رياضيات

الصف الحادي عشر علمي

حل البنود الموضوعية مع السبب

2026-2025

الفصل الدراسي الثاني

أ : سلامة علي الركاض

الأعداد المركبة

(1) الصورة الجبرية للعدد: $\sqrt{-4}+3$ هي: $3+2i$

b

يمكن استخدام الآلة الحاسبة

تحويل نظام الحاسبة complex

$\sqrt{-4}+3 = 2i+3$ ✓

(2) مرافق العدد المركب: $z=3+4i$ هو: $\bar{z}=-3-4i$

a

$Z=3+4i$

$\bar{Z}=\overline{3+4i}$

$=3-4i$

(3) المعكوس الجمعي للعدد المركب $z=3-2i$ هو: $-z=3+2i$

a

$Z=3-2i$

المعكوس الجمعي هو $-Z$

$-Z=-(3-2i)=-3+2i$

(4) الصورة المبسّطة للتعبير: $(12+5i)-(2-i)$ هي: $10+6i$

b

طريقة ①

باستخدام الآلة الحاسبة

طريقة ②

$(12+5i)-(2-i)$

$12+5i-2+i$

$10+6i$

في التمارين (5–14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) العدد: $\sqrt{-225}+32$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي:

● $32+15i$ ⓒ $6-15i$ ⓑ $6+15i$ ⓐ $-15+6i$

باستخدام الآلة الحاسبة

$\sqrt{-225}+32$

$\sqrt{225}\,i+32$

$15i+32$

(6) حل المعادلة: $-10-6i=2x+3yi$ هو:

ⓓ $x=5\ ,\ y=2$ ⓒ $x=-5\ ,\ y=2$ ● $x=-5\ ,\ y=-2$ ⓐ $x=5\ ,\ y=-2$

$-10-6i=2x+3yi$

الجزء التخيلي: $-6=3y$ ، $-2=y$

الجزء الحقيقي: $-10=2x$ ، $-5=x$

(7) إذا كان $z_1=5i+2$ ، $z_2=-3-i$ فإنّ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ تساوي:

اذا كان يوجد مرافق فوق Z_2

ⓓ $\frac{1}{10}-\frac{17}{10}i$ ● $\frac{-1}{10}+\frac{17}{10}i$ ⓑ $\frac{-1}{10}-\frac{17}{10}i$ ⓐ $\frac{1}{10}+\frac{17}{10}i$

$$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}=\frac{2-5i}{-3-i}=-\frac{1}{10}+\frac{17}{10}i$$

إما باستخدام الحاسبة

أو الضرب بالمرافق وبسط

(8) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن (x , y) تساوي

ⓐ $(5,\ 1)$ ⓑ $(-5,\ -1)$ ⓒ $(5,\ -1)$ ● $(-5,\ 1)$

$x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$: $i^2 = -1$
$i^5 = i$

$-x + 3 y i = 5 + 3 i$

الجزء الحقيقي | الجزء التخيلي

$-x = 5$ | $3y = 3$

$x = -5$ | $y = 1$

(9) أبسط صورة للتعبير: $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

ⓐ $18 + 17i$ ⓑ $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

● $6 + 17i$ ⓓ 18

$(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$
$= (3 + 2i)(4 + 3i)$
$= 12 + 9i + 8i + 6i^2$
$= 12 + 17i - 6 = 6 + 17i$

يمكن كتابة $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$
بالآلة الحاسبة مباشرة
بشرط الآلة الحاسبة بنظام الأعداد
المركبة complex

(10) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (1 + 2i)^2$ هي:

● $z = -3 + 4i$ ⓑ $z = 5 + 4i$ ⓒ $z = -3$ ⓓ $z = 5$

$(1 + 2i)^2 = (1)^2 + 2(1)(2i) + (2i)^2$
$= 1 + 4i + 4i^2$
$= 1 + 4i - 4$
$= -3 + 4i$

يمكن كتابة $(1 + 2i)^2$
بالآلة الحاسبة مباشرة
بشرط الآلة الحاسبة بنظام الأعداد
المركبة complex

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (2-i)^3$ هي:

- **a** $z = 14 + 13i$
- **b** $z = 14 - 13i$
- **c** $z = 2 - 11i$ ●
- **d** $z = 2 - 13i$

$$(2-i)^3 = (2-i)^2 \cdot (2-i)$$
$$= (4-4i+i^2)(2-i)$$
$$= (3-4i)(2-i)$$
$$= 6-3i-8i+4i^2$$
$$= 6-11i-4$$
$$= 2-11i$$

يمكن كتابة $(2-i)^3$
بالآلة الحاسبة مباشرة
بشرط الآلة الحاسبة بنظام الأعداد المركبة complex

(12) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \frac{i}{i+2}$ هي:

- **a** $z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ ●
- **b** $z = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$
- **c** $z = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$
- **d** $z = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

$$\frac{i}{i+2} \times \frac{2-i}{2-i}$$
$$= \frac{2i - i^2}{4+1} = \frac{2i+1}{5}$$
$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$$

يمكن كتابة $\frac{i}{i+2}$
بالآلة الحاسبة مباشرة
بشرط الآلة الحاسبة بنظام الأعداد المركبة complex

(13) إذا كان $z = i$ فإنّ z^{250} يساوي:

- **a** $-i$
- **b** i
- **c** 1
- **d** -1 ●

∵ 250 عدد زوجي فالاجابات (a) و (b) لا تصلح
250 لا يقبل القسمة على 4
∴ الإجابة (−1) وهي (d)

$$i^{250} = (i^2)^{125} = (-1)^{125} = -1$$

الحاسبة القديمة fx991
لا تعطينا نتيجة
فقط الحاسبة الجديدة

(14) ليكن $x \in \mathbb{Z}^+$ فإنّ مجموعة قيم x التي تجعل العدد $(5+i^x)$ عددًا حقيقيًّا هي:

ⓐ $\mathbb{Z}^+$ ⓑ $\{0,2,4,6,\ldots\}$ ⓒ $\{1,3,5,\ldots\}$ ● $\{2,4,6,\ldots\}$

∴ الناتج حقيقي

∴ x يجب ان يكون زوجي

وبما ان شرط $x \in Z^+$ اذاً x لا يمكن ان يكون صفراً

والاجابة (d) مجموعة الاعداد الزوجية الموجبة (بدون صفر)

الإحداثيات القطبية و الصورة المثلثية لعدد مركب

(1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4, \frac{7\pi}{6}\right)$ هي: $A(-2\sqrt{3}, 2)$

● ⓐ

$x = r \cdot \cos\theta$ $y = r \cdot \sin\theta$

$= 4 \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ $= 4 \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

$= -2\sqrt{3}$ $= -2$ $\longrightarrow A(-2\sqrt{3}, -2)$

(2) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي: $B(-1,1)$

ⓑ ●

$x = r \cdot \cos\theta$ $y = r \cdot \sin\theta$

$= \sqrt{2} \cdot \cos(135^\circ)$ $= \sqrt{2} \cdot \sin(135^\circ)$

$= -1$ $= 1$

$\therefore B(-1, 1)$

(3) الإحداثيات القطبية للنقطة: $M\left(1, \frac{5\pi}{4}\right)$ هي: $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ (b)

$x = r.\cos\theta$ $\quad$ $y = r.\sin\theta$

$= 1.\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ $\quad$ $= 1.\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $= -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\longrightarrow M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

(4) العدد المركب: $z = \sqrt{3} - i$ بصورة المثلثية هو: $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ (a)

طريقة أولى : نكتب $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ والجواب $\sqrt{3} + i$ لذلك الإجابة (b)

طريقة ثانية : $y < 0$, $x > 0$ θ تقع في الربع الرابع لكن $\frac{\pi}{6}$ ربع أول والإشارات

طريقة ثالثة : يلي سؤال مقالي موجبة :: الإجابة (b)

نوجد r وزاوية الإسناد α و tanα ونكمل

(5) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ هي: $z = 1 - i$ (b)

طريقة أولى باستخدام الآلة الحاسبة نكتب $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ والناتج $1 - i$

طريقة ثانية : نحول الصورة الجبرية $Z = 1 - i$ إلى صورة مثلثية $x = 1, y = -1$

$r = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ $\quad$ $\alpha = \tan\left(\left|\frac{-1}{1}\right|\right) = \frac{\pi}{4}$ $\quad$ θ تقع في الربع الرابع $\theta = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \rightarrow Z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

(7) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4, \frac{5\pi}{3}\right)$ هي:

