



الرياضيات

الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني - القسم الأول





الرياضيات

الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني – القسم الأول

تأليف

أ. دلال مبارك الحجرف (رئيسًا)

أ. نوره عبد الله أبورقة العتيبي أ. ساره زايد شينان العجمي

أ. وسميه بادي هادي الرشيدي أ. عصام عبد الهادي السيد حسن

أ. عفاف عبد العزيز يعقوب الصانع

الطبعة الأولى

١٤٤٧ هـ

٢٠٢٥ – ٢٠٢٦ م







حضرة صاحب السمو الشيخ مشعل آل أحمد آل جابر آل صباح
أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad AL-Jaber AL-Sabah
Amir Of The State Of Kuwait



سَمُو الشَّيْخِ صَبَّاحُ خَالِدُ الْحَمَادِ الصَّبَّاحُ
وَلِيَّ عَهْدَ دَوْلَةِ الْكُوَيْتِ

H. H. Sheikh Sabah Khaled Al-Hamad Al-Sabah
Crown Prince Of The State Of Kuwait

الحمد لله ربّ العالمين والصلاة والسلام على سيد المرسلين محمد بن عبدالله وصحبه أجمعين.

إنطلاقاً من التوجيهات السامية لحضرة صاحب السموّ أمير البلاد الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح ، حفظه الله ورعاه ، بضرورة الإسراع في تنفيذ كافّة مشاريع الدولة التنموية ومن ضمنها على وجه الخصوص المشاريع التعليمية ، وتماشياً مع رؤية الكويت ٢٠٣٥ والتي تنادي بكويت جديدة فقد شرعت وزارة التربية في تطوير مناهجها التعليمية مستندة ، في ذلك إلى أهميّة رأس المال البشري كعنصر أساسي في تنمية الوطن ورفعته.

ولأنّ المناهج التعليمية هي قاعدة الهرم التعليمي إلى جانب المعلّم والمتعلّم ، وتعدّ أحد الروافد المهمّة في خلق جيل متعلّم وواعٍ ، قادر على المشاركة في بناء المجتمع ، ولأنّ المناهج عبارة عن كمّ الخبرات التربوية والتعليمية التي تُقدّم للمتعلّم ، فقد أولت الوزارة أهميّة بتطوير المناهج حسب المعايير العلمية وذلك لتحقيق نقلة نوعية في الشكل والمضمون ، وإيماناً بأهميّتها وإنطلاقاً من أنّها ذات صفة عالمية مع الأخذ في الاعتبار خصوصية المجتمع الكويتي وبيئته المحليّة ، ملتزمة بأن تصبّ جميعها في تعزيز الهوية الوطنية وبعقلية منفتحة على الآخرين مع احترام حقوق الإنسان وحرّياته الأساسية والتمسك بمبادئ الإسلام والتسامح من جهة ، وغزيرة بمهارات القرن الواحد والعشرين لتعزيز المفاهيم الرياضية لجميع المتعلّمين من جهة أخرى لكي يكونوا في طليعة المنافسين في المسابقات العلمية والدولية ، وذلك عبر بناء الخطط التعليمية المعتمدة من قطاع المناهج مؤكّدين على أهميّة التكامل بين الجوانب العلمية والتطبيقية حتّى تكون ذات طبيعة وظيفية مرتبطة بحياة المتعلّم ، متضمّنة في الكثير من بنودها التمارين ذات المستويات العليا في التفكير والفهم والتحليل والتركيب .

وقد تمّت صياغة وترتيب الكتاب المدرسي في منهجية خاصة ذات هيكل ومجالات معينة تتمحور حول العدّ والجبر والهندسة والقياس ، وأخيراً الإحصاء والاحتمال .

فقد تمّ بناء الكتاب وفق منهجية تربوية حديثة تراعي التدرّج المنطقي في المفاهيم والمهارات لبناء معرفة رياضية تراكمية تراعي الفروق الفردية بين المتعلّمين وتعزّز التفكير الرياضي العميق .

كما ويحوي الكتاب على وحدات تعليمية وموضوع محوري يتمّ إبرازه في مقدّمة كلّ وحدة ، تساعد على تنمية الفهم البنائي وربط المفاهيم الجديدة مع سياقات من واقع الحياة .

وحرصنا على إدراج التمارين المتنوعة مع نهاية كل درس ، والتي تنوّعت بين الأسئلة المباشرة والمسائل الحياتية وأسئلة مهارات تفكير عليا ، مثل التبرير والنقد وتعدّد طرق الحلّ والاستنتاج .

تنتهي كلّ وحدة بقسم خاصّ للتقويم لقياس مدى تحقيق الأهداف متضمّنة أسئلة شاملة للمفاهيم والمهارات التي تمّ تناولها ، حتّى تكون أداة تمكّنا من تحديد الاحتياجات التعليمية لاحقا .

ممّا سبق من معطيات وغيرها من الجوانب التعليمية والتربوية ، فقد تمّت صياغة وإعداد كتب الرياضيات لتحقيق نقلة نوعية ذات جودة عالية تلبيّ الطموحات المطلوبة وتكون نافذة واسعة تُطلّ على آمالنا وتطلّعاتنا في المستقبل لما نهدف إليه من تأسيس فكر رياضي في عقول أجيالنا القادمة تنهض بها أمّتنا وتضعها في مكانها المناسب في الصفوف المتقدّمة ، ويُشار إليها بالبنان مع كلّ محفل.

المحتويات

الجزء الأول :

الوحدة التعليمية الأولى :

الأعداد الحقيقية والعمليات عليها

الوحدة التعليمية الثانية :

التحليل والمعادلات

الوحدة التعليمية الثالثة :

الحدوديات النسبية - الهندسة الإحداثية

الوحدة التعليمية الرابعة :

هندسة التحويلات - الإحصاء والاحتمال

الجزء الثاني :

الوحدة التعليمية الخامسة :

العلاقات والدوال

الوحدة التعليمية السادسة :

المعادلات الخطية والمتباينات الخطية

الوحدة التعليمية السابعة :

هندسة المثلث

الوحدة التعليمية الثامنة :

النسبة المئوية - الهندسة والقياس

الوحدة التعليمية الخامسة

العلاقات والدوال

رقم الصفحة	المحتوى
١٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الخامسة
١٧	مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية الخامسة
١٨	هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية الخامسة
٢٠	(١ - ٥) العلاقة وخواصّها
٣٦	(٢ - ٥) التطبيق (الدالة)
٤٤	(٣ - ٥) أنواع التطبيق
٥٥	(٤ - ٥) الدالة الخطيّة
٦٠	(٥ - ٥) الدالة التربيعية
٦٩	تقويم الوحدة التعليمية الخامسة

الوحدة التعليمية السادسة

المعادلات الخطية والمتباينات الخطية

رقم الصفحة	المحتوى
٨٠	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية السادسة
٨١	مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية السادسة
٨٢	هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية السادسة
٨٤	(١ - ٦) الميل
٩٥	(٢ - ٦) المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة
١٠٢	(٣ - ٦) حلّ معادلتين خطيتين في متغيّرين آنياً
١١٤	(٤ - ٦) المتباينات الخطية (منطقة الحلّ المشترك)
١٢٥	تقويم الوحدة التعليمية السادسة
١٣٢	المشروع الثالث

الوحدة التعليمية الخامسة



العلاقات والدوال

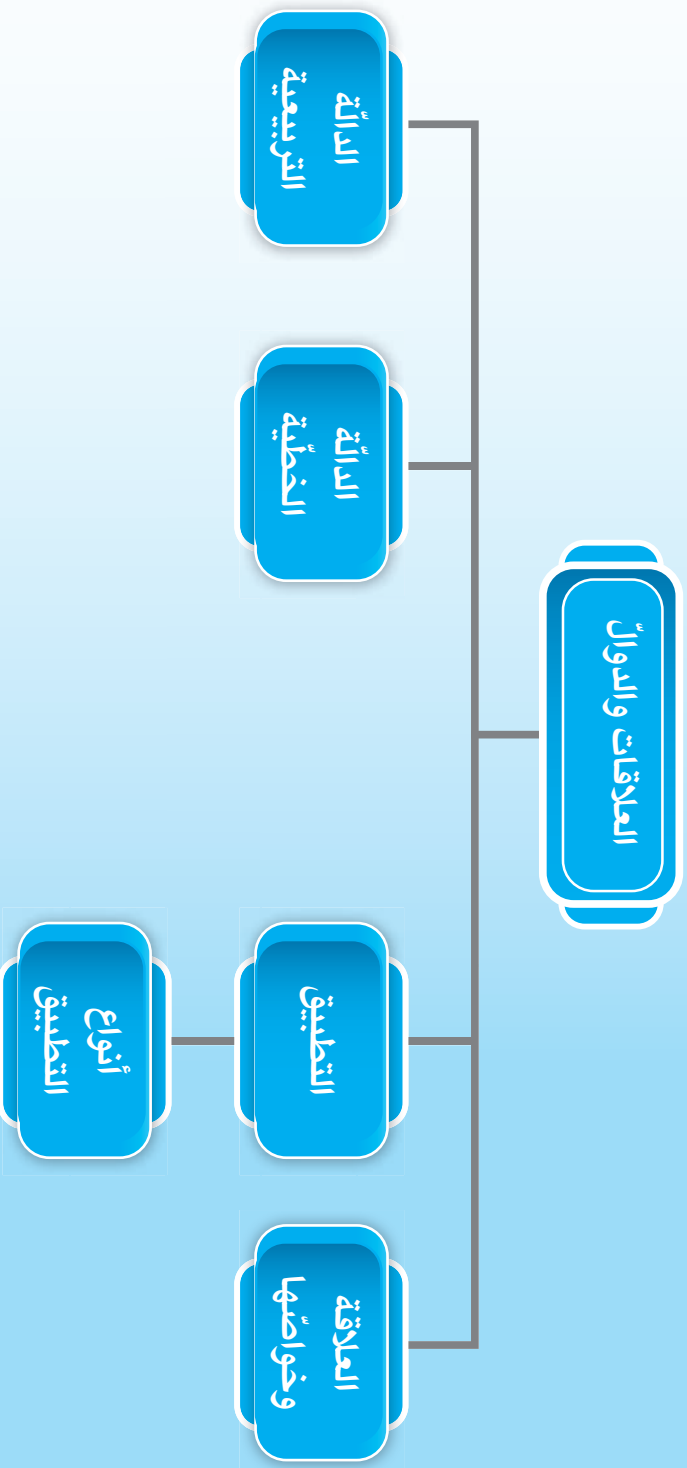
« الكويت ... وطن العلاقات المتينة »

الكويت ... تلك اللؤلؤة المضيئة على شاطئ الخليج ، تتشابك فيها
الطرق ، وتتواصل فيها القلوب .
فكلّ مدينة تمتدّ بجسور نحو الأخرى ، وكلّ إنسان فيها يرتبط مع
غيره بروابط المحبة والانتماء .



المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
العدّ والجبر	إستخدام التمثيلات البيانية والجداول والتعابير الجبرية للقيام بالتوقعات وحلّ المسائل .	التذكّر - التعرّف - الفهم - الوسائط - التمثيل - المقارنة والتمييز - الاستكشاف والتقصّي - الاستدلال - العلاقات - الاستنتاج - حلّ المشكلات - التعاون - العمل الجماعي - الترميز والبرمجة - إتّخاذ القرار
	فهم الأنماط والعلاقات والدوالّ .	

مخطط تنظيمية للوحدة التعليمية الخامسة



هل أنت مستعد؟

١ إذا كانت $\sim = \{2, 3, 4\}$

أ) أوجد عدد عناصر $\sim \times \sim$.

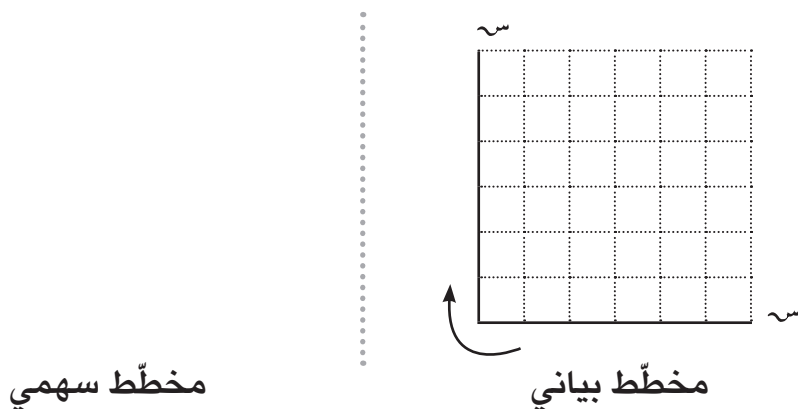
.....

ب) اكتب $\sim \times \sim$ بذكر العناصر.

.....

ج) مثل $\sim \times \sim$ بمخطط بياني وآخر سهمي.

.....



٢ فيما يلي مجموعة من العلاقات المعروفة على $\sim = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

اكتب كل علاقة بذكر عناصرها:

أ) $\{ (a, b) : a \in \sim, b \in \sim, a + b = 8 \}$

.....

ب) $\{ (a, b) : a \in \sim, b \in \sim, a = b \}$

.....

ج) $\{ (a, b) : a \in \sim, b \in \sim, a = 2b \}$

.....

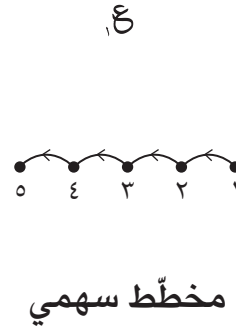
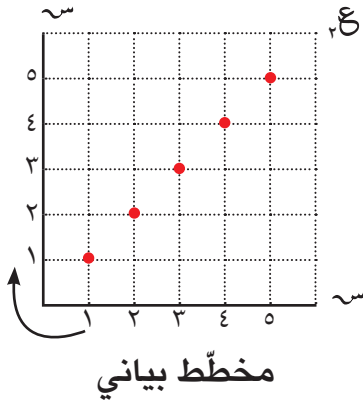
د) $\{ (a, b) : a \in \sim, b \in \sim, \sqrt{a} = b \}$

.....

هـ) $\{ (a, b) : a \in \sim, b \in \sim, a < b \}$

.....

٣ أكتب العلاقات $١ع$ ، $٢ع$ على $س$ التي يمثلها كل من المخططين السهمي والبياني
الآتيين ، بذكر العناصر ثم بذكر الصفة المميزة . حيث $س = \{ ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ \}$

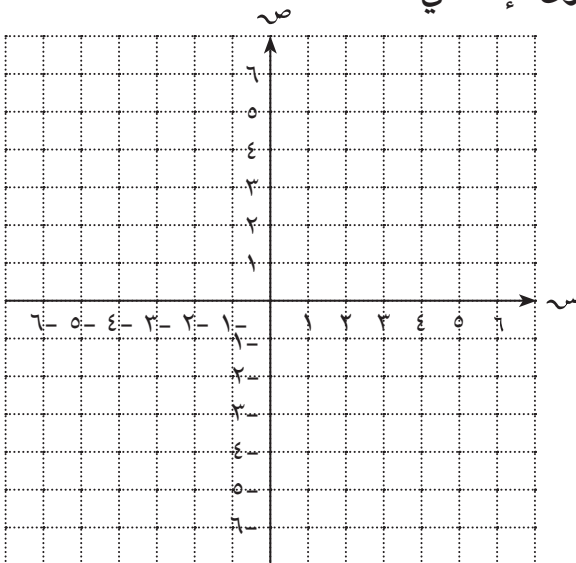


٤ أوجد قيمة $٦س + ٤$ إذا كانت $س = ١١$

٥ أوجد قيمة $٢س - ١$ إذا كانت $س = -٣$

٦ أوجد قيمة $١ - ٢س$ إذا كانت $س = -٤$

٧ مثل كل نقطة ممّا يلي في المستوى الإحداثي :



أ (٣ ، ١ -)

ب (٤ ، ٠)

ج (٠ ، ٢ -)

د (٥ - ، ٣)

هـ (١ ، ٤ -)

The Relation and its Properties

سوف تتعلّم : خواصّ العلاقة على مجموعة .

العبارات والمفردات :

Transitive Relation
Equivalence Relation

علاقة متعدّية
علاقة تكافؤ

Reflexive Relation
Symmetric Relation

علاقة انعكاسية
علاقة متناظرة

تذكّر



• الحاصل الديكارتي على المجموعة S هو $S \times S$
 $\{ (a, b) : a \in S, b \in S \} = S \times S$

تعلّمت سابقاً أنّ : العلاقة R على المجموعة S هي مجموعة جزئية من حاصل الضرب الديكارتي $S \times S$ ، أي أنّ : $R \subseteq S \times S$.
 كما تمتلك بعض هذه العلاقات مجموعة من الخواصّ التي يعتمد عليها في التصنيف والتحليل وهي الانعكاسية ، المتناظرة ، المتعدّية والتكافؤ .

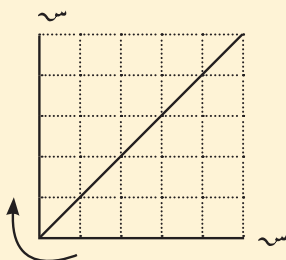
أولاً : خاصية الانعكاس

تظهر العلاقة الانعكاسية بشكل طبيعي في حياتنا اليومية والأنظمة من حولنا .
 ومن استخدامات العلاقة الانعكاسية في الحياة الواقعية :
 في التعليم وتقييم الذات : عندما يقيّم المتعلّم نفسه (تقييم ذاتي) ،
 فالعلاقة هنا بين الشخص ونفسه .

لاحظ أنّ



في المخطّط البياني (Graph) الذي يمثّل العلاقة بين عناصر مجموعة ، يُسمّى « القطر » الذي يربط كلّ عنصر بنفسه ب : « القطر الرئيسي » .



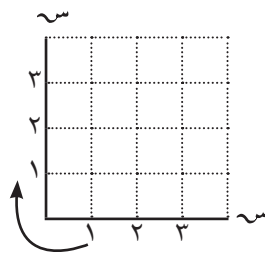
بشرط أن يكون ترتيب العناصر على المحورين هو نفسه .

حلّ وناقش (١)



لتكن $S = \{ 1, 2, 3 \}$

١ مثّل الحاصل الديكارتي $S \times S$ بمخطّط بياني .

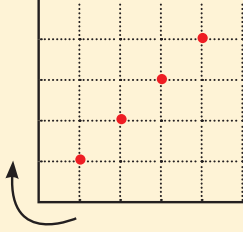


٢ أكتب R علاقة « يساوي » على S بذكر العناصر .

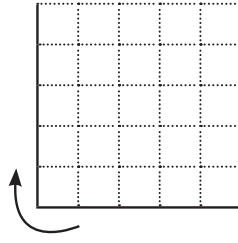
٣ أكتب $R = \{ (a, b) : a \in S, b \in S \}$ بذكر العناصر .

لاحظ أن

تكون العلاقة انعكاسية إذا شمل المخطط البياني الذي يمثلها جميع العناصر الواقعة على القطر الرئيسي.



مثال ٥، بمخطط بياني .



مثال ٤، بمخطط سهمي .

لاحظ أن :

$$١ \ni ١ ، ١ \ni ١ ، ١ \ni ١$$

$$٢ \ni ٢ ، ٢ \ni ٢ ، ٢ \ni ٢$$

$$٣ \ni ٣ ، ٣ \ni ٣ ، ٣ \ni ٣$$

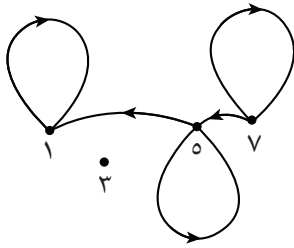
وبالمثل في العلاقة .

إذا، كل عنصر من عناصر المجموعة سـ يرتبط بنفسه في العلاقة ع .
نسَمي مثل هذه العلاقة علاقة « انعكاسية » .

تُسَمي العلاقة ع المعرفة على المجموعة سـ علاقة انعكاسية
إذا وفقط إذا كان لكل $٢ \ni ٢$ ، يكون $(٢، ٢) \in ع$.

مثال (١) :

المخططات السهمية الآتية، تمثل علاقات على سـ حيث $سـ = \{١، ٣، ٥، ٧\}$
اختبر ما إذا كانت كل من $ع_١$ ، $ع_٢$ علاقات انعكاسية أم لا، مع ذكر السبب في كل حالة، ممّا يلي :



المخطط السهمي للعلاقة $ع_٢$

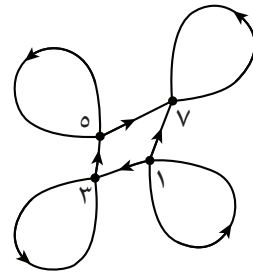
الحل :

$$ع_٢ = \{(١، ١)، (٣، ٣)، (٥، ٥)، (٧، ٧)\}$$

$$\{(١، ٥)، (٥، ٧)\}$$

$ع_٢$ علاقة ليست انعكاسية

لأن $٣ \ni ٣$ ، ولكن $(٣، ٣) \notin ع_٢$



المخطط السهمي للعلاقة $ع_١$

الحل :

$$ع_١ = \{(١، ١)، (٣، ٣)، (٥، ٥)، (٧، ٧)\}$$

$$\{(١، ٥)، (٥، ٧)، (٧، ١)\}$$

$$١ \ni ١ ، ١ \ni ١ ، ١ \ni ١$$

$$٣ \ni ٣ ، ٣ \ni ٣ ، ٣ \ni ٣$$

$$٥ \ni ٥ ، ٥ \ni ٥ ، ٥ \ni ٥$$

$$٧ \ni ٧ ، ٧ \ni ٧ ، ٧ \ni ٧$$

∴ $ع_١$ علاقة انعكاسية

لأن لكل $٢ \ni ٢$ ، يكون $(٢، ٢) \in ع_١$

ملاحظة :



- للحكم على أنَّ العلاقة انعكاسية ، يلزم التحقق من أنَّ كلَّ عنصر من عناصر المجموعة يرتبط بنفسه في العلاقة .
- للحكم على أنَّ العلاقة ليست انعكاسية يكفي وجود عنصر واحد من عناصر المجموعة لم يرتبط بنفسه في العلاقة .

مثال (٢) :

إذا عُلِّم أنَّ $\sim = \{ ١-، ١، ٢-، ٢، ٤-، ٤ \}$.

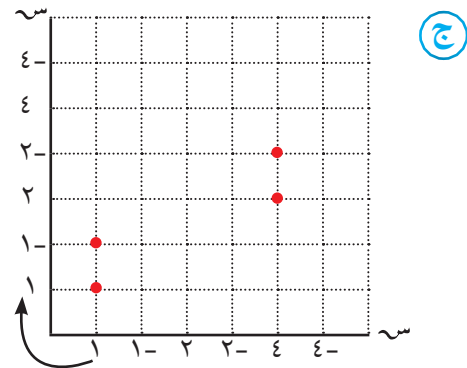
- أكتب العلاقة $\sim$ المعرفة على $\sim$ بذكر العناصر حيث $\sim = \{ (١، ١) : ١، ٢، ٤ \}$.
- ب) اختبر ما إذا كانت $\sim$ علاقة انعكاسية أم لا .
- ج) أرسم المخطط البياني الذي يمثلها .

الحل :

أ) $\sim = \{ (١، ١)، (١-، ١-)، (٢، ٢)، (٢-، ٢-) \}$

ب) $\therefore ١- \sim ١- \nexists$ ولكن $(١-، ١-) \notin \sim$

$\therefore \sim$ علاقة ليست انعكاسية



انتبه



$$١(١-) = ١$$

$$١(١) = ١$$

$$٢(٢-) = ٢$$

$$٢(٢) = ٢$$

نلاحظ أنَّ المخطط البياني لم يشمل جميع عناصر القطر الرئيسي .

دورك الآن (١)

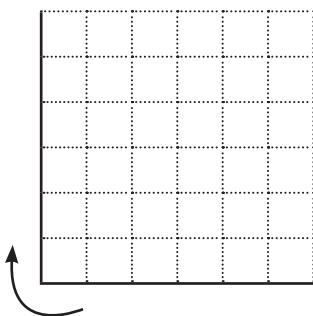


العلاقات الآتية معرفة على المجموعة $\sim = \{ ١-، ٠، ١ \}$. حدِّد أيًّا منها يمثل علاقة انعكاسية مع ذكر السبب ، ثمَّ مثِّل $\sim$ بمخطط بياني و $\sim$ بمخطط سهمي :

١) $\sim = \{ (١-، ١-)، (١، ١)، (٠، ٠)، (١-، ١-) \}$

$\therefore ١- \sim ١-، ١ \sim ١، ٠ \sim ٠$

$\therefore ١- \sim ١، ١ \sim ٠، ٠ \sim ١$



$\therefore \sim$ علاقة لأنَّ لكلَّ $١ \sim ١$ ، يكون

$$٢ \text{ ع} = \{(١, ١), (١, -٠), (٠, ١-), (٠, ٠)\}$$

∴ ١ - س ∉ ع ولكن (....., ...)

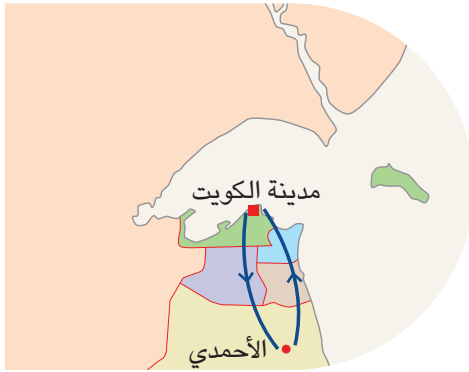
∴ ع

عبر عن فهمك (١)

لتكن س = {١, ٢, ٣, ٤, ٥}، ع = {(ب, ١) : ب ∉ س، ب مضاعف من مضاعفات ٢}، هل ع علاقة انعكاسية ؟ فسّر إجابتك .

ثانيًا : خاصية التناظر

تسكن نور في مدينة الأحمدى ، وذهبت يومًا لزيارة صديقتها في مدينة الكويت ثم عادت إلى منزلها بعد انتهاء الزيارة . نلاحظ في هذا المثال أنّ الذهاب يلزمه عودة ، كما هو موضح في الشكل المقابل ، مثل هذه العلاقات تُسمى «علاقة متناظرة» .



حلّ وناقش (٢)

إذا كانت س = {١, ٢, ٣, ٤, ٥} ،

$$\text{ع} = \{(ب, ١) : ب \in س, س = ب + ١\}$$

أ) أكتب ع بذكر العناصر .

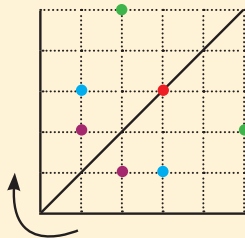
$$\text{ع} = \{(....., ...), (٤, ١), (....., ٣), (....., ٢)\}$$

ب) مثّل ع بمخطط سهمي .

لاحظ أنّ

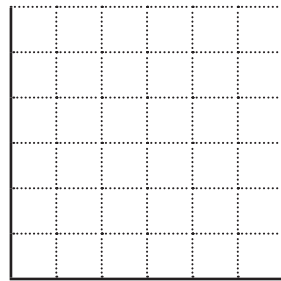
في المخطط السهمي :
تكون العلاقة متناظرة إذا وُجد سهم موجّه من ١ إلى ب ، فإنّه يلزم وجود سهم موجّه من ب إلى ١ .

لاحظ أنّ



في المخطط البياني : تكون العلاقة متناظرة إذا كان القطر الرئيسي هو محور التناظر بالنسبة إلى النقاط التي تمثّل العلاقة في المخطط البياني .

مخطط بياني



مخطط سهمي

١ ٢ ٣ ٤ ٥

لاحظ أنّ :

$$\text{ع} \ni (١, ٤) , \text{ع} \ni (٤, ١)$$

$$\text{ع} \ni (٢, ٣) , \text{ع} \ni (٣, ٢)$$

نسَمّي مثل هذه العلاقة علاقة «متناظرة» .

تُسمَّى العلاقة $\mathcal{E}$ المعرَّفة على المجموعة S علاقة متناظرة إذا وفقط إذا كان لكل $(a, b) \in \mathcal{E}$ ، فإن $(b, a) \in \mathcal{E}$

مثال (٣) :

إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، فأَيُّ العلاقات التالية متناظرة على S مع ذكر السبب ؟

أ $\mathcal{E}_1 = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

ب $\mathcal{E}_2 = \{(3, 3)\}$

ج $\mathcal{E}_3 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (1, 3)\}$ ، مثَّل $\mathcal{E}_3$ بمخطَّط سهمي .

الحل :

أ العلاقة $\mathcal{E}_1$: $(1, 2) \in \mathcal{E}_1$ ، وأيضًا $(2, 1) \in \mathcal{E}_1$

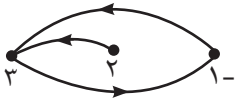
$(2, 3) \in \mathcal{E}_1$ ، وأيضًا $(3, 2) \in \mathcal{E}_1$

$\therefore \mathcal{E}_1$ علاقة متناظرة لأنَّ لكل $(a, b) \in \mathcal{E}_1$ ، فإن $(b, a) \in \mathcal{E}_1$

ب العلاقة $\mathcal{E}_2$: $(3, 3) \in \mathcal{E}_2$ ، وأيضًا $(3, 3) \in \mathcal{E}_2$

$\therefore \mathcal{E}_2$ علاقة متناظرة لأنَّ لكل $(a, b) \in \mathcal{E}_2$ ، فإن $(b, a) \in \mathcal{E}_2$

ج العلاقة $\mathcal{E}_3$ ليست متناظرة لأنَّ $(2, 3) \in \mathcal{E}_3$ ولكن $(3, 2) \notin \mathcal{E}_3$

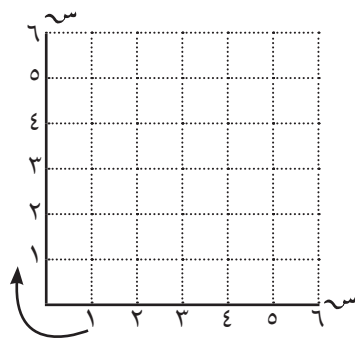


عبّر عن فهمك (٢)

هل كل علاقة انعكاسية على S هي علاقة متناظرة على S ؟ فسّر إجابتك .

ملاحظة :

تكون العلاقة $\mathcal{E}$ ليست متناظرة إذا وُجد $(a, b) \in \mathcal{E}$ ولكن $(b, a) \notin \mathcal{E}$ (عنصر واحد على الأقل) .



إذا كانت $س = \{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦ \}$ ، $ع$ ، علاقات معرفّة على $س$:

$$ع = \{ (١, ١) : ١ \in س , ١ + ١ = ٢ \}$$

$$ع = \{ (١, ١) : ١ \in س , ١ \cdot ١ = ١ \}$$

أ) أكتب $ع$ بذكر العناصر ومثّلها بمخطّط بياني ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت

$ع$ ، علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

$$ع = \{ (١, ١) , (٢, ٢) , (٣, ٣) , (٤, ٤) , (٥, ٥) , (٦, ٦) \}$$

$$ع = \{ (١, ٢) , (٢, ١) , (٢, ٣) , (٣, ٢) , (٣, ٤) , (٤, ٣) , (٤, ٥) , (٥, ٤) , (٥, ٦) , (٦, ٥) \}$$

$$ع = \{ (١, ٢) : ١ \in س , ٢ \in س \}$$

$$ع = \{ (١, ٢) : ١ \in س , ٢ \in س \}$$

$$ع = \{ (١, ٢) : ١ \in س , ٢ \in س \}$$

∴ $ع$ ، علاقة لأنّ لكلّ $(١, ٢) \in ع$ ، فإنّ $(٢, ١) \in ع$.

