قناة الفلاح للرياضيات

٢٠٢٦

الصف العاشر

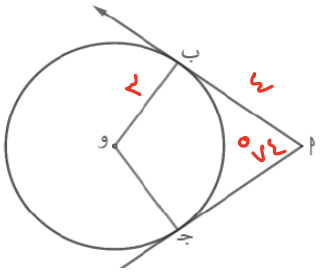
الفصل الدراسي الثاني

حلول

المراجعة النهائية

أ / محمد نوري الفلاح

١) في الشكل المقابل :
دائرة مركزها و . أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ .
أ ب = ٤ سم ، و ب = ٣ سم ، ق (ب أ جـ) = ٧٤° أوجد :
(١) ق (أ ب̂ و) (٢) ق (ب و̂ جـ)
(٣) محيط الشكل أ ب و جـ

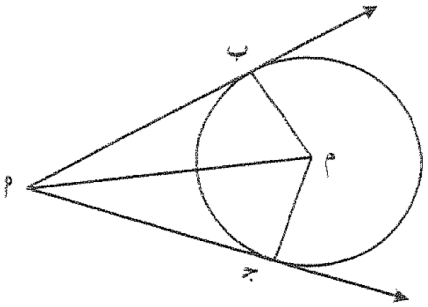


١) أ ب مماس للدائره
و ب نصف قطر التماس
ق (أ ب̂ و) = ٩٠° نظرية

٢) أ جـ مماس للدائرة
و جـ نصف قطر التماس
ق (أ جـ̂ و) = ٩٠° نظرية
مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°
ق (ب و̂ جـ) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٧٤) = ١٠٦°

٣) أ جـ = أ ب = ٤ سم نظرية
و جـ = و ب = ٣ سم أنصاف أقطار
محيط الشكل أ ب و جـ =
٤ + ٤ + ٣ + ٣ = ١٤ سم

٢) في الشكل المقابل :
دائرة مركزها م طول نصف قطرها ٣ سم . أ نقطة خارج الدائرة
حيث أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب .
ق (ب م̂ جـ) = ١٢٠° أوجد :
(١) ق (أ ب̂ م) (٢) ق (ب أ̂ جـ)
(٣) طول أ م



١) أ ب مماس للدائرة
م ب نصف قطر التماس
ق (أ ب̂ م) = ٩٠° نظرية

٢) أ جـ مماس للدائرة
م جـ نصف قطر التماس
ق (أ جـ̂ م) = ٩٠° نظرية
مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي ٣٦٠°
ق (ب أ̂ جـ) =
= ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠°

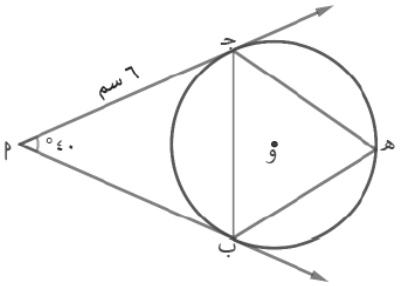
٣) م م ينصف ∠ أ م جـ
ق (∠ أ م م) = ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠°
فالمثلث ب م م ثلاثيني ستيني
ب م = ½ م م
م م = ٢ × ٣ = ٦ سم

٣) في الشكل المقابل :

دائرة مركزها و ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب .

ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٤٠° ، أجـ = ٦ سم أوجد :

(١) أ ب (٢) ق (أ $\hat{جـ}$ ب) (٣) ق (جـ $\hat{هـ}$ ب)



١) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسان للدائرة

أب = أجـ = ٦ سم

٢) المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين

مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

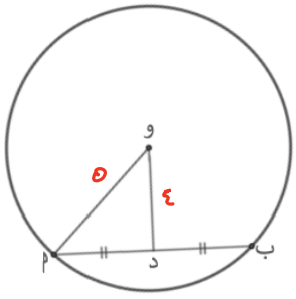
٣) ق (جـ $\hat{هـ}$ ب) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = ٧٠°

محاسية ومحيطية تشتركان بنفس القوس

٤) في الشكل المقابل :

دائرة مركزها و ، إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٥ سم ، و د = ٤ سم