(a) $A(2, 2\sqrt{3})$ ربع أول	(b) $A(-2, 2\sqrt{3})$ ربع ثاني	(c) $A(-2, -2\sqrt{3})$ ربع ثالث	$A(2, -2\sqrt{3})$ ربع رابع

طريقة أولى :

$x = r.\cos\theta$

$= 4.\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 2$

$y = r.\sin\theta$

$= 4.\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -2\sqrt{3}$

طريقة ثانية : $\frac{5\pi}{3} \longrightarrow 300^\circ$

A تقع في الربع الرابع

$y < 0$ $\quad$ $x > 0$ والإجابة (d)

ربع رابع

(8) الإحداثيات القطبية للنقطة: $B\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ هي:

ⓐ $B\left(1, \frac{-\pi}{4}\right)$ ⓑ $B\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$ ⓒ $B\left(1, \frac{3\pi}{4}\right)$ ⓓ $B\left(1, \frac{-3\pi}{4}\right)$

ربع رابع ربع اول ربع ثاني ربع ثالث

$B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

يمكن الحل باستخدام طريقة التحويل من الاحداثيات الديكارتية الى الاحداثيات القطبية

$x<0$, $y>0$ ربع ثاني لذلك الإجابة ⓒ

(9) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = 2 - 2\sqrt{3}\,i$ حيث $\theta \in [0, 2\pi)$ هي:

ⓐ $z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ ⓑ $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

ⓒ $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ ⓓ $z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

يمكن حل السؤال بطريقة حل الأسئلة السابقة (r ثم $\tan\alpha$ ثم ....)

الطريقة الثانية: باستخدام الآلة الحاسبة: نكتب $4\left(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)\right)$ بالآلة الحاسبة

ثم نضغط يساوي $\leftarrow$ $2-2\sqrt{3}\,i$

(10) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leqslant \theta < 2\pi$ هي:

ⓐ $z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ ⓑ $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

ⓒ $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ⓓ $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

طريقة أولى:

$Z = \frac{-4}{1-i}$

باستخدام الحاسبة

$= -2 - 2i$

, $x=-2$, $y=-2$

$r = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$, $\alpha = \tan\left(\left|\frac{-2}{-2}\right|\right) = \frac{\pi}{4}$

θ في ربع ثالث $\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \rightarrow Z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

طريقة ثانية:

نجرب كل الإجابات في الآلة الحاسبة

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = 3\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ حيث $0 \leqslant \theta < 2\pi$ هي:

- (a) $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$
- (b) $z = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
- (c) $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
- (d) $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

نكتب $3\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ في الآلة الحاسبة والجواب

هو $-\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(12) $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإنّ قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي:

- (a) 1
- (b) 0
- (c) -1
- (d) i^{-2n}

طريقة أولى:

$i^{2n+2} = i^{2n} \times i^{2} = i^{2n} \times -1 = -i^{2n}$

$i^{2n+8} = i^{2n} \times i^{8} = i^{2n} \times 1 = i^{2n}$

$-i^{2n} + i^{2n} = 0$

طريقة ثانية

يمكن استخدام الحاسبة الحديثة

وتعويض أي عدد صحيح موجب

والجواب صفر

(13) $(6 - 2i + 3i^5)^2$ تساوي:

- (a) $35 - 12i$
- (b) $35 + 12i$
- (c) $81 - 12i$
- (d) $81 + 12i$

طريقة أولى:

$i^5 = i^1 \times i^4 = i$

$(6 - 2i + 3i)^2 = (6 + i)^2$

$= 36 + 12i + i^2$

$= 36 + 12i - 1 = 35 + i$

طريقة ثانية

باستخدام الآلة الحاسبة

والتعويض مباشرة

حل معادلات

(1) حل المعادلة: $\overline{z}+2=5-i$ هو: $z=3+i$ ⓑ

طريقة أولى: $\overline{z}+2=5-i$

$\overline{z}=5-i-2$

$\overline{z}=3-i$

$z=3+i$

طريقة ثانية: $\overline{3+i}=3-i$

نعوض في الآلة

$(3-i)+2$

الجواب $5-i$

(2) حل المعادلة: $2z+\overline{z}-3-5i=0$ هو: $z=1-5i$ ⓐ

طريقة أولى: $2(x+yi)+(x-yi)-3-5i=0$

حقيقي: $2x+x-3=0$، $x=1$

تخيلي: $2y-y-5=0$، $y=5$ $\rightarrow z=1+5i$

طريقة ثانية: نعوض في الآلة الحاسبة: $2(1-5i)+(1+5i)-3-5i=-10i$

وليس صفر

لذلك (b)

لأنه مرافق

(3) مجموعة حل المعادلة: $z^2-4z+5=0$ هي: $\{-2-i, 2+i\}$ ⓐ

طريقة ثالثة: يجب أن يكون الحلان عددان مترافقان لأنها معادلة تربيعية ذات معاملات حقيقية

طريقة أولى: باستخدام الآلة الحاسبة Mode $\rightarrow 5 \rightarrow 3$

أو menu $\rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 2$

نجد أن الجواب خاطئ

طريقة ثانية: $a=1, b=-4, c=5$

$\Delta=(-4)^2-4(1)(5)=-4$

$z=\frac{4\mp\sqrt{-4}}{2}=2\mp i$

(4) الجذران التربيعيان للعدد -1 هما: $-1, 1$ ⓐ

الجذور التربيعية للعدد (السالب) أعداد تخيلية

طريقة ثانية: تربيع الإجابات لا يساوي -1

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 16 + 30i$ هما: $z_1 = 5 + 3i,\ z_2 = -5 - 3i$

(b) ●

طريقة أولى: تربيع الإجابات

$(5+3i)^2 = 16+30i$

$(-5-3i)^2 = 16+30i$

باستخدام الحاسبة

طريقة ثانية

الحل بطريقة سؤال مقالي

(6) إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$

(b) ●

إذا كان z_1 جذر للعدد z فإن الجذر الآخر هو

المعكوس الجمعي $z_2 = -z_1$

لذلك مجموعهم صفر والإجابة صحيحة

(7) حل المعادلة: $2z - 5 + 6i = -3\bar{z}$ هو:

● $z = 1 + 6i$ (b) $z = -1 + 6i$ (c) $z = 1 - 6i$ (d) $z = -1 - 6i$

طريقة أولى: (الحل بطريقة سؤال مقالي)

$2(x+yi) - 5 + 6i = -3(x-yi)$

حقيقي: $2x - 5 = -3x$، $x = 1$ | تخيلي: $2y + 6 = 3y$، $y = 6$

طريقة ثانية

بطريقة الآلة الحاسبة نجرب الإجابات الأربعة في السؤال

(8) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي:

(a) $\{2-4i, -2-4i\}$ (b) $\{-2+4i, -2-4i\}$

(c) $\{2-4i, -2+4i\}$ ● $\{2-4i, 2+4i\}$

طريقة أولى: باستخدام الحاسبة $\text{Mode} \rightarrow 5 \rightarrow 3$

طريقة ثانية

$a=1,\ b=-4,\ c=20$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(20) = -64$

$z = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 \pm 8i}{2} = 2 \pm 4i$

(9) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما:

ⓑ $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$ ⓐ $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$

ⓓ $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$

طريقة أولى: تربيع الإجابات (حاسبة)

طريقة ثانية: الحل بطريقة سؤال تالي

(10) حل المعادلة $(3 - 4i)z = 5 - 2i$ هو:

ⓐ $\frac{5}{3} + \frac{1}{2}i$ ⓑ $\frac{5}{3} - \frac{1}{2}i$ ⓒ $\frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$ ⓓ $\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$

طريقة أولى:

$(3 - 4i)z = 5 - 2i$

$\frac{\cancel{(3 - 4i)}z}{\cancel{3 - 4i}} = \frac{5 - 2i}{3 - 4i}$

$z = \frac{5 - 2i}{3 - 4i} \xrightarrow{\text{حاسبة}} \frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$

طريقة ثانية: نجرب الإجابات الأربع بالتعويض بدل z باستخدام الحاسبة

التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل)

ⓐ ⓑ

(1) معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(b\theta)$ حيث السعة 5 والدورة 3π هي $y = 5\sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

الدالة $y = -5\sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$ لها نفس السعة 5

لذلك الإجابة b

$y = \pm 5\sin\left(\pm \frac{2}{3}\theta\right)$

(2) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 يمكن أن تكون $y = 3\sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$

ⓐ ⓑ

$a = 3$, $b = \frac{\pi}{2}$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4$

(3) الدالة $y=3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$

● ⓑ

$b = \frac{3}{4}$

دورة دالة الظل هي $\frac{\pi}{|b|}$

$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\left|\frac{3}{4}\right|} = \frac{4}{3}\pi$ ✓

(4) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{3}$ وسعتها 4 يمكن أن تكون $y = -4\cos(6x)$

● ⓑ

$a = -4$, $b = 6$

الدورة $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|6|} = \frac{\pi}{3}$

السعة $|a| = |-4| = 4$

ملاحظة: الفرق بين السؤال الأول والرابع هو كلمة يمكن في السؤال الرابع

(5) سعة الدالة $y = -5\cos 2x$ هي -5

ⓐ ●

$a = -5$

لا يمكن أن تكون السعة سالبة

السعة $|a| = |-5| = 5$

(6) في الدالة f حيث $f(x) = a\cos bx$ يكون: $2|a| = \max f + \min f$

ⓐ ●

$2|a| = \max f - \min f$

لازم (-)

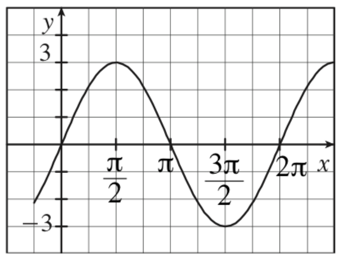
(7) الدالتان $f,\ g$ حيث $g(x) = \tan 4x$ ، $f(x) = \cos 8x$ لهما نفس الدورة.

● ⓑ

دورة الظل: دورة جيب التمام

$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|4|} = \frac{\pi}{4}$ $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|8|} = \frac{\pi}{4}$

(8) البيان التالي يمثل بيان الدالة:



ⓐ $f(x) = 3\cos x$ ● $f(x) = 3\sin x$

ⓒ $f(x) = -3\sin x$ ⓓ $f(x) = \sin 3x$

(a) دالة cos لاتمر بنقطة الأصل لذلك خطأ

سعة الدالة من الرسم 3 لذلك إما b أو c صحيحة

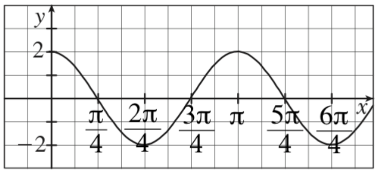
الاجابة c الاشارة سالبة الرسم يبدأ بصفر إلى أسفل هنا الرسم للأعلى لذلك b صحيحة

(9) لتكن $f(x) = 3\tan 2x$ فإن:

ⓐ السعة = 1   ⓑ السعة = 2   ⓒ السعة = 3   ● f ليس لها سعة

دالة الظل " tan " ليس لها سعة.

(10) ليكن بيان f كما في الشكل التالي:



- $2\cos 2x$
- (b) $\cos 2x$
- (c) $\cos\frac{x}{2}$
- (d) $\sin 2x$

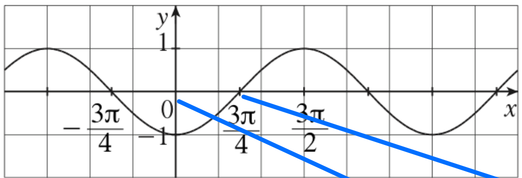
(d) اجابة خاطئة : لان الرسم لا يمر من نقطة الأصل.

(c) اجابة خاطئة : لأن السعة في الرسم 2 وفي $\cos\frac{x}{2}$ السعة 1

(b) اجابة خاطئة : لأن السعة في الرسم 2 وفي $\cos 2x$ السعة 1

(a) لذلك (a) الاجابة صحيحة

(11) ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:



- (a) π
- (b) 2π
- 3π
- (d) $\frac{6\pi}{4}$

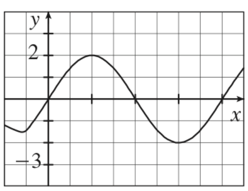
من $\frac{3\pi}{4}$ إلى 0 ربع دورة وهو $\frac{3\pi}{4}$

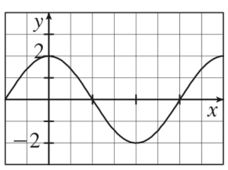
نضرب ربع الدورة بـ 4 لكي نحصل على دورة

$\frac{3\pi}{4} \times 4 = 3\pi$

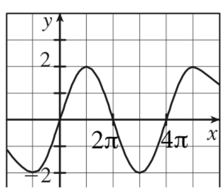
(12) لتكن الدالة g حيث: $g(x) = a\sin bx$ فإن بيان g لا يمكن أن يكون:

(a)

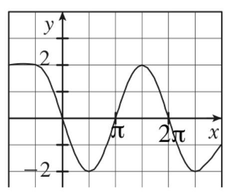




(c)



(d)



الدالة $g(x)=a\sin bx$ يجب أن تمر بنقطة الأصل

المنحنى (b) : لا يمر بنقطة الأصل

(13) معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

- ● $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$
- (a) $y = \frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{3}\right)$
- (d) $y = 4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$
- (c) $y = -4\cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$

$\frac{2\pi}{|b|} = 6 \longrightarrow |b| = \frac{2\pi}{6} \longrightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$

(14) الدالة $y = a\cos(bx)$ حيث $a = 2$ ودورتها $\frac{\pi}{4}$ يمكن أن تكون:

- (b) ~~$y = 8\cos(8x)$~~ لأن السعة 8
- (a) $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$
- (d) ~~$y = 8\cos\left(\frac{x}{4}\right)$~~ لأن السعة 8
- ● $y = 2\cos(8x)$

$\frac{2\cancel{\pi}}{|b|} = \frac{\cancel{\pi}}{4}$

$\frac{2}{|b|} = \frac{1}{4}$

$|b| = 8$

(15) معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(bx)$ حيث السعة 3 والدورة $\frac{\pi}{2}$ يمكن أن تكون:

- (b) $y = 3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$
- (a) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
- ● $y = 3\sin(4x)$ أو $y = -3\sin(4x)$
- (c) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$

$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow |b| = 4$

$b = 4$ أو $b = -4$

(16) معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ يمكن أن تكون:

$y = \tan\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$

ⓑ $y = \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$

ⓒ $y = \tan\left(\frac{4}{3}x\right)$

ⓓ $y = \tan\left(\frac{3}{4}\pi x\right)$

دورة الظل $\frac{\pi}{|b|}$

$\frac{\pi}{|b|} = \frac{3}{4}$

$|b| = \frac{4}{3}\pi$

(17) في الدالة المثلثية $y = -2\sin\left(\frac{3}{5}x\right)$ السعة والدورة هما:

السعة ليست سالبة

ⓐ $-2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$

$2\ ,\ \frac{10\pi}{3}$

ⓒ $2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$

ⓓ $2\ ,\ \frac{2\pi}{15}$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{3}{5}} = \frac{10\pi}{3}$

السعة $|a| = |-2| = 2$

قانون الجيب

(1) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 100^\circ$, $m(\widehat{B}) = 30^\circ$, $BC = 20\text{ cm}$ فإنّ: $AC = 10.154\text{ cm}$

a , b , α , β

ⓑ

$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\alpha}{a}$

$\frac{\sin 30^\circ}{b} = \frac{\sin 100^\circ}{20} \longrightarrow b = \frac{20 \times \sin 30}{\sin 100} = 10.154$

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{B}) = 80^\circ$, $AB = 12\,\text{cm}$, $AC = 16\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ ⓐ

$\gamma = 50^\circ$ $b = 16$ $c = 12$ $\beta = 80$

$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin 80^\circ}{16} \simeq 0.0615$$

$0.0615 \neq 0.0638$

$$\frac{\sin\gamma}{c} = \frac{\sin 50}{12} \simeq 0.0638$$

∴ العبارة خاطئة

(3) في كل مثلث ABC يكون: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{c}$ ⓐ

القانون الصحيح هو :

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

(4) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 40^\circ$, $AC = 10\,\text{cm}$ فإنّ طولي $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ يساويان:

$b = 10\,\text{cm}$

ⓐ 7.43 cm , 15.32 cm   ⓑ 6.53 cm , 13.47 cm

ⓒ 13.47 cm , 15.32 cm   ⓓ 7.43 cm , 6.53 cm

$\alpha = 80^\circ$, $\beta = 40^\circ$

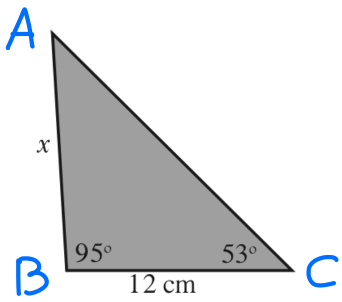
$\longrightarrow \gamma = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 80}{a} = \frac{\sin 40}{10} = \frac{\sin 60^\circ}{c}$$

$$a = \frac{10 \times \sin 80}{\sin 40} = 15.32 = \overline{BC}$$

$$c = \frac{10 \times \sin 60^\circ}{\sin 40} = 13.47 = \overline{AB}$$



(5) في المثلث المقابل، x تساوي حوالي:

ⓐ 8.6 cm ⓑ 15 cm
● 18.1 cm ⓓ 19.2 cm

المعطيات : $a = 12$ cm ، $\gamma = 53°$ ، $B = 95°$

المطلوب $c = ?$

$\alpha = 180 - (95° + 53°) = 32°$

$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c} \longrightarrow \frac{\sin 32°}{12} = \frac{\sin 53°}{c} \longrightarrow c = \frac{12 \times \sin 53°}{\sin 32°} \simeq 18.1$ cm

(6) مثلث قياسات زواياه: $50°, 60°, 70°$، طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm
طول أطول ضلع حوالي:

● 11 cm ⓑ 11.5 cm ⓒ 12 cm ⓓ 12.5 cm

الضلع المقابل لأصغر زاوية $50°$ هو
أصغر ضلع

$\frac{9}{\sin 50°} = \frac{x}{\sin 70°}$

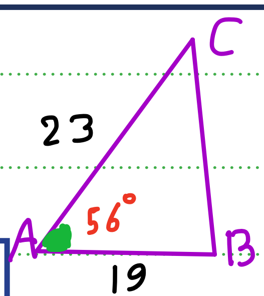
إذا كان x أكبر ضلع
فهو مقابل لزاوية $70°$

$x = \frac{9 \times \sin 70°}{\sin 50°} \simeq 11.04$

اقرب اجابة ⓐ

(7) القياسات المعطاة في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 56°$, $AC = 23$ cm , $AB = 19$ cm، طول $\overline{BC}$ يساوي:

ⓐ 12 cm ⓑ 18 cm
ⓒ 19 cm ● لا يمكن استخدام قانون الجيب



$\because$ المعلوم ضلعين وزاوية محصورة بينهما
$\therefore$ لا يمكن استخدام قانون الجيب
نحتاج إلى ضلع وزاوية مقابلة لاستخدام قانون الجيب

قانون جيب التمام

(1) في المثلث ABC: $AB = 24\text{ cm}$ ، $AC = 19\text{ cm}$ ، $BC = 27\text{ cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^\circ$ (b)

α

$a = 27\text{ cm}$, $b = 19\text{ cm}$, $c = 24\text{ cm}$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{19^2 + 24^2 - 27^2}{2 \times 19 \times 24} = \frac{13}{57}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{13}{57}\right) \simeq 76.82^\circ$$

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ ، $BC = 44\text{ cm}$ ، $AB = 20\text{ cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\text{ cm}$ (b)

b c a α

معلوم ضلعين وزاوية تقابل احدهما يجب تطبيق قانون الجيب

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \longrightarrow \frac{44}{\sin 60} = \frac{20}{\sin\gamma} \longrightarrow \sin\gamma = \frac{20 \cdot \sin(60)}{44} = \frac{5\sqrt{3}}{22}$$

$$\therefore \gamma \simeq 23^\circ \longrightarrow \beta = 180 - (60 + 23) = 97^\circ$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \longrightarrow \frac{44}{\sin 60} = \frac{b}{\sin 97} \longrightarrow b = \frac{44 \cdot \sin 97}{\sin 60} \simeq 50.5\text{ cm}$$

(3) في المثلث ABC: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$ (a)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\because a^2 > 0 \quad \therefore b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A > 0$$

$$\Longrightarrow b^2 + c^2 > 2b \cdot c \cdot \cos A$$

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $5\text{ cm}, 8\text{ cm}, 12\text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالي 133.4° (b)

أكبر زاوية تقابل اطول ضلع 12 cm وليكن $a = 12\text{ cm}$

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 8^2 - 12^2}{2 \times 5 \times 8} = -\frac{11}{16}$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{11}{16}\right) = 133.4^\circ$$

(5) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$ ، $AC = 10\text{ cm}$ ، $BC = 20\text{ cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

c a b γ

- (a) $AB = 10\sqrt{7}\text{ cm}$
- (b) $AB = 10\sqrt{3}\text{ cm}$
- (c) $AB = 12.4\text{ cm}$
- (d) $AB = 29\text{ cm}$

$c^2 = b^2 + a^2 - 2\,ba \cdot \cos\gamma$

$c^2 = 10^2 + 20^2 - 2 \times 10 \times 20 \times \cos(60^\circ) = 300$

$c = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ cm

(6) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$ ، $AB = 30\text{ cm}$ ، $AC = 40\text{ cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

a b c α

- (a) $BC \approx 60.8\text{ cm}$
- (b) $BC \approx 36\text{ cm}$
- (c) $BC \approx 68\text{ cm}$
- (d) $BC \approx 21\text{ cm}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\alpha$

$a^2 = 40^2 + 30^2 - 2 \times 40 \times 30 \times \cos(120^\circ)$

$a^2 = 3700 \longrightarrow a = \sqrt{3700} = 10\sqrt{37} \approx 60.8$ cm

(7) إذا كان $BC = 25\text{ cm}$ ، $AC = 17\text{ cm}$ ، $AB = 12\text{ cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالي:

c b a

- (a) 118°
- (b) 110°
- (c) 125°
- (d) 100°

أكبر زاوية تقابل أطول ضلع BC

$\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2b \cdot c} = \dfrac{17^2 + 12^2 - 25^2}{2 \times 17 \times 12} = -\dfrac{8}{17}$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\dfrac{8}{17}\right) \simeq 118^\circ$

مساحة المثلث

(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (b)

صحيح ، لأن قاعدة هيرون تعتمد على الإضلاع والمحيط

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (b)

صحيح . لإيجاد مساحة مثلث أو لحل مثلث
أو لرسم مثلث نحن بحاجة إلى ضلع واحد على الأقل

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a)

خطأ يمكن استخدام قاعدة هيرون لأي مثلث
علم أطوال أضلاعه .

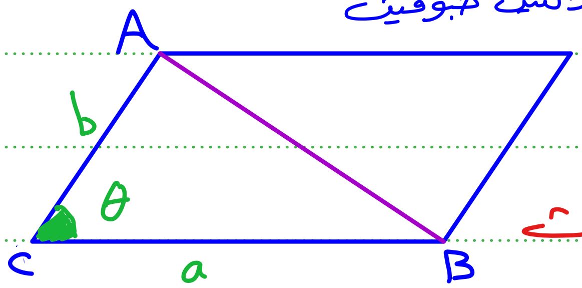
(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a)

خطأ يمكن إيجاد المساحة بمعلومية الأضلاع فقط

(5) إذا كان a, b طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و θ قياس الزاوية بينهما فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$

ⓑ

قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين مطابقين



مساحة المثلث ABC

$\frac{1}{2} a.b.\sin\theta$

مساحة متوازي أضلاع = مساحة المثلث $\times 2$

$= a.b.\sin\theta$

(6) في المثلث ABC: $BC = 5\,\text{cm}$, $AB = 7\,\text{cm}$, $AC = 9\,\text{cm}$

فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي $15\,\text{cm}^2$

ⓐ

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+9+7}{2} = 10.5$$

$$Area = \sqrt{10.5(10.5-5)(10.5-9)(10.5-7)} \simeq 17.4$$

(7) إذا كان: $m(\widehat{C}) = 40^\circ$, $b = 3\,\text{cm}$, $a = 2\,\text{cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:

ⓐ $4.6\,\text{cm}^2$ ⓑ $3.86\,\text{cm}^2$ ⓒ $1.93\,\text{cm}^2$ ⓓ $2.3\,\text{cm}^2$

$$Area = \frac{1}{2} a.b.\sin C$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \sin 40^\circ$$

$$\simeq 1.93$$

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $9\,\text{cm}$, $8\,\text{cm}$, $7\,\text{cm}$ هي:

ⓐ $6\sqrt{15}\,\text{cm}^2$ ⓑ $12\sqrt{5}\,\text{cm}^2$ ⓒ $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ⓓ $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$$S = \frac{7+8+9}{2} = 12$$

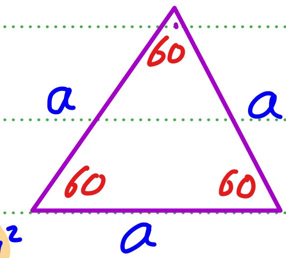
$$Area = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = 12\sqrt{5}$$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

ⓐ $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ units^2 ⓑ a^2 units^2

ⓒ $\frac{1}{2}a^2$units^2 ⓓ $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ units^2

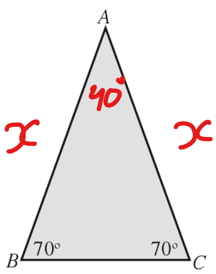
نصف المحيط $S = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2}$



$$Area = \sqrt{\frac{3}{2}a\left(\frac{3}{2}a-a\right)\left(\frac{3}{2}a-a\right)\left(\frac{3}{2}a-a\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a} = \sqrt{\frac{3}{16}a^4} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

(10) إذا كانت مساحة المثلث ABC تساوي حوالي $8\,cm^2$ فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالي:



ⓐ 5 cm ⓑ 8 cm

ⓒ 4 cm ⓓ 6 cm

$$\alpha = 180° - (70° + 70°) = 40°$$

$$Area = \frac{1}{2} b.c.\sin\alpha$$

$$8 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \sin 40° \Longrightarrow x^2 = \frac{16}{\sin 40} \simeq 25 \Rightarrow x \simeq 5\ cm$$

إثبات صحة متطابقات مثلثية

(1) $3\sin x = \sin(3x)$ تمثل متطابقة.