ب) أكتب $ع$ بذكر العناصر ومثّلها بمخطّط سهمي ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت $ع$ ، علاقة متناظرة أم لا

مع ذكر السبب .

$$ع = \{ (١, ٢) , (٢, ١) , (٢, ٣) , (٣, ٢) , (٣, ٤) , (٤, ٣) , (٤, ٥) , (٥, ٤) , (٥, ٦) , (٦, ٥) \}$$

$ع$ ، علاقة لأنّ $(١, ٢) \in ع$ ولكن $(٢, ١) \notin ع$

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

عبر عن فهمك (٣)



يقول فايز : إذا كانت $ع$ علاقة متناظرة ، فإنّ عدد عناصر العلاقة لا بدّ أن يكون عددًا زوجيًا . هل توافقه الرأي ؟ فسّر إجابتك .



معلومة مفيدة :

عن أبي هريرة رضي الله عنه
أنّ النبي صلى الله عليه وآله قال :

« لا تُشدّ الرحال إلّا إلى ثلاثة مساجد : المسجد الحرام ، ومسجدي هذا ، والمسجد الأقصى »
- رواه البخاري ومسلم .

ثالثاً : خاصية التعدّي

إذا كانت منارة المسجد الحرام أطول من منارة المسجد النبوي ، ومنارة المسجد النبوي أطول من منارة المسجد الأقصى ، فإنّ منارة المسجد الحرام أطول من منارة المسجد الأقصى .
مثل هذه العلاقة تُسمّى علاقة « متعدّية » .

حلّ وناقش (٣)

لاحظ أنّ



تكون العلاقة متعدّية إذا وُجد سهم موجّه من 'أ' إلى 'ب' وسهم آخر موجّه من 'ب' إلى 'ج'، فإنّه يلزم وجود سهم موجّه من 'أ' إلى 'ج'.

إذا كانت $s = \{5, 7, 8\}$ ، وكانت E علاقة معرفّة على s حيث $E = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$. اكتب E بذكر العناصر.

• • •
8 7 5

مثّل E بمخطّط سهمي.

لاحظ أنّ:

$E \ni (7, 5)$ و $E \ni (8, 7)$ كذلك $E \ni (8, 5)$
هذه العلاقة تُسمّى علاقة «متعدّية».

تُسمّى العلاقة E المعرفة على المجموعة s علاقة متعدّية إذا وفقط إذا كان لكلّ $(1, 2) \in E$ و $(2, 3) \in E$ فإنّ $(1, 3) \in E$.

لاحظ أنّ

$E \ni (2, 1)$
 $E \ni (2, 0)$
لا يوجد زوج مرتّب مسقطه الأوّل يساوي ٢، إذا لا يوجد ما ينفي شرط التعدّي.

مثال (٤):

لتكن $s = \{0, 1, 2\}$ ، E علاقة معرفّة على s
حيث $E = \{(2, 0), (2, 1), (1, 0)\}$
اختبر ما إذا كانت العلاقة E متعدّية أم لا مع ذكر السبب.

الحلّ:

$\therefore E \ni (1, 0)$ و $E \ni (2, 1)$ ، $E \ni (2, 0)$
 $\therefore E$ علاقة متعدّية لأنّ لكلّ $(1, 2) \in E$ و $(2, 3) \in E$ فإنّ $(1, 3) \in E$.

مثال (٥):

لتكن $s = \{-1, 1, 2\}$ ، E علاقة معرفّة على s
حيث $E = \{(2, -1), (-1, 2), (-1, -1), (2, 2)\}$
اختبر ما إذا كانت العلاقة E متعدّية أم لا مع ذكر السبب.

الحلّ:

$\therefore E \ni (2, -1)$ و $E \ni (-1, 2)$ ، $E \ni (-1, -1)$
 $\therefore E \ni (-1, 2)$ و $E \ni (2, -1)$ ، $E \ni (2, 2)$
 $\therefore E \ni (-1, 2)$ و $E \ni (-1, -1)$ ، $E \ni (-1, -1)$
 $\therefore E \ni (-1, -1)$ و $E \ni (2, -1)$ ، $E \ni (2, 2)$
 $\therefore E \ni (2, 2)$ و $E \ni (-1, 2)$ ، $E \ni (-1, -1)$
 $\therefore E \ni (2, -1)$ و $E \ni (2, 2)$ ، $E \ni (2, 2)$

$\therefore$ العلاقة E متعدّية لأنّ لكلّ $(1, 2) \in E$ و $(2, 3) \in E$ فإنّ $(1, 3) \in E$.

لا يلزم كتابة هذه الخطوات.
لماذا؟

ملاحظة :



- وجود العنصر $(١, ١)$ في $\mathcal{E}$ ، لا يؤثر على خاصية التعدي .
- لبحث علاقة التعدي ، نختبر كل الأزواج المرتبة المختلفة المساقط .
- إذا وُجد العنصر $(١, ١)$ في $\mathcal{E}$ ، ولم يوجد العنصر $(ب, ج)$ في $\mathcal{E}$ ، فلا يوجد ما ينفي شرط التعدي .

مثال (٦) :

إذا كانت $\mathcal{S} = \{١, ٢, ٣, ٤\}$ ، $\mathcal{E}$ علاقة معرفة على $\mathcal{S}$ حيث
 $\mathcal{E} = \{(١, ٢), (٢, ١), (٢, ٣), (٣, ٢), (٣, ٤), (٤, ٣)\}$ ، فهل $\mathcal{E}$ علاقة متعدية ؟ ولماذا ؟
 الحل :

$(٢, ٢) \in \mathcal{E}$ و $(٤, ٣) \in \mathcal{E}$ ، ولكن $(٤, ٢) \notin \mathcal{E}$
 ∴ العلاقة $\mathcal{E}$ ليست متعدية .

ملاحظة :



تكون العلاقة $\mathcal{E}$ ليست متعدية إذا وُجد $(١, ب) \in \mathcal{E}$ و $(ب, ج) \in \mathcal{E}$ ، ولكن $(١, ج) \notin \mathcal{E}$.

عبّر عن فهمك (٤)



إذا كانت $\mathcal{S} = \{١, ٢, ٣, ٥, ٦\}$ ، $\mathcal{E}$ علاقة معرفة على $\mathcal{S}$ حيث $\mathcal{E} = \{(١, ٣), (٣, ١), (٥, ٦)\}$.
 ترى مريم أنّ العلاقة $\mathcal{E}$ هي علاقة ليست متعدية ، بينما ترى نورا أنّ $\mathcal{E}$ علاقة متعدية ،
 أيّ منهما على صواب ؟ فسّر إجابتك .

دورك الآن (٣)



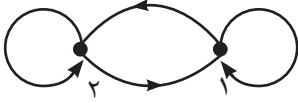
إذا كانت $\mathcal{S} = \{٠, ٢, ٤\}$ ، $\mathcal{E}$ علاقة معرفة على $\mathcal{S}$ حيث $\mathcal{E} = \{(٠, ٢), (٢, ٠), (٢, ٤)\}$.
 هل $\mathcal{E}$ علاقة متعدية ؟ ولماذا ؟

∴ (.....،) $\in \mathcal{E}$ و (.....،) $\in \mathcal{E}$ ، (.....،) $\in \mathcal{E}$
 ∴ $\mathcal{E}$ علاقة
 لأن لكل $(١, ب) \in \mathcal{E}$ و $(ب, ج) \in \mathcal{E}$ ، فإن $(١, ج) \in \mathcal{E}$.

رابعاً : خاصية التكافؤ

حلّ وناقش (٤)

لتكن $S = \{1, 2\}$ ، R علاقة معرفّة على S موضّحة في المخطّط السهمي المقابل :



أ) هل R علاقة انعكاسية ؟ ولماذا ؟

.....

.....

.....

ب) هل R علاقة متناظرة ؟ ولماذا ؟

.....

.....

.....

ج) هل R علاقة متعدّية ؟ ولماذا ؟

.....

.....

∴ العلاقة R تُسمّى « علاقة تكافؤ » .

تكون العلاقة R المعرفّة على مجموعة S علاقة تكافؤ إذا كانت انعكاسية ومتناظرة ومتعدّية .

مثال (٧) :

إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، R علاقة معرفّة على S حيث

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

أ) أكتب R بذكر العناصر .

ب) اختبر العلاقة R من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

الحلّ :

أ) $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

ب) $1 \in S \Rightarrow (1, 1) \in R$ ، $2 \in S \Rightarrow (2, 2) \in R$ ، $3 \in S \Rightarrow (3, 3) \in R$

$1 \in S \Rightarrow (1, 2) \in R$ ، $2 \in S \Rightarrow (2, 1) \in R$

$3 \in S \Rightarrow (3, 3) \in R$

∴ R علاقة انعكاسية ، لأنّ لكلّ $x \in S$ يكون $(x, x) \in R$

$$\because \mathcal{E} \ni (1, 3), \mathcal{E} \ni (3, 1)$$

$\therefore \mathcal{E}$ علاقة متناظرة، لأن لكل $(a, b) \in \mathcal{E}$ فإن $(b, a) \in \mathcal{E}$

$$\because \mathcal{E} \ni (1, 1), \mathcal{E} \ni (1, 3) \text{ و } \mathcal{E} \ni (3, 1)$$

$$\mathcal{E} \ni (1, 3), \mathcal{E} \ni (3, 1) \text{ و } \mathcal{E} \ni (3, 3)$$

$\therefore \mathcal{E}$ علاقة متعدية لأن لكل $(a, b) \in \mathcal{E}$ و $(b, c) \in \mathcal{E}$ فإن $(a, c) \in \mathcal{E}$.

$\therefore \mathcal{E}$ علاقة تكافؤ لأنها علاقة انعكاسية ومتناظرة ومتعدية.

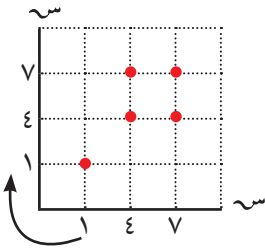
دورك الآن (٤)



إذا كانت $S = \{1, 4, 7\}$ ، $\mathcal{E}$ علاقة معرفة على S

كما هو موضح في المخطط البياني المقابل،

فاختبر ما إذا كانت $\mathcal{E}$ علاقة تكافؤ.



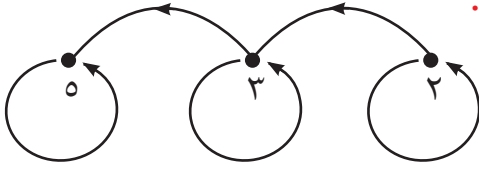
ملاحظة :



تكون العلاقة $\mathcal{E}$ ليست تكافؤاً إذا لم تكن $\mathcal{E}$ (انعكاسية أو متناظرة أو متعدية).

مثال (٨) :

في الشكل المقابل : $S = \{ ٥ , ٣ , ٢ \}$ ، E علاقة معرفة على S .
 اختبر E من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ،
 تكافؤ مع ذكر السبب .



الحل :

$$E = \{ (٥, ٥), (٥, ٣), (٣, ٣), (٣, ٢), (٢, ٢) \}$$

$$٢ \ni S, ٢ \ni E$$

$$٣ \ni S, ٣ \ni E$$

$$٥ \ni S, ٥ \ni E$$

∴ E علاقة انعكاسية ، لأن لكل $٢ \ni S$ يكون $٢ \ni E$.

E علاقة ليست متناظرة لأن $٣ \ni E$ ولكن $٢ \ni E$.

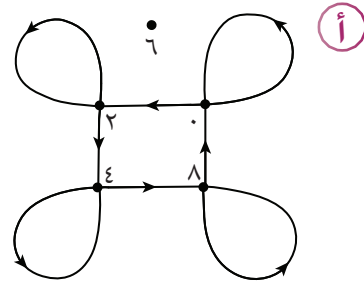
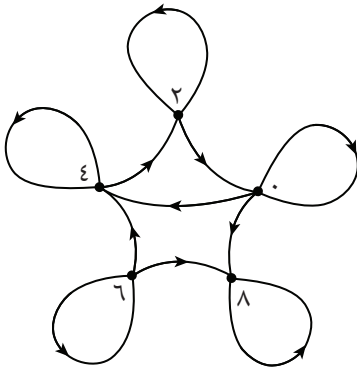
E علاقة ليست متعدية لأن $٣ \ni E$ و $٥ \ni E$ ولكن $٥ \ni E$.

∴ E علاقة ليست تكافؤاً لأن E ليست متناظرة (أو لأنها ليست متعدية) .

تمارين ذاتية :



١ فيما يلي مجموعة من المخططات السهمية لعدة علاقات على $S = \{ ٨ , ٦ , ٤ , ٢ , ٠ \}$.
 أكتب كل علاقة بذكر العناصر ، ثم اختبر إذا كانت العلاقة انعكاسية أم لا مع ذكر السبب .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ إذا كانت $\sim = \{2, 3, 5, 6\}$ ، وكانت $\mathcal{E} = \{(b, a) : b \supset \sim a, a \text{ عامل من عوامل } b\}$.

أ اكتب $\mathcal{E}$ بذكر العناصر.

ب تحقق من أن العلاقة $\mathcal{E}$ انعكاسية.

٣ اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر، ومثلها بمخطط سهمي، ثم اختبر الخاصية الانعكاسية.

أ $\sim = \{1, 2, 3, 5\}$

$\mathcal{E} = \{(b, a) : b \supset \sim a, b + a = \text{عدداً زوجياً}\}$

ب $\mathcal{L} = \{-2, -1, 1\}$

$\mathcal{E} = \{(b, a) : b \supset \mathcal{L}, b^2 = a^2\}$

ج $\mathcal{M} = \{-1, 0, 3\}$

$\mathcal{E} = \{(b, a) : b \supset \mathcal{M}, b \leq a\}$

٤ اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر، ثم اختبر من حيث كونها متناظرة أم لا مع ذكر السبب.

أ العلاقة $\mathcal{E}$ معرفة على $\sim = \{3, 4, 5\}$

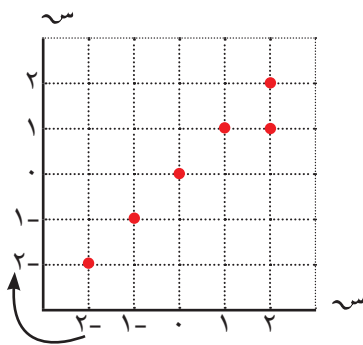
حيث $\mathcal{E} = \{(b, a) : b \supset \sim a, b + a = 8\}$

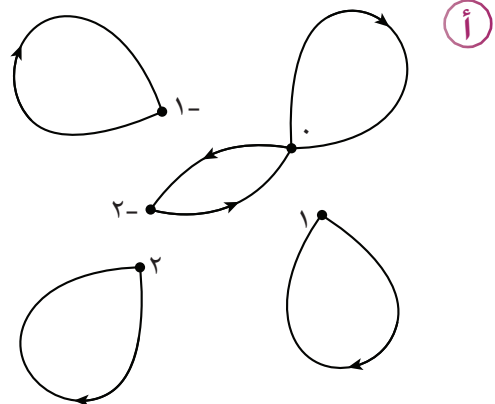
ب) ع علاقة « $\geq$ » معرّفة على $S = \{2, 4, 6\}$

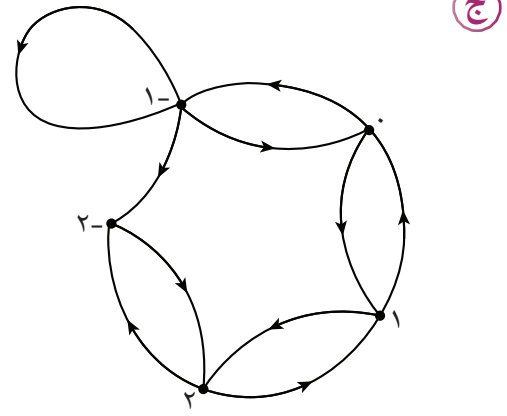
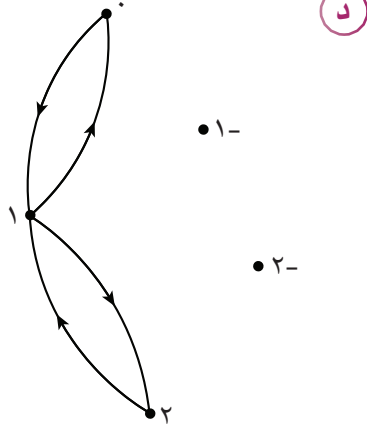
ج) ع علاقة « ضعف » معرّفة على $S = \{0, 1, 2, 3\}$

د) العلاقة ع معرّفة على $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
حيث $E = \{(a, b) : a \neq b, a + b = 0\}$ صفراً

هـ) فيما يلي مخططات سهمية وبيانية لعلاقات معرّفة على $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
إختبر خاصية التناظر لكل شكل ممّا يلي :







٦ العلاقات الآتية معرفّة على المجموعة $S = \{1, 2, 3, 4\}$. أيّ منها هو علاقة متعدّية؟ وأيّها غير متعدّية؟ مع ذكر السبب.

$$E_1 = \{(1, 3), (2, 3), (1, 2)\}$$

$$E_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

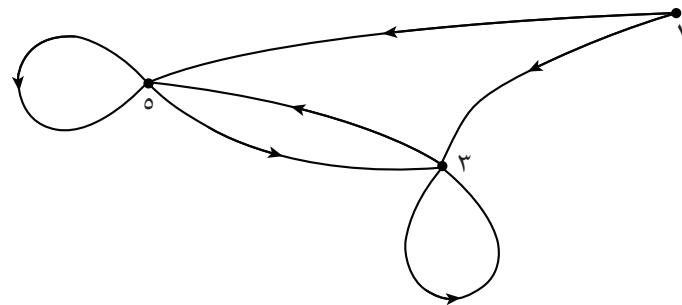
$$E_3 = \{(1, 1), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 2)\}$$

٧ اعتبر $S = \{1, 2, 3\}$ ، $E = \{(a, b) : a \leq b, b \in S\}$

أ اكتب E بذكر العناصر، ثمّ مثّلها بمخطط سهمي.

٨ (ب) اختبر $\mathcal{R}$ من حيث كونها متعدية أم لا مع ذكر السبب .

٨ إذا كانت $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، وكانت $\mathcal{R} = \{(s, s) : s \in \mathcal{S}, s \neq v\}$ ،
أكتب $\mathcal{R}$ بذكر العناصر ، ثم ادرس خواص العلاقة $\mathcal{R}$ من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ،
متعدية ، تكافؤ .



٩ في المخطط السهمي المقابل
 $\mathcal{R}$ علاقة معرفة على $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, 4\}$.

أدرس خواص العلاقة $\mathcal{R}$ من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ .



- ١٠ إذا كانت ع علاقة معرفّة على ط ، حيث ط هي مجموعة الأعداد الكلّية ، وكانت ع = { (ص ، ص) : ص ، ص $\supset$ ط ، ص = ٦ - ص } ، فاختبر كون العلاقة ع انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

سوف تتعلّم : التطبيق ومكوّناته (المجال ، المجال المقابل ، قاعدة الاقتران) .

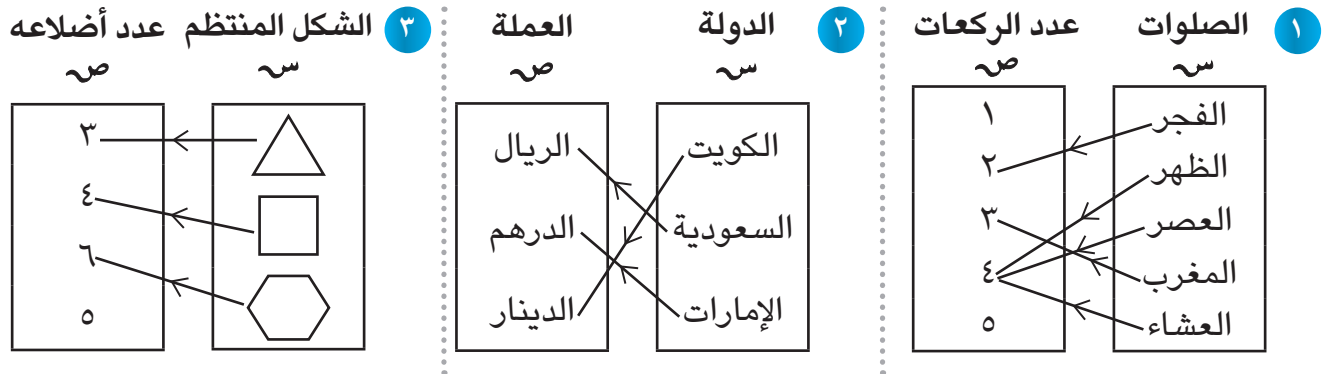
العبارات والمفردات :

Codomain	المجال المقابل	Function	التطبيق (الدالة)
Range	المدى	Domain	المجال

تعلّمت سابقاً أنّ ع علاقة من سـ إلى صـ عندما تكون ع مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتى سـ × صـ ،
أي أنّ ع $\subseteq$ سـ × صـ

حلّ وناقش (١)

توضّح المخطّطات السهمية التالية علاقات من سـ إلى صـ ، من خلال هذه العلاقات أجب عمّا يلي :



أ هل جميع عناصر سـ مرتبطة بعناصر من صـ ؟

ب بكم عنصراً من صـ ارتبط كلّ عنصر من عناصر سـ ؟

من العلاقات ١ ، ٢ ، ٣ نلاحظ أنّ :

كلّ عنصر من عناصر المجموعة الأولى سـ يرتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة الثانية صـ .

معلومة مفيدة :



في يوم ٢٦ فبراير من عام ١٧٩٧ م ، أصدرت

أول عملة ورقية حديثة الشكل في العالم وكانت من فئة الجنيه والجنيهين ، وقد أحدث ظهور العملات الورقية آنذاك ردّة فعل ضخمة ، ظهرت العملة الورقية ، لتلافي المشكلات المتعلقة بتخزين النقود المعدنية التي كانت تُصنع من الذهب والفضة والنحاس .

التطبيق (الدالة) : هو علاقة من $\sim$ إلى $\sim$ بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر $\sim$ بعنصر واحد $\sim$ ووحد فقط من عناصر $\sim$.

نرمز إلى التطبيق (الدالة) بأحد الرموز : t ، d ، h ، v ، ...
إذا كانت t تطبيق من $\sim$ إلى $\sim$ ، نرمز إلى ذلك $t : \sim \rightarrow \sim$

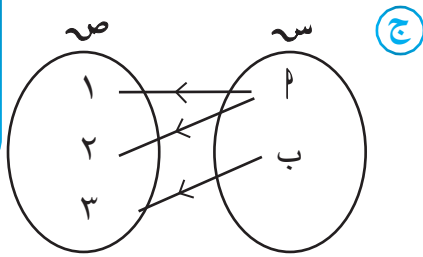
ملاحظة :

مكوّنات التطبيق (الدالة) $t : \sim \rightarrow \sim$ هي :

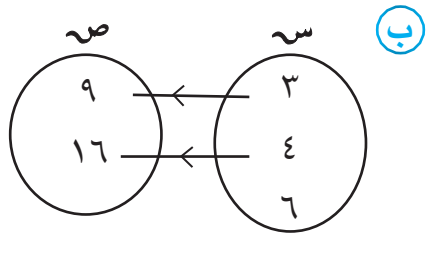
- ١ $\sim$ تُسمّى **مجال التطبيق** (الدالة) .
- ٢ $\sim$ تُسمّى **المجال المقابل للتطبيق** t .
- ٣ t هي قاعدة الاقتران .

دورك الآن (١)

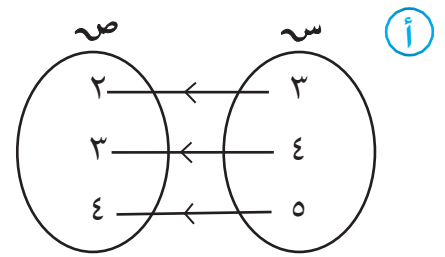
تمثّل المخطّطات السهمية التالية علاقات من $\sim$ إلى $\sim$ ، أيّ منها يمثّل تطبيقًا وأيّها لا يمثّل تطبيقًا مع ذكر السبب ؟



العلاقة :
السبب :



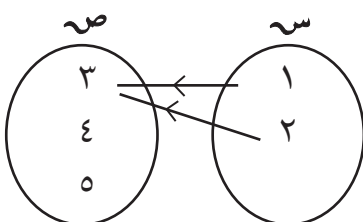
العلاقة :
السبب :



العلاقة :
السبب :

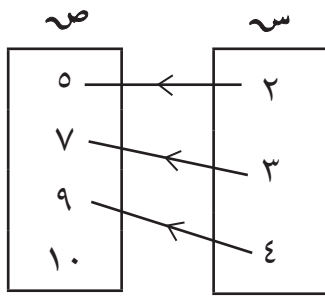
في المخطّط السهمي الذي يمثّل تطبيقًا : كلّ عنصر من عناصر $\sim$ يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر $\sim$.

عبّر عن فهمك



هل تمثّل العلاقة الآتية تطبيقًا من $\sim$ إلى $\sim$ ؟
وضّح إجابتك .

حلّ وناقش (٢)



لتكن $T: S \rightarrow V$ تطبيق مخطّطه السهمي مبين في الشكل المقابل .
أكمل :

المجال = { }

المجال المقابل = { }

مجموعة صور عناصر المجال = { }

تُسمّى مجموعة صور عناصر المجال بمدى التطبيق .

مدى التطبيق هو مجموعة صور عناصر مجال التطبيق .

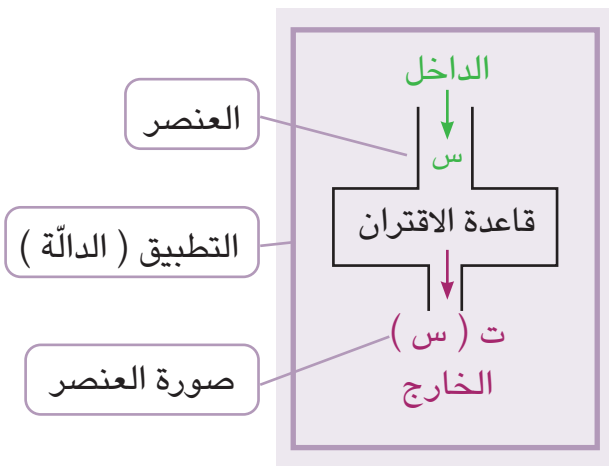
نلاحظ أنّ: $\{10, 9, 7, 5\} \supseteq \{9, 7, 5\}$

ملاحظة :

مدى التطبيق مجموعة جزئية من المجال المقابل .

إذا كان $u \in S$ والعنصر الذي يرتبط به من V هو b ، فإننا نعبّر عن ذلك بالصورة $T(u) = b$ وهي قيمة التطبيق (الدالة) T عند u .

من المخطّط السهمي في « حلّ وناقش (٢) » ، أكمل ما يلي للوصول إلى قاعدة الاقتران للتطبيق T .



$$T(2) = 5 = 1 + (2) \times 2$$

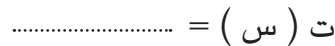
$$T(3) = 7 = 1 + (\dots) \times 2$$

$$T(4) = 9 = 1 + (\dots) \times 2$$

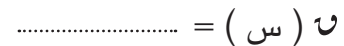
$$\therefore \text{قاعدة الاقتران هي : } T(u) = \dots$$

قاعدة الاقتران للتطبيق هي التعبير الرياضي الذي يربط كلّ عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابل .

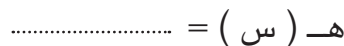
ب مدخلات مخرجات



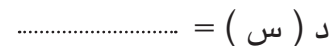
مدخلات v_+ مخرجات



مدخلات $\times \frac{1}{3}$ مخرجات



مدخلات مخرجات



أُكْتُبُ كُلًّا مِنَ الْعِلَاقَاتِ التَّالِيَةِ بِذِكْرِ الْعُنَاصِرِ ، ثُمَّ حَدَّدَ مَا إِذَا كَانَتْ كُلُّ مِنْهَا تَمَثِّلُ تَطْبِيقًا أَمْ لَا ، مَعَ ذِكْرِ السَّبَبِ ، ثُمَّ مَثَّلَ كُلًّا مِنْهَا بِمَخْطُطٍ سَهْمِي .

$$\{ \varepsilon + \uparrow = \downarrow, \sim \ni \downarrow, \sim \ni \uparrow : (\downarrow, \uparrow) \} = \varepsilon \quad \textcircled{1}$$

$$\{6, 5, 4\} = \text{ص}, \{2, 1, 0\} = \text{س}$$

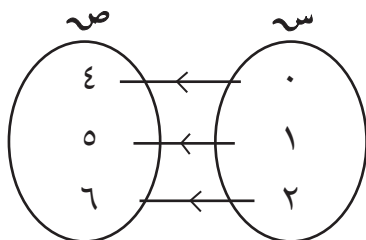
الحل :

$$\{(7, 2), (0, 1), (\varepsilon, \cdot)\} = \mathfrak{S}$$

∴ كل عنصر من عناصر S يرتبط بعنصر واحد فقط

من عناصر ص.

∴ العلاقة ع، تمثل تطبيقاً.

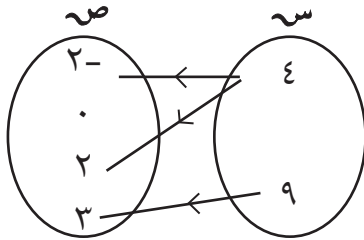


ب) $E = \{(1, 2) : 1 \in A, 2 \in B, \text{الجذر التربيعي لـ } 1 = 2\}$ ،
 $A = \{3, 2, 0, -2\}$ ، $B = \{9, 4\}$

الحل:

$$E = \{(3, 9), (2, 4), (2, 4)\}$$

∴ العنصر 4 من المجال ارتبط بعنصرين مختلفين من المجال المقابل .
 ∴ العلاقة ع₁ لا تمثل تطبيقًا .



انتبه



الجذر التربيعي للعدد الموجب 1 هو العدد الذي مربعه يساوي 1 .

في العلاقة التي تمثل تطبيقًا : كل عنصر من عناصر المجال يظهر مرة واحدة فقط كمسقط أول في أحد الأزواج المرتبة التي تنتمي إلى العلاقة .

