مذكرة اقرأ الرياضيات
الصف الثامن – الفصل الثاني

الهاتف
60090309

القسم	المحتوى	صفحة
-شرح الدروس والوحدات المقررة -حل المراجعات -حل الاختبارات الموضوعية التي تعقب كل وحدة	الوحدة السابعة	2
	حل المراجعة والاختبار الموضوعي للوحدة7	7
	الوحدة الثامنة	8
	حل المراجعة والاختبار الموضوعي للوحدة8	22
	الوحدة التاسعة	24
	حل المراجعة والاختبار الموضوعي للوحدة9	35
	الوحدة العاشرة	36
	حل المراجعة والاختبار الموضوعي للوحدة10	51
	الوحدة الحادية عشر	53
	حل المراجعة والاختبار الموضوعي للوحدة11	62
	الوحدة الثانية عشر	63
	حل المراجعة والاختبار الموضوعي للوحدة12	70
قسم الاختبارات القصيرة و حلولها	نماذج الاختبارات التقويمية الأولى	72
	حل نماذج الاختبارات التقويمية الأولى	74
	نماذج الاختبارات التقويمية الثانية	75
	حل نماذج الاختبارات التقويمية الثانية	77
قسم الاختبارات النهائية و حلولها	نموذج 1 الاختبار النهائي الأول	78
	حل نموذج 1 الاختبار النهائي الأول	82
	نموذج 2 الاختبار النهائي الثاني	84
	حل نموذج 2 الاختبار النهائي الثاني	88

سلسلة مذكرات أقرأ
wa.me/96560090309
حساب نشاط تجاري في واتساب

@IQRAA_CHANNEL
كود قناة اقرأ تلجرام

MOZKERAT_IQRAA
كود صفحة اقرأ انستجرام

كود واتس مذكرات اقرأ

كود حل الكتاب المدرسي

ترقبوا

مذكرة: اقرأ الاختبارات

تشتمل على

- 5 اختبـــارات
- حل الاختبارات
- بنك معلومات
- بنك أسئلة وحله

موعدها : قبل الاختبار النهائي بشهر

منافذ توزيع سلسلة مذكرات اقرأ

مكتبة ركان العجيري [حولي]	جمعية الزهراء	جمعية حطين	جمعية بيان سوق2 ق2
جمعية الخالدية	جمعية كيفان	جمعية اليرموك	جمعية النزهة
جمعية الدسمة سيتي سنتر	مكتبة كيبورد الفروانية ق5	سوق كندا الفروانية	جمعية العمرية
جمعية اشبيلية	جمعية العارضية	مكتبة الأندلس سوق فجر ق8	جمعية الصليبية
جمعية تيماء	جمعية الصليبخات	مول النخلة مكتبة الديوان	جمعية غرناطة
جمعية الصباحية	جمعية مبارك الكبير سوق٦ ق٦	جمعية جابر العلي	جمعية فهد الأحمد

للاستفسار والتوصيل: 60090309

الوحدة السابعة التحويلات الهندسية

{7 – 1}الانعكاس في نقطة – التناظر حول نقطة



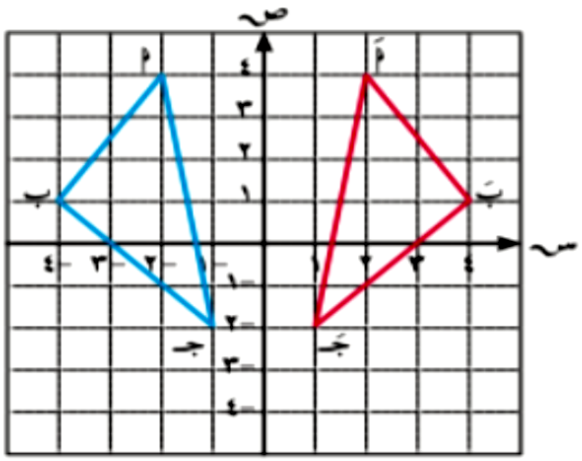
مذكرات اقرأ

(١) د (س ، ص) ع صـ د (– س ، ص)

تدرّب (١) :

حدّد نوع الانعكاس في كل من الأشكال التالية ، ثم اكتب إحداثي كل نقطة وصورتها :

أ



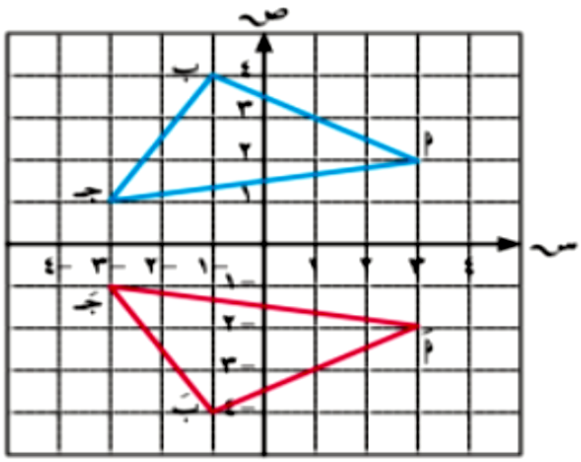
انعكاس في المحور ..... الصادي .....