ⓐ ●

$\sin(3x) = 3\sin x - 4\sin^3 x$ ✓ صح

$\sin(3x) = 3\sin x$ ✗ خطأ

(2) $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ تمثل متطابقة.

ⓐ ●

القانون الصحيح هو

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(3) $\sec x - \cos x = \tan x \ \sin x$ تمثل متطابقة.

● ⓑ

$L.H.S = \sec x - \cos x$

$= \frac{1}{\cos x} - \cos x$

$= \frac{1-\cos^2 x}{\cos x} = \frac{\sin^2 x}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \sin x = \tan x \cdot \sin x = R.H.S$

(5) المقدار: $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$ متطابق مع المقدار:

- ⓐ $\sin x \tan x$
- ● $\sin x \sec^2 x$
- ⓒ $\cos x \sec^2 x$
- ⓓ $\sin x \csc x$

$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$

$= \tan^2 x \cdot \frac{1}{\sin x} = \frac{\cancel{\sin^2 x}}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\cancel{\sin x}} = \sin x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$

$= \sin x \cdot \sec^2 x$

(6) المقدار: $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$ متطابق مع المقدار:

- ⓐ $-4 \sin x \cos x$
- ⓑ 2
- ⓒ -2
- ● $4 \sin x \cos x$

$(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$

$= \cos^2 x + 2\cos x \sin x + \sin^2 x - (\cos^2 x - 2\cos x \sin x + \sin^2 x)$

$= \cancel{\cos^2 x} + 2\cos x \sin x + \cancel{\sin^2 x} - \cancel{\cos^2 x} + 2\cos x \sin x - \cancel{\sin^2 x}$

$= 4 \sin x \cdot \cos x$

(7) المقدار: $\frac{1}{\tan x}+\tan x$ متطابق مع المقدار:

- a) $\sec x \csc x$
- b) $\sec x \sin x$
- c) $\sec x \cos x$
- d) $\sin x \cos x$

$$\frac{1}{\tan x}+\tan x$$

$$\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x}=\frac{1}{\sin x \cdot \cos x}=\csc x \cdot \sec x$$

(8) المقدار: $\tan^2 x-\sin^2 x$ متطابق مع المقدار:

- a) $\tan^2 x$
- b) $\cot^2 x$
- c) $\tan^2 x \sin^2 x$
- d) $\cot^2 x \cos^2 x$

$$\tan^2 x-\sin^2 x=\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-\frac{\sin^2 x}{1}$$

$$\frac{\sin^2 x-\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x(1-\cos^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$=\frac{\sin^2 x \cdot \sin^2 x}{\cos^2 x}=\tan^2 x \cdot \sin^2 x$$

(9) المقدار: $\frac{\sin x}{\csc x}+\frac{\cos x}{\sec x}+1$ متطابق مع المقدار:

- a) 1
- b) -1
- c) 2
- d) -2

$$\frac{\sin x}{\frac{1}{\sin x}}+\frac{\cos x}{\frac{1}{\cos x}}+1$$

$$\sin^2 x+\cos^2 x+1$$

$$1+1=2$$

(10) المقدار: $\dfrac{\cos^2 x - 1}{\cos x}$ متطابق مع المقدار:

- ● $-\tan x \sin x$
- (b) $-\tan x$
- (c) $\tan x \sin x$
- (d) $\tan x$

$$\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \frac{-\sin^2 x}{\cos x}$$

$$= -\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{1}$$

$$= -\tan x \cdot \sin x$$

حل معادلات مثلثية

(1) حل المعادلة $\sin x = \dfrac{1}{2}$ هو: $x = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح.

(a) ●

خطأ : معادلة الجيب لها حلين " عدا الحالات الخاصة "

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad , \quad x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$= \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$$

حل المعادلة $\cos x = \sqrt{2}$ هو: $x = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$ أو $x = -\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح

(a) ●

خطأ : $\sqrt{2} > 1$

المعادلة مستحيلة الحل

(3) حل المعادلة $\tan x = -\sqrt{3}$ هو: $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$، حيث k عدد صحيح. (a) ●

خطأ:

$\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ باستخدام الآلة الحاسبة

هذه الزاوية ليست حل

(4) حلول المعادلة $\sin x \tan^2 x = \sin x$ على الفترة $(0, \pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ ● (b)

$\sin x \cdot \tan^2 x - \sin x = 0$

$\sin x\,(\tan^2 x - 1) = 0$

ملاحظة: لا يجوز الاكتفاء بالتعويض بالحاسبة للحلول الموجودة لأن هناك احتمال ان تكون هناك حلول مقبولة وغير مكتوبة

$\sin x = 0$

$x = 0 \notin (0, \pi)$ مرفوض

$x = \pi \notin (0, \pi)$ مرفوض

$\tan^2 x - 1 = 0$

$\tan x = 1$ ، $\tan x = -1$

$x = \frac{5\pi}{4}$ مرفوض ، $\boxed{x = \frac{\pi}{4}}$ مقبول أو $\boxed{x = \frac{3\pi}{4}}$ مقبول ، $x = \frac{7\pi}{4}$ مرفوض

(5) حلول المعادلة $2\sin^2 x = 1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ (a) ●

$\sin^2 x = \frac{1}{2}$

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ لها حلين ، $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ لها حلين

يوجد اربع حلول

وفي السؤال حلين

لذلك خطأ

(6) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع:

(a) الأول (b) الأول أو الثالث (c) الثالث ● الثاني أو الرابع

$\sin x = -\cos x$

اشارتي $\sin x$ ، $\cos x$ مختلفتين في ربعين الثاني والرابع

(7) حلول المعادلة: $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $\boxed{-\frac{\pi}{6}}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$

لا تقع ضمن الفترة $[0, 2\pi]$

(b) $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$

(c) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

(d) $\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

باستخدام الآلة الحاسبة وتعويض الحلول في المعادلة

نجد أن $\frac{11\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}$ حلول للمعادلة.

(8) حلول المعادلة: $2\sqrt{2}\sin x\cos x - \sqrt{2}\cos x - 2\sin x = -1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}$

(d) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$

بالتعويض بالآلة:

$\frac{7\pi}{4}$ ، $\frac{5\pi}{6}$ ، $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{\pi}{6}$

هي حلول المعادلة

متطابقات المجموع والفرق

(1) $\sin 75° = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ b

باستخدام الآلة الحاسبة (يجب وضع الآلة بالدرجات)

(2) $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ a

باستخدام الآلة الحاسبة (يجب وضع الآلة بالراديان)

(3) $\cos(h+\frac{\pi}{2}) = -\cos h$ a

$$\cos(h+\frac{\pi}{2}) = \cos h \cdot \cos\frac{\pi}{2} - \sin h \cdot \sin\frac{\pi}{2}$$
$$= 0 - \sin h$$
$$= -\sin h$$

(4) $\tan^2\frac{\pi}{12} + \tan^2\frac{5\pi}{12} = 14$ b

باستخدام الآلة الحاسبة (يجب وضع الآلة بالراديان)

(5) $\tan\frac{7\pi}{12}$ تساوي:

ⓐ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ ⓑ $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

ⓒ $2+\sqrt{3}$ ● $-2-\sqrt{3}$

باستخدام الآلة الحاسبة (يجب وضع الآلة بالراديان)

(6) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

ⓐ $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

● $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{6}+\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{6}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin x+\frac{1}{2}\cos x$$