دورك الآن (3)



ليكن ع علاقة من س إلى ص ، أكتب ع بذكر العناصر ، وحدد ما إذا كانت تمثل تطبيقًا أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثلها بمخطط سهمي .

$$E = \{(1, 2) : 1 \in A, 2 \in B, \text{الجذر التربيعي لـ } 1 = 2\}$$

$$A = \{6, 4, 2\}$$

$$B = \{3, 2, 1\}$$

مثال (٢) :

إذا كانت $\sim = \{ ٣, ٢, ١, ٠, ١-, ٢- \}$

وكانت $\sim$: $\leftarrow \mathcal{H}$ (مجموعة الأعداد الحقيقية) ، حيث $\mathcal{H} = ٣س + ١$

أ) أكمل الجدول التالي :

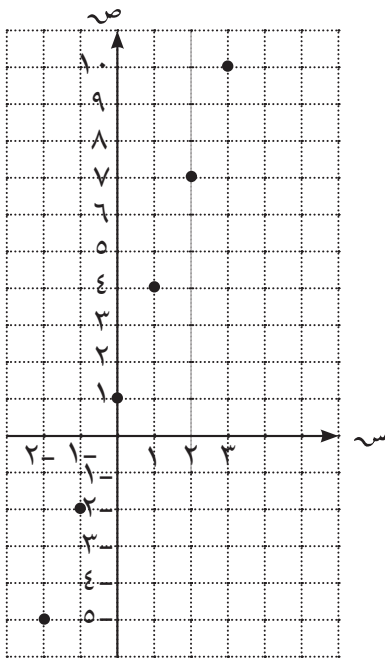
٣	٢	١	٠	١-	٢-	س
$١ + (٣ \times ٣)$	$١ + (٢ \times ٣)$	$١ + (١ \times ٣)$	$١ + (٠ \times ٣)$	$١ + (١- \times ٣)$	$١ + (٢- \times ٣)$	$٣س + ١$
١٠	٧	٤	١	٢-	٥-	ت (س)

ب) مدى $\sim = \{ ١٠, ٧, ٤, ١, ٢-, ٥- \}$

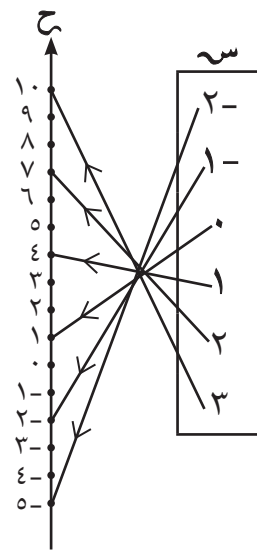
ج) أكتب $\sim$ كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ت = $\{ (١٠, ٣), (٧, ٢), (٤, ١), (١, ٠), (٢-, ١-), (٥-, ٢-) \}$

د) أرسم مخططاً سهمياً وآخر بيانياً في المستوى الإحداثي .



مخطط بياني



مخطط سهمي

في المخطط البياني الذي يمثل تطبيقاً : كل خط رأسي يمر بنقطة واحدة على الأكثر من نقاط التطبيق .

إذا كانت $s = \{-1, 0, 1, 2\}$ ، C هي مجموعة الأعداد الحقيقية .
 $s = \leftarrow C$ حيث $(s) = s^2 + 2$

أ) أكمل الجدول التالي ، ثم أوجد مدى التطبيق ت :

س	-1	0	1	2
$s^2 + 2$	$(-1)^2 + 2$			
ت (س)	3			

مدى التطبيق = { ، ، }

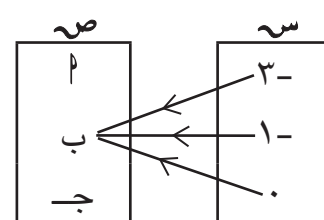
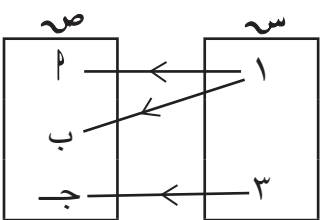
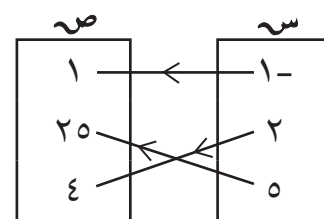
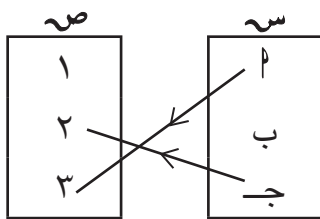
ب) أكتب ت كأزواج مرتبة .

ت = { ، (3, -1) } ،

ج) أرسم مخططاً بيانياً في المستوى الإحداثي .

تمارين ذاتية :

١) بين أيًا من المخططات السهمية التالية يمثل تطبيقًا من $s = \leftarrow C$ وأيهما لا يمثل تطبيقًا ، مع ذكر السبب . إذا كان المخطط يمثل تطبيقًا فاذكر المجال والمدى .



٢ حدّد ما إذا كانت العلاقات أدناه تمثّل تطبيقاً من $\sim$ إلى $\sim$ أم لا ، مع ذكر السبب ، ثمّ مثلّها بمخطّط سهمي .

أ $\{ (١, ٢) : ١ \in \sim , ٢ \in \sim \} = \mathcal{E}$ ، $\{ ٣ - ١ = ٢ , ٣ \in \sim \}$ حيث $\sim = \{ ٥ , ٤ , ٣ \}$ ، $\sim = \{ ٣ , ٢ , ١ , ٠ \}$

ب $\{ (١, ١) , (١, ٢) , (١, ٣) \} = \mathcal{E}$ ، $\{ ٣ - ١ = ٢ , ٣ \in \sim \}$ حيث $\sim = \{ ٥ , ٤ , ٣ \}$ ، $\sim = \{ ٣ , ٢ , ١ , ٠ \}$

٣ إذا كانت $\sim = \{ ١ , ٠ , ١ - \}$ ، وكانت $\sim$ تطبيقاً من $\sim$ إلى $\sim$ ،

١	٠	١ -	س
			١ - س
			ت (س)

حيث $\sim = \{ ١ , ٠ , ١ - \}$ ، $\sim = \{ ١ , ٠ , ١ - \}$

أ أكمل الجدول المقابل :

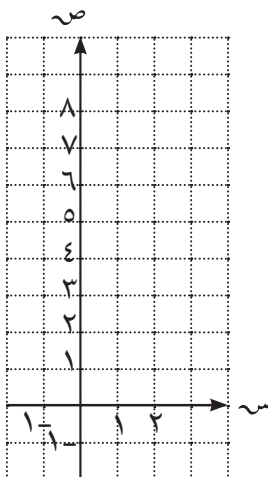
ب مدى $\sim =$

ج أكتب $\sim$ كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ت $\sim =$

د أرسم مخطّطاً سهمياً .

٤ إذا كانت $\sim = \{ ٢ , ١ , ١ - \}$ ، $\sim$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية ، هي تطبيق معرف كما يلي :



هـ : $\sim \leftarrow \sim$ حيث $\sim = \{ ٢ , ١ , ١ - \}$ ، $\sim = \{ ٢ , ١ , ١ - \}$

أ أكمل الجدول التالي :

٢	١	١ -	س
			٢ س
			هـ (س)

ب مدى $\sim =$

ج أكتب $\sim$ كمجموعة من الأزواج المرتبة .

هـ $\sim =$

د أرسم مخطّطاً بيانياً في المستوى الإحداثي .

Types of Functions

سوف تتعلّم : أنواع التطبيق (الدالة) .

العبارات والمفردات :

Surjective Function (Onto Function)

تطبيق شامل

Injective Function (One-to-One Function)

تطبيق متباين

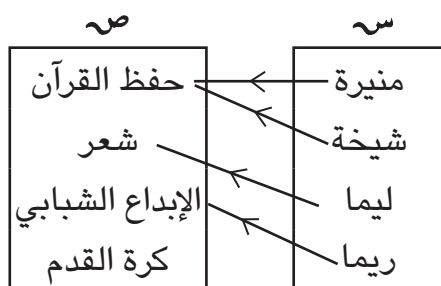
Bijjective Function

تطبيق تقابل

حلّ وناقش



تُقام عدّة مسابقات على مستوى المدارس في دولة الكويت التابعة لوزارة التربية ، منها مسابقات حفظ القرآن والشعر والإبداع الشبّابي للرياضيات وكرة القدم . تمثّل المخطّطات السهمية التالية المسابقات التي اشترك فيها المتعلّمون ، حيث سـ تمثّل أسماء المتعلّمين وصـ تمثّل نوع المسابقة التي اشترك فيها .



ت : سـ ← صـ

أكمل كلّ ممّا يلي :

في التطبيق ت : سـ ← صـ

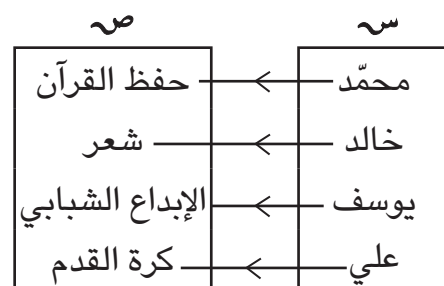
المجال = { منيرة ، ليما ، ريما ، شيخة }

المجال المقابل = { }

المدى = { }

١ هل المدى يساوي المجال المقابل ؟

٢ هل اشتركت متعلّمتان أو أكثر في المسابقة نفسها ؟



ت : سـ ← صـ

أكمل كلّ ممّا يلي :

في التطبيق ت : سـ ← صـ

المجال = { }

المجال المقابل = { حفظ القرآن ، شعر ، الإبداع

الشبّابي ، كرة القدم }

المدى = { }

١ هل المدى يساوي المجال المقابل ؟

٢ هل اشترك متعلّمان أو أكثر في المسابقة نفسها ؟

نسمي التطبيق الذي يكون فيه جميع عناصر المدى هي نفسها عناصر المجال المقابل (تطبيق شامل) .
من ١ ، إذا ت تطبيق شامل ، ٧ تطبيق ليس شاملاً .

التطبيق الذي يتساوى فيه المدى والمجال المقابل يُسمى « **تطبيق شامل** » .

نسمي التطبيق الذي لا يرتبط فيه أي عنصرين من عناصر المجال بالعنصر نفسه في المجال المقابل (تطبيق متباين) .
من ٢ ، إذا ت تطبيق متباين ، ٧ تطبيق ليس متبايناً .

التطبيق الذي لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابل يُسمى « **تطبيق متباين** » .

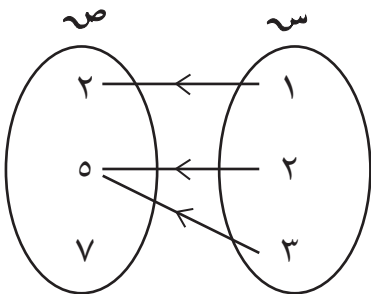
نلاحظ أن التطبيق ت شامل ومتباين . لذلك نطلق عليه اسم تطبيق تقابل ، بينما ٧ تطبيق ليس تقابلاً لأنه ليس شاملاً أو لأنه ليس متبايناً . (**عدم تحقق أحدهما يكفي ليكون التطبيق ليس تقابلاً**)
من ١ ، ٢ ، إذا ت تطبيق تقابل ، ٧ تطبيق ليس تقابلاً .

التطبيق الشامل والمتباين يُسمى « **تطبيق تقابل** » .

مثال (١) :

بين نوع التطبيقات التالية فيما إذا كانت تطبيقاً شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

ج ه : س ← ص



ه تطبيق ليس شاملاً

لأن المدى $\neq$ المجال المقابل

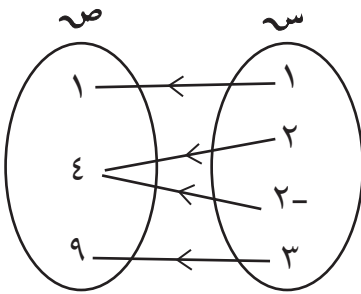
ه تطبيق ليس متبايناً

لأن ه (٢) = ه (٣)

∴ ه تطبيق ليس تقابلاً لأنه تطبيق

ليس شاملاً أو (لأنه ليس متبايناً) .

ب ٧ : س ← ص



٧ تطبيق شامل

لأن المدى = المجال المقابل

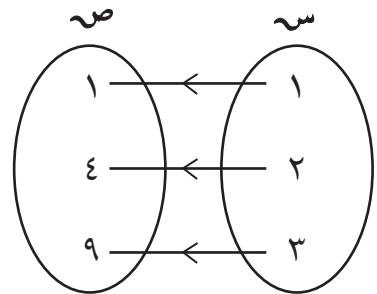
٧ تطبيق ليس متبايناً

لأن ٧ (٢) = ٧ (٢ -)

∴ ٧ تطبيق ليس تقابلاً لأنه

تطبيق ليس متبايناً .

أ ت : س ← ص



ت تطبيق شامل

لأن المدى = المجال المقابل

ت تطبيق متباين

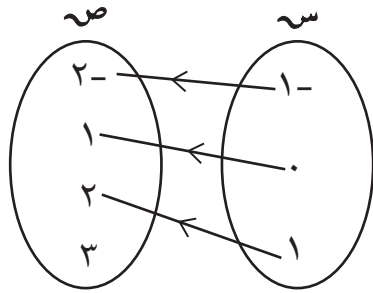
لأن ت (١) $\neq$ ت (٢) $\neq$ ت (٣)

∴ ت تطبيق تقابل لأنه تطبيق

شامل ومتباين .



من المخطط السهمي المقابل ، بيّن نوع التطبيق ت : $\sim \leftarrow \sim$ فيما إذا كان تطبيقاً شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .



المجال = ...
 المجال المقابل = ...
 المدى = ...
 ت تطبيق
 السبب :
 ت تطبيق
 السبب :
 ت تطبيق
 السبب :

مثال (٢) :

إذا كانت $\sim = \{1, 0, 2\}$ ، $\sim = \{3, 1, 7\}$ ،
 التطبيق د : $\sim \leftarrow \sim$ ، حيث د (س) = $4 - س$ - ١

- أوجد مدى التطبيق د .
- أكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة .
- بيّن نوع التطبيق د ما إذا كان تطبيقاً شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .
- مثّل التطبيق بمخطط سهمي .
- مثّل التطبيق بمخطط بياني في المستوى الإحداثي .

الحل :

أ د (س) = $4 - س$ - ١

$$د (١) = ١ - ٤ = ١ - ١ \times ٤ = ٣$$

$$د (٠) = ١ - ٠ = ١ - ٠ \times ٤ = ١$$

$$د (٢) = ١ - ٨ = ١ - ٢ \times ٤ = ٧$$

$$\text{مدى التطبيق} = \{٧، ١-، ٣\}$$

انتبه



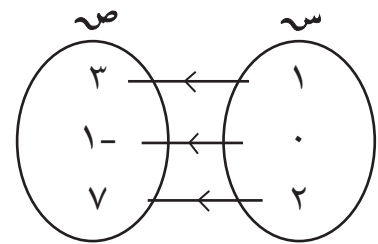
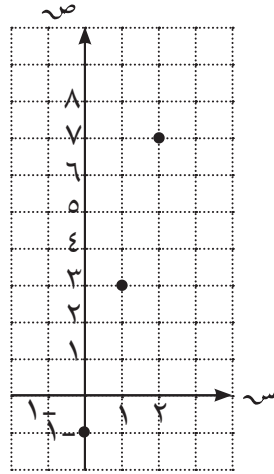
يجب مراعاة ترتيب العمليات الحسابية ، فالضرب والقسمة يسبقان الجمع والطرح .

ب) $D = \{(7, 2), (1, 0), (3, 1)\}$

ج) د تطبيق شامل ، لأنّ المدى = المجال المقابل .

د تطبيق متباين ، لأنّ د (١) $\neq$ د (٠) $\neq$ د (٢)

د تطبيق تقابل ، لأنّه شامل ومتباين .



دورك الآن (٢)

إذا كانت $S = \{2, 0, 2-\}$ ، $V = \{7, 1, 5-\}$

التطبيق $U: S \leftarrow V$ ، حيث $U (س) = 3س + 1$

أ) أوجد مدى التطبيق U .

$U (س) = 3س + 1$

$U (2-) = \dots$

$U (0) = \dots$

$U (2) = \dots$

المدى = $\dots$

ب) أكتب التطبيق U كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ج) مثل التطبيق U بمخطّط سهمي .

د) بيّن نوع التطبيق ν من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

ν تطبيق لأنّ :

ν تطبيق لأنّ :

ν تطبيق لأنّه :

مثال (٣) :

إذا كانت $\nu = \{ ٢- , ٠ , ١- , ٢- \}$ ، $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

التطبيق ν : $\nu \leftarrow \nu$ ، حيث $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

أ) أوجد مدى التطبيق ν .

ب) مثل التطبيق ν بمخطط بياني في المستوى الإحداثي .

ج) بيّن نوع التطبيق ν من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

الحل :

أ) $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$ ، $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

$\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$ ، $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

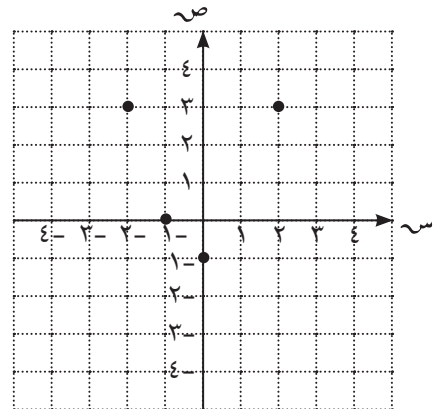
$\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$ ، $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

$\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$ ، $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

$\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$ ، $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

$\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$ ، $\nu = \{ ١- , ٣ , ٠ \}$

ب)



ج) ν تطبيق شامل ، لأنّ المدى = المجال المقابل .

ν تطبيق ليس متبايناً ، لأنّ $\nu(٢-) = \nu(٢)$

$\therefore \nu$ تطبيق ليس تقابلاً ، لأنّه ليس متبايناً .

تذكّر

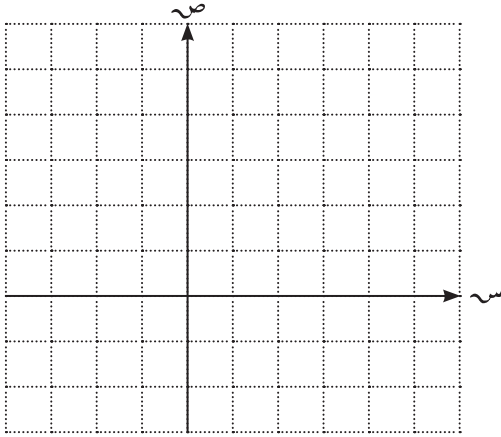


$$\nu(٢-) = \nu(٢)$$



إذا كان التطبيق $v: P \rightarrow P$ ، حيث P هي مجموعة الأعداد الكليّة ،
 $v(s) = s^2$ ، هل التطبيق v تطبيق متباين ؟ فسّر إجابتك .

دورك الآن (٣)



إذا كانت $v = \{1, 2, 3, 4\}$ ، التطبيق $v: s \rightarrow v$ ،
 حيث $v = \{(1, 4), (2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$ ،
 أمثل التطبيق v بمخطط بياني في المستوى الإحداثي .

ب) أكتب مدى التطبيق .

ج) هل التطبيق v تطبيق تقابل ؟ لماذا ؟

مثال (٤) :

إذا كانت $v = \{0, 1, 2\}$ ، $v = \{0, 1, 8\}$ ،
 التطبيق $v: s \rightarrow v$ ، حيث $v(s) = s^3$ ،

أ) أوجد مدى التطبيق v .

$$0 = 0^3 = (0)$$

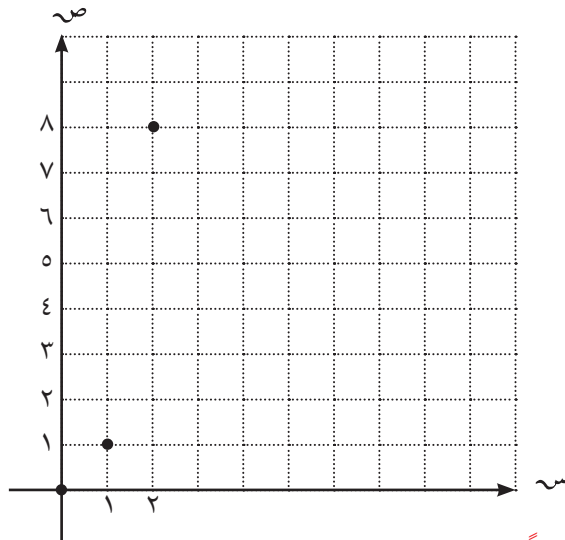
$$1 = 1^3 = (1)$$

$$8 = 2^3 = (2)$$

$$\text{مدى التطبيق} = \{0, 1, 8\}$$

ب) أكتب التطبيق v كمجموعة من الأزواج المرتبة .

$$v = \{(0, 0), (1, 1), (2, 8)\}$$



ج) مثل التطبيق د بمخطط بياني في المستوى الإحداثي .

د) بين نوع التطبيق د من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

د : تطبيق شامل ، لأنّ المدى = المجال المقابل .
د : تطبيق متباين ، لأنّ د (٠) $\neq$ د (١) $\neq$ د (٢)
∴ د تطبيق تقابل ، لأنّه شامل ومتباين .

مثال (٥) :

انتبه



$$\bullet \quad 2 = \sqrt{4}$$

• الجذر التربيعي للعدد ٤ هو $2 \pm$

إذا كانت $س = \{ ١ , ٤ \}$ ، $ص = \{ -٢ , ١ , ٢ , ٣ \}$ ،
التطبيق ت : $س \leftarrow ص$ ، حيث ت (س) = $\sqrt{س}$

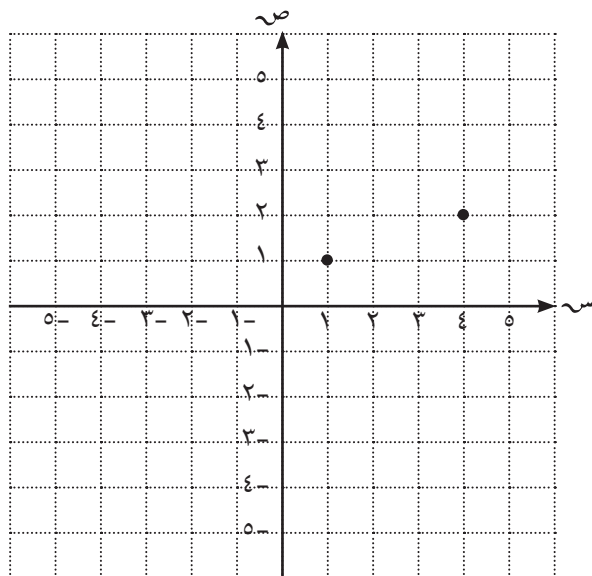
أ) أوجد مدى التطبيق ت .

ت (س) = $\sqrt{س}$
ت (١) = ١
ت (٤) = ٢
المدى = $\{ ١ , ٢ \}$

ب) مثل التطبيق ت بمخطط بياني في المستوى الإحداثي.

ج) بين نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ،
متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

ت : تطبيق ليس شاملاً ،
لأنّ المدى $\neq$ المجال المقابل .
ت : تطبيق متباين ، لأنّ
ت (١) $\neq$ ت (٤)
∴ ت تطبيق ليس تقابلاً لأنّه ليس شاملاً .





ليكن التطبيق $T: V \leftarrow V$ (V هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ،
حيث $T(s) = 2s$ ، هل التطبيق T تطبيق تقابل ؟

تمارين ذاتية :



١ إذا كانت $S = \{-1, 0, 1, 2\}$ ، $V = \{-3, -1, 0, 5, 9\}$

التطبيق $T: S \leftarrow V$ ، حيث $T(s) = 4s + 1$

أ) أوجد مدى التطبيق T .

ب) أكتب التطبيق T كمجموعة من الأزواج المرتبة .

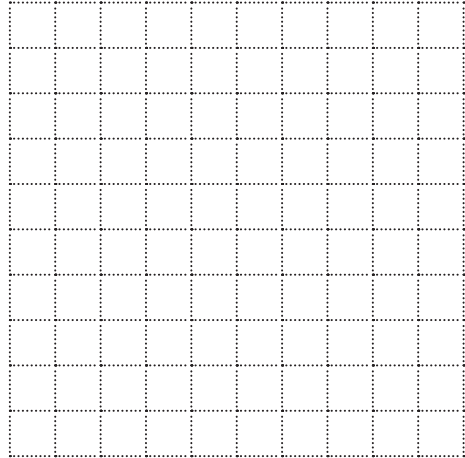
ج) مثل التطبيق T بمخطط سهمي .

د) بين نوع التطبيق T من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

٢ إذا كانت $ل = \{ ٢-، ٢، ١ \}$ ، $هـ = \{ ٥، ٤، ٢ \}$
التطبيق ل: $ل \leftarrow هـ$ ، حيث $ل(س) = س^٢ + ١$
أ أوجد مدى التطبيق ل.

ب أكتب التطبيق ل كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ج مثل التطبيق ل بمخطط بياني في المستوى الإحداثي .



د بين نوع التطبيق ل من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

٣ إذا كانت $هـ = \{ ١، ٠، ٢- \}$ ، $ص = \{ ١-، ٠، ١ \}$
التطبيق هـ: $هـ \leftarrow ص$ ، حيث $هـ(س) = س^٢ - ١$
أ أوجد مدى التطبيق هـ .

ب أكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ج) مثل التطبيق هـ بمخطط سهمي .

د) بيّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

٤ إذا كانت $E = \{2, 3, 5\}$

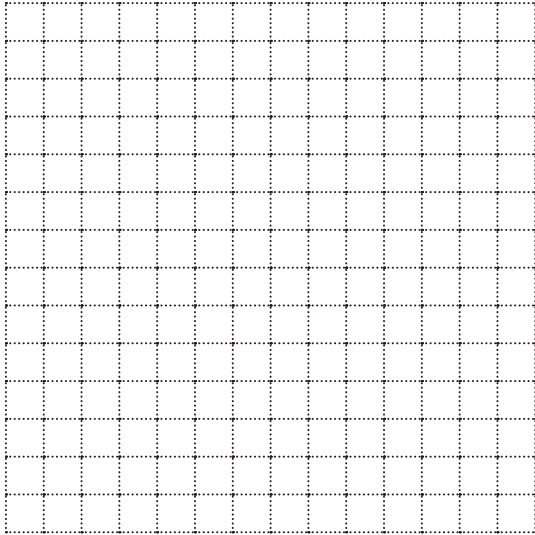
التطبيق هـ : $E \leftarrow E$ ، حيث $H = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$

أ) أوجد مدى التطبيق هـ .

.....

.....

ب) مثل التطبيق هـ بمخطط بياني في المستوى الإحداثي .



ج) بيّن أنّ التطبيق هـ هو تطبيق تقابل .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٥ إذا كان التطبيق د : س ← ص ، حيث $S = \{1, 4, 16\}$ ، $V = \{2, 5, 11\}$ ، د (س) = $\sqrt[3]{3 - س}$ ، فبيّن أن د تطبيق تقابل .

مهارات تفكير عليا :



اختر الإجابة الصحيحة :

٦ ليكن د تطبيقاً حيث د : ط ← ط ، ت (س) = ٣ التطبيق د هو :

- ☐ أ شامل وليس متبايناً
☐ ب متباين وليس شاملاً
☐ ج ليس شاملاً وليس متبايناً
☐ د تقابل

٧ إذا كان التطبيق د : س ← ص ، تطبيق تقابل وكان عدد عناصر س يساوي ٥ ، فإن عدد عناصر ص يساوي :

- ☐ أ ٤
☐ ب ٥
☐ ج ٦
☐ د ٧

سوف تتعلّم : الدالة الخطية وخطوات رسم بيانها .

العبارات والمفردات :

Linear Function

دالة خطية

Dependent Variable

متغيّر تابع

Independent Variable

متغيّر مستقلّ

حلّ وناقش

اللوازم

ورقة رسم بياني ، مسطرة .

ليكن u : ص ← ح ، u (س) = س + ١

١ أكمل الجدول التالي :

س	٣		١	٠	٢-	
u (س)				١		

٢ أرسم المخطّط البياني للتطبيق u في المستوى الإحداثي .

٣ هل تقع جميع هذه النقاط على استقامة واحدة ؟

(تأكد باستخدام حافة مستقيمة)

٤ ليكن u : ح ← ح ، u (س) = س + ١

اختر ثلاثة أعداد حقيقية مختلفة تقع بين العددين صفر ، ١ ،
ثم أكمل الجدول التالي ومثلّ النقاط بيانياً في المستوى
الإحداثي .

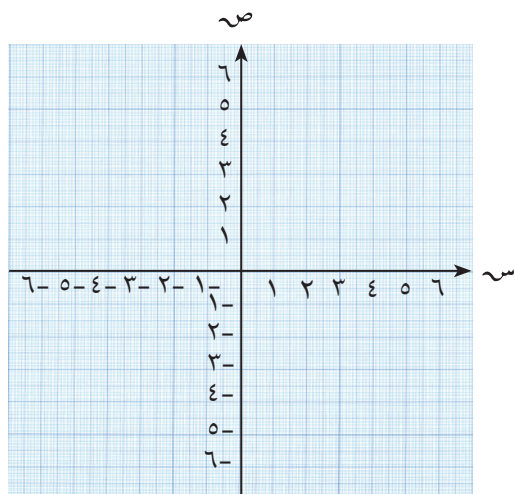
س	١			٠	
u (س)	٢			١	

٥ نلاحظ أنّ مجموعة النقاط المكوّنة للمخطّط البياني

تزداد كلّما كبر المجال ، وتظلّ أيضاً على استقامة

واحدة ويمكن تمثيلها بخطّ مستقيم .

٦ أرسم بيان الدالة u : ح ← ح ، u (س) = س + ١



تذكّر



- كلّ عدد حقيقي يُمثّل بنقطة على خطّ الأعداد ، وكلّ نقطة على خطّ الأعداد تمثّل عدداً حقيقياً .
- كلّ عددين حقيقيين يوجد بينهما عدد حقيقي .

- الدالة (التطبيق) التي مجالها ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية أو مجموعة جزئية منها تُسمّى « دالة حقيقية » .
- الدالة الحقيقية $U: C \leftarrow C$ ، $U(s) = s + b$ ، حيث $a, b \in C$ ، $a \neq 0$ تُسمّى « دالة خطية » (تطبيقًا خطيًا) .

ملاحظة :

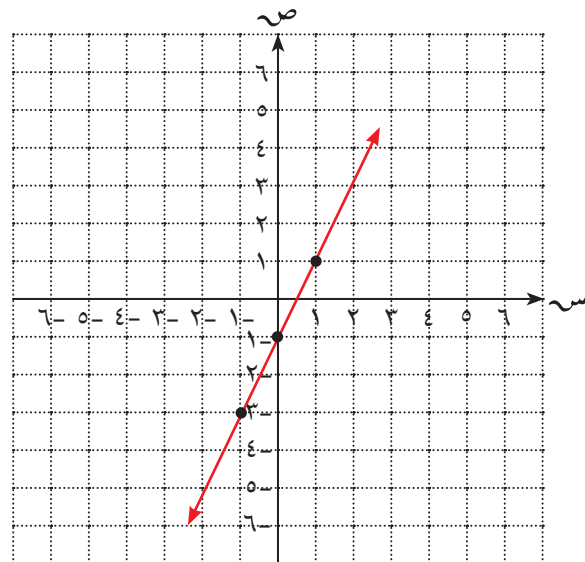
- $U(s) = s + b$ تُسمّى قاعدة الاقتران ويمكن كتابتها على الصورة : $U(s) = s + b$ ويكون بيانها خطًا مستقيمًا يقطع محور السينات حيث $a \neq 0$.
- يُسمّى s المتغير المستقل ، وهو المتغير الذي يحدّد قيم مخرجات الدالة .
- يُسمّى $U(s)$ المتغير التابع ، وهو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل .

مثال (١) :

أرسم بيان الدالة الخطية : $U(s) = 2s - 1$

الحل :

$U(s) = 2s - 1$			
س	١	٠	-١
ص	١	-١	-٣



لاحظ أنّ

خطوات رسم بيان الدالة الخطية

- ١ نضع الدالة على الصورة $U(s) = as + b$
- ٢ نختار بعض القيم للمتغير المستقل (s) .
- ٣ نوجد قيم المتغير التابع ($U(s)$) المناظرة .
- ٤ نمثّل النقاط في مستوى الإحداثيات .
- ٥ نصل بين هذه النقاط بخط مستقيم باستخدام المسطرة .

عبر عن فهمك (١)

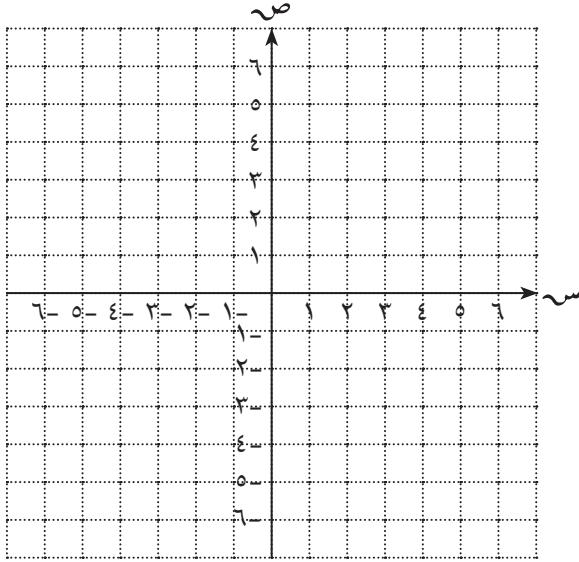


هل النقطة (٤ ، ٧) تنتمي إلى بيان الدالة $ص = ٢س - ١$ ؟ فسّر إجابتك .

دورك الآن (١)



أرسم بيان الدالة الخطية : $ص = ٣س + ٢$



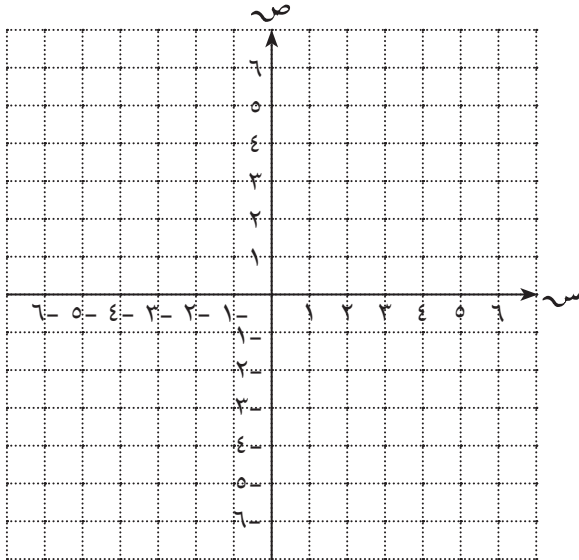
ص = ٣س + ٢

			س
			ص

دورك الآن (٢)



أرسم بيان الدالة الخطية : $ص = ٤$



ص = ٤

			س
			ص

ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالة محور السينات .

ملاحظة :



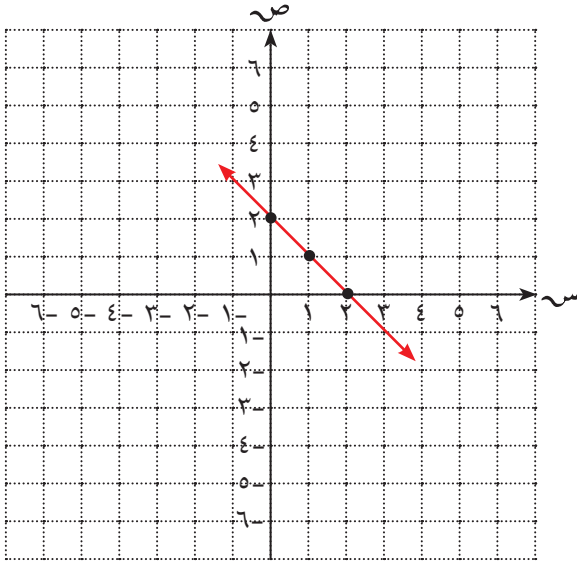
• الدالة الثابتة د (س) = ج ، ج $\neq$ ح يكون بيانها خطاً مستقيماً أفقيًا (يوازي محور السينات) .

مثال (٢) :

أرسم بيان الدالة الخطية : $ص = س + ٢$

الحل :

ص = س + ٢			
س	٢	١	٠
ص	٠	١	٢



عبّر عن فهمك (٢)

هل $س = ٤$ تمثل دالة ؟ فسّر إجابتك .

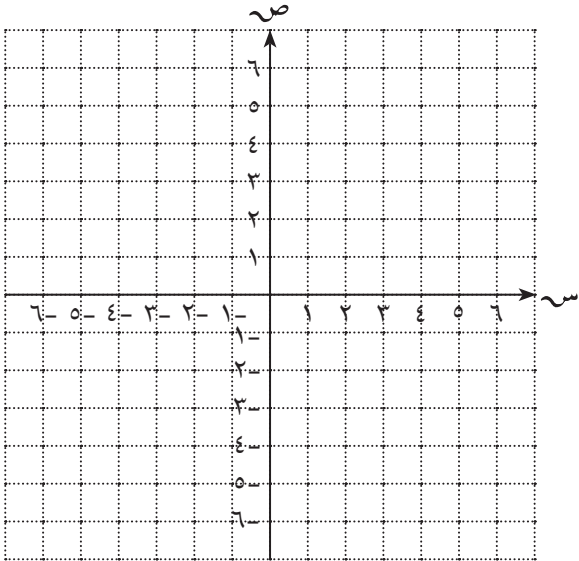
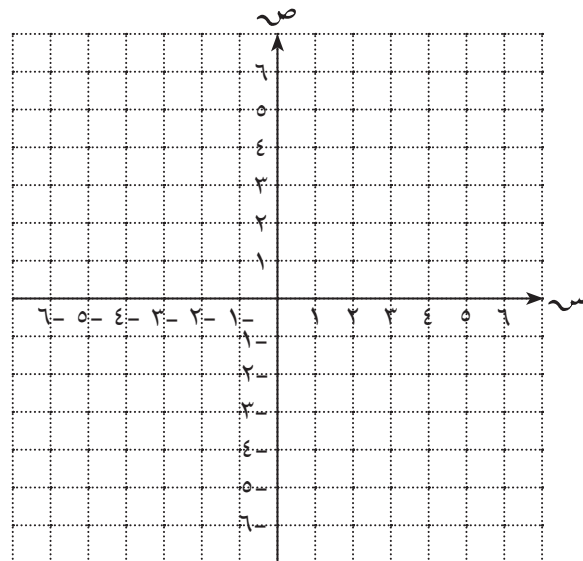
تمارين ذاتية :

١ أرسم بياناً كلاً من الدوال الخطية التالية :

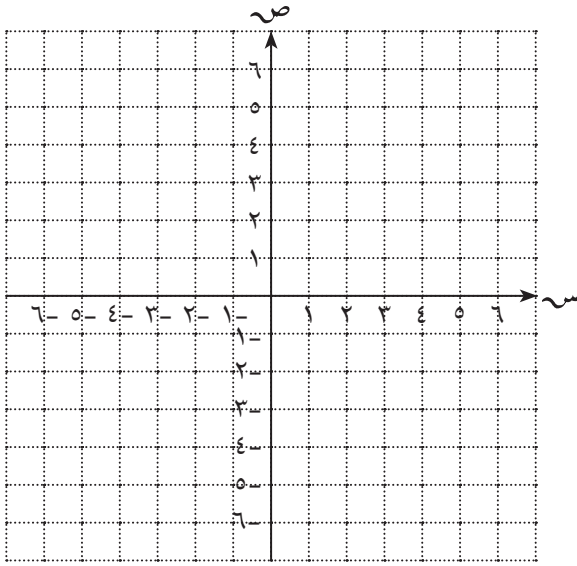
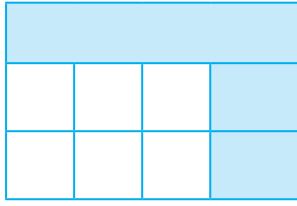
أ $ص = س + ٢$

ص = س + ٢			
س			
ص			

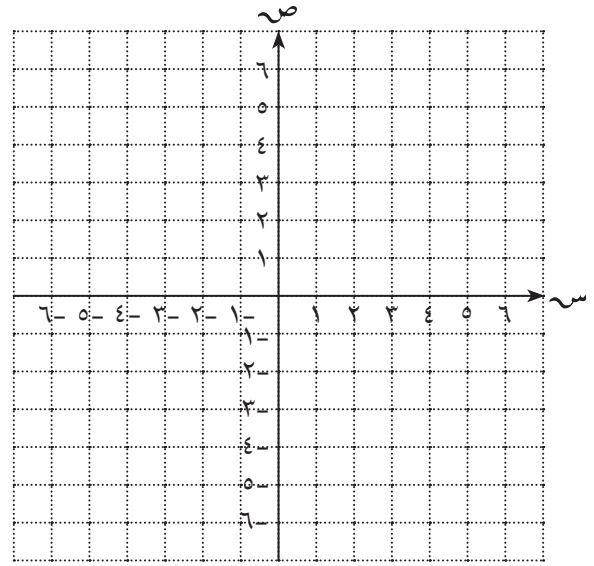
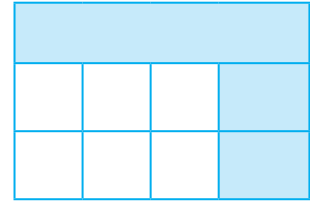
ب $ص = ٢س - ٤$



د $ص = ٢ - ١$ س



ج $ص = ٣ + س$



مهارات تفكير عليا :



اختر الإجابة الصحيحة :

٢ إذا كان بيان الدالة الخطية : $ص = ٣س + ب$ يمرّ بالنقطة $(٣, ٧)$ ، فإنّ قيمة ب تساوي :

د ١٩

ج ١٩-

ب ٢

أ ٢-

٣ إذا كانت النقطة $(٢, ١)$ تقع على بيان الدالة الخطية : $ص = ٣س - ١$ ، فإنّ ١ يساوي :

د ٣

ج ٥

ب ٤

أ ١

الدالة التربيعية

٥ - ٥

Quadratic Function

سوف تتعلّم : الدوال التربيعية وتمثيلها بيانياً .

العبارات والمفردات :

Parabola

قطع مكافئ

Quadratic Function

دالة تربيعية



عند رمي كرة السلّة يعتمد اللاعبون على تقدير المسافة وتخيل شكل مسار الكرة ، فهم يدركون تماماً أنّ مسار الكرة لن يكون خطاً مستقيماً وإنما منحنى .

إِسْتَكْشِفْ



لتكن الدالة $ص : ح \leftarrow ح^2$ ، $ص (س) = س^2$

١ أكمل الجدول التالي :

س	٣	٢	١	٠,٥	٠	٠,٥-	١-	٢-	٣-
ص									

٢ عيّن النقاط السابقة في المستوى الإحداثي المقابل .

٣ ماذا تلاحظ ؟ هل النقاط تقع على استقامة واحدة ؟

٤ دون استخدام المسطرة ، صل بين النقاط السابقة .

٥ نلاحظ من الرسم أنّ $(٠, ٠)$ هو رأس المنحنى للدالة $ص^2$.

الدالة الحقيقية التي فيها القوة الأعلى للمتغير المستقل تساوي ٢ تُسمّى « دالة تربيعية » .

ويكون الرسم البياني للدالة التربيعية منحنى على شكل $\vee$ أو $\wedge$ ويُسمّى « قطع مكافئ » .

تذكّر



$$١ = ٢(١-)$$

$$١ = ٢(١)$$

$$٤ = ٢(٢-)$$

$$٤ = ٢(٢)$$

الصورة العامة للدالة التربيعية هي :

$$ص = ا س^٢ + ب س + ج \text{ حيث } ا \neq ٠ , ب , ج \text{ أعداد حقيقية}$$

حدّ من الدرجة الأولى
حدّ من الدرجة الثانية
حدّ ثابت

حيث أنّ كلّاً من المجال والمجال المقابل للدالة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية .



١ يمثّل الشكل المجاور بيان الدالة : $ص = س^2$
مثّل في المستوى الإحداثي نفسه بيان كلّ ممّا يلي :

أ الدالة : $ص = س^2 + 3$

س	٢	١	٠	١-	٢-
ص					

ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالة $ص = س^2 + 3$ هو إزاحة

لبيان الدالة $ص = س^2$ ثلاث وحدات إلى

رأس المنحنى هو (٣ ، ٠)

ب الدالة : $ص = س^2 - 2$

س	٢	١	٠	١-	٢-
ص					

ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالة $ص = س^2 - 2$ هو إزاحة

لبيان الدالة $ص = س^2$ إلى

رأس المنحنى هو (..... ،)

٢ يمثّل الشكل المجاور بيان الدالة : $ص = س^2$
مثّل في المستوى الإحداثي نفسه بيان كلّ ممّا يلي :

أ الدالة : $ص = (س - ١)^2$

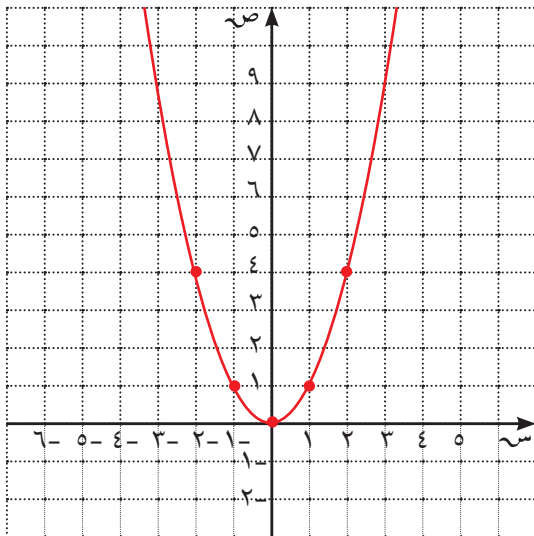
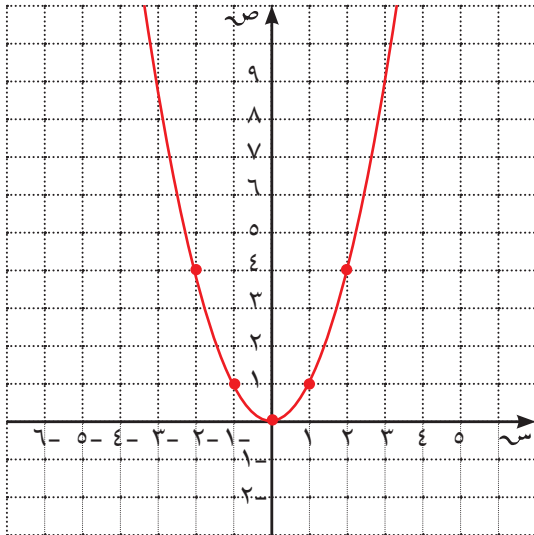
س	٣	٢	١	٠	١-
ص					

ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالة $ص = (س - ١)^2$ هو

إزاحة

لبيان الدالة $ص = س^2$ إلى

رأس المنحنى هو (..... ،)



ب) الدالة : $v = (s + 1)^2$

س	١	٠	١-	٢-	٣-
ص					

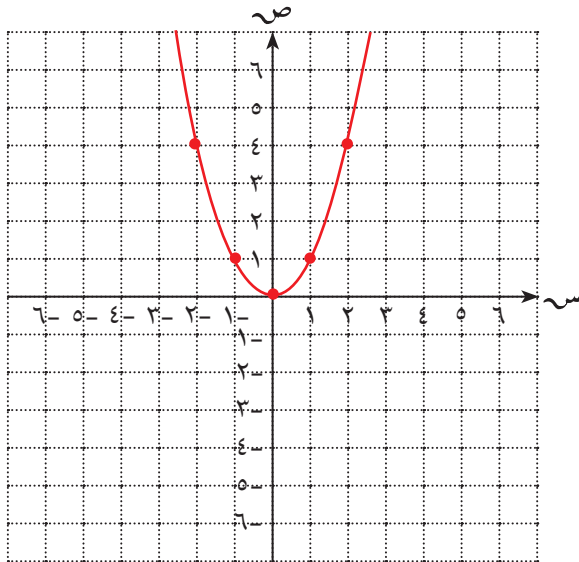
ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالة $v = (s + 1)^2$ هو إزاحة

لبیان الدالة $v = s^2$ إلى

رأس المنحنى هو (..... ،)

٣) يمثل الشكل المجاور بيان الدالة : $v = s^2$
مثّل في المستوى الإحداثي نفسه بيان الدالة :
 $v = -s^2$

س	٢	١	٠	١-	٢-
ص					



ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالة $v = -s^2$ هو

لبیان الدالة $v = s^2$

في محور

رأس المنحنى هو (..... ،)

ملاحظة :

الصورة القياسية للدالة التربيعية :

$$v = (s - p)^2 + h \quad ; \quad p \neq 0, h \neq 0$$

تقتصر دراستنا في حالة $p = 1$ أي على الصورة $v = (s - 1)^2 + h$

رأس منحنى الدالة $v = (s - 1)^2 + h$ هو النقطة $(1, h)$.

عبّر عن فهمك (١)

يقول نشمي : بيان الدالة $v = (s - 1)^2 + 3$

هو إزاحة أفقية لبيان الدالة $v = s^2$ وحدة واحدة إلى اليمين وإزاحة رأسية ٣ وحدات إلى الأعلى . هل توافقه الرأي ؟

مثال	التمثيل البياني	التحويلات الهندسية المطبقة على التمثيل البياني للدالة التربيعية ص = س ²	الدالة التربيعية
ص = س ² + ١		إزاحة رأسية بمقدار هـ وحدة إلى الأعلى إذا كانت هـ موجبة.	ص = س ² + هـ
ص = س ² - ١		إزاحة رأسية بمقدار هـ وحدة إلى الأسفل إذا كانت هـ سالبة.	
ص = (س - ١) ²		إزاحة أفقية بمقدار د وحدة إلى اليمين إذا كانت د موجبة.	ص = (س - د) ²
ص = (س - (-١)) ² ص = (س + ١) ²		إزاحة أفقية بمقدار د وحدة إلى اليسار إذا كانت د سالبة.	
ص = -س ²		انعكاس في محور السينات.	ص = -س ²

مثال (١) :

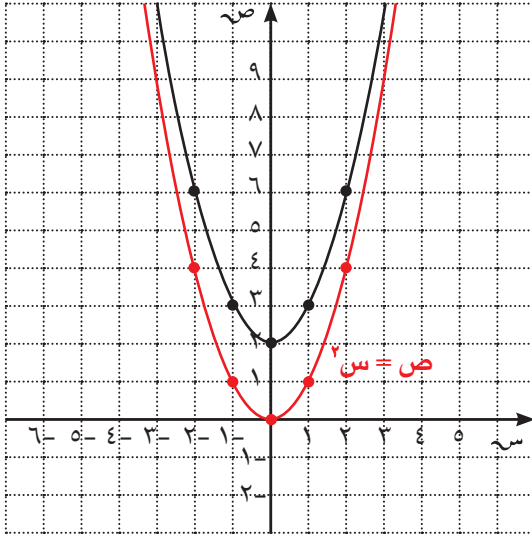
مثّل بيانيًا الدالة $ص = س^2 + ٢$ مستخدمًا التمثيل البياني
للدالة التربيعية $ص = س^2$

الحل :

نرسم بيان الدالة : $ص = س^2$

بيان الدالة $ص = س^2 + ٢$

هو إزاحة رأسية لبيان الدالة : $ص = س^2$
وحدتان إلى الأعلى وتُمثّل كما في الشكل المقابل .



دورك الآن (١)

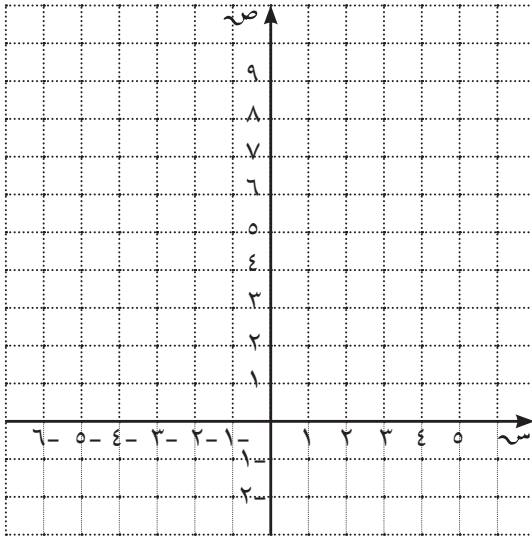
مثّل بيانيًا الدالة $ص = (س - ٣)^2$ مستخدمًا
التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^2$.

أ) أرسم بيان الدالة : $ص = س^2$

ب) بيان الدالة $ص = (س - ٣)^2$

هو إزاحة لبيان الدالة : $ص = س^2$
.....

ج) أرسم بيان الدالة : $ص = (س - ٣)^2$



مثال (٢) :

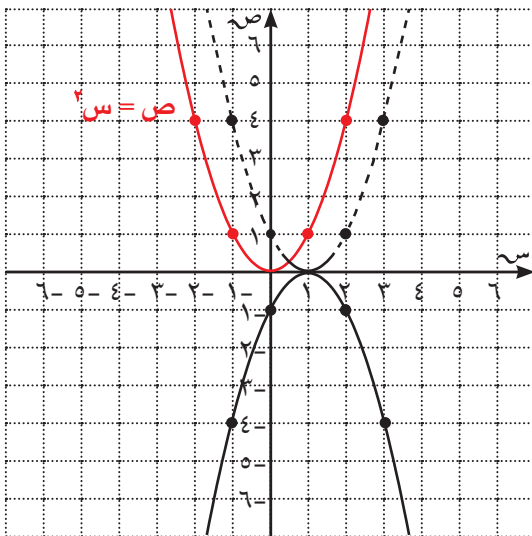
مثّل بيانيًا الدالة $ص = -(س - ١)^2$ مستخدمًا
التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^2$.

الحل :

نرسم بيان الدالة : $ص = س^2$

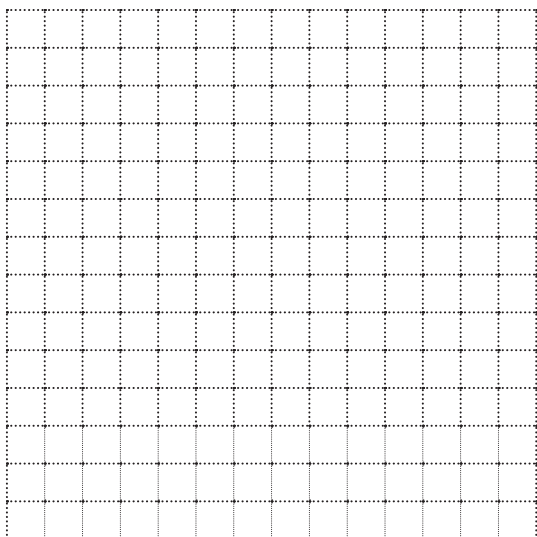
بيان الدالة $ص = -(س - ١)^2$

هو إزاحة أفقية لبيان الدالة : $ص = س^2$
وحدة واحدة إلى اليمين ، ثم الانعكاس في محور السينات .





مثّل بيانيًا الدالة $v = -(s + 2)^2$ مستخدمًا التمثيل البياني للدالة التربيعية $v = s^2$.



عبّر عن فهمك (٢)



وصف كلّ من محمّد وبادي بيان الدالة $v = -(s - 3)^2$ أيّهما على صواب ؟ ولماذا ؟



بيان الدالة $v = -(s - 3)^2$ هو انعكاس في محور السينات لبيان الدالة $v = s^2$ ، ثمّ إزاحة أفقية ٣ وحدات إلى اليمين .

يقول محمّد :

بيان الدالة $v = -(s - 3)^2$ هو إزاحة أفقية لبيان الدالة $v = s^2$ ، ٣ وحدات إلى اليمين ثمّ انعكاس في محور السينات .



يقول بادي :

مثال (٣) :

مثل بيانياً الدالة $ص = (س - ٢) + ٣$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$

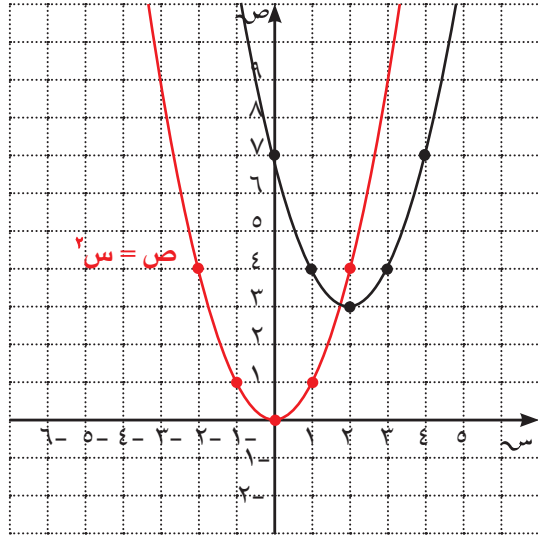
الحل :

نرسم بيان الدالة : $ص = س^٢$

بيان الدالة $ص = (س - ٢) + ٣$

هو إزاحة أفقية لبيان الدالة : $ص = س^٢$

وحدتان إلى اليمين ، ثم إزاحة رأسية ٣ وحدات إلى الأعلى .



من « مثال (٣) » ، نلاحظ أن :

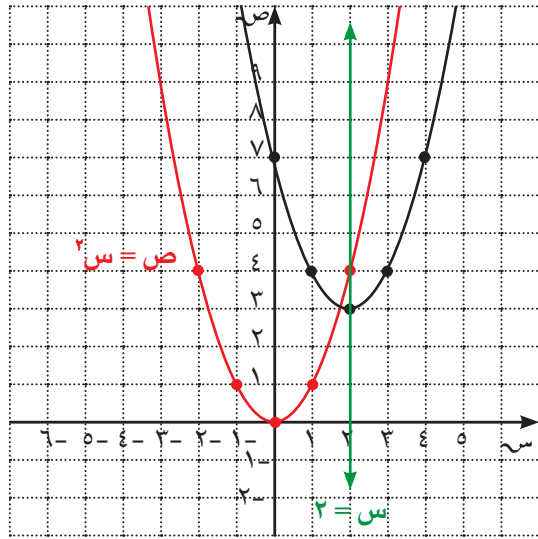
• المستقيم الذي معادلته $س = ٢$ هو خط التماثل للدالة التربيعية :

$$ص = (س - ٢) + ٣$$

• خط التماثل هو مستقيم رأسي يوازي محور الصادات .

• خط التماثل يمر بنقطة رأس المنحنى (٢ ، ٣) .

• خط تماثل الدالة $ص = س^٢$ هو محور الصادات .

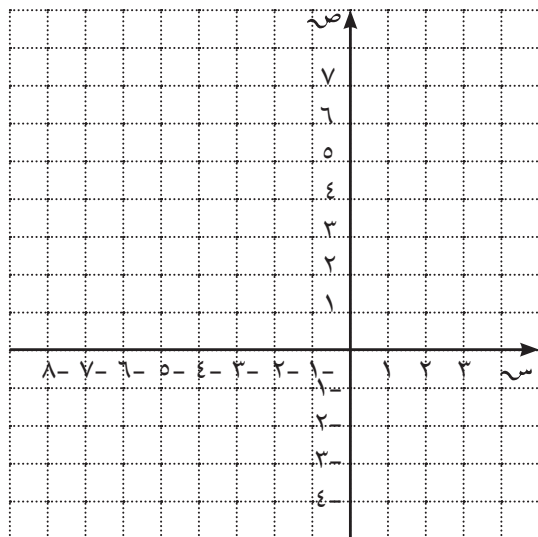


ملاحظة :

• خط تماثل بيان الدالة $ص = (س - د) + ٢$ هو المستقيم الذي معادلته $س = د$

دورك الآن (٣)

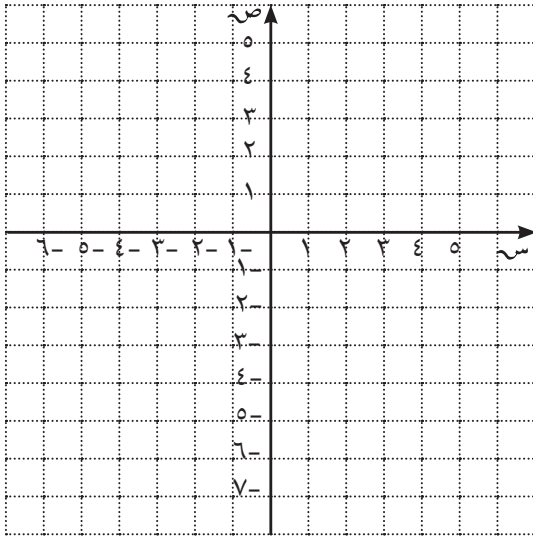
مثل بيانياً الدالة $ص = (س + ٣) - ٢$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$.





مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^2$ ، مثل بيانياً كلاً من الدوال التالية :

١ $ص = س^2 - ٤$



.....

.....

.....

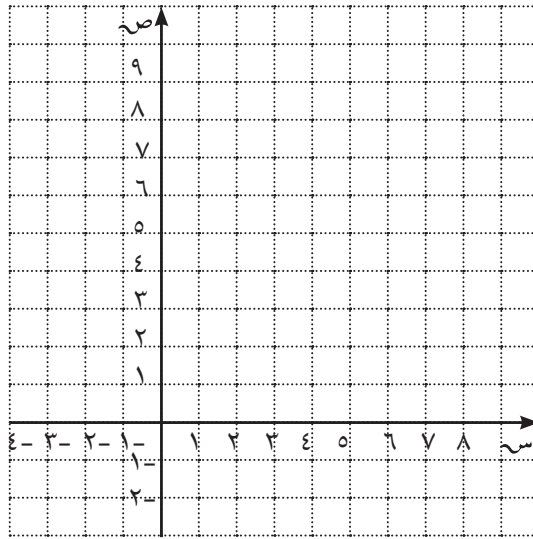
.....

.....

.....

.....

٢ $ص = (س - ٥)^2$



.....

.....

.....

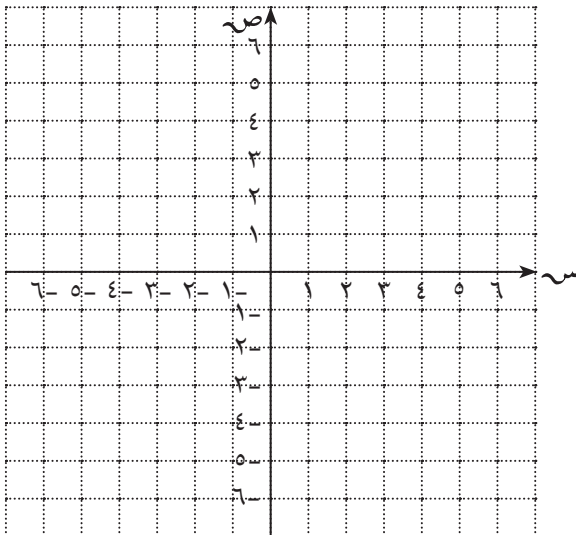
.....

.....

.....

.....