أ (– ٢ ، ٤) ← أَ (٢ ، ٤)

ب (– ٤ ، ١) ← بَ (٤ ، ١)

جـ (– ١ ، – ٢) ← جَ (١ ، – ٢)

ب



انعكاس في المحور ..... السيني .....

أ (٣ ، ٢) ← أَ (٣ ، – ٢)

ب (– ١ ، ٤) ← بَ (– ١ ، – ٤)

جـ (– ٣ ، ١) ← جَ (– ٣ ، – ١)

تذكروا جيداااا :

الانعكاس في نقطة مثل م : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة أ في المستوى صورة أَ ∋ أم بحيث تكون أ م = أَ م . والنقطة الوحيدة التي تقترن بنفسها هي النقطة م التي تسمى **مركز الانعكاس** ، حيث م **نقطة صامدة** .

يقال لشكل هندسي إنَّه **متناظر حول نقطة** إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه .

(س ، ص) ع و ← (– س ، – ص)

أ (٣ ، ٤) ع و ← أَ (– ٣ ، – ٤)

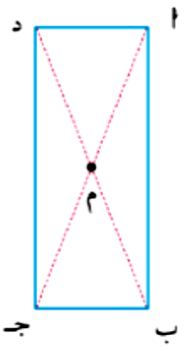
ب (٣ ، – ٢) ع و ← بَ (– ٣ ، ٢)

جـ (– ٥ ، – ١) ع و ← جَ (٥ ، ١)

تدرّب (٢) :

أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه ؟ وضِّح ذلك .

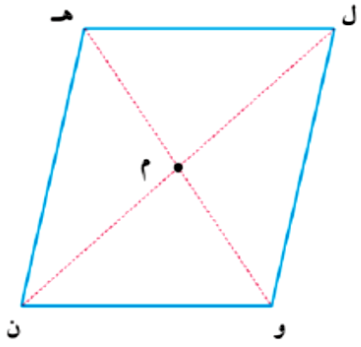




(مستطيل)

متناظر حول نقطة ملتقى قطريه

لان في المستطيل القطران ينصف كل منهما الآخر

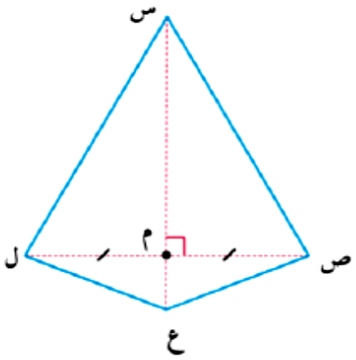


(متوازي أضلاع)

متناظر حول نقطة ملتقى قطريه

لان في متوازي الأضلاع القطران

ينصف كل منهما الآخر



(طائرة ورقية)

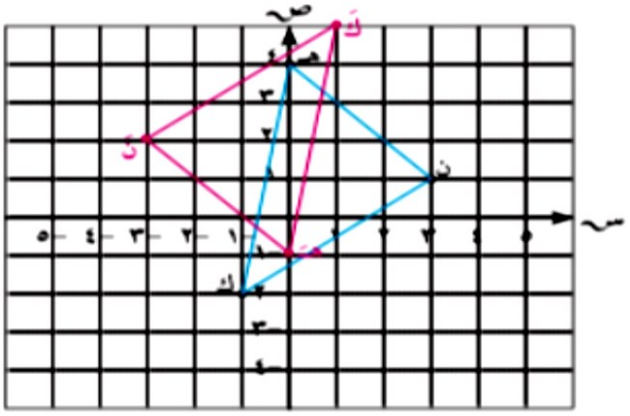
ليس متناظر حول نقطة

م لان س م ≠ ع م

في المستوى الإحداثي الانعكاس في نقطة الأصل هو تحويل هندسي يعيّن لكل نقطة في المستوى صورة إحداثيها السيني وإحداثيها الصادي هما المعكوس الجمعي للإحداثي السيني والصادي لهذه النقطة .