فأوجد طول $\overline{أب}$



$\overline{أب}$ وتر في الدائرة

د منتصف $\overline{أب}$

$\overline{ود} \perp \overline{أب}$

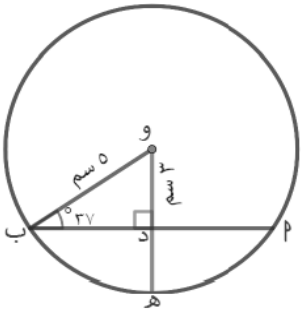
فالمثلث و د أ قائم في د حسب فيثاغورث

أد = $\sqrt{(٥)^٢ - (٤)^٢}$ = ٣ سم

ب د = أد = ٣ سم

أب = ٣ + ٣ = ٦ سم

٥) في الشكل المقابل :



ق (أ$\hat{ب}$ و) = ٣٧° ، و د = ٣ سم ، و ب = ٥ سم . أوجد :

(١) أب (٢) ق (ب$\overset{\frown}{هـ}$)

١) المثلث و د ب قائم في د حسب فيثاغورث

ب د = $\sqrt{(٥)^{٢} - (٣)^{٢}}$ = ٤ سم

∵ و د ⊥ م ب

م د = ب د = ٤ سم

م ب = ٤ + ٤ = ٨ سم

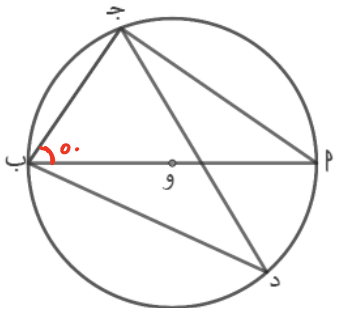
٢) مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (ب$\hat{و}$ د) = ١٨٠ − (٩٠ + ٣٧) = ٥٣°

ق (ب$\overset{\frown}{هـ}$) = ق (ب$\hat{و}$ هـ) = ٥٣°

مركزية مرسومة على القوس ب هـ

٦) في الشكل المقابل :



دائرة مركزها و ، ق (جـ ب$\hat{أ}$) = ٥٠°

أوجد كلا مما يلي مع ذكر السبب:

(١) ق (أ$\hat{جـ}$ ب) (٢) ق (جـ أ$\hat{ب}$) (٣) ق (جـ د$\hat{ب}$)

١) م جـ ب محيطية تقابل نصف دائرة فهي زاوية قائمة

ق (م جـ$\hat{ب}$) = ٩٠°

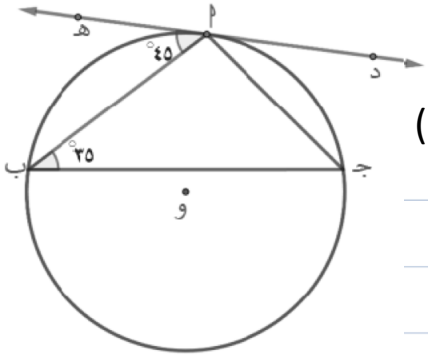
٢) مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

ق (د م$\hat{ب}$) = ١٨٠ − (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°

٣) ق (جـ د$\hat{ب}$) = ق (جـ م$\hat{ب}$) = ٤٠°

محيطيتان تشتركان بنفس القوس

٧) في الشكل المقابل : د هـ ↔ مماساً للدائرة عند أ ، ق (أ ب̂ جـ) = ٣٥° ، ق (هـ أ̂ ب) = ٤٥°



أوجد مع ذكر السبب :

(١) ق (أ جـ̂ ب)　　(٢) ق(أ ب̂)　　(٣) ق (أ جـ ب̂)

١) ق (أ جـ̂ ب) = ق (هـ أ̂ ب) = ٤٥° نظرية

مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

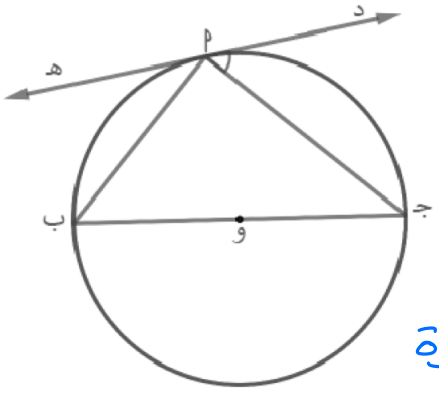
ق (جـ أ̂ ب) = ١٨٠ - (٤٥ + ٣٥) = ١٠٠°

٢) ق (أ ب̂) = ٢ ق (هـ أ̂ ب)