٣ $ص = -س^2 + ٢$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

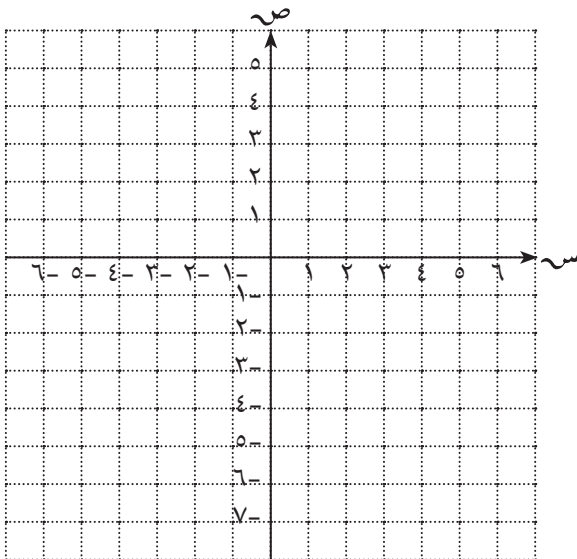
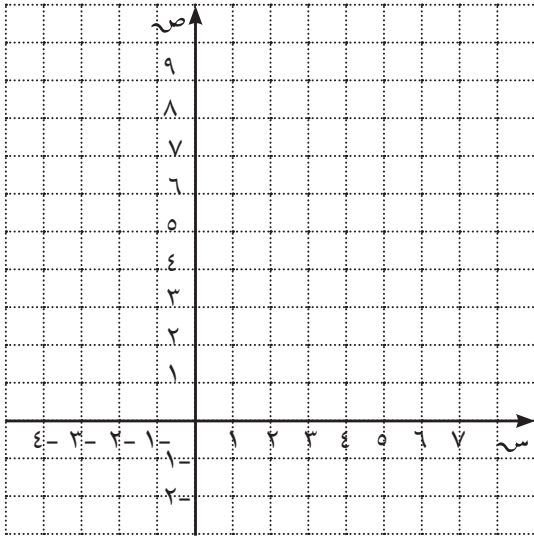
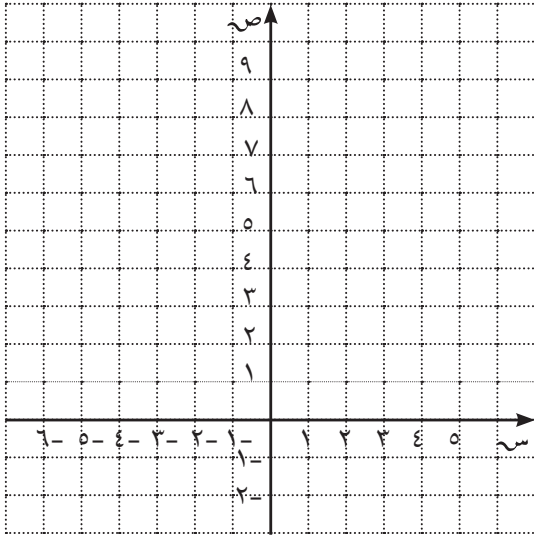
٤ ص = $2 + 2(1 + س)$

٥ ص = $1 + 2(2 - س)$

مهارات تفكير عليا :



٦ ص = $2 - 2(1 + س)$



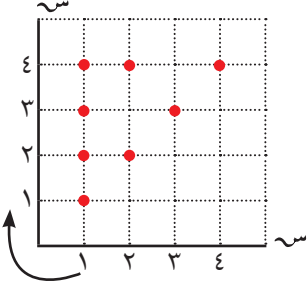
تقويم الوحدة التعليمية الخامسة

Unit Five Assessment

أولاً : البنود المقالية

١ يوضح المخطط البياني المقابل العلاقة ع المعرفة على المجموعة $S = \{1, 2, 3, 4\}$

أ اكتب العلاقة ع بذكر العناصر .



ب اختبر العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ .

٢ إذا كانت ع علاقة معرفة على $S = \{3, 5, 7, 9\}$ ،

$E = \{(9, 3), (9, 9), (9, 5), (7, 7), (5, 3), (5, 5), (3, 3)\}$

فاختبر العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ .

٣ إذا كانت $s = \{3, 2, 1\}$ ، $v = \{6, 3, 0\}$

وكانت t تطبيق من s إلى v حيث $t(s) = 3 - s$

أ أكمل الجدول المقابل :

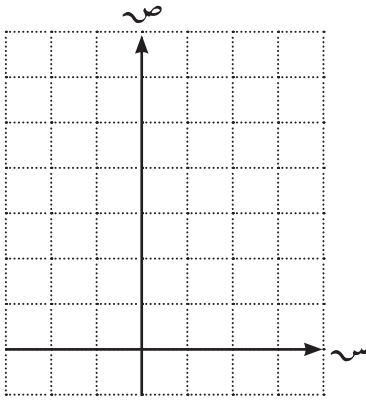
س	١	٢	٣
٣ - س			
ت (س)			

ب مدى $t = \dots\dots\dots$

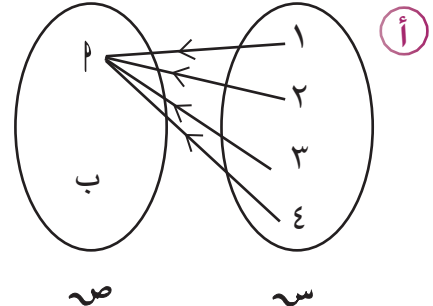
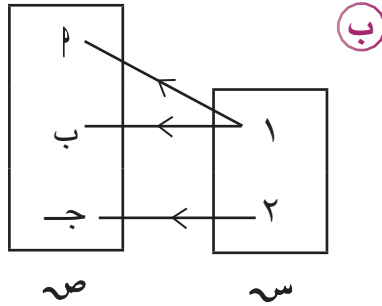
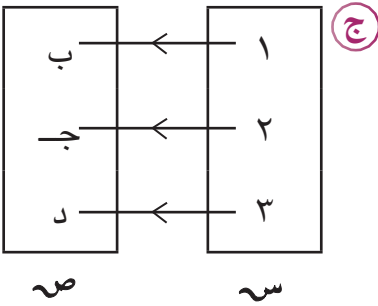
ج أكتب t كمجموعة من الأزواج المرتبة :

ت = $\dots\dots\dots$

د أرسم مخططاً سهمياً ، وآخر بيانياً في المستوى الإحداثي .



٤ أي من المخططات السهمية التالية يمثل تطبيقاً ؟ ولماذا ؟



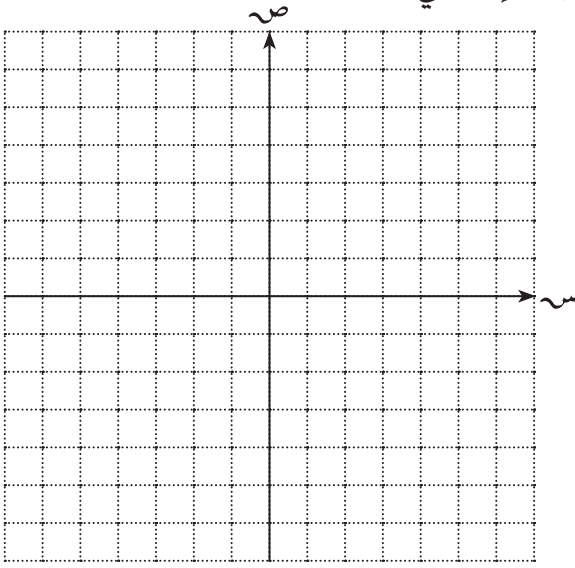
٥ إذا كان التطبيق $d: s \leftarrow v$ ، حيث $s = \{2, 1, 0\}$ ، $v = \{4, 0, -4\}$ ،

د (س) = $4 - s$

أ أوجد مدى التطبيق d .

ب أكتب d كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ج) مثل التطبيق د بمخطط سهمي وآخر بياني في المستوى الإحداثي .



د) بيّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

٦) إذا كان التطبيق ψ : $\mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}$ ، حيث $\mathcal{S} = \{1, 0, -1\}$ ، $\mathcal{S} = \{2, 1\}$ ،

ψ (س) = $2 - \mathcal{S}$ ، فبيّن نوع التطبيق ψ من حيث كونه شامل ، متباين ، تقابل مع ذكر السبب .

٧ إذا كانت $s = \{1, 9\}$ ، $v = \{2, 3, 4\}$ ، والتطبيق $t: s \rightarrow v$ ، حيث

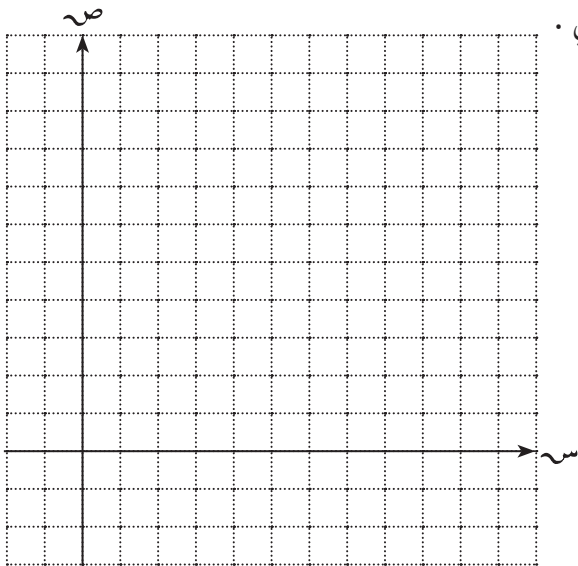
$$t(s) = \sqrt{s+1}$$

أ) أوجد مدى التطبيق t .

ب) أكتب التطبيق t كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ج) مثل التطبيق t بمخطط سهمي .

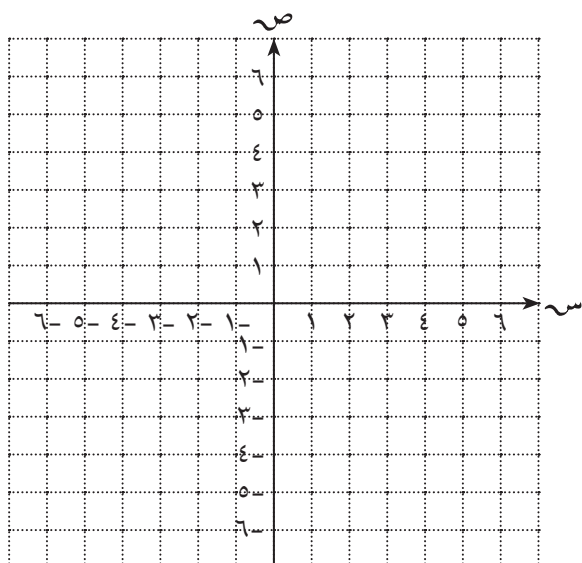
د) مثل التطبيق t بمخطط بياني في المستوى الإحداثي .



هـ) بين نوع التطبيق t من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب .

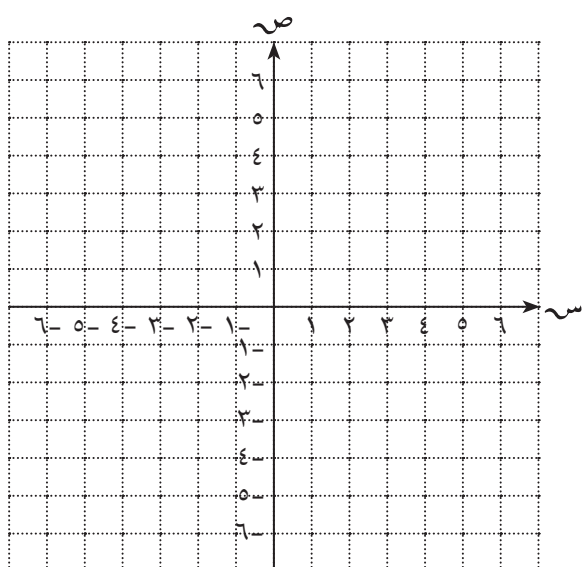
٨ أرسم بيان الدالة الخطية : $ص = ٢س - ٢$

			س
			ص

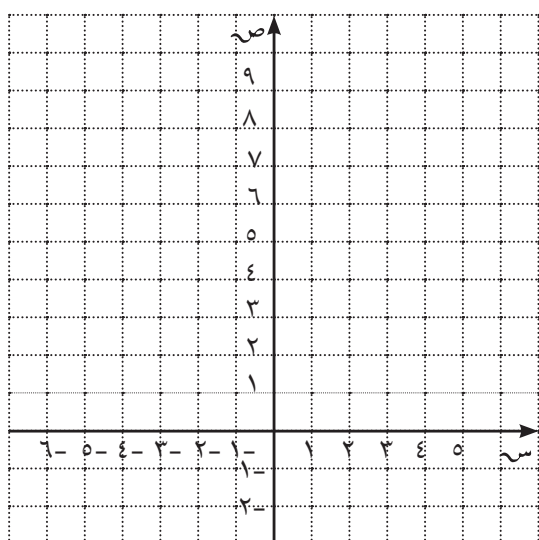


٩ أرسم بيان الدالة الخطية : $ص = س$

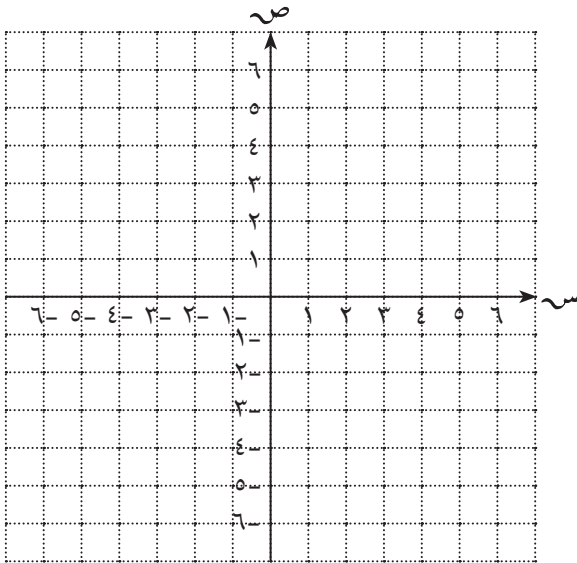
			س
			ص



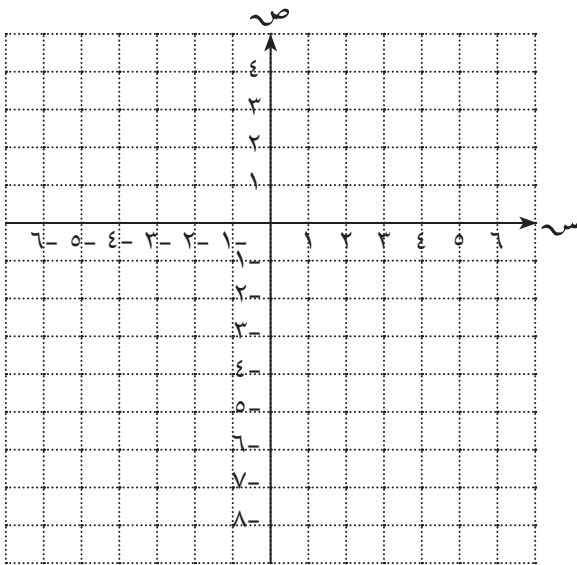
١٠ مثل بيانياً : $ص = س + ١$ مستخدماً التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$



١١ مَثْلٌ بَيَانِيًّا : $ص = س - ٢$ - مستخدمًا
التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$



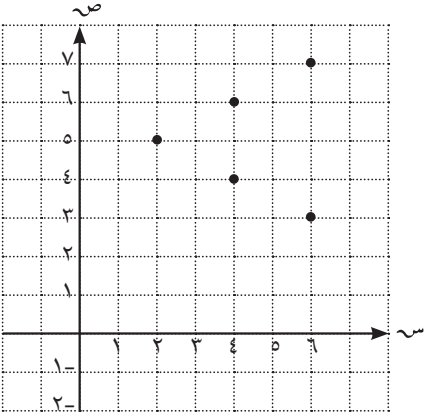
١٢ مَثْلٌ بَيَانِيًّا : $ص = (س - ١) - ٣$ - مستخدمًا
التمثيل البياني للدالة التربيعية $ص = س^٢$



ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (١ - ٨) ، ظلّل ☐ أ إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل ☐ ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ إذا كانت ع علاقة تكافؤ على $س = \{ ٦ , ٥ , ٣ \}$ ، $ع = \{ (٦ , ٦) , (٦ , ٥) , (٥ , ٥) , (س , ص) , (٣ , ٣) \}$ فإن $(٥ , ٦) = (س , ص)$	☐ أ ☐ ب	
٢ علاقة أكبر من أو يساوي على مجموعة أعداد هي علاقة متناظرة .	☐ أ ☐ ب	
٣ علاقة التطابق على مجموعة مثلثات هي علاقة تكافؤ .	☐ أ ☐ ب	

٤	لتكن $\mathcal{C}: \{2, 4, 6\} \leftarrow \{3, 4, 5, 6, 7\}$ فإن العلاقة $\mathcal{C}$ الممثلة في المستوى الإحداثي المقابل تمثل تطبيقًا .		أ	ب
٥	لتكن $\mathcal{S} = \{1, 0, -1\}$ ، $\mathcal{V} = \{2, 1, 0, -1\}$ التطبيق $\mathcal{T}: \mathcal{S} \leftarrow \mathcal{V}$ ، حيث $\mathcal{T}(\mathcal{S}) = \mathcal{S}^2$ ، فإن $\mathcal{T}$ تطبيق شامل وليس متباينًا .		أ	ب
٦	إذا كانت النقطة $(2, 3)$ هي رأس منحنى الدالة التربيعية ، فإن معادلة خط التماثل للدالة هي $\mathcal{S} = 3$.		أ	ب
٧	لتكن $\mathcal{S} = \{5, 6, 7\}$ ، إذا كان التطبيق $\mathcal{T}: \mathcal{S} \leftarrow \mathcal{V}$ ، ($\mathcal{V}$ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث $\mathcal{T}(\mathcal{S}) = \mathcal{S}$ ، فإن $\mathcal{T}$ تطبيق ليس تقابلًا .		أ	ب
٨	النقطة $(1, 1)$ تنتمي إلى بيان الدالة $\mathcal{V} = 2\mathcal{S} + 3$		أ	ب

في البنود (٩ - ٢٣) ، لكل بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلل الإجابة الصحيحة .

٩ إذا كانت $\mathcal{C}$ علاقة معرفّة على $\mathcal{S} = \{3, 4, 5\}$ ، $\mathcal{C} = \{(4, 4)\}$ ، فإن $\mathcal{C}$ تكون :

أ انعكاسية ب متناظرة وليست متعدية

ج متناظرة ومتعدية د علاقة تكافؤ

١٠ إذا كانت $\mathcal{C}$ علاقة معرفّة على $\mathcal{S} = \{1, 2\}$ ، $\mathcal{C} = \{(1, 2), (2, 1)\}$ ، فإن :

أ $\mathcal{C}$ علاقة متناظرة فقط ب $\mathcal{C}$ علاقة متناظرة ومتعدية

ج $\mathcal{C}$ علاقة انعكاسية فقط د $\mathcal{C}$ علاقة تكافؤ

١١ علاقة التوازي على مجموعة مستقيمات هي :

أ علاقة انعكاسية فقط ب علاقة متناظرة فقط

ج علاقة انعكاسية ومتعدية د علاقة تكافؤ

١٢ لتكن $s = \{1, 4, 25\}$ ، إذا كان التطبيق $t : s \rightarrow s$ ،
(s هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث $t(s) = \sqrt{s}$ ، فإن t تطبيق :

- أ شامل ومتباين ☐ ب ليس شاملاً وليس متبايناً ☐
ج شامل وليس متبايناً ☐ د متباين وليس شاملاً ☐

١٣ لتكن $s = \{1, 0, -1\}$ ، التطبيق $u : s \rightarrow s$ ، حيث $u(s) = s^2 - 1$ ، فإن u تطبيق :

- أ متباين وليس شاملاً ☐ ب شامل ومتباين ☐
ج ليس شاملاً وليس متبايناً ☐ د شامل وليس متبايناً ☐

١٤ إذا كانت $s = \{1, 2\}$ ، $t : s \rightarrow s$ ، فإن التطبيق التقابل فيما يلي هو :

- أ $\{(1, 1), (1, 2)\}$ ☐ ب $\{(1, 1), (2, 2)\}$ ☐
ج $\{(2, 1), (2, 2)\}$ ☐ د ليس أيٍّ مما سبق صحيحاً . ☐

١٥ إذا كان التطبيق $u : s \rightarrow s$ ، حيث s هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ،
 $u(s) = 3$ ، فإن u تطبيق :

- أ شامل ومتباين ☐ ب ليس شاملاً وليس متبايناً ☐
ج شامل وليس متبايناً ☐ د متباين وليس شاملاً ☐

١٦ إذا كان التطبيق $u : s \rightarrow s$ ، حيث s هي مجموعة الأعداد الكلية) ،
 $t(s) = 2s$ ، فإن t تطبيق :

- أ ليس شاملاً وليس متبايناً ☐ ب متباين وليس شاملاً ☐
ج شامل وليس متبايناً ☐ د تقابل ☐

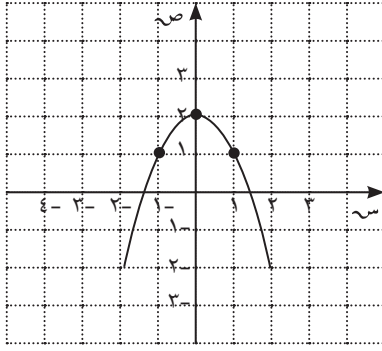
١٧ ليكن التطبيق $t : s \rightarrow s$ ، حيث $t(s) = 2s + 5$. إذا كان $t(1) = 2$ ، فإن 1 تساوي :

- أ ٥ ☐ ب صفر ☐ ج ٧ ☐ د ٣ ☐

١٨ إذا كانت النقطة $(-2, 1)$ تنتمي إلى بيان الدالة : $s + 3 = 1$ ، فإن 1 تساوي :

- أ ١ ☐ ب ١- ☐ ج ٢ ☐ د ٢- ☐

١٩ يمثل الشكل المقابل بيان الدالة :



أ $ص = س^2 + 2$

ب $ص = -س^2 + 2$

ج $ص = -(س^2 + 2)$

د $ص = س^2 - 2$

٢٠ بيان الدالة $ص = (س - 2)^2 - 4$ ، يمثل بيان الدالة $ص = س^2$ تحت تأثير :

أ إزاحة أفقية بمقدار 2 وحدة إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار 4 وحدات إلى الأسفل .

ب إزاحة أفقية بمقدار 2 وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار 4 وحدات إلى الأسفل .

ج إزاحة أفقية بمقدار 4 وحدات إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار 2 وحدة إلى الأعلى .

د إزاحة أفقية بمقدار 2 وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار 4 وحدات إلى الأعلى .

٢١ معادلة خط التماثل لمنحنى الدالة د : $ص = (س)^2$ هي

أ $ص = 1$ ب $ص = 0$ ج $ص = 1$ د $ص = 0$

٢٢ معادلة خط التماثل لمنحنى الدالة د : $ص = (س - 2)^2$ هي

أ $ص = 0$ ب $ص = 2$ ج $ص = -2$ د $ص = -4$

٢٣ نقطة رأس منحنى الدالة : $ص = -(س - 3)^2 + 4$ هي

أ $(4, 3-)$ ب $(3, 4-)$ ج $(3, 4)$ د $(3-, 4-)$

في البنود (٢٤ - ٢٥) ، اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)	القائمة (٢)
٢٤ إذا كان التطبيق $ص \leftarrow ص$ (مجموعة الأعداد الصحيحة) ، ت (س) = $س^2$ ، فإن ت	أ شامل وليس متبايناً . ب متباين وليس شاملاً . ج ليس شاملاً وليس متبايناً . د تطبيق تقابل .
٢٥ إذا كان التطبيق $ص : \{ 2-, 0, 2 \} \leftarrow \{ 1, 0, 1- \}$ حيث $ص (س) = \frac{1}{س}$ ، فإن ص	

الوحدة التعليمية السادسة



المعادلات الخطية والمتباينات الخطية

المنحدرات « هندسة مدن الكويت ... رياضيات علم أرض الواقع ! »

عند تخطيط المدن الجديدة في الكويت مثل مدينة المطلاع ومدينة صباح الأحمد ، يراعي المهندسون أن تكون الطرق ليست مستوية تمامًا ، بل فيها ميل بسيط يسمح بانسياب مياه الأمطار نحو المصارف بدلاً من تجمعها في الشوارع .

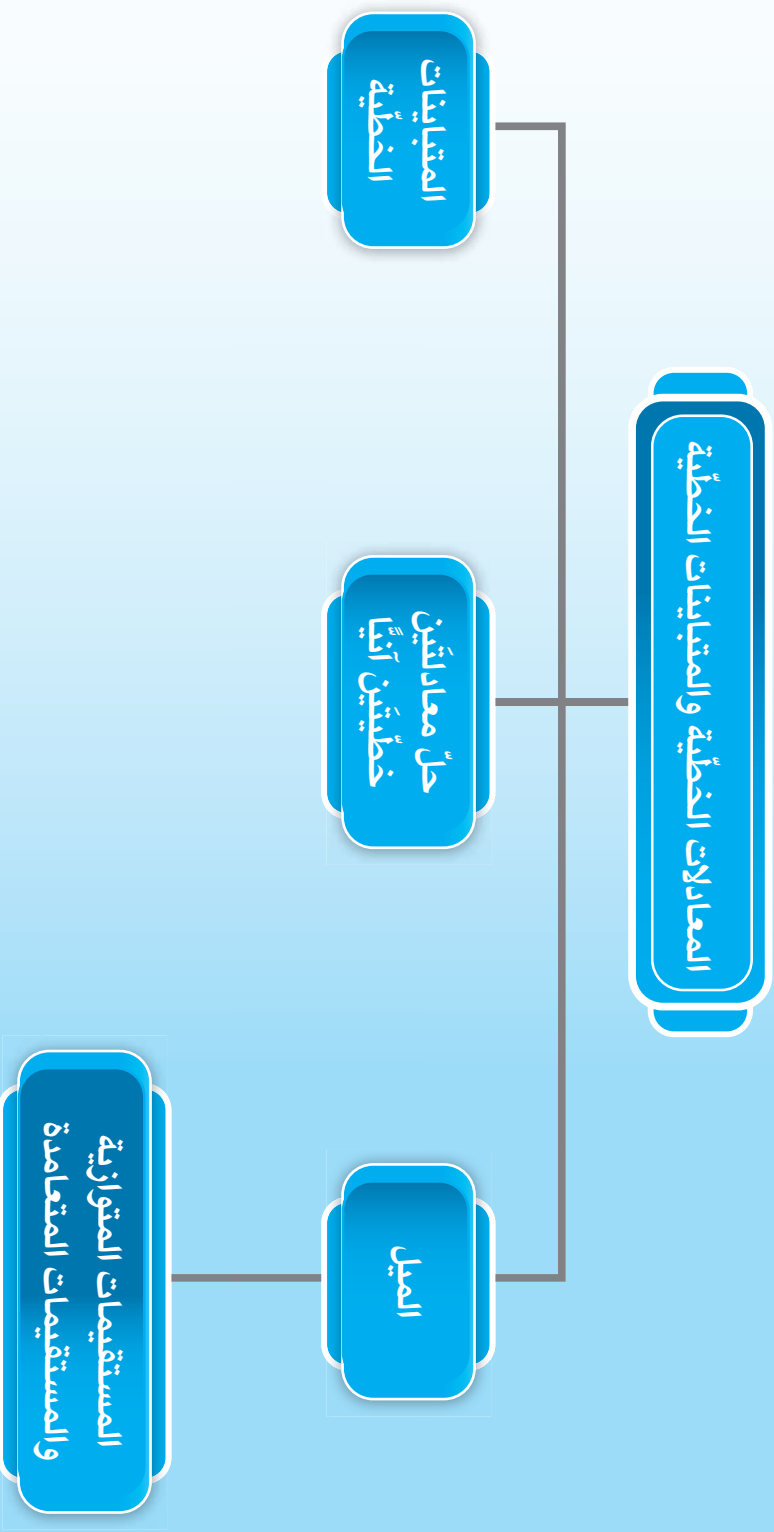
كما تُصمَّم الطرق الصاعدة والنازلة عند الجسور أو الأنفاق بدرجات ميل محدَّدة حتَّى تكون القيادة فيها مريحة وآمنة .

وتُرسَم الشوارع بشكل منظم ومتواز ، بحيث تلتقي بطرق أخرى بزوايا متعامدة لتسهيل حركة السير وتنظيم المرور .



المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
العدّ والجبر	إستخدام إستراتيجيات متنوعة لوصف وتحليل العلاقات والتغيّرات .	التذكّر - التعرّف - الفهم - التمثيل - التعاون - العمل الجماعي - الاستكشاف والتقصّي - الوسائط - المقارنة والتمييز - التعليق - الاستدلال - الاستنتاج - القوانين - حلّ المشكلات - العلاقات - التحليل والتركيب
	إستخدام المعادلات والنماذج الرياضية لحلّ المسائل .	
	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	

مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية السادسة



هل أنت مستعد؟

١ أوجد ناتج ما يلي :

..... = ٣ - ٢ - (ب)	 = ٤ + ١٢ - (أ)
..... = (٧ -) - ٠ (د)	 = ٨ - ٧ (ج)
..... = (٨ -) + ٠ (و)	 = (٥ -) - ٤ - (هـ)

٢ ضع كلاً من المعادلات التالية في صورة ص = اس + ب ، ثم حدّد ا، ب في كلّ منها :

..... = ٤ - ص - س (ب)	 = ٥ ص + س (أ)
..... = ٢ - ب ، = ٢	 = ٢ - ب ، = ٢
..... = ٩ ص - ٣ س (د)	 = ٠ ص - ٧ (ج)
..... = ٢ - ب ، = ٢	 = ٢ - ب ، = ٢
..... = ٠ - ص + ٣ س (و)	 = ٠ ص + ٢ س (هـ)
..... = ٢ - ب ، = ٢	 = ٢ - ب ، = ٢

٣ أوجد قيمة ص في الحالات التالية :

..... = ٣ - ص (ب)	 = ٥ - ص (أ)
عندما س = ٠	عندما س = ١
.....	
.....	
..... = ٦ ص - ٤ س (د)	 = ٤ ص - ٤ س (ج)
عندما س = ٢	عندما س = ٠
.....	
.....	
.....	

٤ أجب بنعم أم لا في كلّ ممّا يلي :

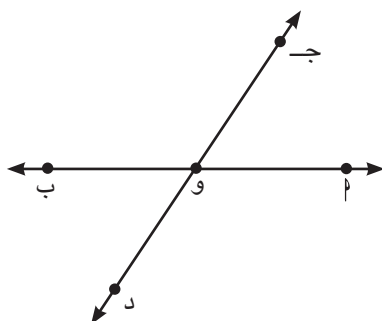
أ هل النقطة (٢ ، ٠) هي حلّ للمعادلة : ص = ٣ س + ٢ ؟

ب هل النقطة (٤ ، ٢) هي حلّ للمعادلة : ص = ٢ س + ١ ؟

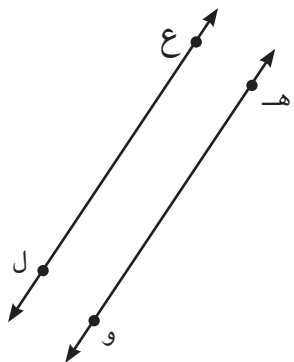
ج هل النقطة (١ - ، ١) هي حلّ للمعادلة : ص - ٣ س = ١ ؟

٥ أكمل ما يلي :

أ

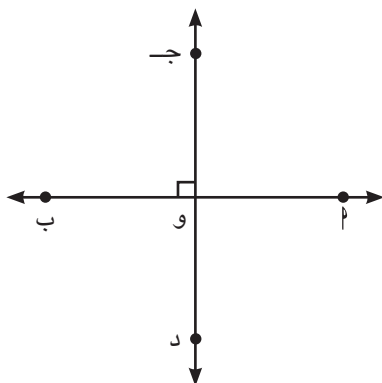


ب



أ ب $\cap$ ج د = ... هـ و $\cap$ ع ل = ...

