



المادة : الرياضيات

عدد صفحات الأسئلة : (9)

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول
للعام الدراسي 2017 / 2018 م

الصف : الثاني عشر

المسار : المتقدم

السؤال الأول

40

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

(1) حدد مجال الدالة $g(x) = \sqrt{2x - 12}$.

a) $(-\infty, 6]$

✓ b) $[6, \infty)$

c) $[-6, \infty)$

d) $(-\infty, \infty)$

(2) أوجد معادلة مستقيم عمودي على $y = \frac{1}{3}x - 5$ ويمر بالنقطة $(0, 2)$.

a) $y = \frac{-1}{3}x - 2$

b) $y = \frac{1}{3}x + 2$

✓ c) $y = -3x + 2$

d) $y = -3x - 2$

(3) حدد الدالة التي يوجد لها دالة عكسية .

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

b) $f(x) = x^2 - 4$

c) $f(x) = -1$

✓ d) $f(x) = x^3 - 2$

(4) حدد الدورة للدالة $f(x) = 3\cos(2x - \pi)$.

a) 3

✓ b) π

c) $\frac{2}{\pi}$

d) $\frac{\pi}{2}$

(5) أوجد حل المعادلة الأسية $e^{2\ln x} = 4$.

- a) ± 2 b) 4
✓ c) 2 d) 16

(6) أوجد قيمة الدالة المعكوسة $\csc^{-1}(2)$.

- ✓ a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{4}$
c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{2\pi}{3}$

(7) إذا كانت $f(x) = x^2 + 1$ ، $g(x) = \sec x$ أوجد $(f \circ g)(x)$

- ✓ a) $\sec^2 x + 1$ b) $\sec(x+1)^2$
c) $\sec(x^2 + 1)$ d) $\sec x^2 + 1$

(8) أوجد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - 1}$.

- a) 1 b) ∞
c) 0 ✓ d) -1

(9) أوجد $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$.

- a) ∞ ✓ b) 1
c) 0 d) $-\infty$

(10) أوجد $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 6}{3x^3 + 2x + 1}$

- a) 3
b) 2
c) 0 ✓
d) ∞

(11) حدد الفترة التي تكون عندها الدالة $f(x) = \ln(3x - 6)$ متصلة .

- a) $(-2, \infty)$
b) $[2, \infty)$
c) $(-\infty, 2)$
d) $(2, \infty)$ ✓

(12) حدد خطوط التقارب المائلة للدالة $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$

- a) $y = -2$
b) $y = 2$
c) $y = x + 2$ ✓
d) $y = x - 2$

(13) أوجد السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t) = \sqrt{t^2 + 8t}$ بين $t = 0$ و $t = 1$ حيث S بالامتار و t بالثواني .

- a) $\frac{5}{3} \text{ m/s}$
b) 3 m/s ✓
c) 0 m/s
d) -3 m/s

(14) إذا كانت $f(x) = 2x - x^5 + 1$ ، أوجد $f''(-1)$

- a) $f''(-1) = -20$
b) $f''(-1) = 0$
c) $f''(-1) = 20$ ✓
d) $f''(-1) = -3$

(15) إذا كانت $f(x) = \frac{3}{2x+1}$ ، أوجد $f'(x)$.

a) $f'(x) = \frac{-3}{(2x+1)^2}$

b) $f'(x) = \frac{3}{(2x+1)^2}$

✓ c) $f'(x) = \frac{-6}{(2x+1)^2}$

d) $f'(x) = \frac{6}{(2x+1)^2}$

(16) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = e^x \ln x$.

a) $f'(x) = xe^x$

✓ b) $f'(x) = \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$

c) $f'(x) = \frac{e^x}{x} + \ln x$

d) $f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$

(17) أوجد قيمة C التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 2x + 1$ في الفترة $[0, 1]$.

a) 1

b) 0

✓ c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{3}$

(18) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \cosh^{-1} 3x$.

a) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{3x^2 - 1}}$

b) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

✓ c) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{9x^2 - 1}}$

d) $f'(x) = \frac{-3}{\sqrt{9x^2 - 1}}$

19) حدد الدالة القابلة للاشتقاق عند $x = 2$.

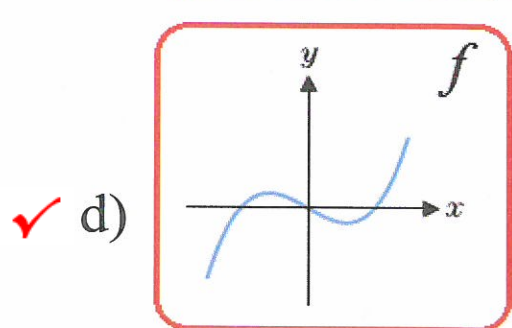
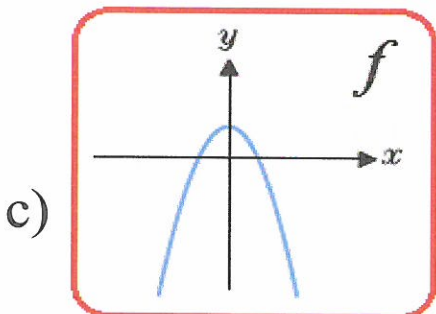
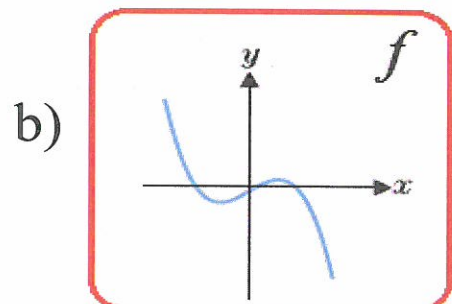
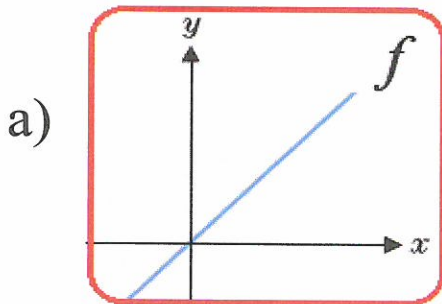
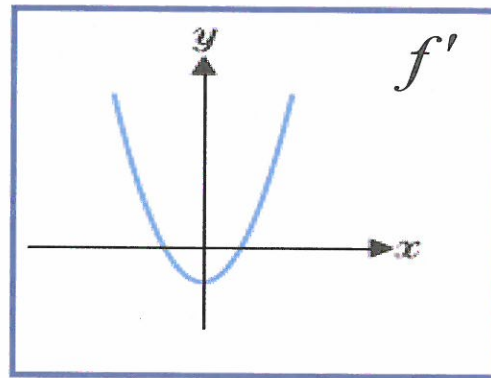
a) $f(x) = \begin{cases} 4x & , x < 2 \\ x^2 + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} 4 & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

