

رياضيات الصف الثاني عشر عام

العام الدراسي 2025 / 2024

الفصل الدراسي الأول





الدرس: 3.3

اسم الدرس: خصائص اللوغاريتمات.

😊 نواتج التعلم:

- تطبيق خصائص اللوغاريتمات.
- إجراء تغيير على قاعدة الأساس.





خصائص اللوغاريتمات

حيث b و x و y أعداد حقيقية موجبة.

خاصية الأس الثابت

$$(b^x)^y = b^{xy}$$

خاصية خارج القسمة

$$\frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$$

خاصية ناتج الضرب

$$b^x \times b^y = b^{x+y}$$

إذا كان b و x و y أعداد حقيقية موجبة، و $b \neq 1$ و p رقم حقيقي، فإن العبارات التالية صحيحة.

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$$

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

$$\log_b x^p = p \log_b x$$

خاصية ناتج الضرب

خاصية ناتج القسمة

خاصية الأس الثابت





استخدام خصائص اللوغاريتمات

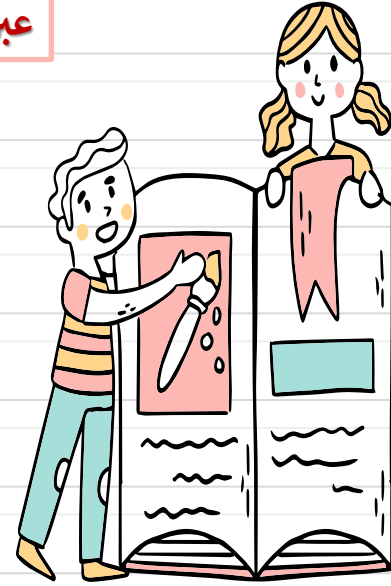
عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $\ln 2$ و $\ln 3$

$\ln 54$

$$\begin{aligned}\ln 54 &= \ln (2 \times 3^3) \\ &= \ln 2 + \ln 3^3 \\ &= \ln 2 + 3 \ln 3\end{aligned}$$

$\ln \frac{9}{8}$

$$\begin{aligned}\ln \frac{9}{8} &= \ln 9 - \ln 8 \\ &= \ln 3^2 - \ln 2^3 \\ &= 2 \ln 3 - 3 \ln 2\end{aligned}$$



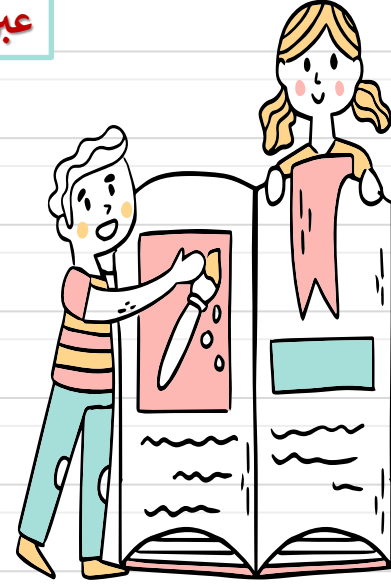
عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $\log 3$ و $\log 5$

$\log 75$

$$\begin{aligned}\log 75 &= \log (3 \times 5^2) \\ &= \log 3 + \log 5^2 \\ &= \log 3 + 2 \log 5\end{aligned}$$

$\log 5.4$

$$\begin{aligned}\log \frac{54}{10} &= \log \frac{27}{5} \\ &= \log \frac{3^3}{5} = \log 3^3 - \log 5 \\ &= 3 \log 3 - \log 5\end{aligned}$$





تحويل اللوغاريتمات إلى أبسط صورة

جد قيمة كل لوغاريتم مما يلي.

الحل

a. $\log_4 \sqrt[5]{64}$

$$= \log_4 64^{\frac{1}{5}}$$

$$= \log_4 (4^3)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \log_4 4^{\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{3}{5} \log_4 4 = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5}$$

b. $5 \ln e^2 - \ln e^3$

$$= 5 (2 \ln e) - 3 \ln e$$

$$= 10 \ln e - 3 \ln e$$

$$= 10 (1) - 3 (1) = 7$$

c. $\ln e^9 + 4 \ln e^3$

$$= 9 \ln e + 4 (3 \ln e)$$

$$= 9 \ln e + 12 \ln e$$

$$= 9(1) + 12(1) = 21$$





توسيع التعابير اللوغاريتمية

قم بتوسيع كل تعبير.

الحل

a. $\log 12x^5y^{-2}$

$$= \log 12 + \log x^5 + \log y^{-2}$$

$$= \log 12 + 5 \log x - 2 \log y$$

b. $\ln \frac{x^2}{\sqrt{4x+1}}$

$$= \ln x^2 - \ln \sqrt{4x+1}$$

$$= \ln x^2 - \ln (4x+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 \ln x - \frac{1}{2} \ln (4x+1)$$

c. $\log_{13} 6a^3bc^4$

$$= \log_{13} 6 + \log_{13} a^3 + \log_{13} b + \log_{13} c^4$$

$$= \log_{13} 6 + 3 \log_{13} a + \log_{13} b + 4 \log_{13} c$$

d. $\ln \frac{3y+2}{4\sqrt[3]{y}}$

$$= \ln(3y+2) - \ln(4\sqrt[3]{y}) = \ln(3y+2) - \ln(4y^{\frac{1}{3}}) = \ln(3y+2) - (\ln 4 + \frac{1}{3} \ln y)$$



تبسيط التعابير اللوغاريتمية

قم بتبسيط كل تعبير مما يلي.