ج



أ ب $\cap$ ج د = ...

هـ (أ و ج) ^ = ...

٦ حلّ كلّاً من المتباينات التالية في ح ، ومثّل مجموعة الحلّ على خطّ الأعداد .

أ س + ٢ < ٧

ب س - ٣ ≥ ٠

.....
.....

.....
.....



سوف تتعلّم : كيفية إيجاد ميل خطّ مستقيم .

العبارات والمفردات :

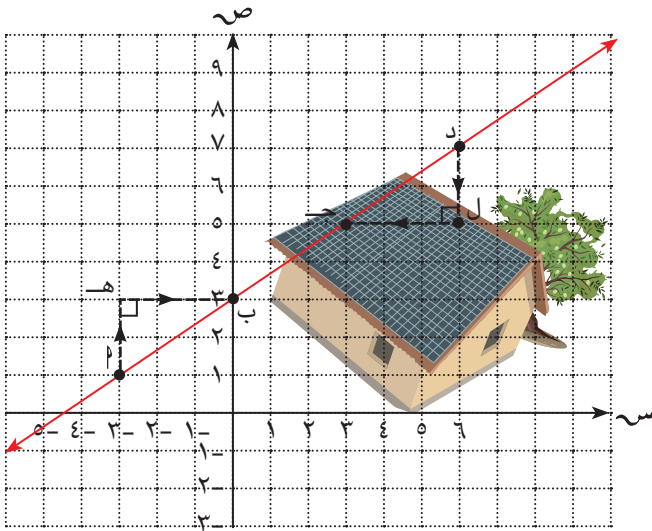
Positive Slope
Negative Slope

ميل موجب
ميل سالب

Slope
Horizontal Change
Vertical Change

الميل
التغيّر الأفقي
التغيّر الرأسّي

استكشاف (١)



أراد أحمد وهو مهندس كهربائي تصميم سقف
لبيت في مزرعته يتميز بدرجة انحدار مناسبة لتركيب
ألواح شمسية تهدف إلى توفير الطاقة الكهربائية
المستهلكة داخل مزرعته .
هيا نساعد أحمد في حساب الانحدار المناسب للسقف .

١ أكمل ما يلي :

١ لحساب الانحدار المناسب للمستقيم المارّ
بالنقطتين د ، ج ، يمكن التحرك من النقطة د
إلى النقطة ل رأسياً إلى الأسفل ، ثم من النقطة
ل إلى النقطة ج أفقياً إلى اليسار .

التغيّر الرأسّي من د إلى ل = ٥ - ٧ = ٢ (وحدتان إلى الأسفل)

التغيّر الأفقي من ل إلى ج = ٣ - ٥ = ٢ (وحدتان إلى اليمين)

(٣ وحدات إلى اليسار)

$$\therefore \frac{\text{التغيّر الرأسّي}}{\text{التغيّر الأفقي}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

معلومة مفيدة :



تتكوّن الألواح الشمسية من
مجموعة من الخلايا الشمسية
التي تحوّل ضوء الشمس إلى كهرباء .
تكون زاوية الميل المثالية للألواح الشمسية
في الكويت من ٢٥° إلى ٣٥° تقريباً نحو
الجنوب وتتغيّر من فصل إلى آخر .

ب) وبالمثل يمكن حساب الانحدار المناسب بأخذ أي نقطتين مثل ١ ، ب لحساب الانحدار المناسب للمستقيم المارّ بالنقطتين ١ ، ب يمكن التحرك من النقطة ١ إلى النقطة هـ رأسياً إلى الأعلى ، ثم من النقطة هـ إلى النقطة ب أفقياً إلى اليمين .
التغير الرأسى من ١ إلى هـ = ٣ - ١ = ٢ (وحدتان إلى الأعلى)
التغير الأفقى من هـ إلى ب = ٠ - (.....) = (٣ وحدات إلى اليمين)

$$\therefore \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

• ماذا تلاحظ ؟

نسَمّي $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$ بميل ١ ب ، وبالتالي يحدّد درجة الانحدار المطلوبة للسقف .

$$\therefore \text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$$

لاحظ أنّ : التغير الرأسى هو التغير في الإحداثى الصادى ص - ص_١
التغير الأفقى هو التغير في الإحداثى السينى س - س_١

٢ أكمل ما يلي :

أ) د (٧، ٦) ، ج (٥، ٣) - = ... - = ... = ... = ...	ب) ١ (-٣، ١) ، ب (٣، ٠) - = ... - = ... = ... = ...
--	---

• قارن بين الناتجين في أ ، ب (ماذا تلاحظ ؟)

نلاحظ أنّ : ميل المستقيم ثابت لأي نقطتين عليه .

انتبه



إذا كان ١ $\in$ ح - { ٠ } ، فإنّ

$$٠ = \frac{٠}{١}$$

$$\frac{١}{٠} = \text{كمية غير معرّفة}$$

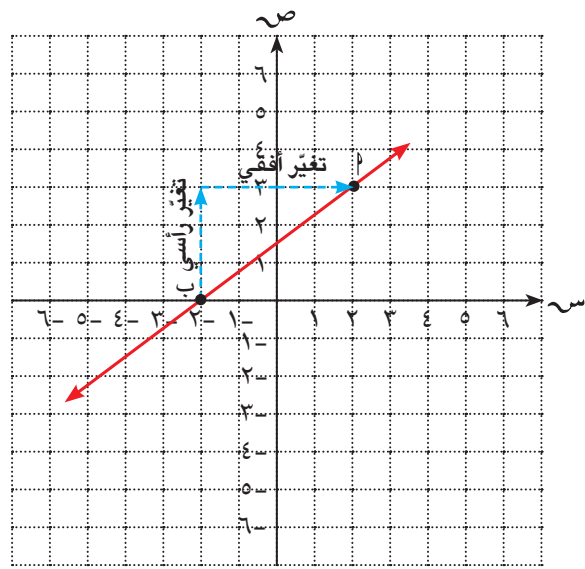
إذا كانت ١ (س_١ ، ص_١) ، ب (س_٢ ، ص_٢) نقطتين مختلفتين في المستوى الإحداثى ، فإنّ :

$$\text{ميل ١ ب} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{\text{التغير في الإحداثى الصادى}}{\text{التغير في الإحداثى السينى}}$$

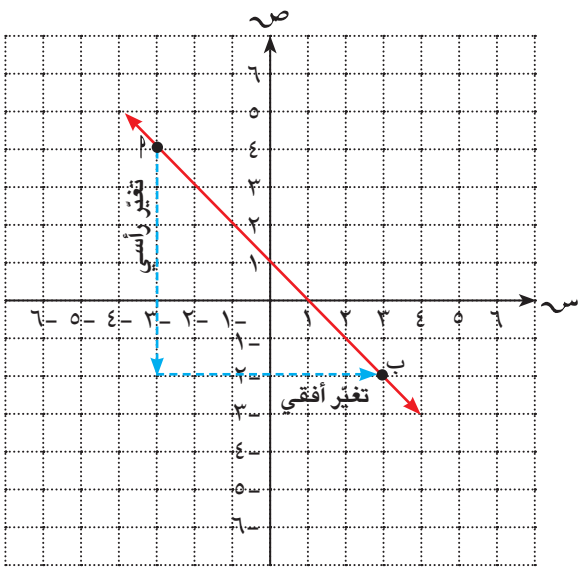
$$= \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} \quad \text{حيث } \text{س}_٢ \neq \text{س}_١$$

لاحظ أن:

أ



ب



ميل $AB = \dots\dots\dots$

نلاحظ (ص تزداد بزيادة س)

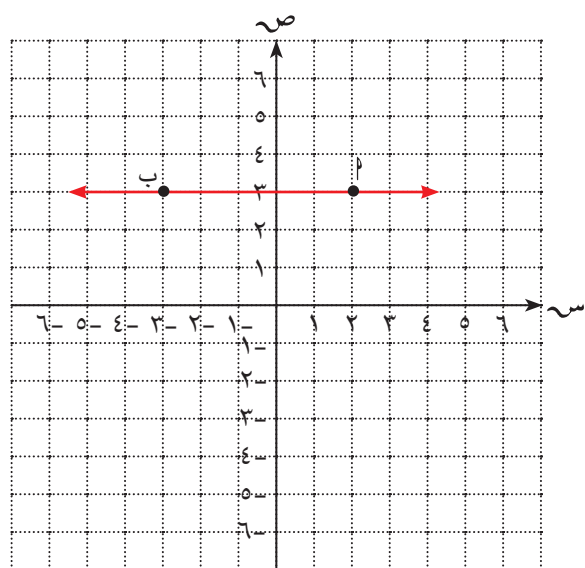
∴ ميل المستقيم **موجب**

ميل $AB = \dots\dots\dots$

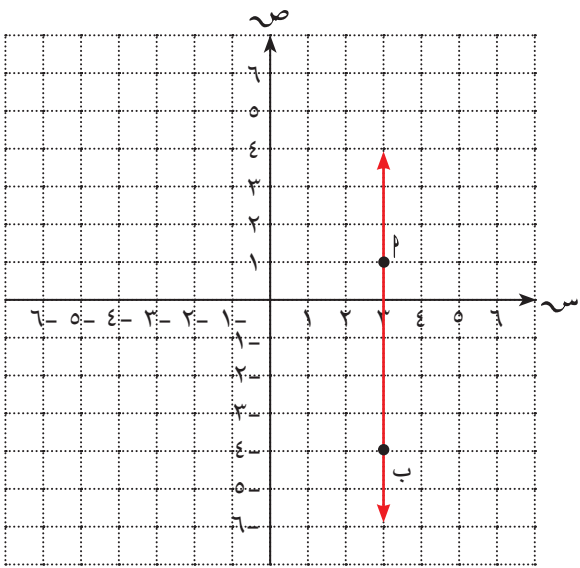
نلاحظ (ص تقل بزيادة س)

∴ ميل المستقيم **سالب**

ج



د



ميل $AB = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

نلاحظ (المستقيم أفقي فيه ص ثابتة)

المستقيم $AB \parallel$ محور $\dots\dots\dots$

∴ ميل المستقيم الأفقي يساوي **صفرًا** .

بيان $ص = 3$ هو خط مستقيم أفقي يوازي محور السينات .

لا نستطيع حساب الميل لأن تعريف الميل يشترط وجود تغير في الإحداثي السيني .

نلاحظ (المستقيم رأسي فيه س ثابتة)

المستقيم $AB \parallel$ محور $\dots\dots\dots$

∴ المستقيم الرأسي **ليس له ميل** .

بيان $س = 3$ هو خط مستقيم رأسي يوازي محور الصادات .

مثال (١):

أوجد ميل المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين أ (١، ٣) ، ب (٤، ٦)

الحل:

$$\begin{aligned} \text{ميل } \overleftrightarrow{AB} &= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} \\ &= \frac{٦ - ٣}{٤ - ١} \\ &= \frac{٣}{٣} = ١ \end{aligned}$$

لاحظ أنّ

$$\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = م$$

حيث $س_1 \neq س_2$

دورك الآن (١)

أوجد ميل $\overleftrightarrow{HK}$ حيث هـ (٥، ٢) ، ك (٢، ٣) .

عبّر عن فهمك (١)

أوجد عامر ميل المستقيم المارّ بالنقطتين (٥، ٧) ، (٢، ٣)

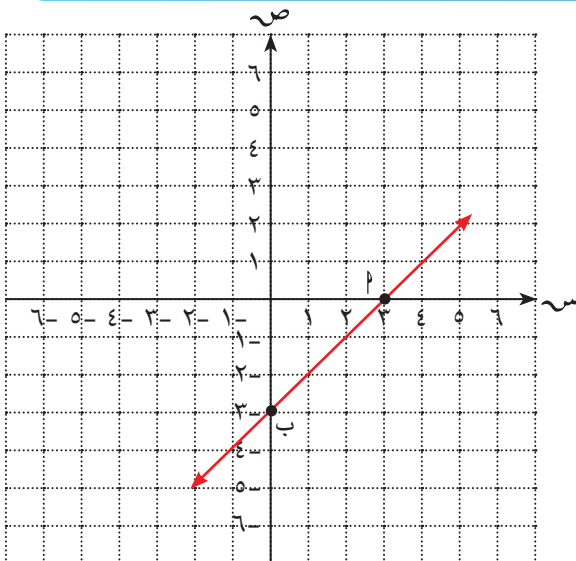
$$\text{كما يلي: } \frac{٧ - ٣}{٥ - ٢} = \frac{٤}{٣}$$

هل عامر على صواب؟ وضّح إجابتك.

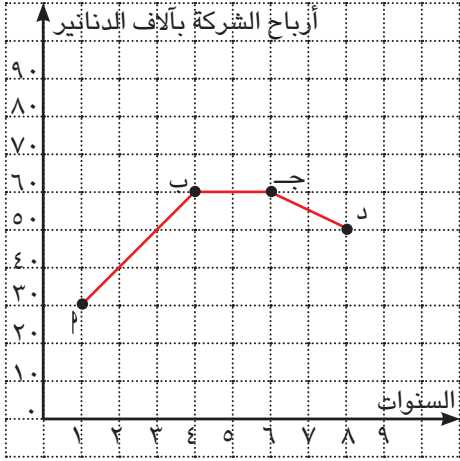
دورك الآن (٢)

في الشكل المقابل:

أوجد ميل $\overleftrightarrow{AB}$.



مثال (٢) :



يوضح الشكل المقابل تغير أرباح شركة خلال ٨ سنوات
بالآلاف الديناري . أوجد ميل كلٍّ من أ ب ، ب ج ، ج د .
ما دلالة كلٍّ منها ؟

الحل :

ميل أ ب $= \frac{6.0 - 2.0}{4 - 1} = \frac{4.0}{3} = 1.33$ وهو يعبر عن تزايد أرباح الشركة خلال السنوات الأربع الأولى بمعدل ١٠ آلاف دينار .

ميل ب ج $= \frac{6.0 - 6.0}{6 - 4} = \frac{0}{2} = 0$ وهو يعني أن أرباح الشركة كانت ثابتة خلال السنتين الخامسة والسادسة .

ميل ج د $= \frac{5.0 - 6.0}{8 - 6} = \frac{-1.0}{2} = -0.5$ وهو يعبر عن تناقص أرباح الشركة خلال السنتين الأخيرتين بمعدل ٥ آلاف دينار .

استكشاف (٢)



يمثل الشكل المقابل بيان الدالة الخطية :

$$ص = ٢س + ٤$$

من الرسم ، أكمل ما يلي :

١ أ ميل المستقيم = ...

ب ما العلاقة بين ميل المستقيم ومعامل س في الدالة الخطية ؟

٢ أ الجزء المقطوع من محور الصادات هو

وهو الإحداثي الصادي لنقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات ، أي عندما يساوي الإحداثي السيني صفرًا .

ما العلاقة بين الحدّ الثابت في الدالة الخطية والجزء المقطوع من محور الصادات ؟

ب الجزء المقطوع من محور السينات هو

وهو الإحداثي السيني لنقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات ، أي عندما يساوي الإحداثي الصادي صفرًا .

المستقيم الذي ميله م والجزء المقطوع من محور الصادات ب تكون معادلته على الصورة :
ص = م س + ب (تُسمّى الصورة القياسية لمعادلة المستقيم)

أما الصورة العامة لمعادلة مستقيم فهي : $أ س + ب ص + ج = ٠$ حيث $أ ، ب ، ج \in \mathbb{R}$ ؛
 $أ ، ب$ لا يساويان الصفر معًا .

ملاحظة :

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة : ص = م س + ب
فإن :

- ميل المستقيم = م (معامل س)
- الجزء المقطوع من محور الصادات = ب (الحد الثابت)
- لإيجاد الجزء المقطوع من محور السينات ، نضع ص = ٠ ، ونوجد قيمة س

مثال (٣) :

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذي
معادلته : ص = ٢ س - ٥

الحل :

$$ص = ٢ س - ٥$$

المعادلة على الصورة : ص = م س + ب

$$\therefore \text{الميل (م)} = ٢$$

الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = -٥

لإيجاد الجزء المقطوع من محور السينات نضع ص = ٠ في المعادلة ص = ٢ س - ٥

$$\therefore ٠ = ٢ س - ٥$$

نحل المعادلة

$$٢ س - ٥ = ٠ \Rightarrow ٢ س = ٥$$

$$س = \frac{٥}{٢}$$

$$س = \frac{٥}{٢}$$

إذا الجزء المقطوع من محور السينات = $\frac{٥}{٢}$

مثال (٤) :

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته : $٢ ص + ٤ س = ٦$

الحل :

نضع المعادلة على الصورة : $ص = م س + ب$

$$٢ ص + ٤ س = ٦$$

$$ص = ٣ - ٢ س$$

∴ الميل (م) = -٢

الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٣

انتبه



لإيجاد الميل (م) والجزء المقطوع من محور الصادات (ب) ،
ضَع معادلة المستقيم على الصورة
القياسية : $ص = م س + ب$

مثال (٥) :

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته :

$$٢ = ص$$

الحل :

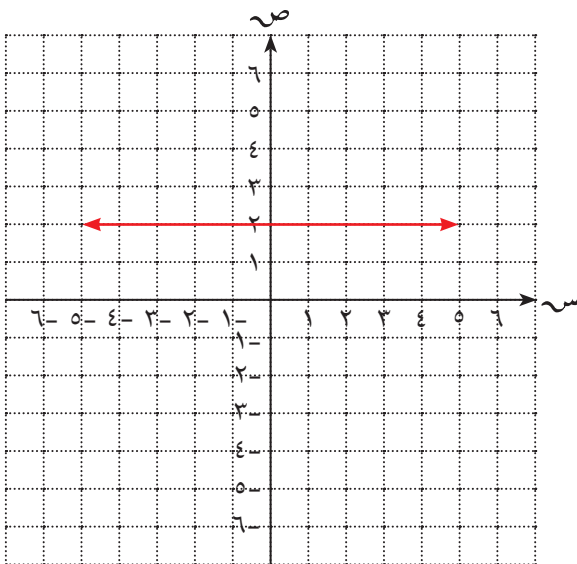
المعادلة : $ص = ٢$

على الصورة : $ص = م س + ب$

∴ الميل (م) = ٠ (يوازي محور السينات)

الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٢

للتحقق بيانيًا



لاحظ أن



- $٠ = ص$ هي معادلة محور الصادات .
- $٠ = س$ هي معادلة محور السينات .

عبّر عن فهمك (٢)



هل المستقيم الذي معادلته $٥ = س$ يقطع محور الصادات ؟
فسّر إجابتك .



إذا كان أ، ب $\in$ ح، فإن :

- المستقيم س = أ هو مستقيم رأسي (ليس له ميل) ويوازي محور الصادات .
- المستقيم ص = ب هو مستقيم أفقي (ميله يساوي صفرًا) ويوازي محور السينات .

دورك الآن (٣)



أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذي معادلته :

ب) $ص = ٢ - ٣ س$

أ) $ص = ٥ س + ٣$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

د) $٦ = ٣ س + ص$

ج) $٤ ص = ٧ س$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

عبّر عن فهمك (٣)

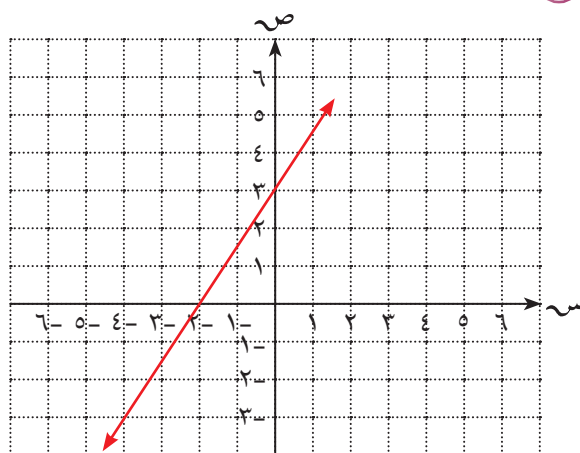


أعط مثلاً لمعادلة مستقيم يكون فيه الجزء المقطوع من محور الصادات يساوي صفرًا .

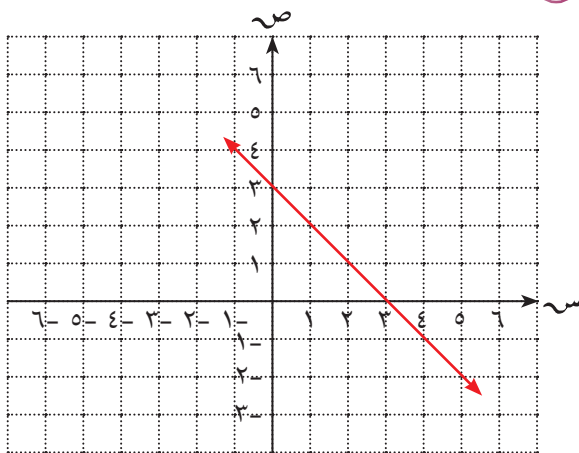


١ أوجد ميل كل من المستقيمات التالية إن أمكن ذلك :

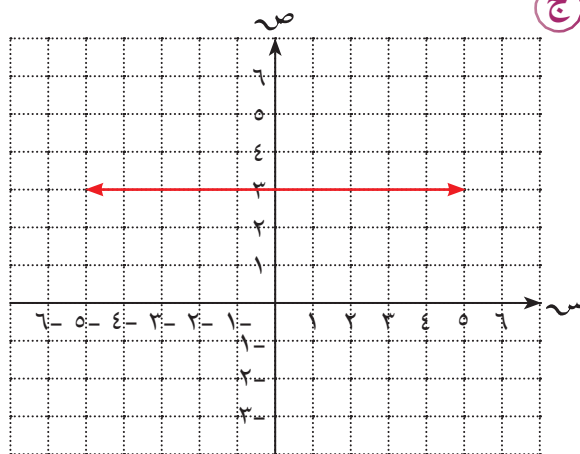
أ



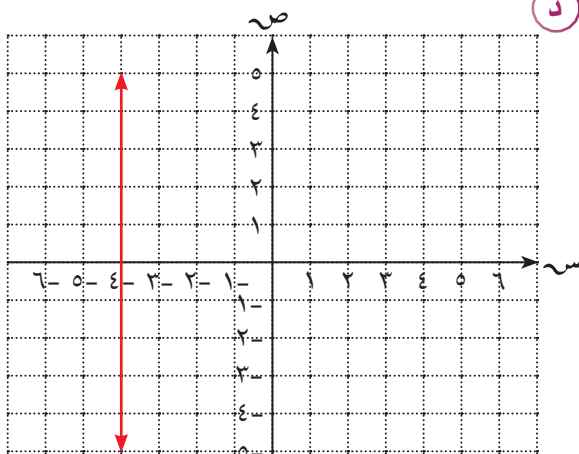
ب



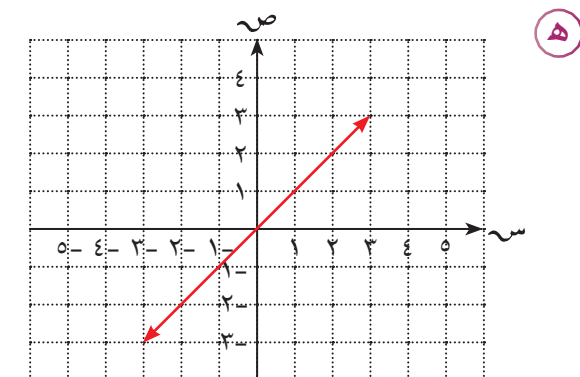
ج



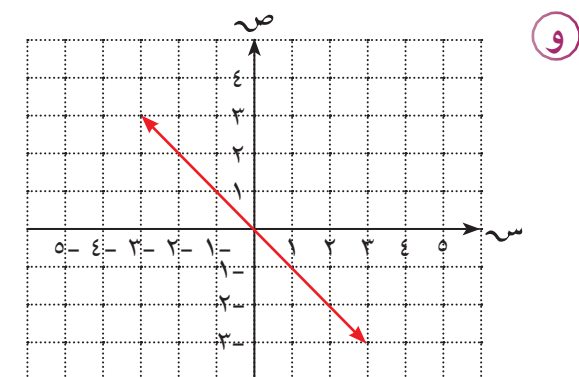
د



هـ



و



٢ أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين في كلّ ممّا يلي :

أ) $(١, ٢), (٥, ٣)$ ب) $(٥, ٣)$ س) $(٧, ١), (٤, ٣)$ د) $(٤, ٣)$

.....

.....

ج) $(٠, ٥), (٤, ٠)$ د) $(٤, ٢), (٤, ٥)$ هـ) $(٤, ٢)$ ز) $(٤, ٥)$

.....

.....

٣ أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذي معادلته :

أ) $٥ + س = ص$ ب) $٥ - ٢ = ص$ ج) $٥ + س = ص$ د) $٥ - ٢ = ص$

.....

.....

.....

.....

٤ أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته :

أ) $٢ = ص$ ب) $٣ = ص + ٣$ ج) $٢ = ص - ٥ + ٣$ د) $٣ = ص + ٦$

.....

.....

ج) $٢ = ص - ٥ + ٣$ د) $٣ = ص + ٦$ هـ) $٠ = ص + ٨$ ز) $٤ = ص$

.....

.....

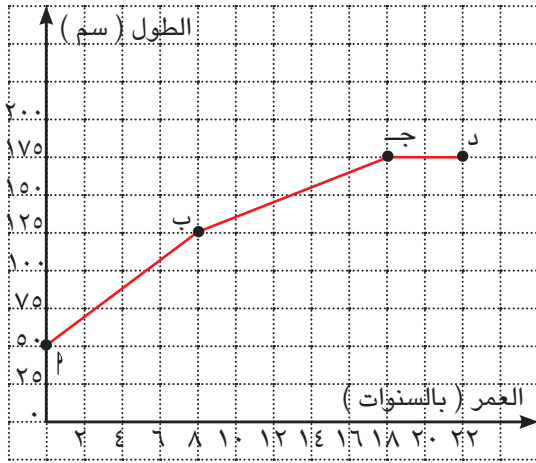
هـ) $٠ = ص + ٨$ ز) $٤ = ص$ ح) $٠ = ص + ٨$ ط) $٤ = ص$

.....

.....

٥ يوضح الشكل المقابل العلاقة بين طول شخص (بالسنتيمتر) وعمره بالسنوات .

أوجد ميل كلٍّ من $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$.
ما دلالة كلٍّ منها ؟



مهارات تفكير عليا :



٦ هل المستقيم المارّ بالنقطتين $(4, 2)$ ، $(5, 4)$ أكثر انحدارًا من المستقيم المارّ بالنقطتين $(4, 1)$ ، $(5, 4)$ ؟ وضح إجابتك .

٧ إذا كان ميل المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين $(-3, 4)$ ، $(1, k)$ هو ٢ ، فأوجد قيمة k .

المستقيمت المتوازية والمستقيمت المتعامدة

Parallel Lines and Perpendicular Lines

سوف تتعلّم : المستقيمت المتوازية والمستقيمت المتعامدة والعلاقة بينها .

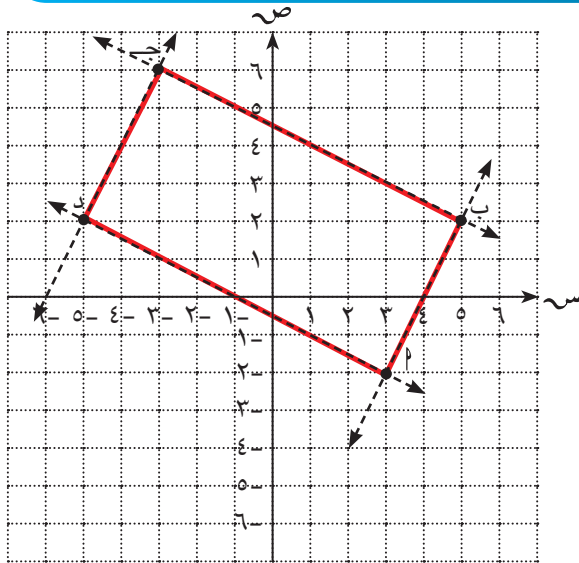
العبارات والمفردات :

المستقيمت المتعامدة Perpendicular Lines

Parallel Lines

المستقيمت المتوازية

استكشف



تذكّر



المستطيل هو متوازي أضلاع
إحدى زواياه قائمة .

٢ ميل $a \parallel b$
ميل $a \perp b$
ميل $d \parallel c$

٤ ميل $a \perp b$
ميل $a \times$ ميل b
..... = ... $\times$ = ...

في الشكل المقابل : $a \parallel b$ ، $d \perp c$ مستطيل .

$\therefore a \parallel b$ ، $d \perp c$ ،
 $a \perp d$ ، $b \perp c$ ،
 $a \parallel b$ ، $d \perp c$ ،
 $a \perp d$ ، $b \perp c$ ،

أوجد ميل كلّ من المستقيمت التالية :

ميل a : $\frac{1}{2} - \frac{4}{8} = \frac{(2-) - 2}{3 - 5} = \frac{1}{2}$

ميل b : = ... = ... = ...
ميل d : = ... = ... = ...
ميل c : = ... = ... = ...

أكمل ما يلي :

١ ميل $a \parallel b$
ميل $a \perp b$
ميل $d \parallel c$

ماذا تلاحظ ؟

٣ ميل $a \perp b$
ميل $a \times$ ميل b
..... = ... $\times$ = ...

ماذا تلاحظ ؟

ليكن M هو ميل L ، M هو ميل L :

• $M = M \iff L // L$ (والعكس صحيح $L // L \iff M = M$)
ما لم يواز أحدهما محور الصادات

• $M \times M = -1 \iff L \perp L$ (والعكس صحيح $L \perp L \iff M \times M = -1$)
ما لم يواز أحدهما أيًا من المحورين

دورك الآن (١)

أكمل الجدول الآتي :

ميل L	ميل المستقيم الموازي له	ميل المستقيم العمودي عليه
٣		
$-\frac{1}{2}$		
		-٤
	$\frac{2}{5}$	
.		

مثال (١) :

إذا كان L يمرّ بالنقطتين $A(3, 4)$ ، $B(-3, 5)$

وكان M يمرّ بالنقطتين $C(8, 5)$ ، $D(9, 7)$

فأثبت أنّ $L // M$

الحل :

∴ L يمرّ بالنقطتين $A(3, 4)$ ، $B(-3, 5)$

$$\therefore \text{ميل } L = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 4}{-3 - 3}$$

$$2 = \frac{2}{1} = \frac{3 - 5}{(-3) - (-4)}$$

انتبه



إذا بدأت الطرح في البسط بالإحداثي الصادي للنقطة ب ، يجب أن تبدأ في المقام بالإحداثي السيني للنقطة ب أيضًا .

$$\begin{aligned} \therefore \text{ م يمرّ بالنقطتين ع (٥ ، ٨) ، ك (٧ ، ٩)} \\ \therefore \text{ ميل م} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - ٧}{٨ - ٩} = \frac{٢}{١} \\ \therefore \text{ ميل ل} = \text{ميل م} \\ \therefore \text{ ل // م} \end{aligned}$$

دورك الآن (٢)

إذا كان ميل أ ب هو ٣ ، جد يمرّ بالنقطتين جـ (١ - ، ٣) ، د (٧ - ، ١) .
فأثبت أنّ أ ب ، جـ د متوازيان .