c) $p(x) = \begin{cases} 4 + 2x & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

d) $h(x) = \begin{cases} 3x & , x < 2 \\ x + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

20) استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد التمثيل البياني المعقول للدالة المتصلة f .



السؤال الثاني

60

تكتب خطوات الحل التفصيلية لكافة المفردات الاختبارية من 21 إلى 28

(21) أوجد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{10 - x} - 3}$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 1}{\sqrt{10 - x} - 3} \times \frac{\sqrt{10 - x} + 3}{\sqrt{10 - x} + 3} = \frac{(x^2 - 1)(\sqrt{10 - x} + 3)}{10 - x - 9} \\ & \frac{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{10 - x} + 3)}{(1 - x)} \\ & - \frac{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{10 - x} + 3)}{(x - 1)} \quad - \frac{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{10 - x} + 3)}{(x - 1)} \\ & - (1 + 1)(\sqrt{10 - 1} + 3) \\ & - 12 \end{aligned}$$

(22) حدد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة .

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , x < 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - x + b & , x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin^{-1} 0 = 0$$

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \sin^{-1} 1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 4 - 2 + b = 2 + b$$

$$2 + b = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{\pi}{2} - 2$$

23) استخدم تعريف النهاية لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = x^2 - 2x$ عند $x = 3$.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h+3)^2 - 2(h+3) - (3^2 - 2(3))}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 6h + 9 - 2h - 6 - 3}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h + \cancel{9} - \cancel{9}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(h+4)}{\cancel{h}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (h+4)$$

$$0 + 4 = 4$$

24) إذا كانت $g(x)$ الدالة العكسية للدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ، أوجد $g'(-2)$.

$$f: (-1, -2)$$

$$g: (-2, -1)$$

$$f(x) = x^3 + 2x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2$$

$$f'(g(-2)) = 3(-1)^2 + 2 = 5$$

$$g'(-2) = \frac{1}{5}$$

(25) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{\tan(x^3 + 2x)}$.

$$f'(x) = \frac{(3x^2+2) \sec^2(x^3 + 2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$$

(26) أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى $x^2y^2 = 3y + 1$ مماساً أفقياً .

$$x^2y^2 = 3y + 1$$

$$2xy^2 + 2x^2y y' = 3y'$$

$$2x^2y y' - 3y' = -2xy^2$$

$$y'(2x^2y - 3) = -2xy^2$$

$$y' = \frac{-2xy^2}{2x^2y - 3}$$

المماس يكون أفقياً عندما تكون المشتقة الأولى تساوى 0

$$x = 0 \rightarrow (0)^2y^2 = 3y + 1$$

$$0 = 3y + 1 \rightarrow 3y = -1 \rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

النقطة هي $(0, -\frac{1}{3})$

27) سعر بيع القطعة الواحدة من سلعة ما 12 AED وقد بيعت 10,000 قطعة منها.

تريد الشركة زيادة الكمية المباعة بمقدار 1000 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار 15,000 AED

في نفس العام . فما المعدل الذي يتعين به زيادة السعر لتحقيق هذين الهدفين ؟

$$R(x) = P(x) \times Q(x)$$

$$P(x) = 12$$

$$R'(x) = P'(x) \times Q(x) + P(x) \times Q'(x)$$

$$Q(x) = 10,000$$

$$15,000 = P'(x) \times 10,000 + 12 \times 1000$$

$$Q'(x) = 1000$$

$$15,000 - 12,000 = P'(x) \times 10,000$$

$$R'(x) = 15,000$$

$$P'(x) = \frac{3,000}{10,000} = \text{AED } 0.3$$

$$P'(x) = ??$$

28) إذا كانت f و g دالتين متصلتين في الفترة $[a, b]$ و قابلتين للإشتقاق في الفترة (a, b)

حيث $f(a) = g(a)$ و $f(b) = g(b)$.

فأثبت أن f و g لهما مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة (a, b) .

نفرض أن $h(x) = f(x) - g(x)$

الدالة h تكون قابلة للاشتقاق لان كل من f و g قابلتان للاشتقاق

$$h(a) = h(b) = 0$$

بتطبيق نظرية رول

$$c \in (a, b)$$

$$h'(c) = 0$$

و بالتالي

$$f'(c) = g'(c)$$

الدالتان f و g لهما مماسان متوازيان عند $x = c$

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح