8z = -20$$

$$-x + 2y - 4z = 18$$

$$-6x + 4z = 0$$

نضرب المعادلة 2 في (-)

ثم نبدلها مع المعادلة 1

$$x - 2y + 4z = -18$$

$$x - 2y + 4z = -18$$

$$3x + 5y + 8z = -20$$

$$-6x + 4z = 0$$

ثم نبدلها مع المعادلة 2

$$-3x + 6y - 12z = 54$$

$$x - 2y + 4z = -18$$

$$11y - 4z = 34$$

$$-6x + 4z = 0$$

نضرب المعادلة 3 في (6)

ثم نجمع مع المعادلة 3

ثم نبدلها مع المعادلة 3

$$x - 2y + 4z = -18$$

$$11y - 4z = 34$$

$$-12y + 28z = -108$$

نجمع المعادلة 3 مع المعادلة 2 ثم نكسر الإشارة

ثم نبدلها مع المعادلة 2

$$x - 2y + 4z = -18$$

$$y - 24z = 74$$

$$-12y + 28z = -108$$

نضرب المعادلة 2 في 12

ثم نجمع مع المعادلة 3

ثم نبدلها مع 3

$$x - 2y + 4z = -18$$

$$y - 24z = 74$$

$$0 - 260z = 780$$

نقسم المعادلة 3 على -260

$$x - 2y + 4z = -18$$

$$y - 24z = 74$$

$$z = -3$$

نستخدم التعويض من النظام

$$z = -3$$

$$y - 24(-3) = 74 \Rightarrow y - 24(-3) = 74 \Rightarrow y = 2$$

$$x - 2(2) + 4(-3) = -18 \Rightarrow x = -2$$

حل النظام هو (-2, 2, -3)

المصفوفة الموسعة هي نظام مكون من المعاملات والحدود الثابتة للمعادلات الخطية.

كتابة مصفوفة موسعة

اكتب المصفوفة الموسعة لنظام المعادلات الخطية التالي. Write the augmented matrix for the system of linear equations.

$$w + 4x + z = 2$$

$$x + 2y - 3z = 0$$

$$w - 3y - 8z = -1$$

$$3w + 2x + 3y = 9$$

$$\begin{bmatrix} w & x & y & z & | & \text{constant} \\ 1 & 4 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & | & 0 \\ 1 & 0 & -3 & -8 & | & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & | & 9 \end{bmatrix}$$

$$-3w + 7x + y = 21$$

$$4w - 12y + 8z = 5$$

$$16w - 14y + z = -2$$

$$w + x + 2y = 7$$

$$\begin{bmatrix} w & x & y & z & | & \text{constant} \\ -3 & 7 & 1 & 0 & | & 21 \\ 4 & 0 & -12 & 8 & | & 5 \\ 16 & 0 & -14 & 1 & | & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & | & 7 \end{bmatrix}$$

المفهوم الأساسي نموذج درجة الصف

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b & | & c \\ 0 & 1 & d & | & e \\ 0 & 0 & 1 & | & f \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

- تكون المصفوفة في صورة نموذج درجة الصف إذا تم استيفاء الشروط التالية.
- تظهر الصفوف التي تتكون من أصفار تمامًا (إن وُجدت) في نهاية المصفوفة.
- تكون قيمة المدخلة غير الصفري الأول في الصف هي 1، ويسمى المعامل الرئيس 1.
- بالنسبة للصفين المتتاليين اللذين يتبعان بمدخلات غير صفرية، يكون المعامل الرئيس 1 في الصف الأعلى أبعد إلى اليسار من المعامل الرئيس في الصف الأدنى.

تحديد المصفوفة الموسعة في صورة نموذج درجة الصف

حدد ما إذا كانت كل مصفوفة في صورة نموذج درجة الصف.

a.
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & | & -1 \\ 0 & 1 & 4 & | & 2 \end{bmatrix}$$

نعم، يوجد أصفار أدنى
المعامل الرئيس

b.
$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 & -11 & | & 10 \\ 0 & 1 & -5 & 8 & | & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

نعم، يوجد أصفار أدنى المعامل الرئيس

c.
$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & -6 & | & 10 \\ 0 & 1 & 9 & | & -3 \\ 0 & 1 & 0 & | & 14 \end{bmatrix}$$

لا، المعامل الرئيس في الصف
الثاني ليس تحت أصفار

حذف جاوس مع مصفوفة

السفر ذهب محمد إلى إيطاليا أثناء عطلة الربيع. ويتم فيها يلي توضيح متوسط التكاليف اليومية للفندق والطعام والمواصلات لكل مدينة زارها. اكتب نظامًا للمعادلات وجد حلاً له لتحديد عدد الأيام التي قضاها محمد في كل مدينة. فسر حلك.