(7) $\tan\left(h+\frac{\pi}{4}\right)$ تساوي:

ⓐ $1+\tan h$ ⓑ $\frac{1-\tan h}{1+\tan h}$

● $\frac{1+\tan h}{1-\tan h}$ ⓓ $1-\tan h$

$$\tan\left(h+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan h+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan h\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$
$$=\frac{\tan h+1}{1-\tan h}=\frac{1+\tan h}{1-\tan h}$$

(8) $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ تساوي:

- (a) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$
- (b) $\sqrt{2}(\cos x + \sin x)$
- (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos x + \sin x)$
- (d) ● $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = \cos x \cdot \cos\frac{\pi}{4} + \sin x \cdot \sin\frac{\pi}{4}$$
$$= \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos x + \sin x\right)$$

(9) $\cos 94° \cos 18° + \sin 94° \sin 18°$ تساوي:

- (a) $\cos 112° = -0.374...$
- (b) ● $\cos 76° = 0.2419..$
- (c) $\sin 112° = 0.9271..$
- (d) $\sin 76° = 0.970..$

باستخدام الحاسبة
$= 0.2419..$

أو باستخدام القانون :

$$\cos 94° \cdot \cos 18° + \sin 94° \cdot \sin 18° = \cos(94 - 18)$$
$$= \cos 76°$$

(10) $\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي:

- (a) $\cos\frac{4\pi}{21} = 6.8262$
- (b) ● $\sin\frac{4\pi}{21} = 0.5633$
- (c) $\cos\frac{10\pi}{21} = 0.0747$
- (d) $\sin\frac{10\pi}{21} = 0.997$

بالآلة :
0.5633

أو باستخدام القانون :

$$\sin\frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7} \cdot \cos\frac{\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{7}\right)$$
$$= \sin\left(\frac{4\pi}{21}\right)$$

(11) $\dfrac{\tan\frac{\pi}{5}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{5}\tan\frac{\pi}{3}}$ تساوي:

الناتج -0.44522

(a) $\tan\dfrac{2\pi}{15}$ $=0.44522$

(b) $\tan\dfrac{8\pi}{15}$ $=-9.514$

(c) $\tan\left(\dfrac{-8\pi}{15}\right)$ $=9.514$

(d) $\tan\left(\dfrac{-2\pi}{15}\right)$ $=-0.44522$

أو باستخدام القانون:

$$\frac{\tan\frac{\pi}{5}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{5}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}=\tan\left(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{3}\right)$$
$$=\tan\left(\frac{-2\pi}{15}\right)$$

متطابقات ضعف الزاوية ونصفها

(1) $\sin 4x = 2\sin 2x\cos 2x$ (b)

$\sin 4x = 2\sin 2x\cdot\cos 2x$

"يمكن تعويض x بزاوية في الطرفين والتحقق بالآلة

لكن يفضل تجريب أكثر من زاوية وبالأكثر من ربع"

(3) $\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}$ (b)

$\sin\dfrac{x}{2}=\mp\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}}$ $\xrightarrow{\text{بالتربيع}}$ $\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}$

"يمكن تعويض x بزاوية في الطرفين والتحقق بالآلة

لكن يفضل تجريب أكثر من زاوية وبالأكثر من ربع"

(4) $\cos 6x = 2\cos^2 3x - 1$ (b)

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$\cos 6x = 2\cos^2 3x - 1$

" يمكن تعويض x بزاوية في الطرفين والتحقق بالآلة
لكن يفضل تجريب أكثر من زاوية وبأكثر من ربع "

(5) $\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1$ (b)

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1$

" يمكن تعويض x بزاوية في الطرفين والتحقق بالآلة
لكن يفضل تجريب أكثر من زاوية وبأكثر من ربع "

(6) $2\cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي:

(a) $\frac{1+\cos x}{2}$

(b) $1+\cos x$

(c) $1+\cos 2x$

(d) $\frac{1-\cos 2x}{2}$

(القانون: $\cos\frac{x}{2} = \mp\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$ بالتربيع $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$ نضرب 2

$2\cos^2\frac{x}{2} = 1+\cos x$

$\boxed{\text{أو}}$ " يمكن تعويض x بزاوية في الطرفين والتحقق بالآلة
لكن يفضل تجريب أكثر من زاوية وبأكثر من ربع "

(7) $\cos\frac{\pi}{8}$ تساوي:

(a) $\frac{2+\sqrt{2}}{2} = 1.7...$

(b) $\sqrt{2}-1 = 0.414..$

(c) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} = 0.923879..$

(d) $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} = 0.3826..$

باستخدام الآلة الحاسبة (الحاسبة وضع راديان)

$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0.923879..$

(8) إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، $\cos\theta = \frac{-7}{25}$ فإن $\cos\frac{\theta}{2}$ يساوي:

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{-2}{5}$

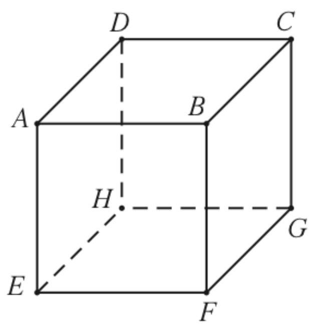
(●) $\frac{-3}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} = \mp\sqrt{\frac{1+\frac{-7}{25}}{2}}$$

$$\because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Longrightarrow \cos\theta = -\frac{3}{5}$$

المستقيمات والمستويات في الفضاء

$ABCDEFGH$ مكعّب.



(1) المستقيمان HG, AB يعينان مستويًا. مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستوى وحيد (b) (●)

(2) النقاط B, D, H, F تعيّن مستويًا. $\overleftrightarrow{HF} \parallel \overleftrightarrow{BD}$ مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستوى يحوي النقاط B,D,H,F (b) (●)

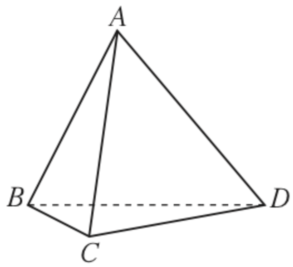
(3) النقاط A, B, G, C تعيّن مستويًا. $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{GC}$ مستقيمان متخالفان لا يعينان مستوى (●) (a)

(4) المستقيمان EF, GC يعينان مستويًا. مستقيمان متخالفان لا يعينان مستوى (●) (a)

(5) المستقيمان AB, BC يعينان مستويًا. (b) (●)

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$ متقاطعان في B فهما يعينان مستوى

(6) النقاط B, C, D تعيّن:



a) مستويًا واحدًا
b) مستويين مختلفين
c) عدد لا منته من المستويات المختلفة
d) لا يمكن أن تعيّن مستويًا

ثلاث نقاط مختلفة ليست
على استقامة واحدة

المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء

(1) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل.

a

المستويان يشتركان بمستقيم
أي أنه إذا اشترك المستويان في نقطة على الأقل
يكون متوازيين أو متقاطعين

(2) إذا وازى مستقيم مستويًا فإنهما لا يشتركان في أي نقطة من نقاطهما.

a

إذا وقع المستقيم بأكمله في المستوى فإنه يوازيه
وفي هذه الحالة يكون بينهما نقاط مشتركة

(3) إذا وازى مستقيم l مستوي π فإن $\overleftrightarrow{l}$ يوازي مستقيمًا وحيدًا في π

(a)

إذا وازى مستقيم مستوىً فإنه يوازي عدد لانهائي من المستقيمات داخل هذا المستوى

(4) إذا كان: $\pi \,/\!/\, \overleftrightarrow{m}$ ، $\pi \,/\!/\, \overleftrightarrow{l}$ فإن $\overleftrightarrow{m} \,/\!/\, \overleftrightarrow{l}$

(a)

قد يكون $\overleftrightarrow{l} , \overleftrightarrow{m}$ متوازيان أو متقاطعان أو ...

(5) إذا توازى مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًّا من هذين المستقيمين.

(b)

نتيجة (1)

إذا توازى مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان،

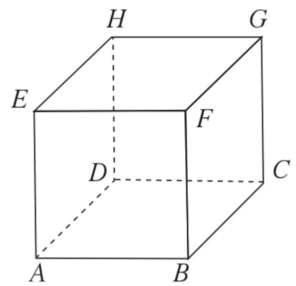
فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًّا من هذين المستقيمين.