مثال (٢) :

إذا كان هـ يمرّ بالنقطتين أ (٤ ، ٣) ، ب (٧ ، ٩)
وكانت معادلة ك : $ص = \frac{١}{٢} س + ٥$
فأثبت أنّ هـ // ك

الحلّ :

$$\begin{aligned} \therefore \text{ هـ يمرّ بالنقطتين أ (٤ ، ٣) ، ب (٧ ، ٩)} \\ \therefore \text{ ميل هـ} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٩}{٤ - ٧} = \frac{١}{٢} \\ \therefore \text{ معادلة ك : } ص = \frac{١}{٢} س + ٥ \quad \text{المعادلة على الصورة } ص = م س + ب \\ \therefore \text{ ميل ك} = \frac{١}{٢} \\ \therefore \text{ ميل هـ} = \text{ميل ك} \\ \therefore \text{ هـ // ك} \end{aligned}$$

انتبه



ضَع المعادلة على الصورة القياسية
ص = م س + ب قبل إيجاد الميل .

إذا كان ميل $\vec{AB}$ هو -5 ، وكان $\vec{L}$ معادلته :
 $5س + ص = 2$ ، فأثبت أن $\vec{AB} \parallel \vec{L}$.

عبّر عن فهمك (١)



هل المستقيم الذي معادلته $س = 3$ والمستقيم الذي معادلته $س = -2$ متوازيان ؟ فسّر إجابتك .

مثال (٣) :

إذا كان $\vec{K}$ يمرّ بالنقطتين جـ (٤ ، ٣) ، د (٧ ، ٥)
وكانت معادلة $\vec{L}$: $3ص + 2س - 3 = 0$ ،
فأثبت أن $\vec{K} \perp \vec{L}$

الحل :

∴ $\vec{K}$ يمرّ بالنقطتين جـ (٤ ، ٣) ، د (٧ ، ٥)

$$\therefore \text{ميل } \vec{K} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{3 - 4}{5 - 3} = \frac{1}{2}$$

معادلة $\vec{L}$: $3ص + 2س - 3 = 0$

∴ معادلة $\vec{L}$: $ص = -\frac{2}{3}س + 1$ المعادلة على الصورة $ص = م س + ب$

∴ ميل $\vec{L} = -\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{ميل } \vec{K} \times \text{ميل } \vec{L} = \frac{1}{2} \times -\frac{2}{3} = -1$$

∴ $\vec{K} \perp \vec{L}$



١ إذا كان ميل $\vec{AB}$ هو $\frac{1}{4}$ ، $\vec{CD}$ يمرّ بالنقطتين جـ (٦ ، ٥) ، د (١٠ ، ٤) ،
فأثبت أنّ $\vec{AB} \perp \vec{CD}$.

٢ إذا كان ميل $\vec{CD}$ هو -٣ ، $\vec{AB}$ معادلته : $\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}y - 3 = 0$ ،
فابحث فيما إذا كان $\vec{CD}$ ، $\vec{AB}$ متوازيين أو متعامدين .

عبّر عن فهمك (٢)



هل كلّ مستقيمين متعامدين حاصل ضرب ميليهما يساوي -١ ؟ فسّر إجابتك .

تمارين ذاتية :



١ إذا كان ميل $\vec{AB}$ هو -٢ ، $\vec{CD}$ يمرّ بالنقطتين جـ (١٠ ، ٣) ، د (٦ ، ٥) ،
فأثبت أنّ $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$.

٢ إذا كان ميل $\vec{L}$ هو $\frac{4}{3}$ ، ومعادلة $\vec{K}$: ص - ٤ س - ٦ = ٠ ، فأثبت أن المستقيمين متوازيان .

٣ إذا كانت معادلة $\vec{H}$: ص = ٩ س + ٥ ومعادلة $\vec{N}$: ٢ ص - ١٨ س - ١ = ٠ ، فأثبت أن المستقيمين متوازيان .

٤ إذا كان $\vec{K}$ يمرّ بالنقطتين $(٧, ٤)$ ، $(٤, ٩)$ ، ومعادلة $\vec{L}$: ٥ س - ٣ ص - ٦ = ٠ ، فأثبت أن المستقيمين متعامدان .

٥ إذا كان $\vec{A}$ يمرّ بالنقطتين $(٥, ٢)$ ، $(٥, ٣)$ ، $\vec{B}$ يمرّ بالنقطتين $(٦, ٣)$ ، $(٦, ٨)$ ، فأثبت أن $\vec{A} \parallel \vec{B}$.

- ٦ إذا كان $\vec{h}$ يمرّ بالنقطتين $(7, 5)$ ، $(7, -3)$ ،
 $\vec{l}$ يمرّ بالنقطتين $(6, 2)$ ، $(5, 9)$ ،
 فأثبت أنّ $\vec{h} \perp \vec{l}$.

مهارات تفكير عليا :



اختر الإجابة الصحيحة .

- ٧ إذا كان $\vec{l}$ ميله $\frac{1}{4}$ ، $\vec{p}$ ميله $\frac{3}{4}$ ، حيث $0 \neq 1$ ، $0 \neq 2$ وكان $\vec{l} \perp \vec{p}$ ،
 فإن $1 = \dots$

د $\frac{3}{4} -$

ج $\frac{3}{4}$

ب $12 -$

أ 12

- ٨ في المستوى الإحداثي إذا كانت $1(7, 1)$ ، $2(4, 2)$ ، $3(5, 5)$ ، تمثل رؤوس مثلث قائم
 الزاوية في ب ، فإن قيمة ص تساوي :

د 3

ج 5

ب $3 -$

أ $5 -$

3-6

سوف تتعلم : حلّ معادلتين خطيتين (من الدرجة الأولى) في متغيرين آنياً .

معادلة خطية

أَوَّلًا : حلّ معادلتين خطيتين آنياً بيانياً

۱۰۲

ص = س + ١			
س	١ -	٠	٢
ص			

• على الشبكة البيانية نفسها من الصفحة السابقة ،

أرسم بيان الدالة الخطية : $ص = س + ١$

لاحظ أن الأزواج المرتبة (س ، ص) في الجدول هي

بعض حلول المعادلة : $ص = س + ١$

وهي النقاط التي تساعدنا على رسم بيان الدالة الخطية .

• هل يوجد حلّ مشترك يحقق المعادلتين معاً ؟

الحلّ الذي يحقق المعادلتين في آن واحد هو : (..... ،) وهو نقطة تقاطع المستقيمين .

• حلّ معادلتين خطيتين من الدرجة الأولى في متغيرين **أنياً بيانياً** هو **الحلّ المشترك** (س ، ص) وهو

نقطة تقاطع **بيان** الدالتين الخطيتين .

وبالتالي تكون { (..... ،) } هي مجموعة الحلّ التي تحقق المعادلتين في آن واحد .

مثال (١) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلتين **أنياً بيانياً** :

$$ص = س + ٥$$

$$ص - س = ٣$$

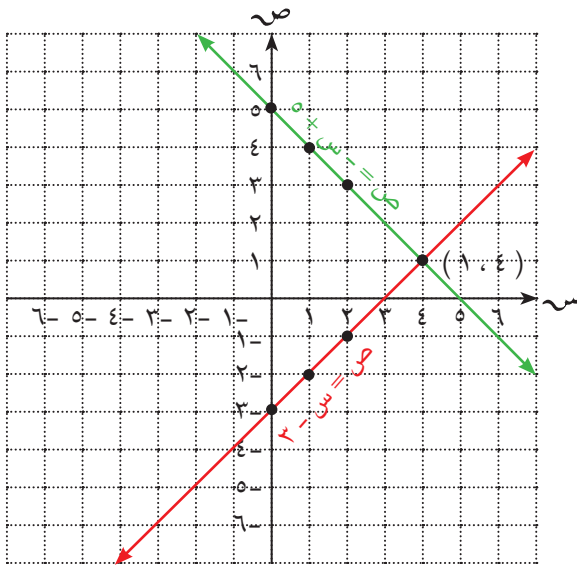
الحلّ :

• نكتب معادلتَي المستقيمين على الصورة :

$$ص = س + ٥$$

$$ص - س = ٣$$

• نرسم بيان المستقيمين :



ص = س + ٥			
س	١	٠	٢
ص	٤	٥	٣

ص - س = ٣			
س	١	٠	٢
ص	٢ -	٣ -	١ -

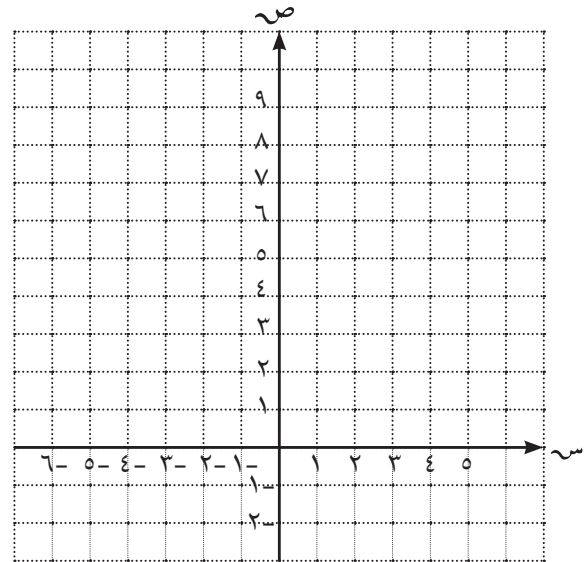
نلاحظ أن المستقيمين تقاطعا في النقطة (١ ، ٤) (تحقق بالتعويض في كلّ من معادلتَي المستقيم)

∴ مجموعة الحلّ = { (١ ، ٤) }

دورك الآن (١)

أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$\text{ص} = ٢\text{س} - ١ , \text{ص} - \text{س} = ٥$$



ص = - س + ٥			
			س
			ص

ص = ٢س - ١			
			س
			ص

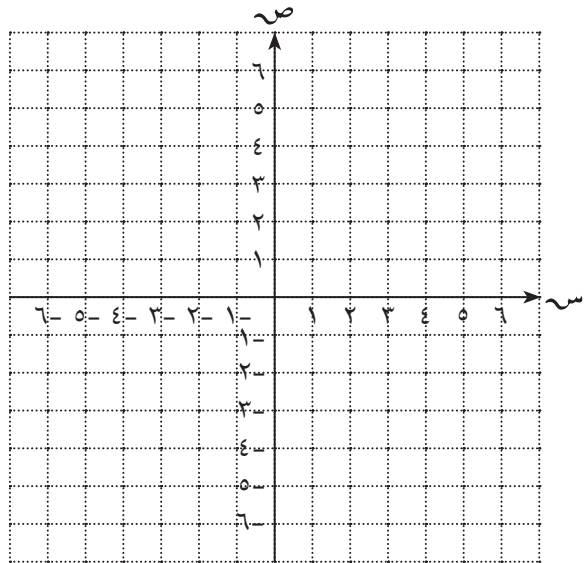
∴ مجموعة الحلّ = { (..... , ...) }

تحقق بالتعويض في كلّ من معادلتَي المستقيمين .

دورك الآن (٢)

أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$\text{ص} - ٣\text{س} = ٤ , \text{ص} - \text{س} = -٤$$



			س
			ص

			س
			ص

∴ مجموعة الحلّ = { (..... , ...) }

تحقق بالتعويض في كلّ من معادلتَي المستقيمين .

المثال	$\left. \begin{array}{l} \text{ص} = 2\text{س} - 1 \\ \text{ص} = 4\text{س} - 2 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{ص} = 2\text{س} - 1 \\ \text{ص} = 2\text{س} + 2 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{ص} = 2\text{س} - 1 \\ \text{ص} = -2\text{س} + 3 \end{array} \right\}$
التمثيل البياني			
وضع المستقيمين	متوازيان وغير منطبقين	متقاطعان	متقاطعان
مجموعة الحل	جميع نقاط المستقيم	$\emptyset$	$\{(1, 1)\}$
الملاحظات	الميلان متساويان (لماذا ؟) الجزء المقطوع من محور الصادات متساوي (لماذا ؟)	الميلان متساويان الجزء المقطوع من محور الصادات مختلف	الميلان مختلفان الجزء المقطوع من محور الصادات مختلف
عدد الحلول	عدد لا نهائي من الحلول	صفر	حل واحد

عبّر عن فهمك



تقول ساره : « إذا كان للمعادلتين قيمة الجزء المقطوع نفسه من محور الصادات ، يكون للمعادلتين عدد لا نهائي من الحلول » هل هي على صواب ؟ وضّح إحابتك .

ثانيًا : حلّ معادلتين خطيتين آنياً جبرياً

يمكن حلّ معادلتين خطيتين آنياً جبرياً بطريقتين (الحذف أو التعويض) .

• طريقة الحذف

مثال (٢) :

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً :

$$\text{ص} - \text{س} = ٣ \quad , \quad \text{ص} + \text{س} = ٥$$

الحلّ :

$$\text{ص} - \text{س} = ٣$$

$$\text{ص} + \text{س} = ٥$$

$$٢ \text{ ص} = ٢$$

$$\frac{١}{٢} \times ٢ \text{ ص} = \frac{١}{٢} \times ٢$$

$$\boxed{\text{ص} = ١}$$

$$\text{ص} + \text{س} = ٥$$

$$١ + \text{س} = ٥$$

$$١ - ٥ = \text{س} + ١ - ١$$

$$\boxed{\text{س} = ٤}$$

اختر إحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (٢)

عوّض عن ص بالعدد ١

∴ مجموعة الحلّ = { (١ ، ٤) } (تحقق من صحّة الحلّ)

تحقق من الحلّ بيانياً بالرجوع إلى «مثال (١)» السابق صفحة ١٠٣ .

لاحظ أنّ

تعتمد طريقة الحذف على :
حذف أحد المتغيّرين وحساب
قيمة الآخر .

لاحظ أنّ

معاملات المتغيّرين في
المعادلتين أحدهما معكوس
جمعهم للآخر ، إذاً نجمع
المعادلتين .

انتبه



يجب كتابة الإحداثي السيني أولاً
في مجموعة الحلّ { (س ، ص) }

دورك الآن (٣)

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً :

$$٢ \text{ ص} + ٣ \text{ س} = ١١ \quad , \quad ٢ \text{ ص} + ٤ \text{ س} = ١٠$$

مثال (٣) :

أوجد مجموعة الحلّ للمعادلتين الخطيتين آنياً جبرياً باستخدام طريقة الحذف :

$$٨س + ٣ص = ٥ ، ٢س + ص = ١ - ٠$$

الحلّ :

$$\left. \begin{array}{l} ٨س + ٣ص = ٥ \\ ٢س + ص = ١ \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٨س + ٣ص = ٥ \\ ٦س + ٣ص = ٣ \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} ٨س + ٣ص = ٥ \\ ٦س + ٣ص = ٣ \\ \hline ٢س = ٢ \end{array}$$

$$\frac{١}{٢} \times ٢ = ١$$

$$١ = س$$

بالتعويض بقيمة س في المعادلة (٢)

$$٢س + ص = ١$$

$$١ = ٢ + ص$$

$$٢ - ١ = ٢ + ص$$

$$١ - = ص$$

∴ مجموعة الحلّ = { (١ - ، ١) }

(تحقق من صحّة الحلّ)

لاحظ أنّ



معاملات المتغيّر س مختلفة في المعادلتين وكذلك معاملات المتغيّر ص . لذا ، نحتاج إلى إجراء عملية الضرب لتوحيد معاملات أحد المتغيّرين .

انتبه



عملية الطرح هي عملية جمع المعكوس الجمعي .

نلاحظ تساوي معاملات المتغيّر ص ، إذاً نطرح المعادلتين .

حلّ المعادلة

• طريقة التعويض

مثال (٤) :

حلّ المعادلتين الخطيتين آنياً جبرياً بطريقة التعويض :

$$\text{ص} - \text{س} = ٣ \quad , \quad \text{ص} + \text{س} = ٥$$

الحلّ :

$$\begin{cases} (١) & \text{ص} - \text{س} = ٣ \\ (٢) & \text{ص} + \text{س} = ٥ \end{cases}$$

من المعادلة (١)

$$\text{ص} = ٣ + \text{س} \quad (٣) \quad \text{أكتب ص بدلالة س}$$

بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة (٢)

$$(٣ + \text{س}) + \text{س} = ٥ \quad \text{إجمع الحدود المتشابهة}$$

$$٣ + ٢\text{س} = ٥$$

$$٢\text{س} = ٥ - ٣ \quad \text{حلّ المعادلة}$$

$$\frac{١}{٢} \times ٢\text{س} = \frac{١}{٢} \times ٢$$

$$\boxed{\text{س} = ١}$$

بالتعويض عن قيمة س في المعادلة (٣)

$$\text{ص} = ٣ - ١$$

$$\boxed{\text{ص} = ٢}$$

∴ مجموعة الحلّ = { (١ ، ٢) } (تحقق من صحّة الحلّ)

تحقق من الحلّ بيانياً بالرجوع إلى «مثال (١)» السابق صفحة ١٠٣

لاحظ أنّ



تعتمد طريقة التعويض على إيجاد متغيّر بدلالة الآخر من إحدى المعادلتين .

ملاحظة : يمكنك إيجاد مجموعة حلّ معادلتين خطيتين آنياً بعدّة طرق منها :

١ بيانياً

٢ جبرياً

ب) التعويض

أ) الحذف

(التزم بالطريقة التي تحدّد لك في رأس السؤال) .

مثال (٥) :

إستخدِمْ طريقة التعويض لحلّ المعادلتين الخطيتين آنياً :

$$\text{ص} - ٣ \text{س} + ٤ = ٠ , \quad \text{ص} - \text{س} = ٤ -$$

الحلّ :

$$\left. \begin{array}{l} (١) \quad \text{ص} - ٣ \text{س} + ٤ = ٠ \\ (٢) \quad \text{ص} - \text{س} = ٤ - \end{array} \right\}$$

$$(٣) \quad \text{ص} = \text{س} - ٤ \quad (٢) \quad \text{أكتب ص بدلالة س من المعادلة}$$

بالتعويض عن قيمة ص في المعادلة (١)

$$\text{ص} - ٣ \text{س} + ٤ = ٠ \quad \text{إجمع الحدود المتشابهة} \quad \text{ص} - \text{س} = ٤ -$$

$$\text{ص} = ٢ -$$

$$\text{ص} = ٠$$

عوّض عن قيمة س بالعدد ٠ بالمعادلة (٣)

$$\text{ص} - ٠ = ٤ -$$

$$\text{ص} = ٤ -$$

∴ مجموعة الحلّ = { (٤ - , ٠) } (تحقّق من صحّة الحلّ)

دورك الآن (٤)

إستخدِمْ طريقة التعويض لحلّ المعادلتين الخطيتين آنياً : س - ٢ ص = ٣ ، ٥ ص - ٤ س = ٦



١ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$\text{ص} = 2\text{س} + 1, \text{ص} = \text{س} + 1$$

			س
			ص

			س
			ص

.....

.....

.....

.....

٢ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$\text{ص} = \text{س} - 1, \text{ص} = -\text{س} + 1$$

			س
			ص

			س
			ص

.....

.....

.....

.....

٣ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$\text{ص} = 3\text{س} - 3, \text{ص} = 3\text{س} + 1$$

			س
			ص

			س
			ص

.....

.....

.....

.....

بطريقة الحذف :

$$\epsilon = \text{ص} + \text{س} , \quad \eta = \text{ص} - \text{س}$$

٤ أوجد مجموعة حل المعادلتين آنياً جبرياً

بطريقة الحذف :

س + ۵ ص = ۲ ، ۲ س - ۳ ص = ۹

٥ أوجد مجموعة حل المعادلتين آنياً جبرياً

بطريقة التعويض :

ص = س ، س + ۲ ص = ۶

٦ أوجد مجموعة حل المعادلتين آنياً جبرياً

بطريقة التعويض :

$$٦ = ص - ٣س , ٧ = ص + س$$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

٧ لتكن المعادلتان : س - $\frac{1}{4}$ ص = ٤ ، ٢ س - ص = ٢ ، فإن عدد حلول المعادلتين آنياً هو :

- أ حلّ وحيد ب حلّان ج عدد لا نهائي د صفر

٨ إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ٣ ص = ٤ ، س + ١ ص = ٧ متوازيين ، فإن : ١ = ...

- أ ٣ ب ٣- ج $\frac{1}{3}$ د $\frac{1}{3} -$

مهارات تفكير عليا :

٩ أوجد قيم ١ ، ج التي تجعل للمعادلتين : ص = ١ س + ٤ ، ٣ ص = ٣ س + ج

عددًا لا نهائيًا من الحلول .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المتباينات الخطية (منطقة الحل المشترك) The Graph of Linear Inequalities

سوف تتعلّم : تمثيل منطقة حلّ متباينة ومنطقة الحلّ المشترك لمتباينتين من الدرجة الأولى
في متغيّرين بيانيًا .

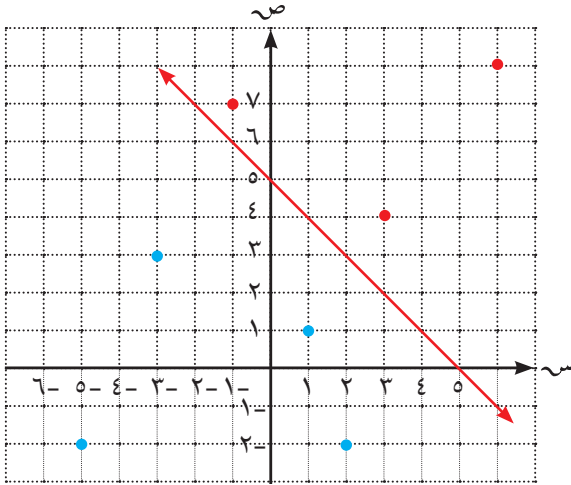
العبارات والمفردات :

Boundary Line خطّ فاصل (خطّ الحدود)

Linear Inequality

متباينة خطية

حلّ وناقش (١)



يوضّح الشكل المقابل بيان الدالة الخطية : $s + v = 5$
سبق وأن علمت أنّ جميع نقاط المستقيم تمثّل حلًّا للمعادلة :
 $s + v = 5$

لاحظ المتباينة $s + v < 5$

• ما نوعها ؟ متباينة من الدرجة في

١ هل النقاط في المستوى الإحداثي التي باللون الأزرق

تحقق صحة المتباينة ؟

٢ هل النقاط في المستوى الإحداثي الواقعة على الخطّ

المستقيم تحقق صحة المتباينة ؟

٣ هل النقاط في المستوى الإحداثي التي باللون الأحمر تحقق صحة المتباينة ؟

٤ اختر نقاطاً أخرى تحقق صحة المتباينة ومثلّها في المستوى الإحداثي

نلاحظ أنّ جميع نقاط المستوى الإحداثي الواقعة جهة النقاط الحمراء تحقق صحة المتباينة وكذلك جميع نقاط الخطّ المستقيم تحقق صحة المتباينة ، ونسمّي ذلك « منطقة الحلّ » لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيّرين .

لاحظ أن المستقيم الذي معادلته $s + v = 5$ قسم المستوى الإحداثي إلى منطقتين .

● ظلّ المنطقة التي تمثل حلّ المتباينة : $s + v \leq 5$

تُعرف منطقة الحلّ لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين على أنها جميع النقاط (s ، v) في المستوى الإحداثي التي تحقق المتباينة .

● إذا كانت المتباينة $s + v < 5$ ، فهل النقاط الواقعة على الخطّ المستقيم تحقق صحّة المتباينة ؟

عند إيجاد منطقة الحلّ لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين ، سوف نحتاج إلى رسم خطّ مستقيم يُسمّى خطّ الحدود (أو الخطّ الفاصل) . إذا كانت المتباينة على الصورة :

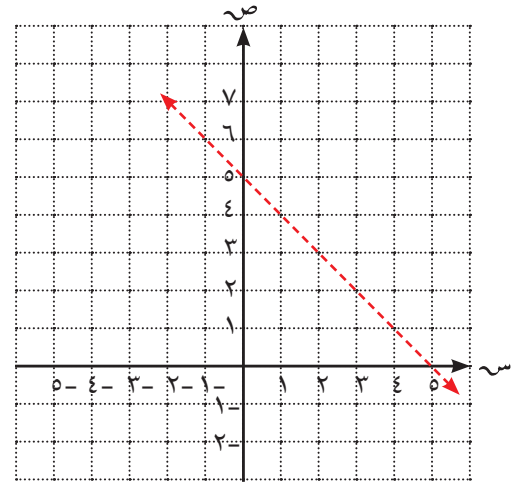
● $s + v \geq j$ أو $s + v \leq j$ ، نرسم خطّ الحدود (متصل)

● $s + v > j$ أو $s + v < j$ ، نرسم خطّ الحدود (متقطع)

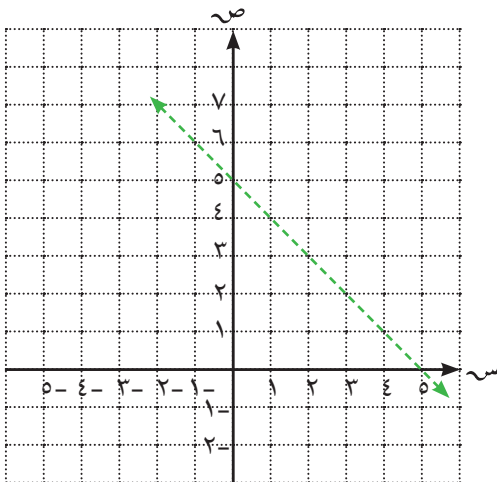
(حيث j ، b ، $j \geq 0$ ، b لا يساويان الصفر معاً)

● ظلّ منطقة الحلّ في كلّ ممّا يلي :

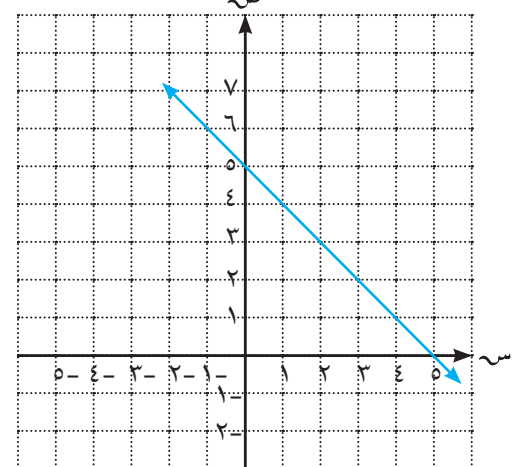
أ $s + v < 5$



ب $s + v > 5$



ج $s + v \geq 5$



مثال (١):

تمثل بيانياً منطقة حل المتباينة: $ص > ٢س + ١$

الحل:

• المعادلة المناظرة (معادلة خط الحدود) هي:

$$ص = ٢س + ١$$

• نكوّن جدولاً لقيم المعادلة المناظرة:

ص = ٢س + ١			
س	١	٠	١-
ص	٣	١	١-

• نرسم خط الحدود (متقطع)

• نختار نقطة لا تنتمي إلى خط الحدود، ولتكن

نقطة الأصل (٠، ٠) ونعوّض بها في المتباينة.

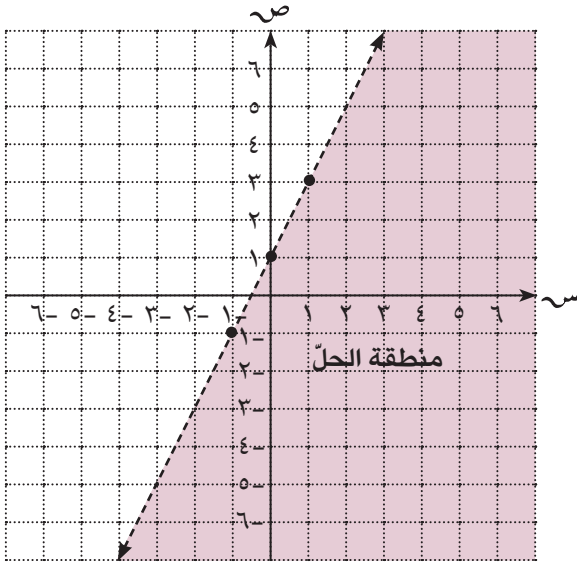
$$ص > ٢س + ١$$

١ > ٠ (عبارة صحيحة)

• إذاً (٠، ٠) $\in$ منطقة الحل

• نظلّ المنطقة التي تنتمي إليها نقطة الأصل، فتكون منطقة حل المتباينة هي جميع النقاط

التي تنتمي إلى المنطقة المظللة.



خطوات إيجاد منطقة الحل لمتباينة من الدرجة الأولى في متغيرين بيانياً:

١ نكتب المعادلة المناظرة للمتباينة (معادلة خط الحدود).

٢ نرسم خط الحدود للمتباينة باستخدام الخط المتصل في حالة: $\geq$ أو $\leq$ والخط المتقطع في حالة: $>$ أو $<$.

٣ نختار أي نقطة لا تنتمي إلى خط الحدود ونعوّض بها في المتباينة، إذا نتج عبارة صحيحة يكون هذا الجانب هو جانب منطقة الحل، وإذا نتج عبارة غير صحيحة يكون الجانب الآخر هو جانب منطقة الحل.

٤ في حالة $\geq$ ، $\leq$ تكون منطقة الحل هي مجموعة نقاط خط الحدود اتحاد مجموعة نقاط جانب منطقة الحل، وفي حالة $>$ ، $<$ تكون منطقة الحل هي مجموعة نقاط جانب منطقة الحل فقط.

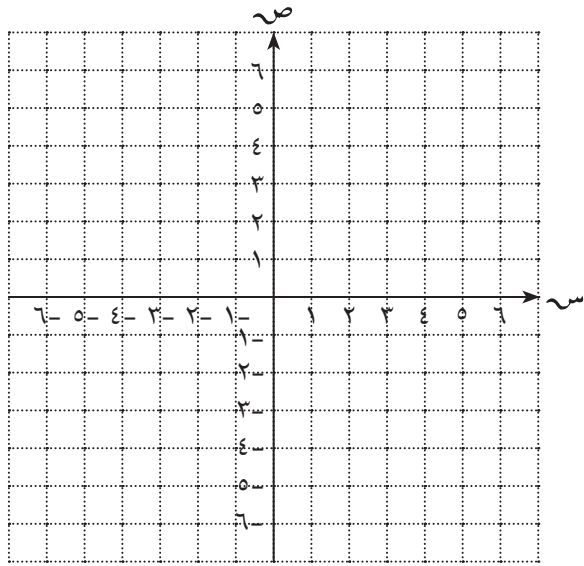
٥ نظلّ المنطقة التي تمثل منطقة حل المتباينة.

لاحظ أن

خط الحدود يقسم المستوى الإحداثي إلى منطقتين.

لاحظ أن

معادلة خط الحدود للمتباينة تُسمى « المعادلة المناظرة للمتباينة »



مثّل بيانياً منطقة حلّ المتباينة : $ص \geq س + ٢$

• المعادلة المناظرة : $ص = \dots\dots\dots$

• جدول القيم : $ص =$

س	١	٠	-١
ص			

• أرسم خطّ الحدود (.....) .

• اختر النقطة (..... ،) لا تنتمي إلى خطّ الحدود .

عوّض في المتباينة $ص \geq س + ٢$

$\geq \dots\dots\dots$ (عبارة.....)

• ظلّل منطقة حلّ المتباينة .

مثال (٢) :

مثّل بيانياً منطقة الحلّ للمتباينة : $ص + س \leq ١$

الحلّ :

• المعادلة المناظرة : $ص = ١ - س$

• جدول القيم :

س	١	٠	-١
ص	٠	١	٢

• أرسم خطّ الحدود (متّصل)

• اختر النقطة (٠ ، ٠) لا تنتمي إلى خطّ الحدود .