الحل

a. $4 \log_3 x - \frac{1}{3} \log_3(x + 6)$

$$= 4 \log_3 x - \frac{1}{3} \log_3(x + 6)$$

$$= \log_3 x^4 - \log_3(x + 6)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \log_3 x^4 - \log_3 \sqrt[3]{x + 6}$$

$$= \log_3 \frac{x^4}{\sqrt[3]{x + 6}}$$

b. $6 \ln(x - 4) + 3 \ln x$

$$= 6 \ln(x - 4) + 3 \ln x$$

$$= \ln(x - 4)^6 + \ln x^3$$

$$= \ln x^3(x - 4)^6$$





قم بتبسيط كل تعبير مما يلي.

c. $-5 \log_2(x + 1) + 3 \log_2(6x)$

$$= -5 \log_2(x + 1) + 3 \log_2(6x)$$

$$= \log_2(x + 1)^{-5} + \log_2(6x)^3$$

$$= \log_2 \frac{1}{(x + 1)^5} + \log_2(216x^3)$$

$$= \log_2 \frac{1}{(x+1)^5} (216x^3)$$

$$= \log_2 \frac{216x^3}{(x + 1)^5}$$

d. $\ln(3x + 5) - 4 \ln x - \ln(x - 1)$

$$= \ln(3x + 5) - \ln x^4 - \ln(x - 1)$$

$$= \ln \left(\frac{3x + 5}{x^4} \right)$$

$$= \ln \left(\frac{3x + 5}{x^4(x - 1)} \right)$$

$$= \ln \left(\frac{3x+5}{x^5-x^4} \right) = \ln \left(\frac{3x+5}{x} \right)$$

الحل





مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

الجلسة الثانية

+971077101988/

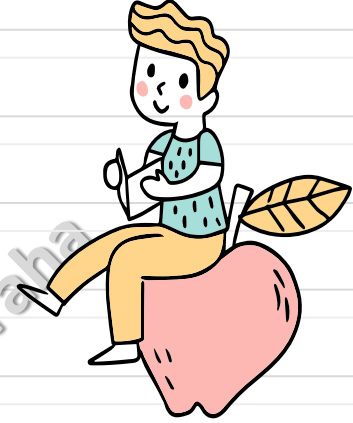


أ/ محمد طه



نواتج التعلم

إجراء تغيير على قاعدة الأساس □





تغيير صيغة الأساس

بالنسبة لأي أعداد حقيقية موجبة a و b و $a \neq 1$ و $b \neq 1$ و x و

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

تحتوي معظم الحاسبات على مفتاحين فقط للوغاريتمات، **LOG** للوغاريتمات الأساس 10 و **LN** للوغاريتمات الأساس e لهذا ستستخدم في الغالب قاعدة تغيير الأساس بإحدى الصيغتين التاليتين وكلاهما سيعطيك الإجابة الصحيحة.

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b} , \log_b x = \frac{\log x}{\log b}$$





كلاهما يعطي نفس الناتج .

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}, \log_b x = \frac{\log x}{\log b}$$

قم بإيجاد قيمة كل لوغاريتم مما يلي

مثال

$$\log_3 5$$

$$\frac{\ln 5}{\ln 3} \approx 1.47$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 6$$

$$\frac{\log 6}{\log \frac{1}{2}} \approx -2.58$$

$$\log_{78} 4212$$

$$\frac{\log 4212}{\log 78} \approx 1.92$$

الحل

$$\log_{15} 33$$

$$\frac{\ln 33}{\ln 15} \approx 1.29$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 10$$

$$\frac{\log 10}{\log \frac{1}{3}} \approx -2.1$$

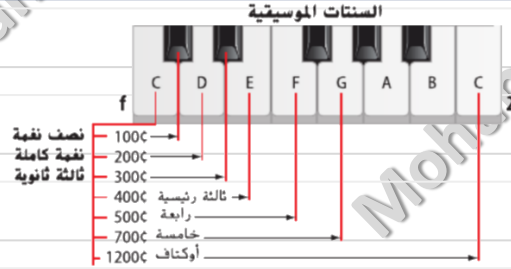




استخدام تغيير قاعدة الأساس

مثال

الموسيقى السنت (¢) الموسيقي هو وحدة النغمة النسبية. ويتألف الجواب الموسيقي واحد من 1200 سنت.



