

# رياضيات

الصف الثاني عشر علمي

مذكرات المختبر الأول

محتوى القصير

التكامل غير المحدد

التكامل بالتعويض

تكامل الدوال المثلثية

الدوال الأسية واللوغاريتمية

أ : سلامة علي الركاض



## التكامل غير المحدد

## تعريف المشتقة العكسية

مثال 1

أثبت أن:  $F(x) = x^3 + 5x + 3$  هي مشتقة عكسية للدالة:  $f(x) = 3x^2 + 5$   
ثم اكتب الصورة العامة للمشتقة العكسية.

حاول أن تحل 1

أثبت أن:  $F(x) = 5 - \frac{1}{3}x^3$  هي مشتقة عكسية للدالة  $f(x) = -x^2$   
ثم اكتب مشتقة عكسية أخرى لها.

مثال 2

أثبت أن:  $F(x) = x^2 - \frac{1}{x}$  هي مشتقة عكسية للدالة:  $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$



أثبت أن:  $F(x) = \frac{x^3+1}{x^2}$  هي مشتقة عكسية للدالة:  $f(x) = 1 - \frac{2}{x^3}$

حاول أن تحل 2

### كراسة التمارين

(1) أثبت أن:  $F(x) = (3x+2)^5 + 7$  هي مشتقة عكسية للدالة  $f(x) = 15(3x+2)^4$ .

في التمرينين (2-3)، تحقق من أن  $F$  هي مشتقة عكسية للدالة  $f$  حيث:

(2)  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 10$

$f(x) = x^2 - 2x + 1$

(3)  $F(x) = \sqrt{1+x^4}$

$f(x) = \frac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}}$



أوجد:

مثال 3

a  $\int 5dx$

b  $\int 4x^3 dx$

أوجد:

حاول أن تحل 3

a  $\int 15 dx$

b  $\int 5x^4 dx$

احسب:  $\int (x^2 - 2x + 5)dx$

مثال 4

احسب:  $\int (3x^2 - 4x - 1)dx$

حاول أن تحل 4

## كراسة التمارين

في التمارين (4-14)، احسب التكامل.

(4)  $\int (x^5 - 6x + 3)dx$

(5)  $\int (3 - 6x^2)dx$

أوجد التكاملات غير المحددة التالية:

مثال 5

a  $\int \frac{1}{x^2} dx$





b  $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} dx$

c  $\int \left( \frac{x^2 - 2}{x^2} \right)^2 dx$

أوجد التكاملات غير المحددة التالية:

حاول أن تحل 5

a  $\int (2x - 3)(x + 4) dx$

b  $\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx$

c  $\int \left( \frac{3x^2 - x}{x} \right)^2 dx$



(6)  $\int \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} dx$  .....

(7)  $\int \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) dx$  .....

(8)  $\int \frac{x^4 - 27x}{x^2 - 3x} dx$  .....

(9)  $\int (x-2)(2x+3) dx$  .....

أوجد:

مثال 6

a  $\int \sqrt{x} dx$  .....

b  $\int \sqrt[5]{x^2} dx$  .....

c  $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$  .....

أوجد:

حاول أن تحل 6

a  $\int x\sqrt{x} dx$  .....



b  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

c  $\int \frac{x^2 - 3x}{\sqrt[3]{x}} dx$

### كراسة التمارين

(10)  $\int \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx$

احسب التكامل.

(11)  $\int \frac{x-\sqrt{x}}{x} dx$

(12)  $\int \frac{5+2x}{\sqrt{x}} dx$



(13)  $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$

---

---

---

---

(14)  $\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^3}) dx$

---

---

---

---

مثال 7 إن كان:  $F(x) = \int (2x - 3) dx$  ،  $F(3) = 2$  فأوجد  $F(x)$

---

---

---

---

---

---

---

---

حاول أن تحل 7 إذا كان:  $F(x) = \int (2x + 5) dx$  ،  $F(-1) = 0$  فأوجد  $F(x)$

---

---

---

---

---

---

---

---



## كراسة التمارين

(15) إذا كان  $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$  وكان  $F(2) = 3$ ، فأوجد  $F(x)$ .

(16) إذا كان  $F(x) = \int (9x^2 - 4x + 5)dx$  وكان  $F(-1) = 0$ ، فأوجد  $F(x)$ .

