

الفصل الخامس: المتجهات

نموذج التوقع

قبل بدء الفصل الخامس

الخطوة 1

- اقرأ كل جملة.
- قرر ما إذا كنت موافقاً (م) على مضمونها، أو غير موافق (غ).
- اكتب (م) أو (غ) في العمود الأول، وإذا كنت غير متأكد من موافقتك فاكتب (غ م).

الخطوة 1	الجملة	الخطوة 2
	(1) الكميات العددية لها مقدار واتجاه.	
	(2) يمكن تمثيل المتجهات بقطع مستقيمة متجهة.	
	(3) نقطة بداية المتجه هي النقطة التي ينطلق منها.	
	(4) يمكن استعمال المتجهات لتمثيل قوى مؤثرة بزاوية محددة.	
	(5) يكون ناتج جمع متجهات كمية عددية.	
	(6) يمكن تحليل أي متجه إلى مركبتين أفقية ورأسية.	
	(7) عند جمع متجهين جبرياً، اجمع جميع الأعداد التي في المتجه الأول، ثم اجمع جميع الأعداد التي في المتجه الثاني.	
	(8) عند دراسة المتجهات، تحتاج إلى استعمال النسب المثلثية أحياناً.	
	(9) ناتج الضرب الداخلي لمتجهين يكون كمية عددية.	
	(10) يمكن استعمال المتجهات لتمثيل القوى في الفضاء الثلاثي الأبعاد.	
	(11) يمكن استعمال الضرب الداخلي لإيجاد مساحة متوازي الأضلاع.	

بعد إكمال الفصل الخامس

الخطوة 2

- أعد قراءة كل جملة أعلاه، ثم املاء العمود الأخير بكتابة (م) أو (غ).
- هل تغير رأيك في الجمل السابقة عما هو في العمود الأول؟
- بخصوص الجمل التي وضعت عليها (غ)، استعمل ورقة إضافية تبين فيها سبب عدم موافقتك، داعماً ذلك بالأمثلة إن أمكن.

نموذج بناء المفردات

5

هذه قائمة بالمفردات الجديدة التي سوف تتعلمها أثناء دراستك الفصل 5. اكتب تعريفاً أو وصفاً لكل مفردة في الجدول حين تظهر لك أثناء دراسة الفصل، ثم أضف رقم الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة في العمود المخصص. استعمل هذه القائمة أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

المفردة	رقم الصفحة	التعريف أو الوصف أو مثال
كمية قياسية عددية		
المتجه		
كمية متجهة		
نقطة البداية		
نقطة النهاية		
قطعة مستقيمة متجهة		
طول المتجه		
الوضع القياسي		
اتجاه المتجه		
الاتجاه الرباعي		
الاتجاه الحقيقي		
المتجهات المتوازية		
المتجهات المتساوية		
المتجهان المتعاكسان		
المحصلة		
قاعدة المثلث		

المفردة	رقم الصفحة	التعريف أو الوصف أو مثال
قاعدة متوازي الأضلاع		
المتجه الصفري		
المركبات		
المركبات المتعامدة		
الصورة الإحداثية		
متجه الوحدة		
متجهها الوحدة القياسيَّان		
توافق خطِّي		
الضرب الداخلي		
المتجهان المتعامدان		
الشغل		
نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد		
المحور z		
الُثْمَن		
الثلاثي المرتب		
الضرب الاتجاهي		
متوازي السطوح		
الضرب القياسي الثلاثي		

الاختبار القصير (1) : الدرسان (5-1 و 5-2)

5

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

(1) أوجد مقدار كلٍّ من المركبتين (الرأسية والأفقية) للمتجه v الذي طوله هو 13 cm وقياس زاوية اتجاهه 84°

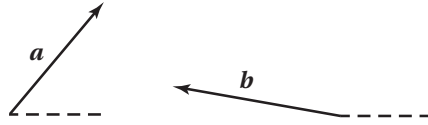
(2) أوجد متجه الوحدة الذي له نفس اتجاه $v = \langle 6, -3 \rangle$

(A) $\left\langle \frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}} \right\rangle$ (B) $\left\langle -\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \right\rangle$ (C) $\left\langle -\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}} \right\rangle$ (D) $\left\langle \frac{2}{5}, -\frac{1}{5} \right\rangle$

أوجد محصلة كلٍّ زوج من المتجهات الآتية باستعمال قاعدة المثلث أو قاعدة متوازي الأضلاع، قَرِّب المحصلة إلى أقرب ستمتر، ثم حدّد اتجاهها بالنسبة للأفقي مستعملًا المسطرة والمنقلة.

(3) $2a - b$

(4) $-a + 2b$



(5) أوجد الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(1, -3)$ ونقطته نهائيه $B(-6, -8)$.

(6) اكتب $\overrightarrow{CD}$ في صورة توافق خطي لمتجهي الوحدة i, j حيث: $C(7, -4)$ و $D(-8, 1)$

(7) أوجد كلاً مما يأتي للمتجهين: $w = (3, -4)$ ، $v = (6, -6)$:

(7a) $4w - v$ (b) $2v + 3w$ (c) $-5w$

(7b) _____

(7c) _____

الاختبار القصير (2) : الدرس (5-3)

5

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

(1) يسحب شخص حقيبة على الأرض بقوة مقدارها 25 N، فإذا كانت الحقيبة تصنع زاوية قياسها 50° مع الأرض، فأوجد المركبتين (الأفقية والرأسية) للقوة.

استعمل المتجهين: $b = \langle -4, 6 \rangle$ ، $a = \langle 3, 8 \rangle$ ؛ للإجابة عن الأسئلة 2 و 3

(2) أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين a, b :

(A) 36 (B) 0 (C) $\langle -1, 14 \rangle$ (D) $\langle 7, 2 \rangle$

(3) أوجد قياس الزاوية θ بين a, b

(4) **تزلج:** يسحب شخص زلاجةً على أرض أفقية بقوة ثابتة مقدارها 35 N، فإذا كان الحبل يصنع زاوية قياسها 40° مع الزلاجة، وسحبها 20 مترًا، فأوجد الشغل الذي يبذله الشخص بالجلول.