= ٢ × ٤٥ = ٩٠°

٣) ق (أ جـ ب̂) = ٣٦٠ - ٩٠ = ٢٧٠°

٨) في الشكل المقابل : دائرة مركزها " و " ، إذا كان د هـ ↔ مماساً للدائرة ق (د أ̂ جـ) = ٥٠° ، أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

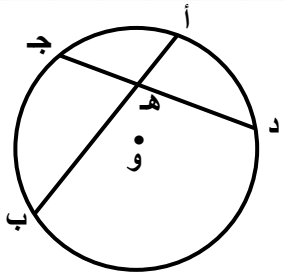


ق (جـ أ̂ ب) = ٩٠° محيطية تحصر نصف دائرة

ق (أ ب̂ جـ) = ق (د أ̂ جـ) = ٥٠° نظرية

مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

ق (أ جـ̂ ب) = ١٨٠ - (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°



٩) في الشكل المقابل : جـ هـ = ١٨ سم ، هـ د = ٢٠ سم ، هـ ب = ٤٠ سم ،
أوجد طول $\overline{أ هـ}$

نظرية

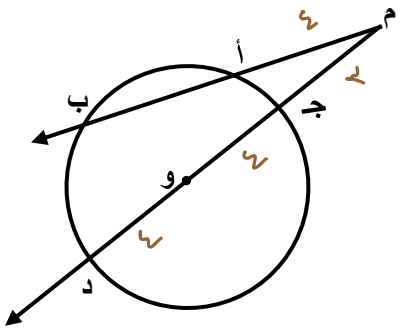
هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ د

١٨ × ٤٠ = ٢٠ × هـ أ

٧٢٠ / ٤٠ = ٤٠ هـ أ / ٤٠

هـ أ = ٩

١٠) في الشكل المقابل : إذا كان $\overleftarrow{م ب}$ ، $\overleftarrow{م د}$ يقطعان الدائرة التي مركزها و ،
وكان أ م = ٤ سم ، م جـ = ٣ سم ، نق = ٤ سم .
أوجد طول $\overline{أ ب}$.



م أ × م ب = م جـ × م د

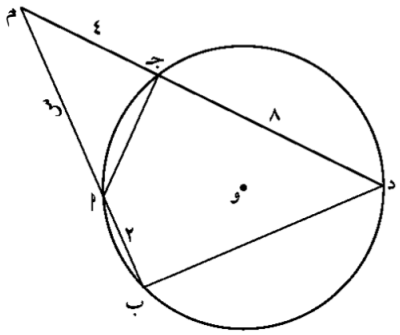
٤ × (٤ + ٤ + ٣) = ٣ × م ب

٣٣ / ٤ = ٤ م ب / ٤

م ب = ٨,٢٥

أ ب = م ب − م أ = ٨,٢٥ − ٤ = ٤,٢٥

١١) في الشكل المقابل : أوجد قيمة س .



م أ × م ب = م جـ × م د

س (س + ٢) = ٤ × (٨ + ٤)

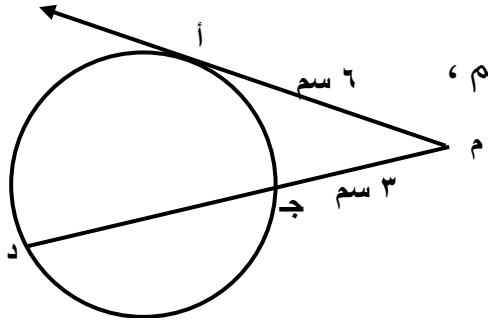
$س^2$ + ٢ س = ٤٨

$س^2$ + ٢ س − ٤٨ = ٠

س = ٦

س = − ٨ مرفوضة

١٢) في الشكل المقابل : $\overleftarrow{م أ}$ مماساً للدائرة عند أ ، م أ = ٦ سم ،
م جـ = ٣ سم . أوجد جـ د .