## مثال 8

ألقيت كرة إلى الأعلى بسرعة ابتدائية  $15 \text{ m/s}$  من سطح برج ارتفاعه  $140 \text{ m}$  عن سطح الأرض.

a في أي زمن  $t$  سوف تصل الكرة إلى أعلى ارتفاع؟

b في أي زمن  $t$  سوف تصل الكرة إلى الأرض؟ (علمًا بأن عجلة الجاذبية الأرضية  $a(t) = 9.8 \text{ m/s}^2$ )



ألقيت كرة إلى الأعلى بسرعة ابتدائية 12 m/s من على سطح أحد الأبنية ارتفاعه 80 m عن سطح الأرض.

a في أي زمن  $t$  سوف تصل الكرة إلى أعلى ارتفاع؟

b في أي زمن  $t$  سوف تصل الكرة إلى الأرض؟

(علماً بأن عجلة الجاذبية الأرضية  $a(t) = 9.8 \text{ m/s}^2$ )

### موضوعي

في التمارين (1-5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1)  $F(x) = x^{-3}$  هي مشتقة عكسية للدالة:  $f(x) = -3x^{-4}$

(a) (b)

(2)  $\int (-x^{-3} + x - 1) dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}x^2 - x + C$

(a) (b)

(3)  $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$

(a) (b)

(4) إذا كانت:  $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ، فإن:  $f(2) = 1$ ، فإن:  $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

(5) إذا كانت:  $F(0) = 400$ ، فإن:  $F(x) = \int (3x^2 - 12x + 15) dx$ ، فإن:  $F(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 400$

(a) (b)

في التمارين (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6)  $\int \frac{4}{3} \sqrt[3]{t^2} dt =$

(a)  $\frac{3t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$

(b)  $\frac{4t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$

(c)  $\frac{4}{3} \sqrt[3]{t^5} + C$

(d)  $4 \sqrt[3]{t^5} + C$



$$(7) \int \left( \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx =$$

$$(a) \frac{3}{5} \sqrt[3]{x} (x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$$

$$(b) \frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}} (x^{-\frac{2}{3}} + 5) + C$$

$$(c) \frac{5}{3} \sqrt[3]{x} (x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$$

$$(d) \frac{5}{3} x^{\frac{4}{3}} (x^{\frac{2}{3}} + 5) + C$$

(8) إذا كان:  $\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}}$  ,  $y = -5$  ,  $x = -1$  فإنّ  $y$  تساوي:

$$(a) -\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$$

$$(b) 3x^{\frac{1}{3}} + 2$$

$$(c) 3x^{\frac{1}{3}} - 2$$

$$(d) 3x^{\frac{1}{3}}$$

$$(9) \int \frac{2x+3}{\sqrt{x}} dx =$$

$$(a) \frac{3}{4} x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + C$$

$$(b) \frac{1}{3} x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$$

$$(c) \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$$

$$(d) \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{6} x^{\frac{1}{2}} + C$$

$$(10) \int \sqrt{x} (2 + x^2) dx =$$

$$(a) \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{7} x^{\frac{7}{2}} + C$$

$$(b) \frac{3}{4} x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2} x^{\frac{7}{2}} + C$$

$$(c) \frac{1}{3} x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2} x^{\frac{7}{2}} + C$$

$$(d) \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2} x^{\frac{7}{2}} + C$$

$$(11) \int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx =$$

$$(a) x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + C$$

$$(b) 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + C$$

$$(c) x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + C$$

$$(d) 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + C$$

$$(12) \int \left( \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx =$$

$$(a) x^2 + C$$

$$(b) 2x + C$$

$$(c) \frac{x^2}{2} + 2x + C$$

$$(d) \frac{1}{3} x^3 + C$$

## التكامل بالتعويض

أوجد:

مثال 1

a  $\int (x^2 + 2x + 5)^3 (2x + 2) dx$

b  $\int \frac{\left(\frac{1}{x} + 4\right)^5}{x^2} dx$

a  $\int (x^3 + 4x^2 + x)^7 (3x^2 + 8x + 1) dx$

أوجد:

حاول أن تحل 1





b  $\int \sqrt[3]{x^2 - 5x + 2} (2x - 5) dx$

---

---

---

---

---

a  $\int \sqrt{4x - 5} dx$

مثال 2

---

---

---

---

---

---

---

---

b  $\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)^3} dx$

---

---

---

---

---

---

---

---

أوجد:

حاول أن تحل 2

a  $\int \sqrt[5]{(3x+7)} dx$

b  $\int \frac{3(\sqrt[3]{x} - 5)dx}{\sqrt[3]{x^2}}$

### كراسة التمارين

في التمارين (1-12)، استخدم التعويض المناسب لإيجاد التكامل.