(6) إذا توازى مستويان مختلفان وقطعهما مستوٍ ثالث فإن خطّي التقاطع:

(a) متقاطعان　(b) متخالفان　متوازيان　(d) متعامدان

نظرية (4)

(8) في المكعّب $ABCDEFGH$، $\overleftrightarrow{EG}$, $\overleftrightarrow{BD}$ هما:



(a) متوازيان

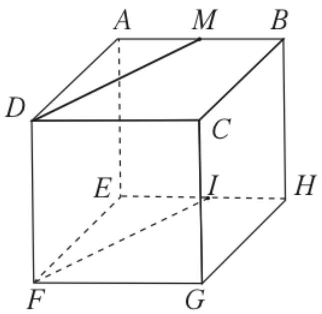
(b) متقاطعان

متخالفان

(d) يحويهما مستوٍ واحد

تعامد مستقيم مع مستوٍ

أسئلة التمرينين (1−2)، على الشكل المقابل حيث $ABCDEHGF$ مكعّب،
النقطة M منتصف $\overline{AB}$، I منتصف $\overline{EH}$.

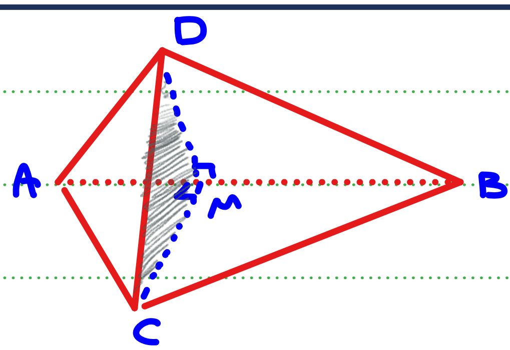


(1) $\overleftrightarrow{MI} \perp (EFGH)$ (b)

(2) $\overleftrightarrow{MD} \perp (BCGH)$ (a)

(3) إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة جميع أحرفه متطابقة فإن: $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (b)

لتكن M منتصف $\overline{AB}$

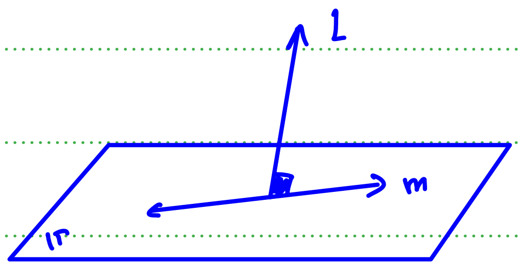


$\overline{CM} \perp \overline{AB}$, $\overline{DM} \perp \overline{AB}$

$\therefore \overline{AB} \perp (CMD)$

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{CD}$

(4) إذا كان $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$, $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \subset \pi$ ⓐ



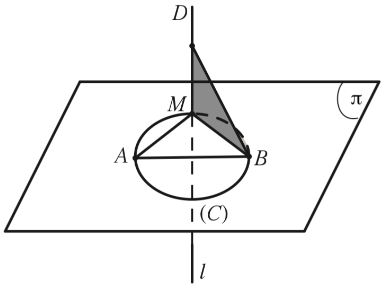
(5) إذا كان المستقيمان m , l متخالفان و كان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{n}$ ⓐ

$\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{n}$ قد يكونان متوازيان أو متخالفان أو متعامدان

(6) إذا كان المستقيمان m , l متخالفان و كان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l}$, $\overleftrightarrow{n}$ متخالفان. ⓐ

متخالفان أو متوازيان أو متقاطعان

(7) في الشكل المقابل :



إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp (AMB)$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:

(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$

(b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$

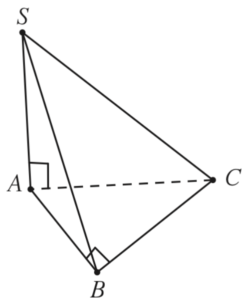
(d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$

$m(\widehat{AMB}) = 90^\circ \quad \therefore \overleftrightarrow{AM} \perp \overleftrightarrow{MB}$

$\overleftrightarrow{l} \perp (AMB) \quad \therefore \overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{AM}$

$\therefore \quad \overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$

(8) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B}) = 90^\circ$ ، $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن:



(a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين.

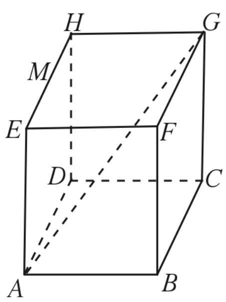
(b) $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

$\overleftrightarrow{SA} \perp \overline{BC} \quad , \quad \overline{AB} \perp \overline{BC}$

$\therefore \quad \overleftrightarrow{BC} \perp (SAB)$

(9) يمثل الشكل المقابل مكعبًا، إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي:



(a) $\sqrt{3}$ cm

(b) $3\sqrt{3}$ cm

(c) 9 cm

(d) 18 cm

طول قطر المكعب = طول الحرف × $\sqrt{3}$

$= 3 \times \sqrt{3}$

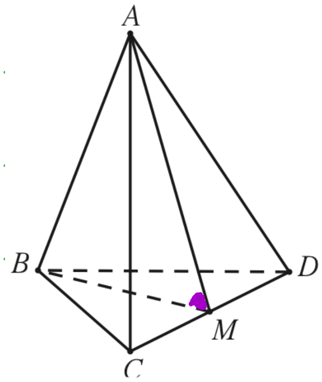
$= 3\sqrt{3}$

الزاوية الزوجية

أسئلة التمرينين (2–1)، على الشكل المقابل.

إذا كان $ABCD$ هرم جميع حروفه متساوية الطول، M منتصف $\overline{CD}$

(1) $\overline{CD}$ عمودي على $\overline{AB}$ a b



$\overleftrightarrow{BM} \perp \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{AM} \perp \overleftrightarrow{CD}$

$\therefore \overleftrightarrow{CD} \perp (AMB)$, $\overline{AB} \subseteq (ABM)$

$\therefore CD \perp AB$

(2) الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $(BDC , \overleftrightarrow{DC} , ADC)$ هي $A\widehat{M}D$ a b

$\overleftrightarrow{DC}$ حافة زاوية زوجية

$\overleftrightarrow{BM} \perp DC$, $\overleftrightarrow{AM} \perp \overleftrightarrow{DC}$

أسئلة التمرينين (4–3)، على الشكل المقابل.

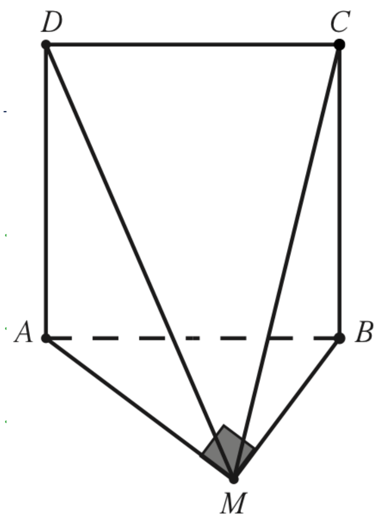
المثلث AMB قائم الزاوية في M، $\overleftrightarrow{AD}$ متعامد مع المستوي AMB

إذا أخذنا النقطة C بحيث يكون $ABCD$ مربعًا.

فإن:

(3) $\overleftrightarrow{BM}$ متعامد مع (MAD) a b

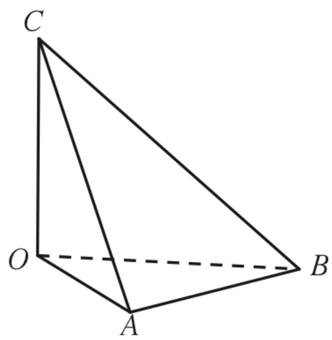
(4) $\overleftrightarrow{CB}$ متعامد مع (AMB) a b



$\overleftrightarrow{BM} \perp \overleftrightarrow{AM}$, $\overleftrightarrow{BM} \perp \overleftrightarrow{DA} \longrightarrow \overleftrightarrow{BM} \perp (MAD)$ (3)

$\overleftrightarrow{AD} \perp (AMB)$, $\overleftrightarrow{CB} \parallel \overleftrightarrow{AD}$ $\therefore \overleftrightarrow{CB} \perp (AMB)$ (4)

أسئلة التمرينين (9–8) على الشكل المقابل.



إذا كان OAB مثلث فيه:

$m(A\widehat{O}B) = 60^\circ$ ، $OB = 2x$ ، $OA = x$

$\overleftrightarrow{OC}$ متعامد مع المستوي OAB

(8) طول $\overline{AB}$ يساوي:

a x **b** $x\sqrt{2}$ ● $x\sqrt{3}$ **d** $\frac{x}{2}$

في المثلث OAB ومن قاعدة جيب التمام

$(AB)^2 = (2x)^2 + (x)^2 - 2(2x)(x)\cdot\cos(60^\circ)$

$= 3x^2$

$\therefore \quad AB = \sqrt{3}\,x$

(9) قياس الزاوية الزوجية $(AOC, \overleftrightarrow{OC}, BOC)$ هو:

(a) 30°	(b) 45°	60°	(d) 90°

$\overleftrightarrow{OC}$ خط التقاطع أو حافة زاوية زوجية.