عمومًا : الانعكاس في نقطة الأصل (و) : أ (س ، ص) ← أَ (– س ، – ص)

تدرّب (٣) :



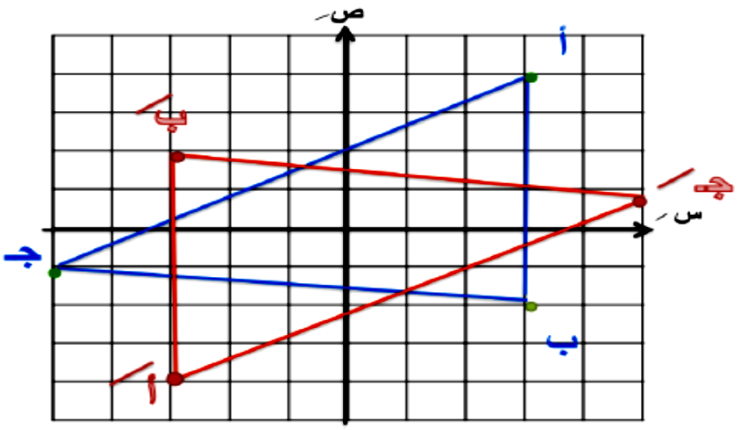
إذا كان Δ هـَ كَ نَ هو صورة Δ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت هـ (٠ ، ٤) ، ك (– ١ ، – ٢) ، ن (٣ ، ١) ، فعين إحداثيات الرؤوس هـَ ، كَ ، نَ ، ثم ارسم Δ هـَ كَ نَ في مستوى الإحداثيات .

هـ (٠ ، ٤) ← هـَ (٠ ، – ٤)

ك (– ١ ، – ٢) ← كَ (١ ، ٢)

ن (٣ ، ١) ← نَ (– ٣ ، – ١)

تدرب



إذا كان Δ أَ بَ جـَ هو صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت أ (٣ ، ٤) ، ب (٣ ، – ٢) ، جـ (– ٥ ، – ١) ، فعيّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جـَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .

مثال : إذا كان Δ لَ مَ نَ هو صورة Δ ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت ل (٠ ، ٢) ، م (٣ ، ٤) ، ن (-٤ ، ٤) ، فعين إحداثيات الرؤوس لَ ، مَ ، نَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .

الحل :

بالانعكاس في و (ع و) :

(س ، ص) ⟵ (- س ، - ص)

ل (٠ ، ٢) ⟵ لَ (٠ ، -٢)

م (٣ ، ٤) ⟵ مَ (-٣ ، -٤)

ن (-٤ ، ٤) ⟵ نَ (٤ ، -٤)

لاحظ أنَّ : الشكل الهندسي وصورته بالإنعكاس في نقطة متطابقان .

مذكرات اقرأ

{2-7} الإزاحة في المستوى الاحداثي

الإزاحة هي : تحويل هندسي يسمح لنا بالحصول على صورة أي شكل من خلال نقل كل نقطة فيه **مسافة ثابتة** على خط مستقيم **وفي اتجاه محدّد** ، **ولا تغير الإزاحة** من الشكل وقياساته .

وتكون الإزاحة في اتجاه محوري الإحداثيات وفق الجدول التالي :

النقطة	صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	
(س ، ص)	الإزاحة جهة **اليمين** بمقدار (أ) وحدة (س + أ ، ص)	الإزاحة **إلى أعلى** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص + ب)
	الإزاحة جهة **اليسار** بمقدار (أ) وحدة (س - أ ، ص)	الإزاحة **إلى أسفل** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص - ب)

عمومًا :

تدرّب (١) .

أوجد صورة النقطة أ (-٣ ، ٥) تحت تأثير إزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ، ثم وحدتين ونصف إلى الأسفل .

القاعدة : (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص - ٢,٥)

أ (-٣ ، ٥) ⟵ أ (-٣ + ٤ ، ٥ - ٢,٥)

أ (-٣ ، ٥) ⟵ أ (١ ، ٢,٥)

تدرّب (٣) : أكمل الجدول التالي :

القاعدة	(س ، ص) ⟵ (س + ٣ ، ص − ٢)			
النقطة	(−١ ، ٥)	(−٣ ، −٤)	(٠ ، ..−٣..)	(..−٤.. ، ..٣..)
الصورة	(٢ ، ..٣..)	(..٠.. ، ..−٦..)	(..٣.. ، −٥)	(−١ ، ١)

تمـــرَّنْ :

١ أوجد صورة النقطة (٤ ، −٣) تحت تأثير إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأعلى . ..(٧ ، −١)..

تدرّب (٢) :

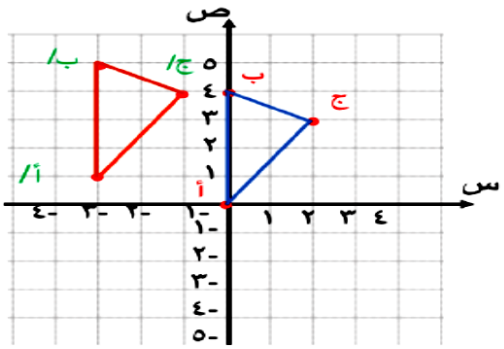
في المستوى الإحداثي ، ارسم المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه هي أ (٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤) ، جـ (٢ ، ٣) ثم ارسم صورة المثلث أ ب جـ تحت تأثير إزاحة قاعدتها :

(س ، ص) ⟵ (س − ٣ ، ص + ١)