5

الاختبار القصير (3) : الدرس (4-5)

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

- (1) أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(3, 4, 10)$ ، ونقطة نهايته $B(8, 4, -2)$. _____
- (2) أوجد $3x + y - z$ للمتجهات: _____
 $x = \langle -1, 5, 2 \rangle, y = \langle 2, -3, 4 \rangle, z = \langle -4, 1, 0 \rangle$
- (3) أوجد $2x + \frac{1}{3}y - z$ للمتجهات: _____
 $x = 2i - j + 5k, y = -3i + 4j - 6k, z = 3j - 2k,$
- (4) أيُّ ممَّا يأتي نقطة منتصف المسافة بين النقطتين: $(-4, 9, -6)$ ، $(3, 9, -2)$ ؟ _____
 (A) $(\frac{7}{2}, 0, 2)$ (B) $(-12, 81, 12)$ (C) $(-1, 18, -8)$ (D) $(-\frac{1}{2}, 9, -4)$
- (5) أوجد المسافة بين النقطتين: $A(12, -9, 15)$ ، $B(1, 6, 2)$. _____

5

الاختبار القصير (4) : الدرس (5-5)

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

- (1) أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين: $b = \langle 5, -2, -4 \rangle$ ، $a = \langle 7, -3, 8 \rangle$ ، ثم حدّد ما إذا كانا متعامدين. _____
- (2) أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين: $(c \times d)$ علمًا بأن: _____
 $c = \langle 5, -5, 4 \rangle, d = \langle 2, 3, -6 \rangle$ ، ثم بيّن أن $c \times d$ عمودي على كلّ من: c, d .
- (3) أوجد قياس الزاوية بين المتجهين: $\langle 6, -3, 1 \rangle$ و $\langle 8, 9, -11 \rangle$. _____
- (4) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه: $v = \langle -3, 4, 6 \rangle$ ، $u = \langle 5, 2, 8 \rangle$ ضلعان متجاوران: _____

(A) 8.5 وحدات مربعة

(C) 35.7 وحدة مربعة

(B) 17.4 وحدة مربعة

(D) 63.2 وحدة مربعة

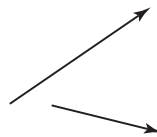
اختبار منتصف الفصل : الدروس (5-1 إلى 5-3)

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة في المكان المخصص لذلك.

- (1) زلاجة: يسحب شخص زلاجة بقوة مقدارها 120 N بزاوية قياسها 25° مع الأفقي، أوجد مركبتها الأفقية:
 (A) 50.7 N (B) 56.0 N (C) 88.3 N (D) 108.8 N
- (2) إذا كان $\overrightarrow{AB}$ متجهًا نقطة بدايته (8, -4) A، ونقطة نهايته (-2, -3) B، فاكتب $\overrightarrow{AB}$ في صورة توافق خطي للمتجهين $\mathbf{i}, \mathbf{j}$:
 (A) $10\mathbf{i} - \mathbf{j}$ (B) $6\mathbf{i} - 7\mathbf{j}$ (C) $-10\mathbf{i} + \mathbf{j}$ (D) $-6\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$
- (3) أوجد الصورة الإحداثية للمتجه الذي نقطة بدايته (4, -6) A، ونقطة نهايته (-2, -1) B، ثم أوجد طوله:
 (A) $\langle 4, -5 \rangle; \sqrt{41}$ (B) $\langle 4, -5 \rangle; 9$ (C) $\langle -4, 5 \rangle; \sqrt{41}$ (D) $\langle -4, 5 \rangle; 9$
- (4) أوجد الضرب الداخلي للمتجهين: $\mathbf{v} = \langle -3, -2 \rangle$, $\mathbf{u} = \langle 8, 7 \rangle$ ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين أم لا:
 (A) -9، متعامدان (B) -9، غير متعامدين
 (C) -38، غير متعامدين (D) -38، متعامدان
- (5) إذا كان: $\mathbf{u} = \langle -8, 7 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 4, -6 \rangle$ ، فأوجد $2\mathbf{u} - \mathbf{v}$:
 (A) $\langle -20, 20 \rangle$ (B) $\langle 20, -20 \rangle$ (C) $\langle -12, 8 \rangle$ (D) $\langle 12, -8 \rangle$

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

- (6) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين: $\mathbf{u} = \langle 9, 9 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -7, 8 \rangle$.
- (7) أوجد محصلة المتجهين الآتين باستعمال قاعدة المثلث أو قاعدة متوازي الأضلاع.



- (8) كرة قدم: يركض لاعب كرة قدم بسرعة 3.8 m/s، وقد ركل الكرة بسرعة 7 m/s بزاوية قياسها 28° مع الأفقي.
 أوجد الصورة الإحداثية للمتجهين اللذين يمثلان سرعة اللاعب وسرعة الكرة.

اختبار المفردات

5

أكمل الجمل الآتية باستعمال المفردة المناسبة من المستطيل أدناه.

الضرب الاتجاهي	الثلاثي المرتب	نقطة النهاية
المركبات	متعامدان	ضرب عددي ثلاثي
الصورة الإحداثية	متجهان متوازيان	الاتجاه الحقيقي
الاتجاه	حاصل الضرب	متجه الوحدة
الضرب الداخلي	الاتجاه الرباعي	المتجه
نقطة البداية	المحصلة	المحور Z
المتجهان المتعاكسان	الوضع القياسي	

(1) إذا كُتِبَ المتجه بدلالة مركبتيه x و y ، فإن الصورة التي كُتِبَ بها المتجه تُسمى _____.

(2) _____ هي النقطة التي يبدأ منها المتجه.

(3) يكون المتجهان _____ إذا كان ناتج ضربهما الداخلي صفراً.

(4) المتجهان اللذان لهما الاتجاه نفسه أو اتجاهاً متعاكسان وليس بالضرورة أن يكون لهما الطول نفسه يُسميان _____.

(5) تُمثِّل النقطة في الفضاء بـ _____.

(6) _____ هو متجه طوله وحدة واحدة.

(7) _____ هما متجهان لهما الطول نفسه، غير أنهما في اتجاهين متعاكسين.

(8) نقطة انتهاء المتجه تسمى _____.

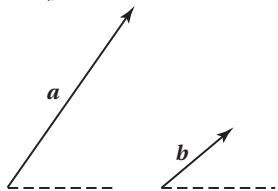
(9) يكون المتجه في _____ إذا كانت نقطة بدايته هي نقطة الأصل.

(10) إذا أثَّرت في جسم قوةً بزاوية قياسها 30° مع الشمال في اتجاه عقارب الساعة، فإن الصورة 030° تسمى _____ للقوة.

اختبار الفصل: النموذج (1)

(تمة)

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة في المكان المخصص لذلك.