النفقات	البندقية x	روما y	نابولي z	الإجمالي
الفنادق	AED 60	AED 120	AED 60	AED 720
الطعام	AED 40	AED 90	AED 30	AED 490
وسائل النقل	AED 15	AED 10	AED 20	AED 130

 x عدد أيام البندقية y عدد أيام روما z عدد أيام نابولي

$$\Rightarrow \text{نظام المعادلات} \quad 60x + 120y + 60z = 720$$

$$40x + 90y + 30z = 490$$

$$15x + 10y + 20z = 130$$

$$\begin{bmatrix} 60 & 120 & 60 & 720 \\ 40 & 90 & 30 & 490 \\ 15 & 10 & 20 & 130 \end{bmatrix} \xrightarrow{\div 60} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 12 \\ 4 & 9 & 3 & 49 \\ 15 & 10 & 20 & 130 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-4R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 12 \\ 4 & 9 & 3 & 49 \\ 15 & 10 & 20 & 130 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\div 5} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 15 & 10 & 20 & 130 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 26 \end{bmatrix} \xrightarrow{-3R_1 + R_3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 1 & -10 \end{bmatrix} \xrightarrow{4R_2 + R_3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\div (-3)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ملاحظة الأضطر

$$z = 2$$

$$\Rightarrow y - 1(2) = 1$$

$$y = 3$$

$$\Rightarrow x + 2(3) + 2 = 12$$

$$x = 4$$

حل النظام هو
(4, 3, 2)

السفر في العام التالي. سافر محمد إلى فرنسا لقضاء عطلة الربيع. ويتم فيها يلي توضيح متوسط التكاليف اليومية للفندق والطعام والمواصلات لكل مدينة زارها في فرنسا. اكتب نظامًا للمعادلات وأوجد حلاً له لتحديد عدد الأيام التي قضاها محمد في كل مدينة. فسر حلك.

النفقات	باريس x	ليون y	مارسيليا z	الإجمالي
الفنادق	AED 80	AED 70	AED 80	AED 500
الطعام	AED 50	AED 40	AED 50	AED 330
وسائل النقل	AED 10	AED 10	AED 10	AED 70

$$\begin{cases} 80x + 70y + 80z = 500 \\ 50x + 40y + 50z = 330 \\ 10x + 10y + 10z = 70 \end{cases} \quad \text{نظام المعادلات}$$

$$\begin{bmatrix} 80 & 70 & 80 & 500 \\ 50 & 40 & 50 & 330 \\ 10 & 10 & 10 & 70 \end{bmatrix} \xrightarrow{\div 10} \begin{bmatrix} 8 & 7 & 8 & 50 \\ 5 & 4 & 5 & 33 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 7 & 8 & 50 \\ 5 & 4 & 5 & 33 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{موضع الصف الأول في الأعلى}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 8 & 7 & 8 & 50 \\ 5 & 4 & 5 & 33 \end{bmatrix} \xrightarrow{-8R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 5 & 5 & 19 \\ 5 & 4 & 5 & 33 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-5R_1 + R_3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 + R_3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

في الصف الأخير

$$0z = 3$$

$$\Rightarrow 0 = 3$$

هذا مستحيل

وبالتالي ليس هناك حل للنظام

لا بد من دأخذ مزيد من

المعلومات لحل هذه

المسألة.

نموذج درجة الصف المنخفض

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

يطلق على حل النظام من مصفوفة موسعة بحيث تكون في شكل نموذج درجة الصف المنخفض اسم **حذف جاوس - جوردان**.

استخدام طريقة حذف جاوس - جوردان

Solve each system of equations.

جد حلاً لنظام المعادلات.

$$x - y + z = 0$$

$$-x + 2y - 3z = -5$$

$$2x - 3y + 5z = 8$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & -5 \\ 2 & -3 & 5 & 8 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 + R_2 \\ -2R_1 + R_3 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right] -R_3 + R_1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & -1 & 3 & 8 \end{array} \right] R_2 + R_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{l} \text{نموذج درجة} \\ \text{الصف المنخفض} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right] 2R_3 + R_2$$

$$\rightarrow z = 3$$

$$y = 1$$

$$x = -2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right] R_2 + R_1$$

حل النظام هو $(-2, 1, 3)$

$$4x + 9y + 16z = 2$$

$$-x - 2y - 4z = -1$$

$$2x + 4y + 9z = -5$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 9 & 16 & 2 \\ -1 & -2 & -4 & -1 \\ 2 & 4 & 9 & -5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow -R_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 33 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{l} \text{نموذج درجة} \\ \text{الصف المنخفض} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 9 & 16 & 2 \\ 2 & 4 & 9 & -5 \end{array} \right] \begin{array}{l} -4R_1 + R_2 \\ -2R_1 + R_3 \end{array}$$

$$\rightarrow x = 33$$

$$y = -2$$

$$z = -7$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \end{array} \right] -2R_2 + R_1$$

حل النظام $(33, -2, -7)$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \end{array} \right] -4R_3 + R_1$$

Solve each system of equations.