أ (٠ ، ٠) ⟵ أَ (..−٣.. ، ١)

ب (٠ ، ٤) ⟵ بَ (..−٣.. ، ٥)

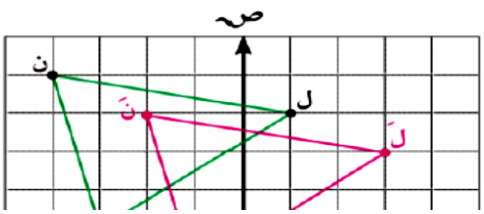
جـ (٢ ، ٣) ⟵ جـَ (..−١.. ، ٤)



٤ ارسم صورة المثلث ل م ن بإزاحة حسب القاعدة :

(س ، ص) ⟵ (س + ٢ ، ص − ١)

تدرب



إذا كانت مَ (−٣ ، ٥) هي صورة النقطة م (٢ ، ١) تحت تأثير إزاحة في المستوى ، أوجد قاعدة الإزاحة ثم تحقق من صحتها :

تدرب

(س ، ص) ⟵ (س + أ ، ص + ب)

الحل : نعلم أنَّ قاعدة الإزاحة هي : م (٢ ، ١) ⟵ مَ (٢ + أ ، ١ + ب)

∵ م (٢ ، ١) ⟵ مَ (−٣ ، ٥)

(الإحداثي السيني)	(الإحداثي الصادي)
٢ + أ = −٣	١ + ب = ٥
أ = −٣ − ٢	ب = ٥ − ١
أ = −٥	ب = +٤
(٥ وحدات لليسار)	(٤ وحدات للأعلى)

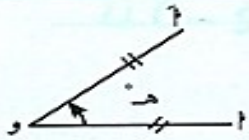
(س ، ص) ⟵ (س − ٥ ، ص + ٤)

التحقق : (٢ ، ١) ⟵ (٢ − ٥ ، ١ + ٤)

∴ (٢ ، ١) ⟵ مَ (−٣ ، ٥)



{3-7} الدوران في المستوي الاحداثي



الدوران : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة أ في المستوى نقطة أخرى أَ بحيث أ ⟵ أَ ، و أ = و أَ (و تسمى مركز الدوران)

و ⟵ و (نقطة صامدة) ، (أ $\hat{و}$ أَ) هي زاوية الدوران وقياسها هـ° .

نرمز إلى الدوران الذي مركزه نقطة الأصل (و) وقياس زاويته (هـ°) بالرمز د (و ، هـ°) .

- **يتعين الدوران بثلاثة عناصر :**

(١) مركز الدوران (٢) قياس زاوية الدوران (٣) اتجاه الدوران

وستقتصر دراستنا على الدوران حول نقطة الأصل فى الاتجاه **ضد حركة عقارب الساعة** .

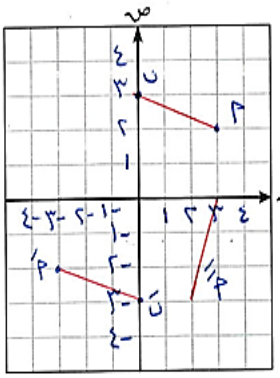
ملاحظة :

الدوران نصف دورة باتجاه ضد عقارب الساعة **يكافئ** دوران نصف دورة باتجاه مع عقارب الساعة .

تدرّب (١) :

ارسم $\overline{أب}$ التي فيها أ(٣،٢) ، ب(٠،٣)

ثم عيّن وارسم صورتها تحت تأثير كلٍّ من :



أ د(و، ١٨٠°)

أ(٣، ٢) ⟵ د(و، ١٨٠°) أَ(-٣، -٢)

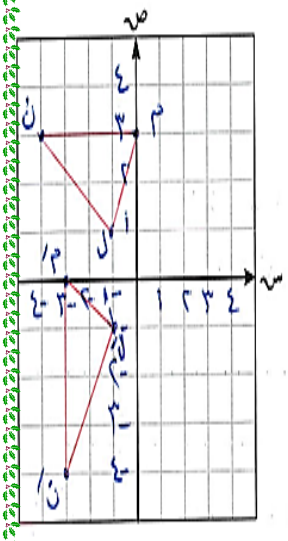
ب(٠، ٣) ⟵ د(و، ١٨٠°) بَ(٠، -٣)

ب د(و، ٢٧٠°)

أ(٣، ٢) ⟵ د(و، ٢٧٠°) أَ(٢، -٣)

ب(٠، ٣) ⟵ د(و، ٢٧٠°) بَ(٣، ٠)

تدرّب (٢) :



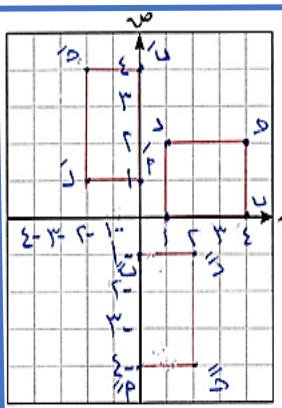
في المستوى الإحداثي ارسم المثلث ل م ن بحيث ل(-١، ١) ، م(٠، ٣) ، ن(-٤، ٣) ، ثم ارسم صورته بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته ٩٠° .