- (1) أوجد المركبة الرأسية لمتجه طوله 5 in ، وقياس زاوية اتجاهه 32°
 (A) 4.24 iN (B) 2.65 iN (C) 2.79 iN (D) 31.88 iN
- (2) أوجد متجه الوحدة $\mathbf{u}$ الذي له اتجاه $\mathbf{v} = \langle -3, 4 \rangle$ نفسه:
 (A) $\langle -\frac{1}{5}, \frac{4}{5} \rangle$ (B) $\langle 8, -6 \rangle$ (C) $\langle -\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \rangle$ (D) $\langle \frac{3}{5}, -\frac{4}{5} \rangle$
- (3) أوجد محصلة المتجهين الآتين بالستمرات، مستعملًا قاعدة المثلث، أو قاعدة متوازي الأضلاع:

 (A) 2 cm (B) 3.5 cm (C) 4.95 cm (D) 5.25 cm
- (4) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{a} = \langle 4, 6 \rangle$ ، $\mathbf{b} = \langle 2, 8 \rangle$
 (A) 19.7° (B) 43.3° (C) 70.4° (D) 102.3°
- (5) أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(1, 2)$ ، ونقطة نهايته $B(0, 3)$ ، ثم أوجد طوله:
 (A) $\langle -1, 1 \rangle$; 1.41 (B) $\langle 1, -1 \rangle$; 2 (C) $\langle -1, -1 \rangle$; 1.41 (D) $\langle 1, 1 \rangle$; 2
- (6) تؤثر في جسم قوتان؛ $\mathbf{F}_1$ مقدارها 9 N في اتجاه الشمال، و $\mathbf{F}_2$ مقدارها 12 N في اتجاه الشرق، أوجد مقدار القوة المحصلة واتجاهها:
 (A) 15 N; 36.9° (B) 15 N; 53.1° (C) 21 N; 36.9° (D) 21 N; 53.1°
- استعمل المتجهات: $\mathbf{v} = \langle 3, -4 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle 3, -1 \rangle$ ، $\mathbf{r} = \langle 2, 7, -2 \rangle$ ، $\mathbf{s} = \langle -3, 4, 9 \rangle$ ؛
 حل المسألتين 7، 8.
- (7) أوجد $2\mathbf{v} + \mathbf{w}$
 (A) $\langle 6, -5 \rangle$ (B) $\langle 6, -6 \rangle$ (C) $\langle 9, -9 \rangle$ (D) $\langle 9, -10 \rangle$
- (8) أوجد $\mathbf{r} - \mathbf{s}$
 (A) $\langle -1, 13, 7 \rangle$ (B) $\langle 1, -13, -7 \rangle$ (C) $\langle -5, -3, 11 \rangle$ (D) $\langle 5, 3, -11 \rangle$
- (9) يدفع شخص صندوقًا على الأرض بقوة ثابتة مقدارها 60 N وبزاوية قياسها 25° ، أوجد الشغل المبذول بالجول لتحريك الصندوق مسافة 5 m:
 (A) 126.7 J (B) 139.9 J (C) 225.8 J (D) 271.9 J
- (10) أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{v} = \langle -1, 2, 4 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle -3, -1, 5 \rangle$
 (A) $\langle 14, -7, -5 \rangle$ (B) $\langle 14, 7, 7 \rangle$ (C) $\langle 14, -7, 7 \rangle$ (D) $\langle 6, -7, 7 \rangle$
- (11) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u} = \langle 2, 1, 3 \rangle$ ، $\mathbf{v} = \langle -4, 3, 0 \rangle$
 (A) -15.5° (B) 36.1° (C) 54.0° (D) 105.5°

اختبار الفصل : النموذج (1)

(تتمة)

أوجد الضرب الداخلي في السؤالين 12, 13، ثم تحقق مما إذا كان المتجهان متعامدين أم لا.

_____ (12)

(12) $\langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 5 \rangle$:

- (A) متعامدان 22، غير متعامدين
(B) 22 غير متعامدين
(C) 23، متعامدان
(D) 23، غير متعامدين

_____ (13)

(13) $\langle 3, 0, -2 \rangle, \langle 4, -2, 6 \rangle$:

- (A) 0، متعامدان
(B) 0، غير متعامدين
(C) 9، متعامدان
(D) 9، غير متعامدين

_____ (14)

(14) تؤثر قوة ثابتة مقدارها 42 N في جسم في اتجاه الشرق، وفي الوقت نفسه تؤثر قوة أخرى ثابتة مقدارها 35 N في الجسم نفسه في اتجاه الشمال، أوجد مقدار القوة المحصلة المؤثرة في الجسم واتجاهها:

- (A) 38.5 N, 39.8°
(B) 38.5 N, 50.2°
(C) 54.7 N, 39.8°
(D) 54.7 N, 50.2°

_____ (15)

(15) أقلعت طائرة في اتجاه المتجه $\langle 9, 5 \rangle$ ، أوجد قياس الزاوية التي يصنعها مسار الطائرة مع الأفقي:

- (A) 29.1°
(B) 33.7°
(C) 56.3°
(D) 60.9°

_____ (16)

(16) يُمثل مسار سفينة بالمتجه $\langle 9, 17 \rangle$ ، فإذا غيّرت السفينة مسارها ليصبح في اتجاه المتجه $\langle 12, 8 \rangle$ ، فأوجد محصلة مسارها:

- (A) $\langle 3, 9 \rangle$
(B) $\langle 21, 25 \rangle$
(C) $\langle -3, 9 \rangle$
(D) $\langle -21, 25 \rangle$

_____ (17)

(17) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه: $\mathbf{u} = \langle -3, 4, 8 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 9, -1, 6 \rangle$ ضلعان متجاوران:

- (A) 32 وحدة مربعة
(B) 76 وحدة مربعة
(C) 82.7 وحدة مربعة
(D) 101.1 وحدة مربعة

_____ (18)

(18) المتجه $\langle 9, 5, 3 \rangle$ يمثل موقع طائرة، والمتجه $\langle -7, 7, 4 \rangle$ يمثل موقع طائرة أخرى، أوجد المسافة بين الطائرتين، إذا كانت الوحدة تمثل ميلاً واحداً:

- (A) 9.5 mi
(B) 14.0 mi
(C) 15.8 mi
(D) 16.2 mi

_____ (19)

(19) أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه:

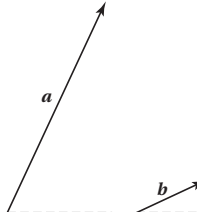
$\mathbf{u} = \langle 2, 3, 0 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -4, 5, 1 \rangle$, $\mathbf{w} = \langle -2, 3, 4 \rangle$ أحرف متجاورة:

- (A) 8 وحدات مكعبة
(B) 20 وحدة مكعبة
(C) 76 وحدة مكعبة
(D) 88 وحدة مكعبة

اختبار الفصل: النموذج (2A)

5

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة في المكان المخصص لذلك.