$(م أ)^2$ = م جـ × م د

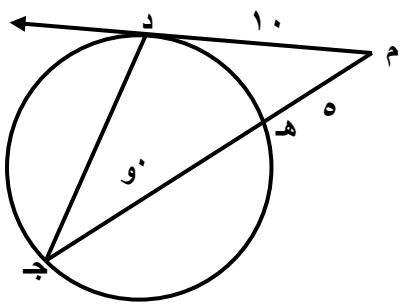
$(٦)^2$ = ٣ × م د

٣٦ = ٣ م د

م د = ١٢

جـ د = ١٢ − ٣ = ٩ سم

١٣) في الشكل المقابل : $\overline{م د}$ قطعة مماسية حيث م د = ١٠ ، م هـ = ٥



أوجد بذكر السبب :

طول كلا من : $\overline{م جـ}$ ، $\overline{هـ جـ}$

$(م د)^2 = م جـ \times م هـ$

$(١٠)^2 = م جـ \times ٥$

$م جـ \times \frac{٥}{٥} = \frac{١٠٠}{٥}$

$م جـ = ٢٠$

$هـ جـ = ٢٠ - ٥ = ١٥$

١٤) إذا كانت $\begin{bmatrix} ٢س+٤ \\ ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ص-٥ \\ ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ص-٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ فأوجد كل من س ، ص

$٢س+٤ = ٤$

$٢س = ٤-٤$

$\frac{٢}{٢}س = \frac{٠}{٢}$

$س = ٠$

$ص-٥ = ٢ص-٢$

$ص-٢ص = -٢+٥$

$\frac{-١}{-١}ص = \frac{٣}{-١}$

$ص = -٣$

١٥) حل المعادلة : $٤س + ٢\begin{bmatrix} ٣ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

$٤س + \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٤ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

$٤س = \begin{bmatrix} ٨ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٤ & ٢ \end{bmatrix}$

$٤س = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٨ & ٠ \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٨ & ٠ \end{bmatrix} \times \frac{١}{٤}$

$س = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

١٦) إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة . أوجد قيمة س .

ب مصفوفة منفردة

| ب | = صفر

$\begin{vmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{vmatrix}$ = ٠

٦ × س − ٤ × ١٢ = ٠

٦ س − ٤٨ = ٠

$\frac{٦ س}{٦} = \frac{٤٨}{٦}$

س = ٨

١٧) إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة . أوجد قيمة س .

ب مصفوفة منفردة

| ب | = صفر

$\begin{vmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{vmatrix}$ = ٠

٥ × ٢س − ١٠ × −٤ = ٠

١٠ س + ٤٠ = ٠

$\frac{١٠ س}{١٠} = \frac{-٤٠}{١٠}$

س = −٤

١٨) إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

أوجد : $٢\underline{أ} - \underline{ب}$ ، $\underline{ب}^{-١}$

$٢\underline{أ} - \underline{ب} = ٢ \times \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤ & -٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -١ & -٢ \end{bmatrix}$

$|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{vmatrix} = (-٢ \times -٤) - (٢ \times ٥) = ٨ - ١٠ = -٢ \neq ٠$ لها نظير ضربي

$\underline{ب}^{-١} = \frac{١}{-٢} \times \begin{bmatrix} -٤ & -٢ \\ -٥ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ \frac{٥}{٢} & ١ \end{bmatrix}$

١٩) إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

أوجد $\underline{أ} \times \underline{ب}$

$\underline{أ} \times \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (٣ \times ٥) + (-١ \times ٠) & (٣ \times -٣) + (-١ \times ٣) \\ (٠ \times ٥) + (٤ \times ٠) & (٠ \times -٣) + (٤ \times ٣) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٥ & -١٢ \\ ٠ & ١٢ \end{bmatrix}$

٢٠) حل النظام باستخدام قاعدة كرامر :

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص = ٧ \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = (٣ \times -٣) - (٢ \times -٤) = -٩ + ٨ = -١$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = (-٦ \times -٣) - (٢ \times ٧) = ١٨ - ١٤ = ٤$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = (٣ \times ٧) - (-٦ \times -٤) = ٢١ - ٢٤ = -٣$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٤}{-١} = -٤ \quad ، \quad ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٣}{-١} = ٣$$