ل(-١، ١) ⟵ د(و، ٩٠°) لَ(١، ١)

م(٠، ٣) ⟵ مَ(-٣، ٠)

ن(-٤، ٣) ⟵ نَ(-٣، -٤)

٢ ارسم المستطيل أ ب جـ د الذي رؤوسه أ(١، ٠) ، ب(٤، ٠) ، جـ(٤، ٢) ، د(١، ٢) ، ثم ارسم صورته في الحالات التالية :



أ د(و، ٩٠°)

أ(١، ٠) ⟵ د(و، ٩٠°) أَ(٠، ١)

ب(٤، ٠) ⟵ د(و، ٩٠°) بَ(٠، ٤)

جـ(٤، ٢) ⟵ د(و، ٩٠°) جـَ(-٢، ٤)

د(١، ٢) ⟵ د(و، ٩٠°) دَ(-٢، ١)

ب د(و، ٢٧٠°)

أ(١، ٠) ⟵ د(و، ٢٧٠°) أ″(٠، -١)

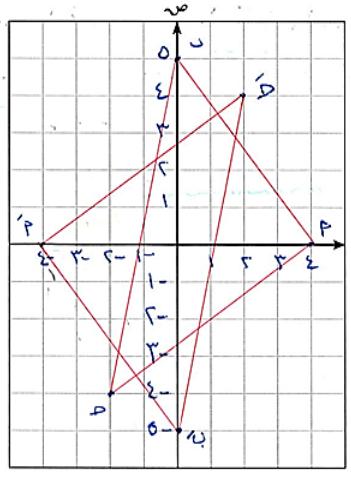
ب(٤، ٠) ⟵ د(و، ٢٧٠°) ب″(٠، -٤)

جـ(٤، ٢) ⟵ د(و، ٢٧٠°) جـ″(٢، -٤)

د(١، ٢) ⟵ د(و، ٢٧٠°) د″(٢، -١)

تمـرَّنْ :

١ ارسم صورة المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه أ(٤، ٠) ، ب(٠، ٥) ، جـ(-٢، -٤) بدوران نصف دورة حول نقطة الأصل .



أ(٤، ٠) ⟵ د(و، ١٨٠°) أَ(-٤، ٠)

ب(٠، ٥) ⟵ د(و، ١٨٠°) بَ(٠، -٥)

جـ(-٢، -٤) ⟵ د(و، ١٨٠°) جـَ(٢، ٤)

حل اختبار الوحدة السابعة بالكتاب المدرسي صـ 40

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الاختيار الصحيح	أ	ب	أ	ب	د	أ	ج	ب	ب	ب

حل مراجعة الوحدة السابعة بالكتاب المدرسي صـ 35

١ أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة مُلتقى قُطريه (أقطاره)؟ ولماذا ؟

(مربع)	(معين)	(دائرة)	(طائرة ورقية)
نعم	نعم	نعم	لا
القطران ينصف كل منهما الآخر	القطران ينصف كل منهما الآخر	لأنها هي منتصف أقطار الدائرة كلها	القطران لا ينصف كل منهما الآخر

٢ أكمل الجدول التالي :

النقطة	صورتها بالانعكاس في المحور السيني	صورتها بالانعكاس في المحور الصادي	صورتها بالانعكاس في نقطة الأصل
أ (٤، ٥)	(٤-، ٥)	(٤-، ٥-)	(٤-، ٥-)
ب (٢-، ٧)	(٢-، ٧-)	(٢، ٧-)	(٢، ٧-)
جـ (٥-، ٦-)	(٥-، ٦)	(٥، ٦-)	(٥، ٦)
د (٠، ٩)	(٠، ٩-)	(٠، ٩)	(٠، ٩-)
هـ (٥-، ٠)	(٥-، ٠)	(٥، ٠)	(٥، ٠)

٣ إذا كان المثلث لَ مَ نَ هو صورة المثلث ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت ل (٠ ، ٣) ، م (٥ ، ٣) ، ن (-٣ ، -٥) فعيّن إحداثيات الرؤوس لَ ، مَ ، نَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .

ل (٠ ، ٣) ← ل' (٠ ، -٣)
م (٥ ، ٣) ← م' (-٥ ، -٣)
ن (-٣ ، -٥) ← ن' (٣ ، ٥)

٤ أكمل الجدول التالي :

القاعدة	(س ، ص) ← (س - ٢ ، ص + ٥)				
النقطة	(٤ ، ٢)	(٦- ، ٧-)	(٣ ، ٠)	(٩- ، ٨-)	(١- ، ١)
الصورة	(٧ ، ٢)	(٨- ، ١٢)	(٥ ، ١)	(١١- ، ٣-)	(٤- ، ١-)

٥ مثلث أ ب جـ رؤوسه هي : (١ ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (-٢ ، -٢) ، أوجد صور رؤوسه بعد الإزاحة تبعًا للقاعدة : (س ، ص) ← (س - ٥ ، ص + ١) ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات.

أ (١ ، ٢) ← أ' (-٤ ، ٣)
ب (٠ ، ٣) ← ب' (-٥ ، ٤)
جـ (-٢ ، -٢) ← جـ' (-٧ ، -١)

٦ إذا كان م محور تناظر للشكل المرسوم ، فإنّ قياس (ب جـ د) = ...

أ ٣٠° ب ٥٠° جـ ٦٠° د ٧٠°

٧ تم التأثير بتحويل هندسي على المثلث أ ب جـ فكان :
للنقطة أ (٢ ، -٣) صورة هي د (٠ ، -٢) ،
للنقطة ب (١ ، ٤) صورة هي هـ (-١ ، ٥) ،
للنقطة جـ (-٢ ، ١) صورة هي ل (-٤ ، ٢) .

أ هل المثلث د هـ ل هو إزاحة للمثلث أ ب جـ ؟
نعم

ب إذا كان كذلك ، فما هي قاعدة هذه الإزاحة ؟ وإذا لم يكن كذلك فبيّن السبب .
(س ، ص) ← (س - ٤ ، ص + ١)

٨ أكمل الجدول التالي :

النقطة	د (و ، ٩٠°)	د (و ، ١٨٠°)	د (و ، ٢٧٠°)
أ (٥ ، ٢)	(٢- ، ٥)	(٥- ، ٢-)	(٢- ، ٥-)
ب (٣- ، ٤)	(٤- ، ٣-)	(٣- ، ٤-)	(٤- ، ٣)
جـ (١- ، ٧-)	(٧- ، ١-)	(٧- ، ١)	(٧ ، ١-)
د (٦- ، ٠)	(٠ ، ٦-)	(٦- ، ٠)	(٠ ، ٦)

٩ ارسم صورة الشكل الرباعي س ص ع ل ، حيث س (١ ، ٠) ، ص (-٢ ، -٣) ، ع (٥ ، ٣) ، ل (-٤ ، ٠) بالدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ١٨٠° .

س (١ ، ٠) ← دوران ١٨٠° ← س' (-١ ، ٠)
ص (-٢ ، -٣) ← دوران ١٨٠° ← ص' (٢ ، ٣)
ع (٥ ، ٣) ← دوران ١٨٠° ← ع' (-٥ ، -٣)
ل (-٤ ، ٠) ← دوران ١٨٠° ← ل' (٤ ، ٠)

١٠ ارسم Δ ن ل ع حيث ن (-٣ ، -٣) ، ل (٠ ، ١) ، ع (٤ ، -٥) ، ثم عيّن صورته تحت تأثير كلٍّ من :

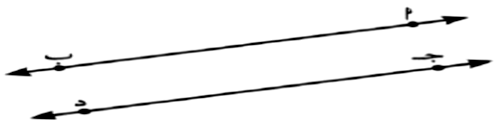
أ د (و ، ١٨٠°)
ن (-٣ ، -٣) ← دوران ١٨٠° ← ن' (٣ ، ٣)
ل (٠ ، ١) ← دوران ١٨٠° ← ل' (٠ ، -١)
ع (٤ ، -٥) ← دوران ١٨٠° ← ع' (-٤ ، ٥)

ب د (و ، ٢٧٠°)
ن (-٣ ، -٣) ← دوران ٢٧٠° ← ن'' (-٣ ، ٣)
ل (٠ ، ١) ← دوران ٢٧٠° ← ل'' (١ ، ٠)
ع (٤ ، -٥) ← دوران ٢٧٠° ← ع'' (-٥ ، -٤)

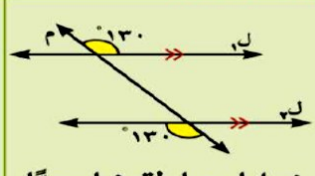
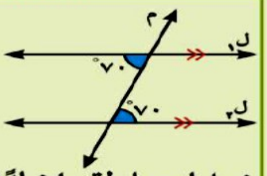
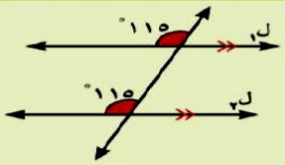
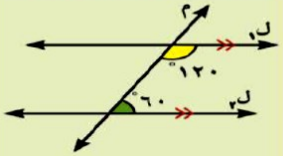
الحل لصالح سلسلة مذكرات اقرأ