- (1) أوجد المركبة الرأسية لمتجه $\mathbf{u}$ طوله 89.7 ft، وقياس زاوية اتجاهه 12.8° .
 (A) 887.47 ft (B) 19.87 ft (C) 19.38 ft (D) 87.58 ft
- (2) أوجد متجه وحدة $\mathbf{u}$ ، له اتجاه $\mathbf{v} = \langle -2, 4 \rangle$ نفسه:
 (A) $\left\langle -\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2} \right\rangle$ (B) $\langle 4, -2 \rangle$
 (C) $\left\langle -\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5} \right\rangle$ (D) $\left\langle \frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5} \right\rangle$
- (3) أوجد محصلة المتجهين $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ المعطيين بالسمترات، مستعملاً قاعدة المثلث، أو قاعدة متوازي الأضلاع، وحدد اتجاهها:

 (A) 3.73 cm; 55.4° (B) 3.73 cm; 90°
 (C) 4.0 cm; 55.4° (D) 4.0 cm; 90°
- (4) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{a} = \langle 5, 6 \rangle$ ، $\mathbf{b} = \langle -2, 8 \rangle$:
 (A) 53.8° (B) 36.2° (C) 30.5° (D) 28.5°
- (5) أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(9, 2)$ ، ونقطة نهايته $B(-6, 3)$ ، ثم أوجد طوله:
 (A) $\langle -15, 1 \rangle$; 15.03 (B) $\langle 3, 5 \rangle$; 5.83
 (C) $\langle 15, -1 \rangle$; 3.74 (D) $\langle 3, 1 \rangle$; 3.16
- (6) تؤثر في جسم قوتان؛ $\mathbf{F}_1$ ومقدارها 12 N في اتجاه الشمال، و $\mathbf{F}_2$ ومقدارها 5 N في اتجاه الشرق، أوجد مقدار القوة المحصلة واتجاهها:
 (A) 13 N; 22.6° (B) 17 N; 22.6° (C) 13 N; 67.4° (D) 17 N; 67.4°
- استعمل المتجهات: $\mathbf{v} = \langle -4, 0 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle -3, 4 \rangle$ ، $\mathbf{r} = \langle -3, 7, 2 \rangle$ ، $\mathbf{s} = \langle 6, -3, 5 \rangle$ ؛
 حل السؤالين 7، 8
- (7) أوجد $4\mathbf{w} - 2\mathbf{v}$
 (A) $\langle -20, 16 \rangle$ (B) $\langle -4, 16 \rangle$ (C) $\langle -10, -8 \rangle$ (D) $\langle -22, 8 \rangle$
- (8) أوجد $\mathbf{r} - 2\mathbf{s}$
 (A) $\langle 9, 1, -8 \rangle$ (B) $\langle 15, 13, 12 \rangle$ (C) $\langle -15, 13, -8 \rangle$ (D) $\langle -9, 10, -3 \rangle$
- (9) يدفع شخص صندوقاً على أرض أفقية بقوة ثابتة مقدارها 45.8 N وبزاوية قياسها 55° ، أوجد الشغل المبذول بالجول لتحريك الصندوق 8 m:
 (A) 183.8 J (B) 210.2 J (C) 300.1 J (D) 523.3 J
- (10) أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{v} = \langle -9, 4, -8 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle 6, -2, 4 \rangle$:
 (A) $\langle -54, -8, -32 \rangle$ (B) $\langle 0, -12, -6 \rangle$
 (C) $\langle 32, 84, 42 \rangle$ (D) $\langle -6, -12, 0 \rangle$

- 11) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u} = \langle 3, -2, 0 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -4, 3, 1 \rangle$:
 (A) 11.7° (B) 109.0° (C) 168.3° (D) 176.8°

أوجد الضرب الداخلي في المسألتين 12, 13، ثم تحقق مما إذا كان المتجهان متعامدين أم لا.

- 12) $\mathbf{a} = -8\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$:
 (A) -50، غير متعامدين (B) 0، متعامدان
 (C) -14، غير متعامدين (D) 21، غير متعامدين

- 13) $\mathbf{u} = \langle 4, \frac{5}{4}, -\frac{1}{3} \rangle$, $\mathbf{v} = \langle \frac{1}{2}, -2, -\frac{3}{2} \rangle$:
 (A) 5، غير متعامدين (B) 0، متعامدان
 (C) 5، متعامدان (D) 0، غير متعامدين

- 14) تؤثر قوة ثابتة مقدارها 18 N في جسم بزاوية قياسها 56° ، وفي الوقت نفسه تؤثر قوة أخرى ثابتة مقدارها 32 N بزاوية قياسها 124° في الجسم نفسه، أوجد مقدار القوة المحصلة مقربة إلى أقرب عدد صحيح واتجاهها:
 (A) 42 N, 100.7° (B) 42 N, 280.7°
 (C) 44 N, 36.5° (D) 44 N, 216.5°

- 15) المتجه $\langle -2, 12 \rangle$ يُمثل مسار سفينة، فإذا غيّرت السفينة مسارها إلى المتجه $\langle 7, 6 \rangle$ ، فأوجد محصلة مسارها:
 (A) $\langle 9, 6 \rangle$ (B) $\langle 9, 18 \rangle$ (C) $\langle 5, 6 \rangle$ (D) $\langle 5, 18 \rangle$

- 16) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه:
 $\mathbf{u} = \langle 23, 14, -28 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 12, 16, 13 \rangle$ ضلعان متجاوران.
 (A) 200 وحدة مربعة (B) 630 وحدة مربعة (C) 635 وحدة مربعة (D) 916.6 وحدة مربعة

- 17) المتجه $\langle -9, 8, 2.5 \rangle$ يمثل موقع طائرة، والمتجه $\langle 12, 2, 5 \rangle$ يمثل موقع طائرة أخرى.
 أوجد المسافة بين الطائرتين، إذا كانت الوحدة تمثل ميلاً واحداً:
 (A) 22.0 mi (B) 38.5 mi (C) 45.8 mi (D) 56.7 mi

- 18) أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه:
 $\mathbf{u} = \langle 1, -4, 2 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 6, -5, 1 \rangle$, $\mathbf{w} = \langle 3, -4, -8 \rangle$ أحرف متجاورة:
 (A) 90 وحدة مكعبة (B) 126 وحدة مكعبة (C) 178 وحدة مكعبة (D) 230 وحدة مكعبة

اختبار الفصل: النموذج (2B)

5

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

(1) أوجد مقدار كلٍّ من المركبتين الرأسية والأفقية لمتجه $\mathbf{v}$ ، طوله 10 m، وقياس زاوية اتجاهه 92° .