٢١) استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\begin{cases} ٤س - ٥ص = -٧ \\ ٣ص - ٦س + ٣ = ٠ \end{cases}$$

$$٤س - ٥ص = -٧$$

$$-٦س + ٣ص = -٣$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٤ & -٥ \\ -٦ & ٣ \end{vmatrix} = (٤ \times ٣) - (-٥ \times -٦) = ١٢ - ٣٠ = -١٨$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٧ & -٥ \\ -٣ & ٣ \end{vmatrix} = (-٧ \times ٣) - (-٥ \times -٣) = -٢١ - ١٥ = -٣٦$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٤ & -٧ \\ -٦ & -٣ \end{vmatrix} = (٤ \times -٣) - (-٧ \times -٦) = -١٢ - ٤٢ = -٥٤$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{-٣٦}{-١٨} = ٢ \quad ، \quad ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٥٤}{-١٨} = ٣$$

٢٢) حل النظام ٥ س + ٣ ص = ٧ ، ٣ س + ٢ ص = ٥ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ع} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \quad ، \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix}$$

$$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٥ \times ٢ - ٣ \times ٣ = ١ \neq ٠$$

$$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{١} \times \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٣ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٧ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ \times ٢ + ٥ \times -٣ \\ ٧ \times -٣ + ٥ \times ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٤ \end{bmatrix}$$

$س = -١$ ، $ص = ٤$

٢٣) أوجد س بحيث : $\begin{bmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} -٣ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{vmatrix} = -٣ \times ٤ - -٢ \times ٥ = ٢ \neq ٠$$

$$\underline{أ}^{-١} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -\frac{٥}{٢} \\ ١ & -\frac{٣}{٢} \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٢ & -\frac{٥}{٢} \\ ١ & -\frac{٣}{٢} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ \times -\frac{٥}{٢} + ٥ \times ٢ \\ ١٠ \times -\frac{٣}{٢} + ٥ \times ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$$

$س = ١٥$ ، $ص = ١٠$

٢٤) أثبت أن :

جا (٩٠° + س) + جتا (١٨٠° - س) + جا (٢٧٠°) + جتا (١٨٠°) = - ٢

جا (٩٠ + س) + جتا (١٨٠ - س) + جا (٢٧٠°) + جتا ١٨٠°

= جتا س - جتا س - ١ - ١

= - ٢

٢٥) بسّط التعبير التالي لأبسط صورة :

جا س + جا (٩٠° + س) + جا (١٨٠° + س) + جا (٩٠° - س)

جا س + جا (٩٠ + س) + جا (١٨٠ + س) + جا (٩٠ - س)

= جا س + جتا س - جا س + جتا س

= ٢ جتا س

٢٦) بسّط التعبير التالي لأبسط صورة :

جتا (- θ) + جتا (π - θ) - جا (π + θ)

جتا (- θ) + جتا (π - θ) - جا (π + θ)

= جتا θ - جتا θ + جا θ

= جا θ

٢٧) حل المعادلة : جتا س = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

جتا س = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

جتا س = جتا $\frac{١}{٤}\pi$

جتا س موجبة

س تقع في الربع الأول	س تقع في الربع الرابع
$س = \frac{١}{٤}\pi + ك٢\pi$	$س = \frac{١}{٤}\pi - ك٢\pi$
$س = \theta + ك٢\pi$	$س = -\theta + ك٢\pi$

ك عدد صحيح

٢٨) حل المعادلة : ٢ جتا س = $\sqrt{٣}$

$\frac{٢}{٢}$ جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

shift → cos → $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جتا س = جتا $\frac{\pi}{٦}$ (راديان)

جتا س موجبة

س تقع في الربع الأول	س تقع في الربع الرابع
$س = \frac{\pi}{٦} + ك٢\pi$	$س = -\frac{\pi}{٦} + ك٢\pi$
$س = \theta + ك٢\pi$	$س = -\theta + ك٢\pi$

ك عدد صحيح

٢٩) حل المعادلة : ٢ جا س - ١ = ٠

٢ جا س = ١

جا س = $\frac{١}{٢}$

جا س = جا $\frac{١}{٦}\pi$

جا س موجبة

س تقع في الربع الأول

$س = \theta + ك٢\pi$

$س = \frac{١}{٦}\pi + ك٢\pi$

س تقع في الربع الثاني

$س = \pi - \theta + ك٢\pi$

$س = \pi - \frac{١}{٦}\pi + ك٢\pi$

$س = \frac{٥}{٦}\pi + ك٢\pi$

(shift → sin → $\frac{١}{٢}$)

٣٠) حل المعادلة : جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جا س = جا $\frac{١}{٣}\pi$