الوحدة الثامنة :الأشكال الرباعية

{8-1} المستقيمات المتوازية

الرسم	تقرأ	تكتب بالرموز
	المستقيم (أ ب) يوازي المستقيم (جـ د)	$\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$

ربط الأفكار : إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين ، فإنَّ :

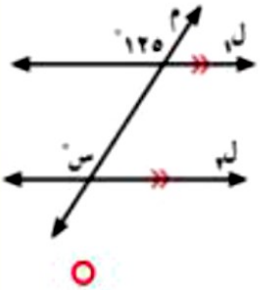
كل زاويتين متبادلتين متطابقتان	كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
 زوايا متبادلة داخليًا  زوايا متبادلة خارجيًا		

تذكر أنَّ :
- الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسهما ١٨٠°
- الزاويتان المتتامتان مجموع قياسهما ٩٠°

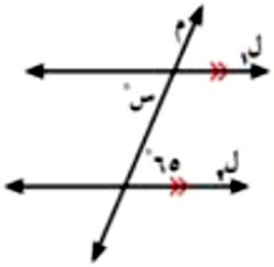
تدرّب (١) :

في كلّ من الأشكال التالية أوجد قيمة (س°) مع ذكر السبب.

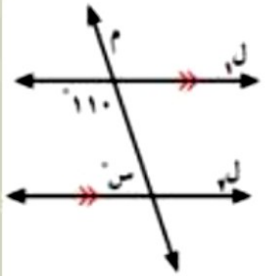
تذكر أنَّ :
- الزاويتان المتجاورتان على خط مستقيم واحد متكاملتان .
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان .



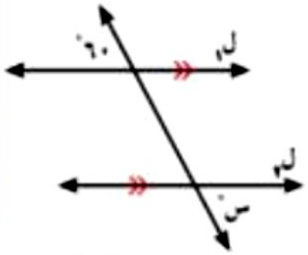
س = ١٢٥° بالتناظر والتوازي



س = ٦٥° بالتبادل والتوازي

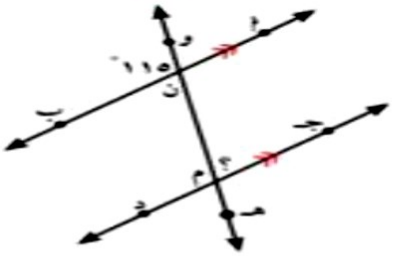


س = ٧٠° بالتحالف والتوازي



س = ٦٠° (بالتبادل الخارجي والتوازي)

تدرّب (٢) :



في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{وهـ}$ قاطع لهما

في ن ، م على الترتيب ، ق (و $\hat{ن}$ ب) = ١١٥° .

فأكمل لتوجد بالبرهان ق (جـ $\hat{م}$ ن) .

المعطيات : (١) ق (و $\hat{ن}$ ب) = ١١٥°

(٢) $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{وهـ}$ قاطع لهما

المطلوب : إيجاد ق (جـ $\hat{م}$ ن)

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{وهـ}$ قاطع لهما (معطى)

∴ ق (و $\hat{ن}$ ب) = ١١٥° (معطى)

∴ ق (ن $\hat{م}$ د) = ق (و $\hat{ن}$ ب) = ١١٥° (بالتوازي والتناظر)

∴ ق (جـ $\hat{م}$ ن) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° لأنَّ بالتجاور على مستقيم
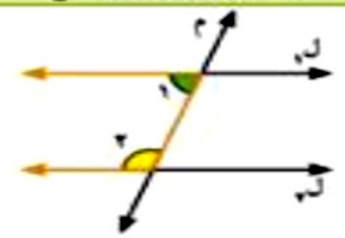
نتيجة : إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى وتوفرت أحد الشروط التالية :

(١) زاويتان متبادلتان متطابقتان .

(٢) زاويتان متناظرتين متطابقتان .

(٣) زاويتان متحالفتان متكاملتان.

فإن المستقيمين يكونان متوازيين .

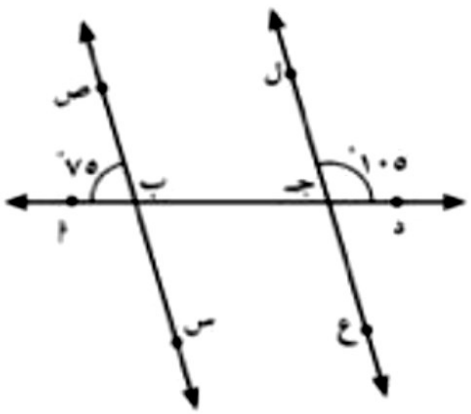
إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى وكان :		
الزاويتان المتبادلتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتناظرتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتحالفتان ١ ، ٢ متكاملتان
 فإنَّ ل١ // ل٢	 فإنَّ ل١ // ل٢	فإنَّ ل١ // ل٢

مثال :

في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{أد}$ قاطع للمستقيمين $\overleftrightarrow{س ص}$ ، $\overleftrightarrow{ع ل}$ في ب ، جـ على الترتيب ،

ق ($\angle$ أ ب ص) = ٧٥° ، ق ($\angle$ ل جـ د) = ١٠٥° ،

برهن أنَّ $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ع ل}$.