جد حلاً لنظام المعادلات.

$$-5x - 2y + z = 2$$

$$4x - y - 6z = 2$$

$$-3x - y + z = 1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -5 & -2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & -6 & 2 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 + R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{18}{13} \\ 0 & 8 & 16 & -11 \end{array} \right] \xrightarrow{-8R_2 + R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{18}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{13} \end{array} \right]$$

مع الصف الثالث
 $0x + 0y + 0z = \frac{1}{13}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & -3 & -5 & 4 \\ 4 & -1 & -6 & 2 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{18}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{13} \end{array} \right] \xrightarrow{-3R_2 + R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & \frac{2}{13} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{18}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{13} \end{array} \right]$$

وهذا مستحيل
يعني انه النظام ليس له حل.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 4 & -1 & -6 & 2 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-4R_1 + R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 0 & -13 & -26 & 18 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{3R_1 + R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & \frac{2}{13} \\ 0 & -13 & -26 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{13} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 0 & -13 & -26 & 18 \\ 0 & 8 & 16 & -11 \end{array} \right] \xrightarrow{\frac{R_2}{-13}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{18}{13} \\ 0 & 8 & 16 & -11 \end{array} \right]$$

$$3x + 5y - 8z = -3$$

$$2x + 5y - 2z = -7$$

$$-x - y + 4z = -1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & -8 & -3 \\ 2 & 5 & -2 & -7 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{2R_3 + R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & -2 & -7 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{2R_3 + R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & 3 & 6 & -9 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \end{array} \right]$$

يتضح مع الصف الأخير ان $0z = 0$

$\leftarrow z$ تأخذ أي قيمة وبالتالي سوف نكتب حل النظام بـ z

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & 3 & 6 & -9 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 + R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & 3 & 6 & -9 \\ 0 & 2 & 4 & -6 \end{array} \right] \xrightarrow{\div 3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 4 & -6 \end{array} \right] \xrightarrow{-2R_2 + R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

الصف الأول $\Rightarrow x + 3y = -5$

الصف الثاني $\Rightarrow y + 2z = -3$

$y = -3 - 2z$

$x + 3(-3 - 2z) = -5$

$x - 9 - 6z = -5$

$x = 6z + 4$

حل النظام هو $(z, -3 - 2z, 6z + 4)$ حيث z عدد حقيقي.

نظام لديه عدد أقل من المعادلات مقارنة بالمتغيرات

جد حلاً لنظام المعادلات.

Solve each system of equations.

$$3x - 8y + 19z - 12w = 6$$

$$2x - 4y + 10z = -8$$

$$x - 3y + 5z - 2w = -1$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 3 & -8 & 19 & -12 & 6 \\ 2 & -4 & 10 & 0 & -8 \\ 1 & -3 & 5 & -2 & -1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{تبديل} \\ R_1, R_3 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 5 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & 10 & 0 & -8 \\ 3 & -8 & 19 & -12 & 6 \end{array} \right] \begin{array}{l} -2R_1 + R_2 \\ -3R_1 + R_3 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 5 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & -6 \\ 0 & 1 & 4 & -6 & 9 \end{array} \right] \rightarrow \div 2$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 5 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 4 & -6 & 9 \end{array} \right] R_2 - R_3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 5 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -4 & 8 & -12 \end{array} \right] \begin{array}{l} 3R_2 + R_1 \\ \rightarrow \div (-4) \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 5 & 4 & -10 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] -5R_3 + R_1$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 14 & -25 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] \Rightarrow \begin{array}{l} x + 14w = -25 \\ y + 2w = -3 \\ z - 2w = 3 \end{array}$$

لا يمكننا إيجاد قيمة لـ w فضل على قيمة x, y, z

هذا عدد حقيقي من الحلول للنظام

نكتب الحلول بدلالة w

$$x = -14w - 25, y = -2w - 3, z = 2w + 3$$

هذا النظام $(-14w - 25, -2w - 3, 2w + 3, w)$ حيث w عدد حقيقي

$$3w + x - 2y - 3z = 14$$

$$-w + x - 10y + z = -11$$

$$-2w - x + 4y + 2z = -9$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & -2 & -3 & 14 \\ -1 & 1 & -10 & 1 & -11 \\ -2 & -1 & 4 & 2 & -9 \end{array} \right] R_3 + R_1$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & -10 & 1 & -11 \\ -2 & -1 & 4 & 2 & -9 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 + R_2 \\ 2R_1 + R_3 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -8 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 8 & 0 & 1 \end{array} \right] R_2 + R_3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -8 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \end{array} \right]$$

من الصف الأخير

$$0w + 0x + 0y + 0z = -5$$

هذا مستحيل

هذا النظام ليس له حل