(1)  $\int (2x-3)\sqrt{x^2-3x+5} dx$



$$(2) \int (4x - 5)^8 dx$$

$$(3) \int (x + 2)^3 \sqrt{x^2 + 4x - 1} dx$$

$$(4) \int (x^2 - 1) \sqrt{x^3 - 3x + 5} dx$$

$$(5) \int (x^2 - 2x)(x^3 - 3x^2 + 4)^5 dx$$

$$(6) \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{4+x^3}} dx$$

$$(7) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-3x}}$$

$$\int x(x+1)^5 dx \quad \text{أوجد:}$$

مثال 3

$$\int x(2x-1)^3 dx \quad \text{أوجد:}$$

حاول أن تحل 3



مثال 4

أوجد:  $\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$ 

حاول أن تحل 4

أوجد:  $\int x^5 \sqrt{3 + x^2} dx$

## كراسة التمارين

(8)  $\int x(3x + 2)^6 dx$

في التمارين (1-12)، استخدم التعويض المناسب لإيجاد التكامل.

(9)  $\int \frac{x}{\sqrt{1+3x}} dx$

(10)  $\int x^2 \sqrt{x-1} dx$

(11)  $\int x^3 \sqrt{x^2-2} dx$



$$(12) \int x^5 \sqrt[3]{x^3 + 1} dx$$

### موضوعي

في التمارين (1-5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(1) \int x(x^2 - 1)^{10} dx = \frac{1}{18}(x^2 - 1)^9 + C \quad \text{(a)} \quad \text{(b)}$$

$$(2) \int (x + 1) \sqrt[3]{x^2 + 2x + 3} dx = \frac{3}{8} \sqrt[3]{(x^2 + 2x + 3)^4} + C \quad \text{(a)} \quad \text{(b)}$$

$$(3) \int \frac{dx}{\sqrt{3x - 2}} = 2\sqrt{3x - 2} + C \quad \text{(a)} \quad \text{(b)}$$

$$(4) \int (2x^2 - 1)(2x^3 - 3x + 4)^5 dx = \frac{1}{18}(2x^3 - 3x + 4)^6 + C \quad \text{(a)} \quad \text{(b)}$$

$$(5) \int x \sqrt[3]{x + 2} dx = \frac{3}{7}(x + 2)^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{2}(x + 2)^{\frac{4}{3}} + C \quad \text{(a)} \quad \text{(b)}$$

في التمارين (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \int x(x^2 + 2)^7 dx =$$

$$\text{(a)} \quad \frac{1}{16}(x^2 + 2)^8 + C$$

$$\text{(b)} \quad \frac{1}{4}(x^2 + 2)^8 + C$$

$$\text{(c)} \quad \frac{1}{12}(x^2 + 2)^6 + C$$

$$\text{(d)} \quad \frac{1}{3}(x^2 + 2)^6 + C$$

$$(7) \int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx =$$

$$(a) \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(b) \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$(c) \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(d) \frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(8) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}} =$$

$$(a) \frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(b) \frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(c) 2(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(d) \frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(9) \int \frac{(2+\sqrt{x})^{12}}{\sqrt{x}} dx =$$

$$(a) \frac{13}{2}(2+\sqrt{x})^{13} + C$$

$$(b) \frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13} + C$$

$$(c) \frac{1}{26}(2+\sqrt{x})^{13} + C$$

$$(d) \frac{1}{22}(2+\sqrt{x})^{11} + C$$

$$(10) \int \frac{(x+1)}{\sqrt[3]{x^2+2x+3}} dx =$$

$$(a) \frac{3}{4}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$$

$$(b) \frac{3}{2}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$$

$$(c) 3\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$$

$$(d) \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^2+2x+3} + C$$

$$(11) \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx =$$

$$(a) \frac{3}{2}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$$

$$(b) \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt{x+1} + C$$

$$(c) \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$$

$$(d) \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + 2\sqrt{x+1} + C$$

(12) إذا كانت:  $F(x) = \int (x+1)(2x^2+4x-1)dx$  ،  $F(-2) = \frac{9}{8}$  ، فإن:  $F(x)$  تساوي:

$$(a) \frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2 + \frac{5}{4}$$

$$(b) \frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2 + 1$$

$$(c) \frac{1}{4}(2x^2+4x-1)^2 + 1$$

$$(d) 4(2x^2+4x-1)^2 - 1$$





## تكمّل الدوال المثلثية

مثال 1

أوجد التكاملات غير المحددة التالية:

a  $\int (\sin x + \sec^2 x) dx$

.....

b  $\int \csc x (\cot x + \csc x) dx$

.....