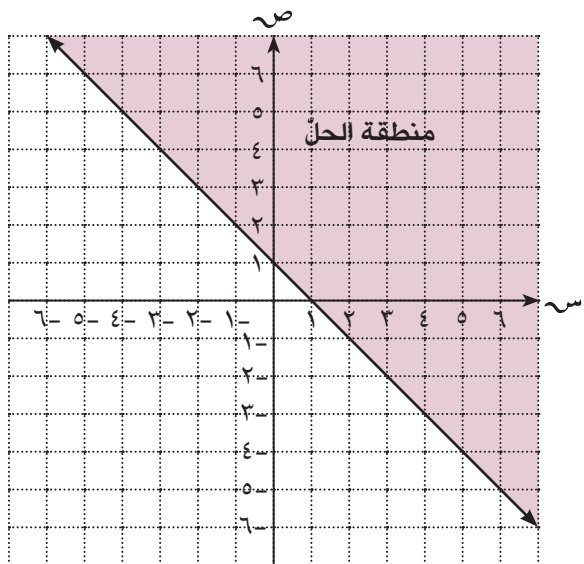
عوّض في المتباينة $ص + س \leq ١$

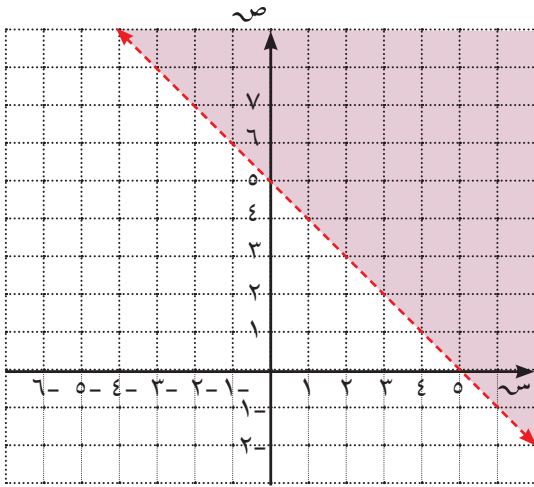
$٠ \leq ١$ (عبارة غير صحيحة)

• إذاً (٠ ، ٠) $\notin$ منطقة الحلّ

• ظلّل منطقة حلّ المتباينة وهي المنطقة التي لا تنتمي

إليها النقطة (٠ ، ٠) وجميع نقاط خطّ الحدود .





في الشكل المقابل : المنطقة المظللة تمثل حلّ المتباينة :
 $س + ص < ٥$ بيانياً

- على المستوى الإحداثي المقابل نفسه ، مثل بيانياً
 منطقة الحلّ للمتباينة : $ص \geq ٢ + ٢$
- المعادلة المناظرة (معادلة خطّ الحدود) هي :

- كوّن جدولاً لقيم المعادلة المناظرة :

ص = ٢ + س			
			س
			ص

- أرسم خطّ الحدود (.....) .

- اختر النقطة (٠ ، ٠) لا تنتمي إلى خطّ الحدود وعوّض بها في المتباينة $ص \geq ٢ + س$

- ظلّل منطقة حلّ المتباينة : $ص \geq ٢ + س$

ماذا تلاحظ ؟ هل هناك حلول مشتركة بين المتباينتين ؟

- المنطقة التي تمثل منطقة الحلّ هي تقاطع منطقتي الحلّ للمتباينتين (منطقة الحلّ المشترك)
 عيّن على المستوى الإحداثي منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين .

تُعرف منطقة الحلّ المشترك لمتباينتين من الدرجة الأولى في متغيّرين بيانياً على أنها :
 جميع النقاط (س ، ص) في المستوى الإحداثي والتي تحقّق المتباينتين معاً .

خطوات إيجاد منطقة الحلّ المشترك لمتباينتين من الدرجة الأولى في متغيّرين بيانياً :

- ١ نرسم خطّ الحدود لكلّ متباينة في المستوى الإحداثي نفسه .
- ٢ نظلّل منطقة الحلّ لكلّ متباينة .
- ٣ نعيّن منطقة الحلّ المشترك والتي تتكوّن من جميع النقاط (س ، ص) التي تنتمي إلى منطقة تقاطع منطقتي حلّ المتباينتين .

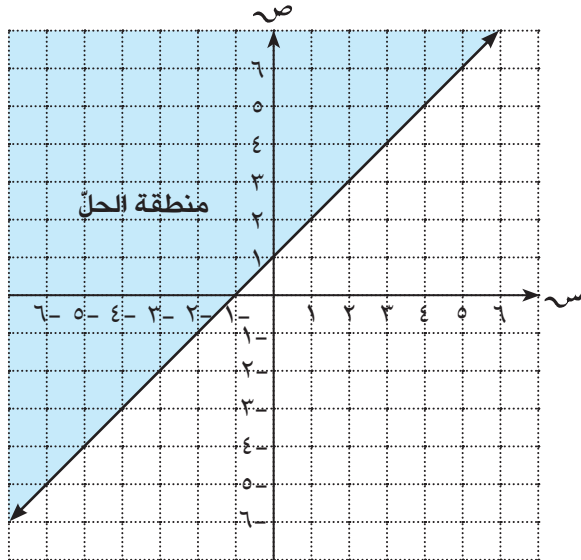
مثال (٣) :

مثّل بيانيًا منطقة الحل المشترك للمتباينتين التاليتين :

$$ص \leq س + ١$$

$$ص > س - ٢$$

الحلّ :



أولاً : مثّل منطقة حل المتباينة $ص \leq س + ١$ بيانيًا

$$\text{المعادلة المناظرة } ص = س + ١$$

كوّن جدول القيم :

س	١	٠	-١
ص	٢	١	٠

• أرسم خطّ الحدود متّصلًا

• اختر نقطة لا تنتمي إلى خطّ الحدود

ولتكن نقطة الأصل $(٠, ٠)$

ونعوّض بها في المتباينة $١ + ٠ \leq ٠$

$١ \leq ٠$ (عبارة غير صحيحة) ، إذاً $(٠, ٠) \notin$ منطقة الحلّ

لذلك ، ظلّل الجانب الآخر من الرسم والذي يمثّل منطقة حل المتباينة .

ثانيًا : مثّل منطقة حل المتباينة $ص > س - ٢$ بيانيًا

$$\text{المعادلة المناظرة } ص = س - ٢$$

كوّن جدول القيم :

س	١	٠	-١
ص	١	٢	٣

• أرسم خطّ الحدود متقطّعًا .

• اختر نقطة لا تنتمي إلى خطّ الحدود ، ولتكن

نقطة الأصل $(٠, ٠)$ ونعوّض بها في

المتباينة $٠ - ٢ > ٠$

$٢ > ٠$ (عبارة صحيحة)

• إذاً $(٠, ٠) \in$ منطقة الحلّ

لذلك ، ظلّل الجانب الذي يحوي نقطة الأصل والذي يمثّل منطقة حل المتباينة .

المنطقة التي تمثّل منطقة الحلّ هي تقاطع منطقتي الحلّ للمتباينتين (منطقة الحلّ المشترك)

مثل بيانياً منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين :

ص $>$ ٣ س - ١

المعادلة المناظرة

ص = ...

جدول القيم :

ص =			
			س
			ص

• أرسم خطّ الحدود (.....) .

• عوّض بالنقطة (..... ،)

..... $>$

عبارة

• ظلّل منطقة الحلّ لكلّ من المتباينتين .

• عيّن على الرسم منطقة الحلّ المشترك .

ص $<$ س - ١

المعادلة المناظرة

ص = ...

جدول القيم :

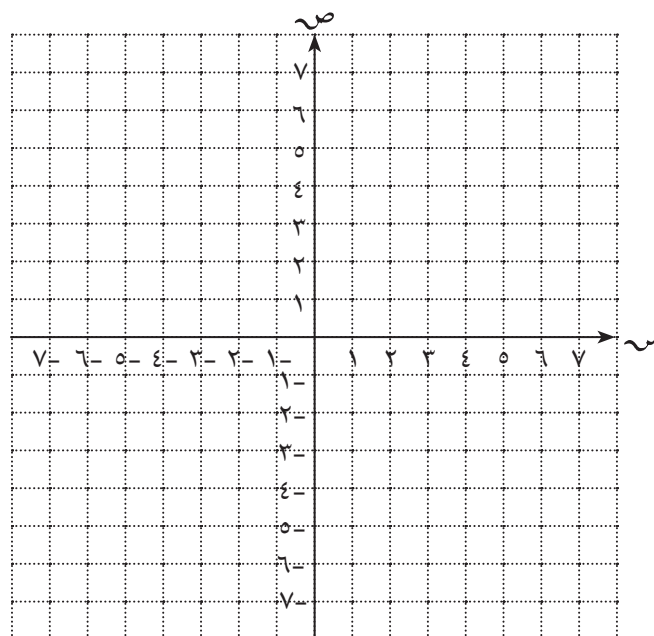
ص =			
			س
			ص

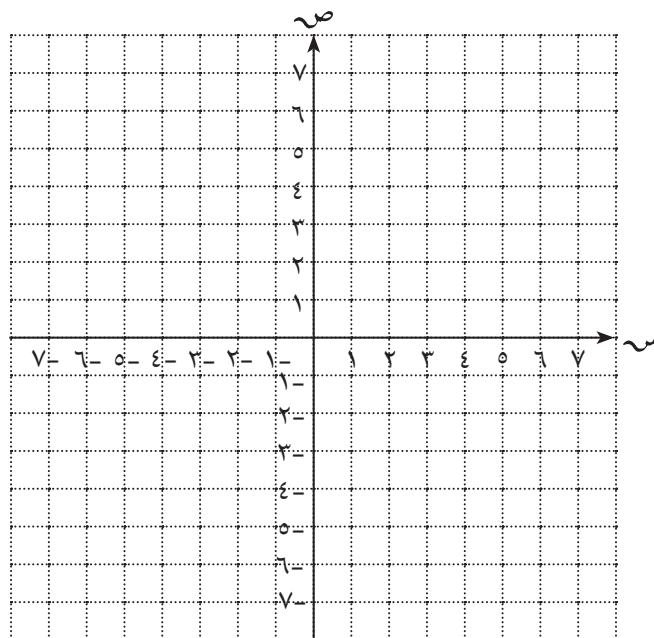
• أرسم خطّ الحدود (.....) .

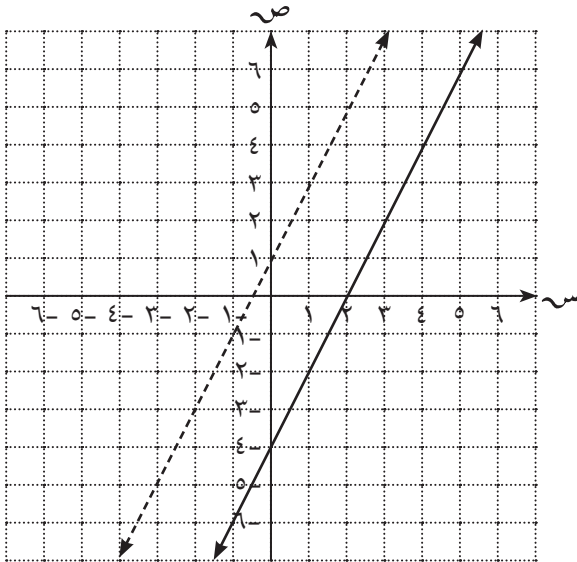
• عوّض بالنقطة (..... ،)

..... $<$

عبارة



$$ص > س , ص \geq ع$$
[illegible]



ظَلِّلْ فِي الشَّكْلِ الْمَقَابِلِ مَنْطِقَةَ الْحَلِّ
لِكُلِّ مِنَ الْمَتَبَايِنَتَيْنِ :

$$ص < ٢ + س$$

$$ص \geq ٢ - س$$

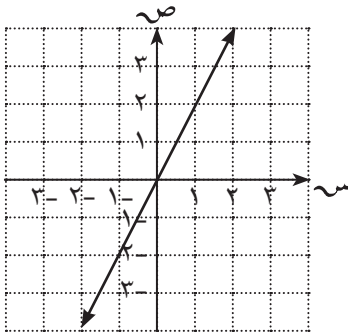
ماذا تلاحظ ؟

تمارين ذاتية :

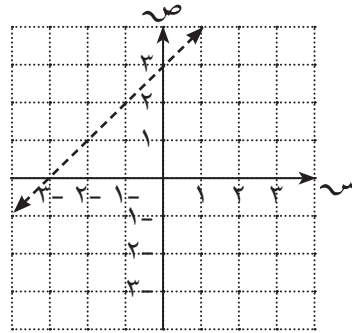


١ ظَلِّلْ مَنْطِقَةَ حَلِّ كُلِّ مَتَبَايِنَةٍ فِي مَا يَلِي :

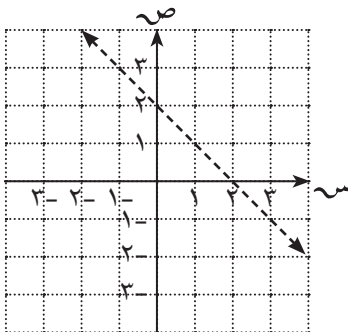
ب) $ص \geq ٢ - س$



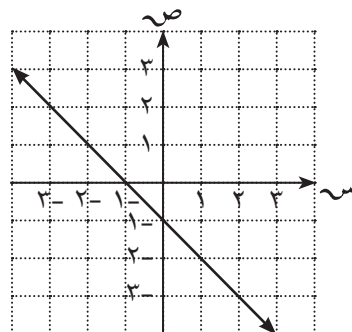
أ) $ص < ٣ + س$



د) $ص > ٢ - س$

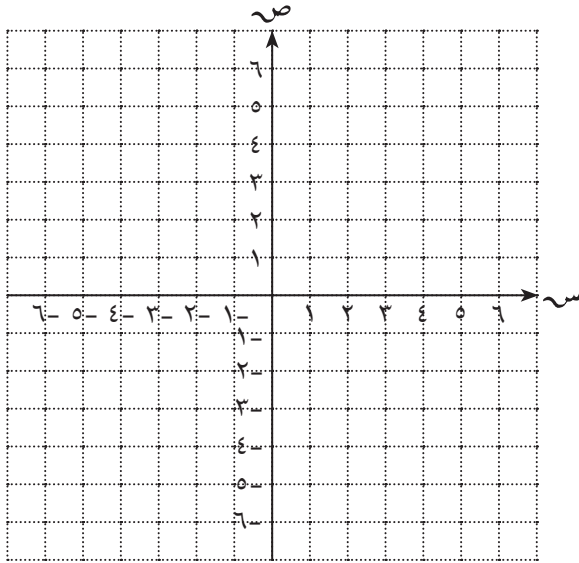


ج) $ص \leq -س - ١$



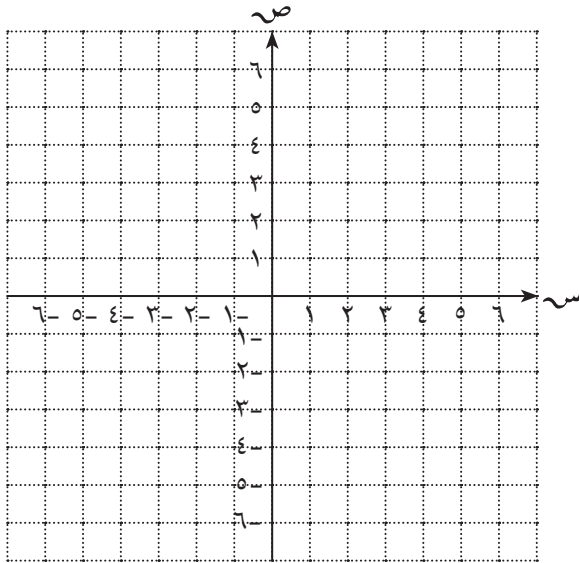
٢ مَثَلٌ بَيَانِيًّا مَنْطِقَةَ الْحَلِّ لِلْمَتَبَايِنَةِ :

$$ص < س + ١$$



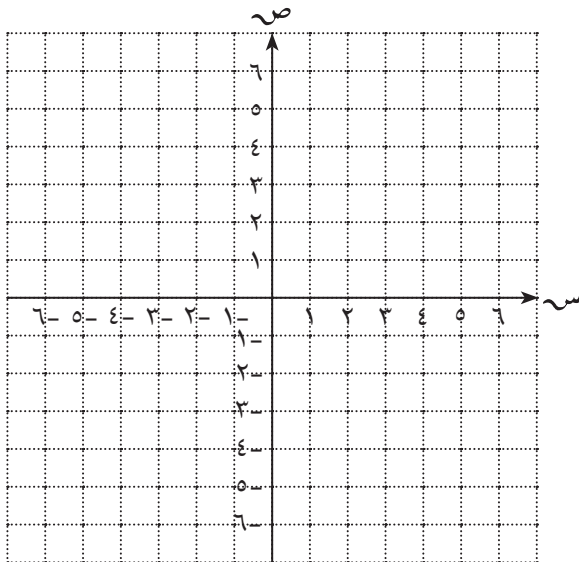
٣ مَثَلٌ بَيَانِيًّا مَنْطِقَةَ الْحَلِّ لِلْمَتَبَايِنَةِ :

$$ص \geq ١ - س$$



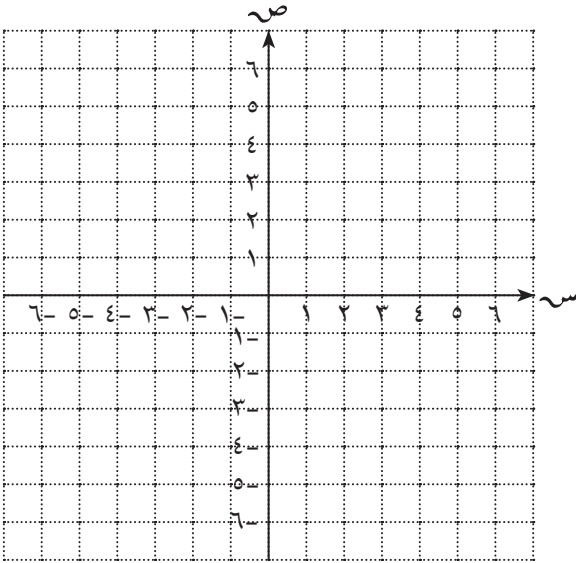
٤ مَثَلٌ بَيَانِيًّا مَنْطِقَةَ الْحَلِّ الْمَشْتَرَكِ لِلْمَتَبَايِنَتَيْنِ :

$$ص < ٣ س ، ص \leq س - ٢$$



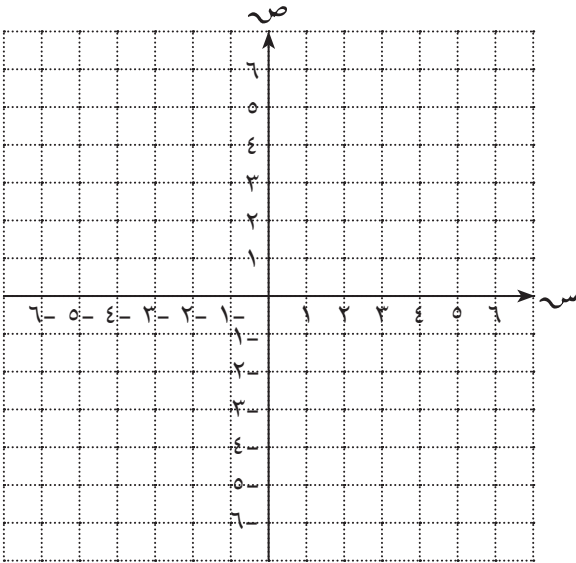
٥ مثل بيانيًا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين :

$$ص < ٢س - ١ ، ص \geq ١ - ١$$



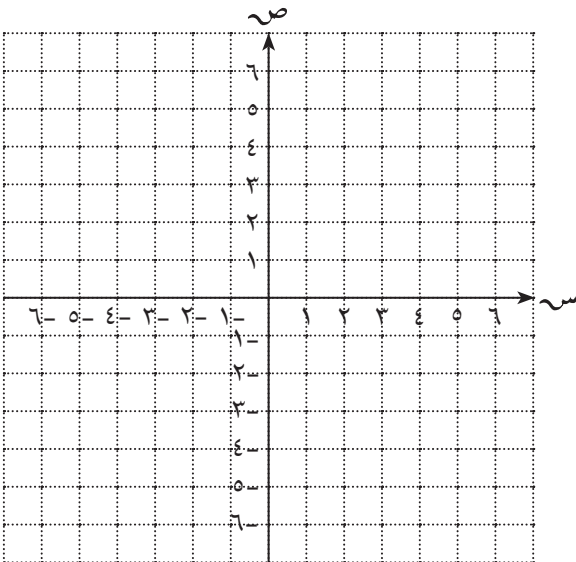
٦ مثل بيانيًا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين :

$$ص \geq ٢س - ٣ ، ص < ١ + ٢س$$



٧ مثل بيانيًا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين :

$$ص \leq -١ + ٢س ، ص \geq ٣ + ١س$$



تقويم الوحدة التعليمية السادسة

Unit Six Assessment

أولاً: البنود المقالية

١ أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين في كلّ من الحالات التالية :

ب) $(0, 5)$ ، $(6, 3-)$

أ) $(5, 2)$ ، $(4-, 3)$

د) $(4-, 0)$ ، $(0, 3-)$

ج) $(4, 5)$ ، $(4, 2)$

٢ أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات لكلّ من

المستقيمات التالية :

ب) $2 \text{ ص} = 4 \text{ س} + 5$

أ) $4 \text{ ص} = 9 \text{ س} + 6$

د) $0 = 2 \text{ ص} - 6 \text{ س} + 5$

ج) $1 = 3 \text{ س} + 5 \text{ ص}$

٣ حُدّ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة في كلّ من الحالات التالية :

١ هـ الذي يمرّ بالنقطتين $(٤, ٢)$ ، $(١٠, ٥)$

و الذي معادلته: ٢ ص - ٤ س + ٥ = ٠

ب) ك الذي يمرّ بالنقطتين $(٢, ٤)$ ، $(٥, ٧)$

ل الذي يمرّ بالنقطتين $(5, 3)$ ، $(6, 2)$ $\longleftrightarrow$

٥ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً جبرياً :

ص ۲ + س ۴ - = ۰ ، ص - س = ۲

٤ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً جبرياً :

ص = س - ۳ ، ص - ۲ = س - ۳

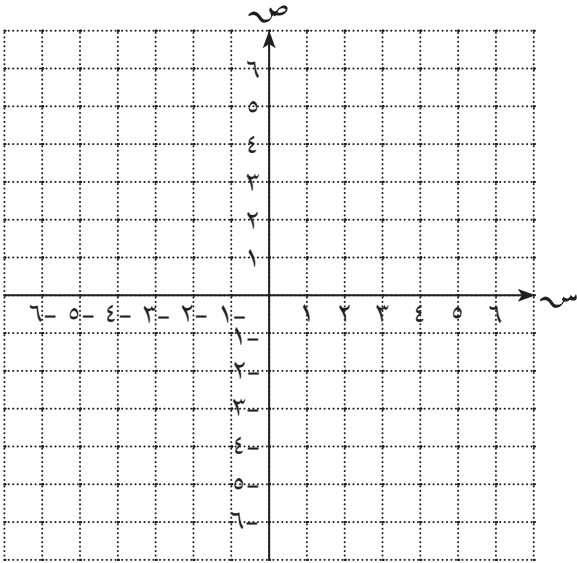
٦ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$ص - س = ٢$$

$$ص = س - ٤$$

$$ص - س = ٢$$

$$ص = س - ٤$$



.....

.....

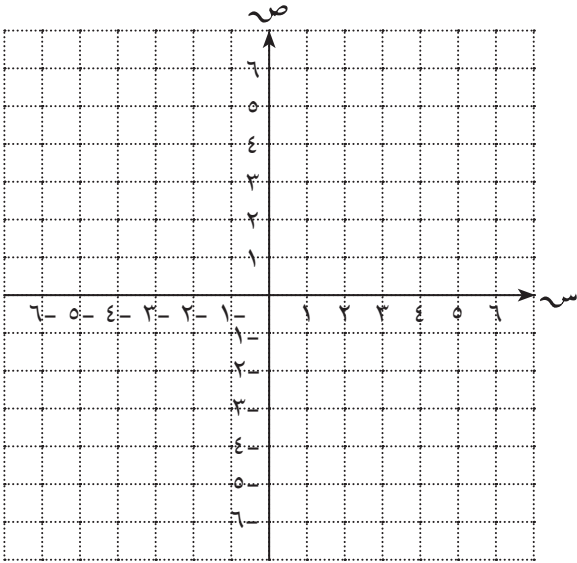
.....

.....

٧ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$ص = ٣س + ٥$$

$$ص - ٣س = ٠$$



.....

.....

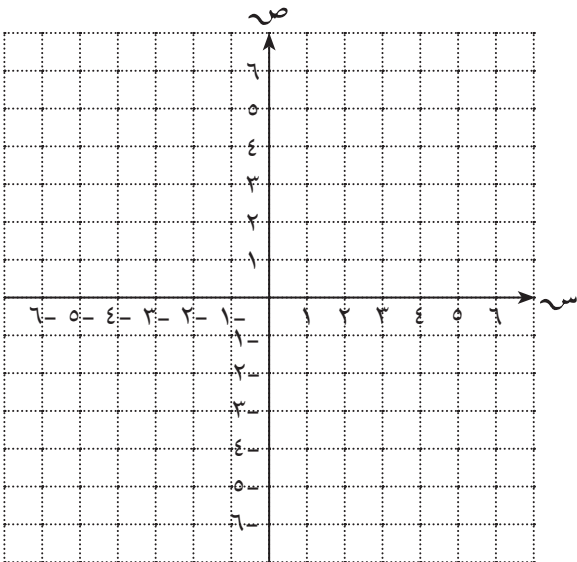
.....

.....

٨ أوجد مجموعة حلّ المعادلتين آنياً بيانياً :

$$ص - \frac{١}{٢}س = ٣$$

$$ص = \frac{١}{٢}س + ١$$



.....

.....

.....

.....

$$ص \geq س + ٤ , ص < س - ٣$$


ص - س - ۲ ≤ ۰ ، ص ≥ ۱ - س



ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (١ - ١٠) ، ظلّل ☐ أ إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل ☐ ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١	ميل المستقيم الأفقي يساوي صفرًا .	☐ أ	☐ ب
٢	ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات يساوي صفرًا .	☐ أ	☐ ب
٣	الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته : $٣س + ٣ص = ١$ هو ١	☐ أ	☐ ب
٤	إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٦}{٣}$ متعامدين ، فإنّ ك تساوي ٤ .	☐ أ	☐ ب
٥	المستقيم الذي معادلته $ص = ٥$ ليس له ميل .	☐ أ	☐ ب
٦	المستقيمان $ص = ٢س + ٣$ ، $٢ص = ٤س - ١$ متوازيان .	☐ أ	☐ ب
٧	المستقيم الذي معادلته $ص = ٣$ والمستقيم الذي معادلته $س = ٢$ مستقيمان متعامدان .	☐ أ	☐ ب
٨	إذا كان ميل $ع$ هو ٣ ، فإنّ ميل $ع$ العمودي عليه $\frac{١}{٣}$	☐ أ	☐ ب
٩	النقطة (٢ ، ٠) هي أحد حلول المتباينة $ص \leq ٣س - ٢$	☐ أ	☐ ب
١٠	مجموعة حلّ المعادلتين $ص = ٣س - ٢$ ، $٢ص = ٢س + ٢$ هي $\{ (١٠ ، ٤) \}$	☐ أ	☐ ب

في البنود (١١ - ١٨) ، لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الإجابة الصحيحة .

١١ الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته :

٣ ص - س + ١ = ٠ هو :

- أ - ١ ☐ ب ١ + ☐ ج $\frac{1}{3}$ - ☐ د $\frac{1}{3}$ ☐

١٢ ميل المستقيم المتعامد مع المستقيم : ٢ ص = -٤ س + ٣ هو :

- أ ٢ ☐ ب $\frac{1}{2}$ ☐ ج ١ ☐ د $\frac{1}{2}$ - ☐

١٣ مجموعة حلّ المعادلتين :

٣ ص = ١ - س ، ٢ ص = ١ + س هي :

- أ $\{(1, 0)\}$ ☐ ب $\{(0, 2)\}$ ☐
ج $\{(1, 0)\}$ ☐ د $\emptyset$ ☐

١٤ النقطة التي تنتمي إلى منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين

٣ ص + ٣ < ، ٢ ص - ٣ > هي :

- أ $(1, 2)$ ☐ ب $(1, 3)$ ☐
ج $(2, 2)$ ☐ د $(1, 4)$ ☐

١٥ المستقيم الموازي للمستقيم : ٣ ص = ٦ س + ٢ هو :

- أ ٥ ص = ٢ س + ☐ ب ٢ ص = ٣ س - ☐
ج ٣ ص = س + ٢ ☐ د ٣ ص = س + ٢ ☐

١٦ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{3}$ متوازيين ، فإنّ ك تساوي :

- أ $\frac{3}{4}$ - ☐ ب $\frac{1}{3}$ ☐ ج ٣ ☐ د $\frac{4}{3}$ - ☐

١٧ أ ب ج د مربع قطراه $\overline{أ ج}$ ، $\overline{ب د}$ حيث $أ (٥ ، ٤)$ ، $ج (-٢ ، ٣)$ فإن ميل $ب د$ يساوي :

د $\frac{1}{7}$ -

ج $\frac{1}{7}$

ب $7 -$

أ 7

١٨ إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلَي مستقيمين متوازيين وغير رأسيين ، فإن :

ب $م_١ - م_٢ = ٠$

أ $م_١ + م_٢ = ٠$

د $م_١ - م_٢ \neq ٠$

ج $م_١ \times م_٢ = ٠$

المشروع الثالث : المتجر الصغير

يمكن استخدام المعادلات الخطية وكذلك المتباينات في اتخاذ القرار المناسب في حياتنا اليومية لصرف ميزانية معينة .

خطة العمل :

لدى ساره ١٥ دينارًا . ساعد ساره في معرفة بعض الخيارات الممكنة التي يمكن شراؤها من (عدد الدفاتر - عدد الأقلام) إذا كان سعر القلم دينارًا وسعر الدفتر دينارين .

خطوات تنفيذ المشروع :



◀ أكتب معادلة تعبر عن عدد الدفاتر والأقلام التي يمكن شراؤها بسعر ١٥ دينارًا ، إذا كان سعر القلم دينارًا وسعر الدفتر دينارين .

◀ اصنع جدولًا من ٣ قيم مختلفة للأقلام والدفاتر التي يمكن شراؤها بسعر ١٥ دينارًا .

◀ قم بتمثيل هذا الجدول بيانيًا لتوضيح العلاقة بين عدد الدفاتر وعدد الأقلام التي يمكن شراؤها بسعر ١٥ دينارًا .
(ملاحظة : لا يمكن أن يكون عدد الدفاتر أو الأقلام سالبًا .)

علاقات وتواصل :

يمكن للمجموعات تبادل الأوراق للتأكد من صحة ودقة البيانات وتطبيق المشروع .

عرض العمل :

تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

المراجع

- الرياضيات ، الصف التاسع ، الطبعة الأولى ٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م ،
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف التاسع ، الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م ،
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .

مصادر بعض الصور

- صفحة ٦٥ : الصورة مزوّدة من لجنة الرياضيات .

9



قيّم مناهجنا



الكتاب كاملاً