(2) أوجد متجه وحدة $\mathbf{u}$ له اتجاه $\langle -4, 2 \rangle$ نفسه.

(3) أوجد $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ للمتجهين المعطيين بالستمرات، مستعملًا قاعدة المثلث، أو قاعدة متوازي الأضلاع، ثم حدد الاتجاه بالنسبة للأفقي.



(4) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين: $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ ، $\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$.

(5) أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB}$ ، الذي نقطة بدايته $A(0, -8)$ ونقطة نهايته $B(-1, 7)$ ، ثم أوجد طوله.

(6) تؤثر في جسم قوتان؛ $\mathbf{F}_1$ ومقدارها 27 N، وتصنع زاوية قياسها 23° شمال شرق، و $\mathbf{F}_2$ ومقدارها 33 N، وتصنع زاوية قياسها 55° جنوب غرب، أوجد مقدار القوة المحصلة.

استعمل المتجهات: $\mathbf{v} = \langle 1, -6 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle 2, -5 \rangle$ ، $\mathbf{r} = \langle 1, -1, 0 \rangle$ ، $\mathbf{s} = \langle 10, -6, 5 \rangle$ ؛
حل السؤالين 7، 8.

(7) أوجد $3\mathbf{w} + \mathbf{v}$

(8) أوجد $3\mathbf{s} - 2\mathbf{r}$

(9) يدفع شخص صندوقًا على أرض أفقية بقوة مقدارها 41.5 N، وبزاوية قياسها 28° ، أوجد الشغل المبذول بالجول لتحريك الصندوق 5 m.

(10) أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\mathbf{v} \times \mathbf{w})$: $\mathbf{v} = \langle 6, -4, 3 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle 4, 2, -6 \rangle$

(11) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين: $\mathbf{u} = \langle 4, -2, 1 \rangle$ ، $\mathbf{v} = \langle -3, 5, 0 \rangle$

أوجد الضرب الداخلي في السؤالين 12 , 13، ثم حدّد ما إذا كان المتجهان متعامدين أم لا .

_____ (12) $\langle 0, -6 \rangle \cdot \langle 8, 2 \rangle$.

_____ (13) $\langle -4, -2, 1 \rangle \cdot \langle 3, -7, 4 \rangle$.

(14) تؤثر قوة ثابتة مقدارها 15 N في جسم بزاوية قياسها 30° ، وفي الوقت نفسه تؤثر قوة أخرى ثابتة مقدارها 25 N بزاوية قياسها 60° في الجسم نفسه، أوجد مقدار القوة المحصلة واتجاهها.

(15) أبحرت سفينة مسافة 24.7 mi بزاوية قياسها 58.2° ، ثم غيّرت مسارها ليصبح في اتجاه (15) المتجه $\langle 22, 31 \rangle$ ، أوجد محصلة مسارها.

(16) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه: $\mathbf{u} = \langle 8, 3, -3 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -8, 9, 13 \rangle$ ، ضلعان متجاوران.

(17) المتجه $\langle 9, 13, 4 \rangle$ يمثّل موقع طائرة، والمتجه $\langle -7, 12, 3 \rangle$ يمثّل موقع طائرة أخرى، أوجد المسافة بين الطائرتين، إذا كانت كل وحدة تمثل ميلاً واحداً.

(18) أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه: $\mathbf{u} = \langle 0.5, -3, 2 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -7, -0.5, 1 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle -4, 7, -8 \rangle$ أحرف متجاورة.

اختبار الفصل: النموذج (3)

5

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

(1) أوجد مقدار كل من المركبتين (الأفقية والرأسية) لمتجه مقداره 11.4 مترًا، وقياس زاوية اتجاهه 248° _____

(2) أوجد متجه وحدة $\mathbf{u}$ باتجاه $\mathbf{v} = \langle 6, -2 \rangle$ نفسه. _____

(3) أوجد: $-3\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{a}$ للمتجهين المعطيين بالاستمترات، مستعملًا قاعدة المثلث، أو قاعدة متوازي الأضلاع، ثم أوجد الاتجاه بالنسبة للأفقي. _____



(4) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ و $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$ _____

(5) أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(1.8, -3.8)$ ونقطة نهايته $B(-0.1, -3.8)$ ، ثم أوجد طوله. _____

(6) تؤثر قوتان؛ $\mathbf{F}_1$ ومقدارها 18.8 N بزاوية قياسها 12° في اتجاه شمال شرق، $\mathbf{F}_2$ ومقدارها 3.2 N بزاوية قياسها 55° في اتجاه جنوب شرق، على جسم أوجد مقدار المحصلة. _____

استعمل المتجهات $\mathbf{v} = \langle 0, \frac{1}{2} \rangle$, $\mathbf{w} = \langle 2, -\frac{3}{4} \rangle$, $\mathbf{r} = \langle 1, -\frac{1}{4}, 2 \rangle$, $\mathbf{s} = \langle 10, -6, \frac{3}{4} \rangle$ لحل السؤالين 7, 8.

(7) أوجد: $-\mathbf{v} + \frac{1}{3}\mathbf{w}$ _____

(8) أوجد: $\frac{1}{2}\mathbf{r} + 4\mathbf{s}$ _____

(9) يسحب شخص صندوقًا بقوة مقدارها 300 N بزاوية ثابتة قياسها 42° مع الأفقي، ويدفع شخص آخر الصندوق نفسه بقوة مقدارها 350 N في اتجاه الشرق، أوجد مقدار القوة المحصلة المؤثرة في الصندوق واتجاهها. _____

(10) أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين: $\mathbf{v} = \langle 6, -\frac{1}{2}, 3 \rangle$, $\mathbf{w} = \langle 4, 2, -\frac{1}{3} \rangle$. _____

(11) أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين: $\mathbf{u} = \langle -4, -\frac{1}{2}, 4 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -3, -4, \frac{1}{3} \rangle$. _____

أوجد الضرب الداخلي في السؤالين 12, 13، ثم تحقق ممّا إذا كان المتجهان متعامدين أم لا .