.....

c  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$

.....

.....

أوجد التكاملات غير المحددة التالية:

حاول أن تحل 1

a  $\int (\cos x + \csc^2 x) dx$

b  $\int \sec x (\tan x + \sec x) dx$

c  $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$

أوجد:

مثال 2

a  $\int \cos 4x dx$

b  $\int (2x - \sin 3x) dx$

c  $\int x \csc^2(x^2 - 1) dx$

أوجد:

حاول أن تحل 2

a  $\int \sin 5x dx$

b  $\int (x^2 + \cos 2x) dx$



c  $\int x \sec^2(x^2 + 2) dx$

---

---

---

---

---

---

أوجد: مثال 3

a  $\int \cos^4 t \cdot \sin t \, dt$

---

---

---

---

---

---

b  $\int \sec^2 x \cdot \tan x \, dx$

---

---

---

---

---

---

أوجد: حاول أن تحل 3

a  $\int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx$

---

---

---

---

---

---

b  $\int \csc^2 x \cdot \cot x \, dx$

### كراسة التمارين

في التمارين (1-14)، أوجد قيمة التكامل.

(1)  $\int (\sec x \tan x + \sin x) \, dx$

(2)  $\int (\csc x \cot x + \sec^2 x) \, dx$

(3)  $\int \left( \frac{-1}{x^2} + 5 \sin 3x \right) \, dx$

(4)  $\int \sin^4 x \cos x \, dx$

(5)  $\int \cos^5 x \sin x \, dx$



(6)  $\int x^2 \sin(x^3 + 1) dx$

(7)  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

a  $\int \sin^5(x+1) \cdot \cos(x+1) dx$

أوجد:

مثال 4

b  $\int x^3 \cdot \cos(x^4 + 5) dx$

c  $\int (1 + \cos x)^6 \sin x dx$

أوجد:

حاول أن تحل 4

a  $\int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$

b  $\int x^2 \cdot \sin(x^3 - 1) dx$

c  $\int (3 + \sin 2x)^5 \cos 2x dx$

أوجد:  $\int \sec^4 x \tan x dx$

مثال 5



$$\int \csc^5 x \cot x \, dx \quad \text{أوجد:}$$

حاول أن تحل 5

### كراسة التمارين

$$(8) \int \sec^3 x \tan x \, dx$$

$$(9) \int \csc^3 x \cot x \, dx$$

$$(10) \int \sqrt{\cot x} \csc^2 x \, dx$$

(11)  $\int \sqrt{\tan x} \sec^2 x \, dx$

.....

.....

.....

.....

(12)  $\int \sqrt{1 + \sin x} \cos x \, dx$

.....

.....

.....

.....

(13)  $\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$

.....

.....

.....

.....

(14)  $\int \frac{dx}{(\cos^2 x) \sqrt{1 + \tan x}}$

.....

.....

.....

.....





في التمارين (1-5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- |  |     |     |
|--|-----|-----|
| (1) $\int \sec^2 x \, dx = \tan x + C$   | (a) | (b) |
| (2) $\int \csc^2 x \, dx = \cot x + C$   | (a) | (b) |
| (3) $(F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = -1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$  | (a) | (b) |
| (4) $(F'(x) = \cos x + \sin x, F(\pi) = 1) \Rightarrow F(x) = \sin x - \cos x$ | (a) | (b) |
| (5) $(F'(x) = \sec x \tan x, F(0) = 4) \Rightarrow F(x) = \sec x + 3$          | (a) | (b) |

في التمارين (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة  $f$  حيث  $f(x) = 8 + \csc x \cot x$  هي:

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| (a) $F(x) = 8x + \csc x + C$ | (b) $F(x) = 8x - \cot x + C$ |
| (c) $F(x) = 8x - \csc x + C$ | (d) $F(x) = 8x + \cot x + C$ |