$\overleftrightarrow{OC} \perp \overleftrightarrow{OB}$ في المستوى OBC

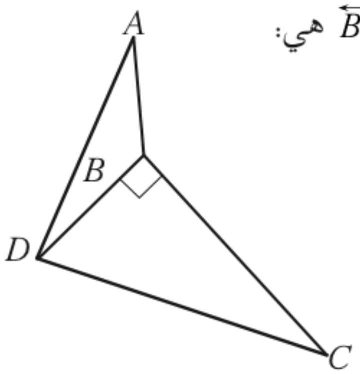
$\overleftrightarrow{OC} \perp \overleftrightarrow{OA}$ في المستوى AOC

∴ زاوية $(A\hat{O}B)$ هي الزاوية المستوية

للزاوية الزوجية وقياسها معطى $60°$

(10) في الشكل المقابل، المثلث DBC قائم الزاوية في B،

فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي:



$A\hat{B}C$	(a) $D\hat{B}C$
(d) $A\hat{D}C$	(c) $A\hat{B}D$

$\overleftrightarrow{BD}$ حافة الزاوية الزوجية

$\overleftrightarrow{DB} \perp \overleftrightarrow{BC}$ ، $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$ ∴ $AB \perp (DBC)$

∴ الزاوية $(A\hat{B}C)$ بين المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$

هي الزاوية المستوية

مبدأ العد والتباديل والتوافيق

(1) قيمة المقدار $10!$ هي $3\,628\,800$ 　 a 　 b

باستخدام الآلة الحاسبة $10! = 3628800$

(2) قيمة المقدار $4! \times 5!$ هي 360 　 a 　 b

باستخدام الآلة الحاسبة

$5! \times 4! = 2880$

(3) عدد طرق جلوس 4 أشخاص على 4 مقاعد في صفّ هو $4!$ 　 a 　 b

استخدام المبدأ الأساسي في العد $4!$

استخدام التباديل (لأن الترتيب مهم في صف واحد)

$_4P_4 = 4!$

(4) قيمة المقدار $3 \times {}_5C_4$ هي 15 　 a 　 b

باستخدام الآلة الحاسبة

(5) $(n-r)! = n! - r!$

ⓐ ●

يمكن اثبات صحة الخطأ بمثال :

$(4-1)! = 6$ $6 \neq 23$

$4! - 1! = 24 - 1 = 23$

$(n-r)! \neq n! - r!$

(6) قيمة المقدار $\frac{10!}{7!3!}$ هي

ⓓ 1 ● 120 ⓑ $\frac{1}{120}$ ⓐ $\frac{10}{21}$

باستخدام الآلة الحاسبة

$\frac{10!}{7! \times 3!}$

انتبه ضع ضرب في الحاسبة

(7) قيمة المقدار ${}_{10}C_6 \times {}_6P_4$ هي:

ⓓ 210 ⓒ 2.5 ⓑ 7 560 ● 75 600

باستخدام الآلة الحاسبة

${}_{10}C_6 \times {}_6P_4 = 75600$

(8) قيمة المقدار $\frac{{}_7C_4}{{}_9C_4} \times {}_9C_2$ هي:

ⓓ 735 ● 10 ⓑ 5.184 ⓐ 18

باستخدام الآلة الحاسبة

${}_9C_2 \times \frac{{}_7C_4}{{}_9C_4} = 10$

(9) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 5 لاعبين لفريق السلة من بين 12 لاعبًا إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهمًّا؟

a) 95 040 b) 475 200 c) 392 d) 11 404 800

∵ بترتيب مهم :
∴ نستخدم التباديل

$_{12}P_5 = 95040$

(10) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام مختلفة؟

a) 210 b) 35 c) 840 d) 24

$_7C_3 = 35$ الترتيب غير مهم

(14) إذا كان: $_nP_3 = 60$ فإن n تساوي

a) 6 b) 5 c) 4 d) 2

$_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

(15) مجموعة حلّ المعادلة: $_6C_r = 15$ هي:

a) {2} b) {4} c) {2, 4} d) {3}

باستخدام الحاسبة نعوض الحلول

$_6C_2 = 15$

$_6C_4 = 15$

نظرية ذات الحدين

(1) مفكوك $(c+1)^5$ هو: $c^5+5c^4+10c^3+10c^2+5c+1$ (b)

$_5C_0\,(c)^5 + {_5C_1}\,(c)^4(1)^1 + {_5C_2}\,(c)^3(1)^2 + {_5C_3}\,(c)^2(1)^3 + {_5C_4}\,(c)^1(1)^4 + {_5C_5}(1)^5$

$c^5 + 5c^4 + 10c^3 + 10c^2 + 5c + 1$

(2) إذا كان الحد $126c^4d^5$ أحد حدود مفكوك $(c+d)^n$، فإنّ قيمة n هي 5 (a)

$T_{r+1} = {_nC_r}\cdot x^{n-r}\cdot y^r$

اس d هو $\boxed{r=5}$ بفرض $n=5$ خارث

$T_6 = {_5C_5}\cdot c^{5-5}\cdot d^5 = d^5$

(3) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(r+x)^n$ هو 7 فإنّ قيمة n هي 7 (b)

الحد الثاني $r+1=2 \leftarrow \boxed{r=1}$

$T_2 = {_nC_1}\cdot(r)^{n-1}\cdot x^1 = {_nC_1}\cdot r^{n-1}\cdot x$

$\Rightarrow {_nC_1} = 7 \Rightarrow n=7$

أو بفرض $n=7$
خارج معامل الحد الثاني 7

(4) الحدّ الثاني من $(x+3)^9$ هو $54x^8$ (a)

$T_{r+1} = {_nC_r}\cdot(x)^{n-r}\cdot(y)^r$

الحد الثاني $r+1=2 \leftarrow \boxed{r=1}$ $\boxed{n=9}$

$T_2 = {_9C_1}\,(x)^8\cdot(3)^1$

$= 27\cdot x^8$

(5) معامل الحد السابع في مفكوك $(x-y)^7$ هو عدد سالب.

a

$$T_7 = {}^7C_6 \cdot (x)^{7-6} \cdot (-y)^6$$

$$= 7x \cdot y^6$$

موجبة لذلك اخترنا b

في التمارين (6—11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة:

(6) مفكوك $(a-b)^3$ هو:

a) $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$

b) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

c) $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$

d) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$(a-b)^3 = {}^3C_0\,(a)^3 + {}^3C_1\,(a)^2(-b)^1 + {}^3C_2\,(a)^1(-b)^2 + {}^3C_3\,(-b)^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

(7) الحد الثالث من مفكوك $(a-b)^7$ هو:

a) $-21a^5b^2$

b) $-7a^6b$

c) $7a^6b$

d) $21a^5b^2$

T_3 الحد الثالث

$r+1=3$

$\boxed{n=7}$ $\boxed{r=2}$

$$T_3 = {}^7C_2\,(a)^5 \cdot (-b)^2$$

$$= 21\,a^5 \cdot b^2$$

(8) في مفكوك $(2a-3b)^6$ الحد الذي معامله 2 160 هو:

ⓐ الحدّ الثاني T_2 — ⓑ الحد الثالث T_3

ⓒ الحد الرابع T_4 — ⓓ الحد الخامس T_5

$T_3 = {}^6C_2 \cdot (2a)^{6-2} \cdot (-3b)^2$

$= 2160 \cdot a^4 \cdot b^2$

(9) معامل الحد الثالث في مفكوك $(3c-4b)^5$ هو:

ⓐ 5 170 — ⓑ 3 312

ⓒ 4 320 — ⓓ 2 316

$r+1=3$

$r=2$

$n=5$

$T_3 = {}^5C_2\ (3c)^{5-2} \cdot (-4b)^2$

$= 10 \times 3^3 \cdot c^3 \times 16 \cdot b^2$

$= 4320\ c^3 \cdot b^2$

(10) في مفكوك $(x+y)^9$ تكون رتبة الحد: $126x^5y^4$ هي:

ⓐ الرابعة — ⓑ الخامسة — ⓒ السادسة — ⓓ التاسعة

اس y هو $r=4$

T_{r+1}

T_5

(11) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

a T_3 b T_6 c T_5 d T_8

n = 8 ، r = 5 اس y هو

$T_{r+1} = {}_nC_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$

T_6