_____ (12) $\mathbf{a} = \left\langle 8, \frac{2}{3} \right\rangle, \mathbf{b} = \left\langle \frac{1}{2}, -6 \right\rangle$

_____ (13) $\mathbf{u} = \langle -2, 6, 8 \rangle, \mathbf{v} = \left\langle -4, -2, -\frac{1}{2} \right\rangle$

_____ (14) تؤثر قوة ثابتة مقدارها 12.2 N في جسم بزاوية ثابتة قياسها 12° . وفي الوقت نفسه تؤثر قوة أخرى ثابتة مقدارها 18.9 N بزاوية ثابتة قياسها 75.8° في الجسم نفسه، أوجد مقدار القوة المحصلة.

_____ (15) أبحرت سفينة بمسار وفق المتجه $\langle 9, -10 \rangle$ ، ثم غيّرت مسارها وفق المتجه $\langle 3, -13 \rangle$ ، وتبحر سفينة أخرى وفق المتجه $\langle 14, -4 \rangle$ ، فإذا غيّرت السفينة الثانية اتجاه حركتها، فما المتجه الذي يمثل مسارها؛ لتصل السفينتان إلى الموقع نفسه؟

_____ (16) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه $\mathbf{v} = \left\langle 3, \frac{1}{4}, 8 \right\rangle, \mathbf{u} = \langle 3, 5, 9 \rangle$ ضلعان متجاوران.

_____ (17) تطير طائرتان في اتجاه أحد المطارات، فإذا كانت النقطة $(5, -9, 2.5)$ تمثل موقع الطائرة الأولى، والنقطة $(-8, 7, 2)$ تمثل موقع الطائرة الثانية، والنقطة $(3, 3, 0.5)$ تمثل موقع المطار. فأى الطائرتين أقرب إلى المطار، إذا كانت الوحدات معطاة بالأميال؟ وما الفرق بين بُعديهما عن المطار؟

_____ (18) أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه: $\mathbf{u} = -3\mathbf{i} + 2.75\mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{v} = 4\mathbf{i} - 1.3\mathbf{j} + 8\mathbf{k}, \mathbf{w} = -3\mathbf{i} - 0.5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ متجاورة.

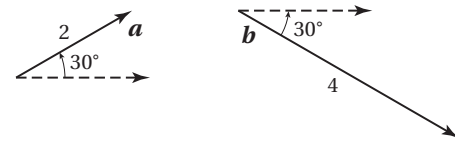
اختبار الفصل ذو الإجابات المطولة

5

حل كل مسألة مما يأتي بصورة واضحة ودقيقة مستفيداً من معرفتك السابقة، ثم تحقق من تضمينك الرسوم والتبريرات الضرورية، كما يمكنك عرض الحل بأكثر من طريقة، أو أن تستقصي أكثر مما هو مطلوب في المسألة. (استعمل ورقة منفصلة إذا كان ذلك ضرورياً).

(1) استعمل المتجهات الآتية للإجابة عن الأسئلة أدناه:

$$\mathbf{c} = \langle -3, 1 \rangle, \mathbf{d} = \langle -8, -11 \rangle$$



(a) أوجد ناتج $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ بطريقتين.

(b) أوجد ناتج $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ ، موضّحاً كل خطوة من خطوات الحل.

(c) هل $\mathbf{b} + \mathbf{a} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ ؟ ولماذا؟

(d) هل $\mathbf{b} - \mathbf{a} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$ ؟ برر إجابتك.

(e) بيّن كيف تجد مجموع $\mathbf{c} + \mathbf{d}$ ، ثم أوجد طول المتجه الناتج.

(f) أوجد متجهين يكون الفرق بينهما $\langle 4, -1, 3 \rangle$ ، ثم اكتب الفرق في صورة توافقٍ خطيٍّ لمتجهات الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$.

(g) أوجد متجهًا يعامد $\langle 7, -3 \rangle$ ، ثم وضح كيف يمكنك معرفة أن المتجهين متعامدان.

(h) إذا كان: $\mathbf{a} = \langle 2, 1, 0 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 1, 3, 0 \rangle$ ، فأوجد $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ، ثم ارسم المتجهين وحاصل الضرب الاتجاهي $\mathbf{c}$ في المستوى الثلاثي الأبعاد.

(2) إذا مثلت النقطة (5, 8, 9) موقع طائرة، والنقطة (0, -3, 8) موقع المطار، فأجب عما يأتي:

(a) كم تبعد الطائرة عن المطار؟

(b) إذا كانت النقطة (4, -6, 10) تحدد موقع طائرة ثانية، فكم تبعد الطائرة الثانية عن المطار؟

(3) أوجد متجهين متعامدين، ثم تحقق من تعامدهما بإيجاد حاصل ضربهما الداخلي.

اختبار الفصل التراكمي: الفصول (1-5)

الجزء 1: الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة في المكان المخصص لذلك.

- (1) أوجد المركبتين (الأفقية والعمودية) للمتجه الذي طوله 6 cm، ويضع زاوية قياسها 60° مع الأفقي:
- (A) الأفقية: $3\sqrt{3}$ ، العمودية 3
(B) الأفقية: 3، العمودية $3\sqrt{3}$
(C) الأفقية: 3، العمودية $3\sqrt{3}$
(D) الأفقية: $3\sqrt{3}$ ، العمودية $3\sqrt{3}$
- (2) إذا كان: $\mathbf{u} = \langle 1, 1, 2 \rangle$ ، $\mathbf{v} = \langle 0, 1, -1 \rangle$ فأوجد $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$
- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) 0
- (3) أوجد الضرب الاتجاهي $(\mathbf{u} \times \mathbf{v})$ للمتجهين $\mathbf{u} = \langle 8, -3, 9 \rangle$ ، $\mathbf{v} = \langle -2, 3, 2 \rangle$:
- (A) $\langle -33, 34, 18 \rangle$ (B) $\langle -33, -34, 18 \rangle$
(C) -7 (D) 17
- (4) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه: $\mathbf{u} = \langle 1, 3, 4 \rangle$ ، $\mathbf{v} = \langle 0, 0, 1 \rangle$ ضلعان متجاوران.
- (A) 10 (B) $\sqrt{10}$ (C) 100 (D) 4
- (5) أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه:
- $\mathbf{u} = \langle 0, 0, 2 \rangle$ ، $\mathbf{v} = \langle 0, 2, 0 \rangle$ ، $\mathbf{w} = \langle 1, 0, 0 \rangle$ أحرف متجاورة.
- (A) 8 (B) 4 (C) 2 (D) 16
- (6) إذا كان $\mathbf{u} = \langle 5, 3 \rangle$ ، $\mathbf{v} = \langle -7, 2 \rangle$ فأوجد $2\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$:
- (A) $\langle 10, 6 \rangle$ (B) $\langle -21, 6 \rangle$ (C) $\langle -11, 6 \rangle$ (D) $\langle -11, 12 \rangle$
- (7) إذا كانت $f(x) = -3x + 7$ و $g(x) = 2x - 4$ فأوجد قاعدة $f(g(x))$:
- (A) $f(g(x)) = -6x + 12$ (B) $f(g(x)) = -6x + 19$
(C) $f(g(x)) = -6x + 10$ (D) $f(g(x)) = -6x + 14$
- (8) المعادلة $9x^2 - 4y^2 - 36x - 8y - 4 = 0$ تمثل قطعاً مخروطياً هو:
- (A) دائرة (B) قطع مكافئ (C) قطع ناقص (D) قطع زائد
- (9) أوجد قيمة $\log_2 64$:
- (A) 2 (B) 6 (C) 8 (D) 4096

اختبار الفصل التراكمي: الفصول (1-5)

(تتمة 1)

(10) _____

(10) حل المعادلة $\log_3 x = 5$

(A) 3 (B) 8 (C) 15 (D) 243

استعمل المتجهات: $u = \langle 1, 0, 5 \rangle$, $v = \langle 0, 2, 3 \rangle$, $w = \langle -1, 1, 1 \rangle$ للإجابة على
الأسئلة 11-15

(11) _____

(11) أوجد $-v + 2w$ (A) $\langle -2, 0, -1 \rangle$ (B) $\langle -1, 4, 1 \rangle$ (C) $\langle -1, -1, -2 \rangle$ (D) $\langle 1, 2, 8 \rangle$

(12) _____

(12) أوجد $v \times w$

(A) $\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

(13) _____

(13) أوجد $v \cdot w$ (A) 5 (B) -5 (C) $\langle 0, 2, 3 \rangle$ (D) $2j+3k$

(14) _____

(14) أوجد الزاوية بين u, v (A) -54.7° (B) 54.7° (C) 35.3π (D) 35.3°

(15) _____

(15) أوجد متجه وحدة له اتجاه w نفسه

(A) $\langle -1, 1, 1 \rangle$ (B) $\left\langle \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$ (C) $\left\langle \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$ (D) $\left\langle \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$

(16) _____

(16) إذا مثلّت الدالة $h(t) = -4.9t^2 + 4t + 2$ ارتفاع كرة قدم عن سطح الأرض بالمتر
بعد t ثانية من قذفها، فأوجد أقصى ارتفاع للكرة عن سطح الأرض:

(A) 2.0 m (B) 2.8 m (C) 3.1 m (D) 4.5 m

اختبار الفصل التراكمي : الفصول (1-5)

(تتمة 2)

الجزء 2: الإجابة القصيرة

اقرأ كل سؤال بعناية، ثم اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

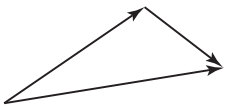
- (17) حل المعادلة: $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta = -1$ في الفترة $[0, 2\pi]$. _____
- (18) يجبر حصان عربة بقوة ثابتة مقدارها 1500 N، فإذا كان الذراع الذي يصل بين الحصان والعربة يصنع زاوية قياسها 28° مع العربة، فأوجد الشغل المبذول لجر العربة مسافة 50 مترًا. _____
- (19) أوجد قياس الزاوية بين المتجهين: $\mathbf{u} = \langle 2, -3, 4 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle 9, 0, -1 \rangle$. _____
- (20) برهن على صحة المتطابقة: $\frac{\cos \theta}{\sec \theta + \tan \theta} = 1 - \sin \theta$ _____
- (21) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها $(9, -2)$ وطول نصف قطرها 5 وحدات. _____
- (22) تطير طائرتان في اتجاه مطار تمثله النقطة $(30, 22, 1)$ ، والنقطة $(-15, 4, 2.5)$ تمثل موقع الطائرة الأولى، في حين تمثل النقطة $(43, -6, 3)$ موقع الطائرة الثانية. أجب عن الأسئلة الآتية، علمًا بأن كل وحدة تمثل ميلًا واحدًا:
- (a) أوجد المتجه الذي يمثل المسار المباشر بين الطائرة الأولى والمطار.
- (b) أوجد المتجه الذي يمثل المسار المباشر بين الطائرة الثانية والمطار.
- (c) أي الطائرتين أقرب إلى المطار؟ وكم ميلًا الفرق بين بُعديهما عنه؟
- (23) ما العلاقة بين متجهات الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ ؟ _____
- (24) إذا كان $\mathbf{u}$ متجه منطبق على المحور y وطوله 6 وحدات، فاكتبه في صورة توافق خطي لمتجهات الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. _____

الفصل الخامس : المتجهات

السؤال	الإجابة
7c	$\langle 6, -10 \rangle$
الاختبار القصير (2)	
1	الأفقية: 16.1 N ; الرأسية: 19.2 N
2	A
3	54.2°
4	536.2 J
الاختبار القصير (3)	
1	$\langle 5, 0, -12 \rangle; 13$
2	$\langle 3, 11, 10 \rangle$
3	$\left\langle 3, -\frac{11}{3}, 10 \right\rangle$
4	D
5	22.7
الاختبار القصير (4)	
1	9، غير متعامدين
2	$\langle 18, 38, 25 \rangle$ ؛ $\langle 18, 38, 25 \rangle \cdot \langle 5, -5, 4 \rangle = 0$ $\langle 18, 38, 25 \rangle \cdot \langle 2, 3, -6 \rangle = 0$
3	84.8°
4	D
اختبار منتصف الفصل	
1	D
2	C
3	A

السؤال	الإجابة
إجابات نموذج التوقع	
1	غ
2	م
3	م
4	م
5	غ
6	م
7	غ
8	م
9	م
10	م
11	غ
الاختبار القصير (1)	
1	الأفقية: 1.36 cm ، الرأسية: 12.93 cm
2	A
3	$29^\circ, 5.5\text{ cm}$
4	$187^\circ; 5.9\text{ cm}$
5	$\langle -7, -5 \rangle$
6	$-15\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$
7a	$\langle -15, 20 \rangle$
7b	$\langle 21, -24 \rangle$