(7)  $\int \csc(5x) \cot(5x) \, dx =$

(a)  $\frac{1}{5} \csc(5x) + C$

(b)  $\csc(5x) + C$

(c)  $\frac{1}{5} \cot(5x) + C$

(d)  $-\frac{1}{5} \csc(5x) + C$

(8)  $\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x \, dx =$

(a)  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(b)  $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(9) إذا كانت  $y_{\theta=0} = -3$  ، فإن  $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$  تساوي:

(a)  $-\cos\theta$

(c)  $-2 - \cos\theta$

(b)  $2 - \cos\theta$

(d)  $4 - \cos\theta$

(10)  $\int \sec^5 x \tan x \, dx =$

(a)  $\frac{5}{3} \sec^5 x + C$

(c)  $\frac{1}{5} \sec^5 x + C$

(b)  $\frac{1}{5} \sec^6 x + C$

(d)  $-\frac{5}{3} \sec^5 x + C$

(11)  $\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + \cot x}} \, dx =$

(a)  $\frac{3}{2} (2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(c)  $-2\sqrt{2 + \cot x} + C$

(b)  $-\frac{3}{2} (2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(d)  $\frac{4}{3} (2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + C$

(12)  $\int \frac{\sin(4x)}{\cos^5(4x)} \, dx =$

(a)  $-\frac{1}{16} \cos^{-4}(4x) + C$

(c)  $-\cos^{-4}(4x) + C$

(b)  $\frac{1}{16} \cos^{-4}(4x) + C$

(d)  $\cos^{-4}(4x) + C$



## الدوال الأسية واللوغاريتمية

## اشتقاق الدوال الأسية

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

مثال 1

a  $f(x) = 3^x$  .....

b  $f(x) = 6^{\sqrt{x}}$  .....

c  $f(x) = 10^{\sin x}$  .....

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

حاول أن تحل!

a  $f(x) = 10^x$  .....

b  $f(x) = 3^{\frac{1}{x}}$  .....

c  $f(x) = 5^{\cos x}$  .....

## كراسة التمارين

في التمارين (1-15)، أوجد  $\frac{dy}{dx}$ .

(1)  $y = 7^x$

(2)  $y = 5^{\sqrt{x+1}}$

(3)  $y = 8^{\tan x}$

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

مثال 2

a  $f(x) = e^{\frac{2x}{3}}$

b  $g(x) = e^{x^2+3x-1}$

c  $h(x) = e^{\sec x}$

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

حاول أن تحل 2

a  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

b  $g(x) = e^{x^2-4}$

c  $h(x) = e^{\tan x}$



# كراسة التمارين

(4)  $y = 2e^x$

(7)  $y = e^{x^2-x+1}$

(10)  $y = e^{x^4-5}$

(5)  $y = e^{-x}$

(8)  $y = e^{2\sqrt{x}+3}$

(6)  $y = 3e^{\frac{x}{5}}$

(9)  $y = e^{\csc x}$

## مثال 3

أوجد مشتقات كل من الدوال التالية:

a  $f(x) = \ln x^2$

b  $g(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

c  $h(x) = \ln \sqrt{x}$

d  $k(x) = \ln(\cos x)$

## حاول أن تحل 3

أوجد مشتقات كل من الدوال التالية:

a  $f(x) = \ln(2x + x^3)$

b  $g(x) = \ln \frac{1}{2x+1}$

c  $h(x) = \ln(1 + \sqrt{3}x)$

d  $h(x) = \ln(\sin x)$



# كراسة التمارين

(11)  $y = \ln(x^3)$

(12)  $y = \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$

(13)  $y = \ln(x + 2)$

(14)  $y = \ln(2 - \cos x)$

(15)  $y = \ln(\ln x)$

أوجد:

مثال 4

a  $\int 2e^x dx$

b  $\int 2x \cdot e^{x^2+3} dx$

a  $\int e^{3x} dx$

أوجد:

حاول أن تحل 4

b  $\int (2x - 1)e^{x^2-x+3} dx$

### كراسة التمارين

في التمارين (16-27)، أوجد التكامل غير المحدد في كل مما يلي:

(16)  $\int e^{0.1x} dx$





$$(17) \int \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$$

$$(18) \int (2x + 1) e^{x^2 + x + 4} dx$$

$$(19) \int (x^2 - 2) e^{x^3 - 6x} dx$$

$$(20) \int \left( e^{0.5x} + \frac{0.5}{x} \right) dx$$

أوجد:

مثال 4

a  $\int 2e^x dx$

b  $\int 2x \cdot e^{x^2+3} dx$

a  $\int e^{3x} dx$

أوجد:

حاول أن تحل 4

b  $\int (2x - 1)e^{x^2-x+3} dx$

### كراسة التمارين

في التمارين (16-27)، أوجد التكامل غير المحدد في كل مما يلي:

(16)  $\int e^{0.1x} dx$



$$(17) \int \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$$

$$(18) \int (2x + 1) e^{x^2 + x + 4} dx$$

$$(19) \int (x^2 - 2) e^{x^3 - 6x} dx$$

$$(20) \int \left( e^{0.5x} + \frac{0.5}{x} \right) dx$$

أوجد:

مثال 5

a  $\int \frac{3}{2x+5} dx$

---

---

---

---

b  $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+7} dx$

---

---

---

---

c  $\int \frac{x^2-5x+6}{x} dx$

---

---

---

---

---

---

---

a  $\int \frac{-5}{3x-2} dx$

أوجد:

حاول أن تحل 5

---

---

---

---



b  $\int \frac{3t^2 - 6t}{t^3 - 3t^2 + 8} dt$

c  $\int \frac{x^3 + 4}{x} dx$

### كراسة التمارين

(21)  $\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$

(22)  $\int \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$

$$(23) \int \frac{x^3 - x}{x^4 - 2x^2} dx$$

$$(24) \int \frac{x^2 + 1}{x} dx$$

$$(25) \int \frac{2}{3x + 1} dx$$

مثال ٦ أوجد:  $\int \tan x dx$



أوجد:  $\int \cot x \, dx$ 

حاول أن تحل 6

### كراسة التمارين

(26)  $\int (2 \tan x - \csc^2 x) \, dx$

(27)  $\int (\cot x + x^2) \, dx$

## موضوعي

في التمارين (1-6)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- |     |     |
|-----|-----|
| (a) | (b) |
| (a) | (b) |
| (a) | (b) |
| (a) | (b) |
| (a) | (b) |
| (a) | (b) |

(1) إذا كانت:  $y = 4^{x-2}$  فإن:  $\frac{dy}{dx} = 4x$

(2) إذا كانت:  $f(x) = e^{x^2}$  فإن:  $f'(x) = 2xe^{2x}$

(3) إذا كانت:  $g(x) = \ln(2x+2)$  فإن:  $g'(x) = \frac{1}{2x+2}$

(4) إذا كانت:  $y = x \ln x - x$  فإن:  $y' = \ln x$

(5)  $\int \frac{1}{2x} dx = \frac{\ln x}{2} + C$

(6)  $\int \frac{1}{3x+1} dx = \ln(3x+1) + C$

في التمارين (7-14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كانت  $y = e^{-5x}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $e^{-5x}$

(b)  $-e^{-5x}$

(c)  $-5e^{-5x}$

(d)  $5e^{-5x}$

(8) إذا كانت  $y = x^2 e^x - x e^x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $e^x(x^2 + x - 1)$

(b)  $e^x(x^2 - x)$

(c)  $2x e^x - e^x$

(d)  $e^x(x^2 + 2x + 1)$

(9) إذا كانت  $y = (\ln x)^2$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $\frac{\ln x}{x}$

(b)  $\frac{2 \ln x}{x}$

(c)  $\frac{x \ln x}{2}$

(d)  $\frac{2 \ln^2 x}{x}$

(10) إذا كانت  $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-\frac{10}{x}$

(b)  $\frac{10}{x}$

(c)  $\frac{1}{x}$

(d)  $-\frac{1}{x}$





(11) إذا كانت  $y = \ln(x^2 + 1)$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $\frac{x}{x^2 + 1}$

(c)  $\frac{2x}{x^2 + 1}$

(b)  $\frac{2}{x^2 + 1}$

(d)  $-\frac{2x}{x^2 + 1}$

(12)  $\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx =$

(a)  $2\ln(x^2 + 1) + C$

(c)  $\frac{x^2}{x^2 + 1} + C$

(b)  $\ln(x^2 + 1) + C$

(d)  $\frac{x}{\frac{1}{3}x^2 + 1} + C$

(13)  $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

(a)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(c)  $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

(b)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(d)  $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(14)  $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx =$

(a)  $-\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

(c)  $-\ln|e^x - 4| + C$

(b)  $\ln|e^x - 4| + C$

(d)  $\frac{1}{2} \ln|e^x - 4| + C$