الحل

قاعدة تحديد الفارق في السنتات بين صوتين بالتردد المبدئي a والتردد النهائي b هي $n = 1200 \left(\log_2 \frac{a}{b} \right)$. جد الفارق في النغمة بين كل من أزواج الأصوات التالية.

$$n = 1200 \left(\log_2 \frac{a}{b} \right) = 1200 \left(\log_2 \frac{493.9}{293.7} \right) = 1200 \left(\frac{\log \frac{493.9}{293.7}}{\log 2} \right) \approx 899.85$$

493.9 هرتز، 293.7 هرتز

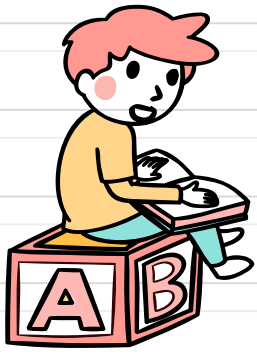
يبلغ الاختلاف في النغمة بين الصوتين حوالي 899.85 سنتًا.

$$n = 1200 \left(\log_2 \frac{a}{b} \right) = 1200 \left(\log_2 \frac{3135.9}{2637} \right) = 1200 \left(\frac{\log \frac{3135.9}{2637}}{\log 2} \right) \approx 299.98$$

3135.9 هرتز، 2637 هرتز

يبلغ الاختلاف في النغمة بين الصوتين حوالي 299.98 سنتًا.





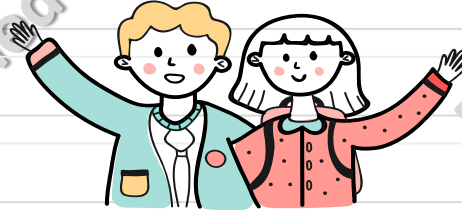
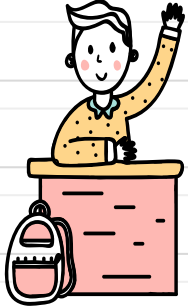
واجب

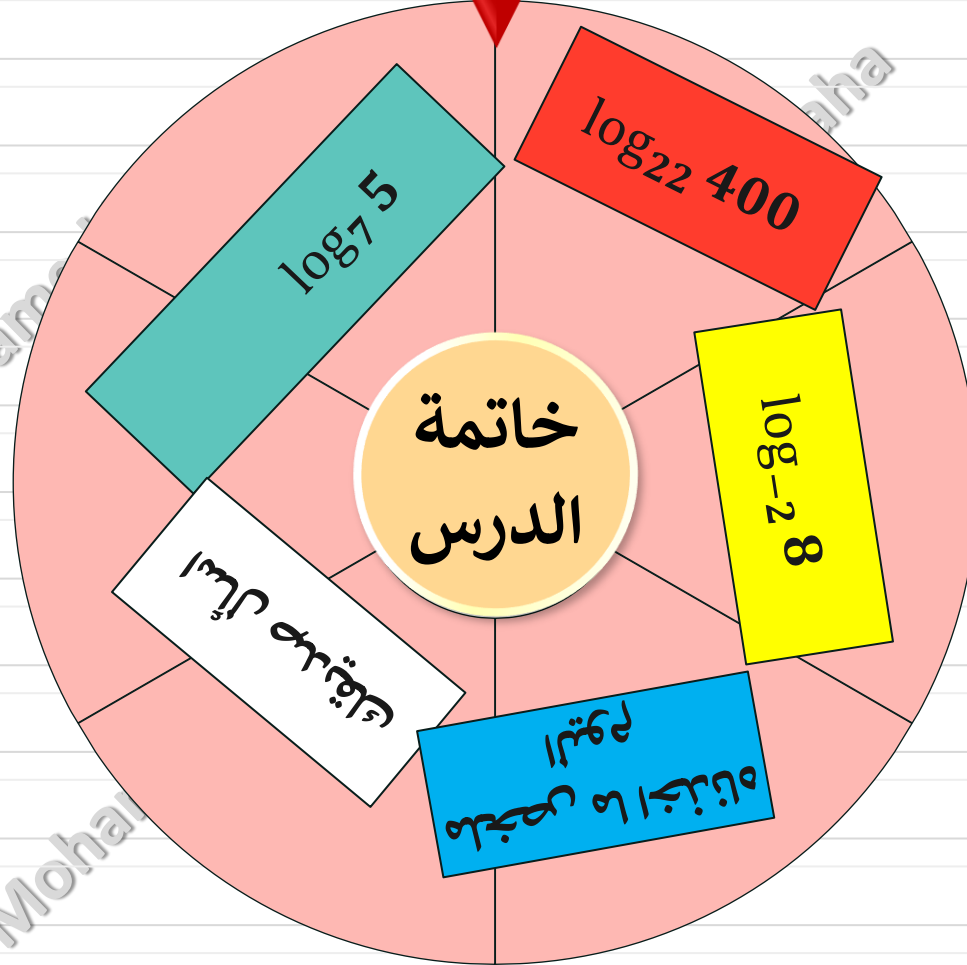
صفحة 185

Q2, Q4, Q9 ➤

Q16, Q18, Q20 ➤

Q25, Q32, Q40, Q52 ➤







مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

Thank you

+971077101988/



أحمد طه