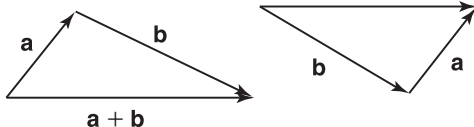
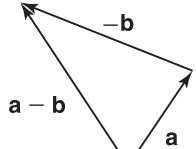
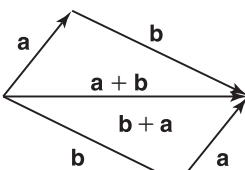
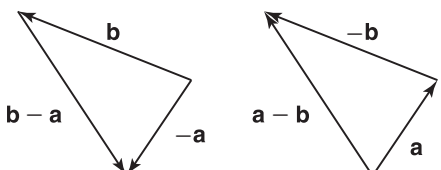
السؤال	الإجابة
5	A
6	A
7	C
8	D
9	D
10	C
11	D
12	D
13	A
14	C
15	A
16	B
17	D
18	D
19	C
اختبار الفصل: النموذج (2A)	
1	B
2	C
3	C
4	A
5	A
6	C
7	B

السؤال	الإجابة
4	C
5	A
6	86.2°
7	
8	$\langle 3.8, 0 \rangle; \langle 6.2, 3.3 \rangle$
اختبار المفردات	
1	الصورة الإحداثية
2	نقطة البداية
3	متعامدين
4	متوازيان
5	ثلاثي مرتب
6	متجه الوحدة
7	المتجهان المتعاكسان
8	النهاية
9	الوضع القياسي
10	الاتجاه الحقيقي
اختبار الفصل: النموذج (1)	
1	B
2	C
3	B
4	A

السؤال	الإجابة
11	145.4°
12	-12 ؛ غير متعامدين
13	6 ؛ غير متعامدين
14	48.9° ; 38.8 N
15	$\langle 35, 52 \rangle$
16	141.3 وحدة مربعة
17	16.1 ميلا
18	76.5 وحدة مكعبة
اختبار الفصل: النموذج (3)	
1	الأفقية: -4.27 m الرأسية: -10.57 m
2	$\left\langle \frac{3\sqrt{10}}{10}, \frac{-\sqrt{10}}{10} \right\rangle$
3	$4.2 \text{ cm}, 43^\circ$
4	10.3°
5	$\langle -1.9, 0 \rangle; 1.9$
6	20.3 N
7	$\left\langle \frac{2}{3}, -\frac{3}{4} \right\rangle$
8	$\left\langle \frac{81}{2}, -\frac{193}{8}, 4 \right\rangle$
9	607.1 N 19.3° شمال الشرق
10	$\left\langle -\frac{35}{6}, 14, 14 \right\rangle$
11	57.4°
12	0 ، متعامدان

السؤال	الإجابة
8	C
9	B
10	B
11	C
12	C
13	B
14	A
15	D
16	D
17	A
18	C
اختبار الفصل: النموذج (2B)	
1	الأفقية: -0.35 m الرأسية: 9.99 m
2	$\left\langle \frac{-2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5} \right\rangle$
3	$6.0 \text{ cm}, 219^\circ$
4	116.6°
5	$\langle -1, 15 \rangle, 15.03$
6	17.5 N
7	$\langle 7, -21 \rangle$
8	$\langle 28, -16, 15 \rangle$
9	183.2 J
10	$\langle 18, 48, 28 \rangle$

السؤال	الإجابة
1e	اجمع المركبات الأولى للمتجهات، ثم اجمع المركبات الثانية معًا، وستحصل على المركبتين الأفقية والرأسية للمحصلة على الترتيب. $c+d = \langle -11, -10 \rangle$ طول المتجه $c+d = \sqrt{(-11)^2 + (-10)^2} \approx 14.9$
1f	إجابة ممكنة: $\langle 1, 2, 3 \rangle - \langle -3, 3, 0 \rangle = \langle 4, -1, 3 \rangle$ $\langle 4, -1, 3 \rangle = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$
1g	إجابة ممكنة: $\langle 3, 7 \rangle$ المتجهان متعامدان؛ لأن حاصل ضربهما الداخلي يساوي صفرًا. $a_1 b_1 + a_2 b_2 = (7) \cdot (3) + (-3) \cdot 7 = 0$
1h	$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} - 0\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$
2a	12.12 وحدة طول.
2b	5.39 وحدات طول.

السؤال	الإجابة
13	-8 ، غير متعامدين
14	26.6 N
15	$\langle -2, -19 \rangle$
16	40.5 وحدة مربعة
17	الطائرة الأولى 0.52 mi
18	98.1 وحدة مكعبة
اختبار الفصل ذو الإجابات المطولة	
1a	
1b	$a - b = a + (-b)$ كما في الشكل التالي . 
1c	نعم، كلاهما يمثل قطر متوازي الأضلاع نفسه. 
1d	لا، $a - b$، $b - a$ ممثلان بالشكلين التاليين. 

السؤال	الإجابة
14	D
15	B
16	B
17	$\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}$
18	$66221 J$
19	73.3°
20	$\frac{\cos \theta}{\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta}$ $= \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{1 + \sin \theta}$ $= 1 - \sin \theta$
21	$(x - 9)^2 + (y + 2)^2 = 25$
22a	$\langle 45, 18, -1.5 \rangle$
22b	$\langle -13, 28, -2 \rangle$
22c	الطائرة الثانية، 17.6 ميلاً
23	جميعها لها الطول نفسه، وكل متجهين يكونان متعامدين.
24	$6\mathbf{j}$

السؤال	الإجابة
3	إجابة ممكنة: المتجهان: $a = \langle 1, 0 \rangle$، $b = \langle 0, -1 \rangle$ متعامدان؛ لأن حاصل ضربهما الداخلي يساوي صفراً. $a_1 b_1 + a_2 b_2 = 1(0) + 0(-1) = 0$ وكذلك المتجهان: $a = \langle 5, 5 \rangle$، $b = \langle 5, -5 \rangle$ متعامدان؛ لأن حاصل ضربهما الداخلي يساوي صفراً. $a_1 b_1 + a_2 b_2 = 5(5) + 5(-5) = 25 - 25 = 0$
الاختبار التراكمي	
1	C
2	B
3	B
4	B
5	B
6	D
7	B
8	D
9	B
10	D
11	A
12	B
13	A