جا س موجبة

س تقع في الربع الأول

$س = \theta + ك٢\pi$

$س = \frac{١}{٣}\pi + ك٢\pi$

س تقع في الربع الثاني

$س = \pi - \theta + ك٢\pi$

$س = \pi - \frac{١}{٣}\pi + ك٢\pi$

$س = \frac{٢}{٣}\pi + ك٢\pi$ ، ك ∈ ص

٣١) حل المعادلة : ظا س = $\sqrt{٣}$

ظا س = ظا $\frac{١}{٣}\pi$

ظا س موجبة

س تقع في الربع الأول أو الثالث

$س = \theta + ك\pi$ ، ك عدد صحيح

$س = \frac{١}{٣}\pi + ك\pi$

٣٢) بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان جا $\theta = \frac{٣}{٥}$ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

فأوجد : جتا θ ، ظا θ

$جا^{٢}\theta + جتا^{٢}\theta = ١$

$جتا\theta = \pm\sqrt{١ - جا^{٢}\theta} = \pm\sqrt{١ - (\frac{٣}{٥})^{٢}} = \pm\frac{٤}{٥}$

$٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$ في الربع الأول

$جتا\theta = \frac{٤}{٥}$

$ظا\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta} = \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٣}{٤}$

٣٣) بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان جتا θ = $\frac{١}{٣}$ ، جا θ < صفر

فأوجد : جا θ ، ظتا θ

$جا^{٢}\theta + جتا^{٢}\theta = ١$

$جا\theta = \pm\sqrt{١ - جتا^{٢}\theta} = \pm\sqrt{١ - (\frac{١}{٣})^{٢}} = \pm\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$

$جا\theta < ٠$

$جا\theta = -\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$

$ظتا\theta = \frac{جتا\theta}{جا\theta} = \frac{\frac{١}{٣}}{-\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}} = -\frac{\sqrt{٢}}{٤}$

٣٤) بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان ظا θ = $\sqrt{٣}$ ، جتا θ < صفر

فأوجد : جا θ ، جتا θ

$قا^{٢}\theta = ١ + ظا^{٢}\theta = ١ + (\sqrt{٣})^{٢} = ٤$

$جتا^{٢}\theta = \frac{١}{٤}$

$جتا\theta = \pm\sqrt{\frac{١}{٤}} = \pm\frac{١}{٢}$

$جتا\theta < ٠$

$جتا\theta = -\frac{١}{٢}$

$ظا\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta}$

$جا\theta = ظا\theta \times جتا\theta = \sqrt{٣} \times -\frac{١}{٢} = -\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٣٥) أثبت صحة المتطابقة التالية : جتا^{٣}س + جتا س × جا^{٢} س = جتا س

جتا^{٣}س + جتاس × جا^{٢}س = جتاس (جتا^{٢}س + جا^{٢}س)

= جتاس × ١

= جتا س

٣٦) أثبت صحة المتطابقة التالية : $\frac{(\text{قا}\theta + ١)(\text{قا}\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\theta}$ = قا$^{٢}\theta$ حيث المقام ≠ صفر

$\frac{(\text{قا}^{٢}\theta + ١)(\text{قا}^{٢}\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\theta} = \frac{\text{قا}^{٢}\theta - ١}{\text{جا}^{٢}\theta}$

$= \frac{١ + \text{ظا}^{٢}\theta - ١}{\text{جا}^{٢}\theta}$

$= \frac{١}{\text{جا}^{٢}\theta} \times \text{ظا}^{٢}\theta$

$= \frac{١}{\text{جا}^{٢}\theta} \times \frac{\text{جا}^{٢}\theta}{\text{جتا}^{٢}\theta}$

$= \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\theta} = \text{قا}^{٢}\theta$

٣٧) إذا كان أ (- ٧ ، ٥) ، ب (٨ ، -٥) . فأوجد نقطة تقسيم $\overline{أب}$ من جهة أ بنسبة ١ : ٢ من الداخل.

من جهة أ

$س_١ = -٧$ ، $ص_١ = ٥$ ، $س_٢ = ٨$ ، $ص_٢ = -٥$ ، $م = ١$ ، $ن = ٢$

نقطة التقسيم : $\left(\frac{١س_٢ ن + ٢س_١ م}{ن + م} ، \frac{١ص_٢ ن + ٢ص_١ م}{ن + م} \right)$

$= \left(\frac{٨ \times ٢ + ٧- \times ١}{٢ + ١} ، \frac{٥- \times ٢ + ٥ \times ١}{٢ + ١} \right)$

$= \left(٥ ، -٢ \right)$

٣٨) إذا كان أ (٢ ، ٤) ، ب (٥ ، ٩) . فأوجد نقطة تقسيم $\overline{أب}$ من جهة ب بنسبة ٣ : ٥ من الداخل.

من جهة ب

$س_١ = ٥$ ، $ص_١ = ٩$ ، $س_٢ = ٢$ ، $ص_٢ = ٤$ ، $م = ٣$ ، $ن = ٥$

نقطة التقسيم : $\left(\frac{١س_٢ ن + ٣س_١ م}{ن + م} ، \frac{١ص_٢ ن + ٣ص_١ م}{ن + م} \right)$

$= \left(\frac{٤ \times ٣ + ٢ \times ٥}{٣ + ٥} ، \frac{٩ \times ٣ + ٤ \times ٥}{٣ + ٥} \right)$

$= \left(\frac{٣١}{٨} ، \frac{٥٧}{٨} \right)$

٣٩) أثبت أن النقاط أ (١ ، -١) ، ب (٢، ٢) ، جـ (-١ ، -٧) تقع على استقامة واحدة.

$$\text{ميل } \overline{أب} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢ - (-١)}{٢ - ١} = ٣$$

$$\text{ميل } \overline{أجـ} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٧ - (-١)}{-١ - ١} = ٣$$

ميل $\overline{أب}$ = ميل $\overline{أجـ}$

$\overline{أب} \parallel \overline{أجـ}$ لكنهما يشتركان في النقطة أ

النقاط أ ، ب ، جـ على استقامة واحدة.

٤٠) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين أ (١ ، ٢) ، ب (٤ ، ٨) .

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٨ - ٢}{٤ - ١} = ٢$$

معادلة المستقيم : $ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - ٢ = ٢ (س - ١)$

$ص - ٢ = ٢س - ٢$

$ص = ٢س - ٢ + ٢$

$ص = ٢س$

٤١) إذا كان المستقيم ل : ص = ٥س + ٣ فأوجد معادلة المستقيم هـ **الموازي** للمستقيم ل والذي يمر بالنقطة (-٣ ، ٢) .

المستقيم ل : ص = ٥ س + ٣

ميل ل = ٥

∵ المستقيمان متوازيان

ميل هـ = ميل ل = ٥

معادلة هـ : ص − ص١ = م (س − س١)

ص − ٢ = ٥ (س + ٣)

ص = ٥ س + ١٥ + ٢

ص = ٥ س + ١٧

٤٢) إذا كان المستقيم ك : ٣ص + س + ٣ = ٠ فأوجد معادلة المستقيم هـ **الموازي** للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (٣ ، -٢) .

المستقيم ك : ٣ص + س + ٣ = ٠

ميل ك = − معامل س / معامل ص = − ١/٣

∵ المستقيمان متوازيان

ميل هـ = ميل ك = − ١/٣

معادلة هـ : ص − ص١ = م (س − س١)

ص + ٢ = − ١/٣ (س − ٣)

ص = − ١/٣ س + ١ − ٢

ص = − ١/٣ س − ١

٤٣) إذا كان المستقيم ل: ص = ٢س + ١ فأوجد معادلة المستقيم هـ **العمودي على** المستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٤ ، -٣) .

المستقيم ل : ص = ٢س + ١

ميل ل = ٢

∴ المستقيمان متعامدان

ميل هـ = $\frac{-١}{\text{ميل ل}}$ = $\frac{-١}{٢}$

معادلة هـ : ص − ص١ = م (س − س١)

ص + ٣ = $-\frac{١}{٢}$ (س − ٤)

ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٢ − ٣

ص = $-\frac{١}{٢}$ س − ١

٤٤) أوجد بعد النقطة د (٣ ، -٢) عن المستقيم ل : ٣ س − ٤ص + ٣ = ٠

س١ = ٣ ، ص١ = −٢ ، أ = ٣ ، ب = −٤ ، جـ = ٣

البعد ف = $\frac{|أ س١ + ب ص١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}$

= $\frac{|٣ \times ٣ - ٤ \times -٢ + ٣|}{\sqrt{(٣)^٢ + (-٤)^٢}}$

= ٤

٤٥) أوجد البعد بين النقطة أ(-٤ ، -٣) والمستقيم ل : ٢ص = ٣ س – ٧

٣ س - ٢ ص - ٧ = ٠

س١ = -٤ ، ص١ = -٣

أ = ٣ ، ب = -٢ ، جـ = -٧

البعد ف = $\frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

= $\frac{|٣ \times -٤ + -٢ \times -٣ + -٧|}{\sqrt{(٣)^2 + (-٢)^2}}$ = $\frac{|-١٣|}{\sqrt{١٣}}$

٤٦) أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها: (س - ٤)^2 + (ص + ٥)^2 = ٣٦

المعادلة من الشكل $(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

د = ٤ ، هـ = -٥ ، $نق^2$ = ٣٦

مركز الدائرة (٤ ، -٥) ، نق = $\sqrt{٣٦}$ = ٦

٤٧) عيّن مركز الدائرة وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة:

٣س^2 + ٣ ص^2 - ٦ س + ٩ ص - ١٢ = ٠

بالقسمة على ٣

$س^2 + ص^2 - ٢س + ٣ص - ٤ = ٠$

ل = -٢ ، ك = ٣ ، ب = -٤

المركز = $(-\frac{ل}{٢} ، -\frac{ك}{٢}) = (-\frac{-٢}{٢} ، -\frac{٣}{٢}) = (١ ، -\frac{٣}{٢})$

نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^2 + ك^2 - ٤ب}$ = $\frac{١}{٢}\sqrt{(-٢)^2 + (٣)^2 - ٤(-٤)}$ = $\frac{\sqrt{٢٩}}{٢}$

٤٨) أوجد معادلة دائرة قطرها $\overline{أ ب}$ حيث: أ (٤، -٢) ، ب (٢ ، ٤)

$س_١ = ٤ ، ص_١ = -٢$ ، $س_٢ = ٢ ، ص_٢ = ٤$

مركز الدائرة $= \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right) = \left(\frac{٤ + ٢}{٢} ، \frac{-٢ + ٤}{٢}\right)$

$= \left(\frac{٦}{٢} ، \frac{٢}{٢}\right) = (٣ ، ١)$

$نق = \frac{١}{٢}\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \frac{١}{٢}\sqrt{(٢ - ٤)^٢ + (٤ - (-٢))^٢} = \sqrt{١٠}$

معادلة الدائرة: $(س - ٣)^٢ + (ص - ١)^٢ = ١٠$

٤٩) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها $(س - ٢)^٢ + (ص + ٤)^٢ = ٨$ عند النقطة أ (٠ ، -٢)

$P(٠ ، -٢)$ ، مركز الدائرة $(٢ ، -٤)$

ميل نصف قطر التماس $= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٤ - (-٢)}{٢ - ٠} = -١$

المماس عمودي على نصف قطر التماس

ميل المماس $= \frac{-١}{\text{ميل نصف قطر التماس}} = \frac{-١}{-١} = ١$

معادلة المماس: $ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - (-٢) = ١(س - ٠)$

$ص + ٢ = س$

$ص = س - ٢$

٥٠) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها : (س - ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢٥ عند النقطة أ (٦ ، ٤)

أ ($س_{١}$ ، $ص_{١}$) ، مركز الدائرة ($س_{ج}$ ، $ص_{ج}$)

ميل نصف قطر المماس = $\frac{ص_{ج} - ص_{١}}{س_{ج} - س_{١}}$ = $\frac{٤ - ١}{٦ - ٢}$ = $\frac{٣}{٤}$

المماس عمودي على نصف قطر المماس

ميل المماس = $\frac{-١}{\text{ميل نصف قطر المماس}}$ = $\frac{-١}{\frac{٣}{٤}}$ = $-\frac{٤}{٣}$

معادلة المماس : $ص - ص_{١} = م (س - س_{١})$

$ص - ٤ = -\frac{٤}{٣} (س - ٦)$

$ص = -\frac{٤}{٣} س + ٨ + ٤$

$ص = -\frac{٤}{٣} س + ١٢$

مع أطيب الأمنيات بالنجاح والفلاح