الحلّ :

المعطيات : (١) $\overleftrightarrow{أد}$ قاطع للمستقيمين $\overleftrightarrow{س ص}$ ، $\overleftrightarrow{ع ل}$.

(٢) ق ($\angle$ أ ب ص) = ٧٥° ، ق ($\angle$ ل جـ د) = ١٠٥°

المطلوب : إثبات أنَّ $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ع ل}$

البرهان : ∵ ق ($\angle$ ل جـ د) = ١٠٥° (معطى)

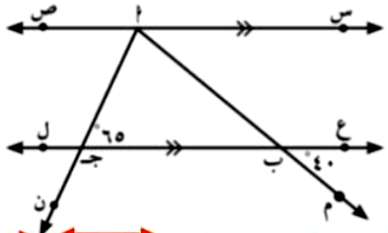
∴ ق ($\angle$ ب جـ ل) = ١٨٠° − ١٠٥° = ٧٥° (بالتجاور على مستقيم)

∵ ق ($\angle$ أ ب ص) = ٧٥° (معطى)

∵ ق ($\angle$ أ ب ص) = ق ($\angle$ ب جـ ل) = ٧٥° (وهما في وضع تناظر)

∴ $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ع ل}$

تمـــرِّنْ :



١ في الشكل المقابل س ص // ع ل ،

ق (ع ب م) = ٤٠° ، ق (أ جـ ب) = ٦٥°

أوجد بالبرهان كلًّا من :

ق (ص أ جـ) ، ق (س أ ب) ، ق (جـ أ ب)

المعطيات : $\overleftrightarrow{س ص} // \overleftrightarrow{ع ل}$ ،

ق (ع ب م) = ٤٠° ، ق (أ جـ ب) = ٦٥°

المطلوب : اوجد ١) ق (ص أ جـ) ، ٢) ق (س أ ب)

البرهان: بما أن $\overleftrightarrow{س ص} // \overleftrightarrow{ع ل}$ (معطى)

اذا ق (ج أ ص) = ٦٥° بالتبادل والتوازي

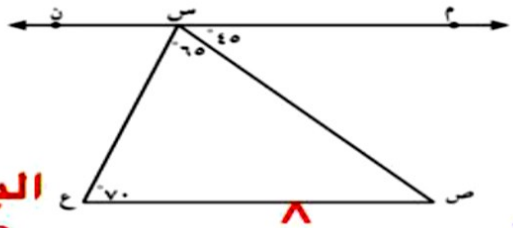
ق (س أ ب) = ٤٠° بالتناظر والتوازي

ق (ج أ ب) = ٧٥° بالتجاور على مستقيم

---

٣ في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،

$\overleftrightarrow{م ن} // \overline{ص ع}$.



المعطيات:

ق (ع) = ٧٠°

ق (ع س ص) = ٦٥°

ق (م س ص) = ٤٥°

المطلوب. : اثبت أن $\overleftrightarrow{م ن} // \overline{ص ع}$

البرهان

ق (ع س م) = (٤٥° + ٦٥°) = ١١٠°

ق (ع س م) + ق (ع) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠°

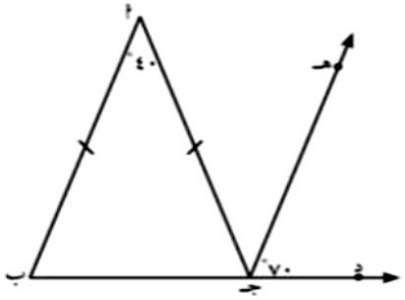
وهما متحالفتان

اذا $\overleftrightarrow{م ن} // \overline{ص ع}$

---

٥ في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،

أثبت أن $\overleftarrow{جـ هـ} // \overline{ب أ}$.



المعطيات:

ق (أ) = ٤٠° ، ق (د جـ هـ) = ٧٠°

المطلوب. : اثبت أن

١) $\overleftarrow{جـ هـ} // \overline{أ ب}$

البرهان بما أن المثلث أ ب ج متطابق الضلعين (معطى)

ق (ب) = ق (أ جـ ب) = (١٨٠° − ٤٠°) ÷ ٢ = ٧٠°

السبب : أ ج = أ ب من خواص مثلث متطابق الضلعين

(مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°)

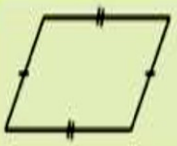
ق (ب) = ق (د جـ هـ) = ٧٠° وهما متناظرتان

$\overleftarrow{جـ هـ} // \overline{ب أ}$

سلسلة مذكرات اقرأ

{2-8} متوازي الاضلاع وخواصه

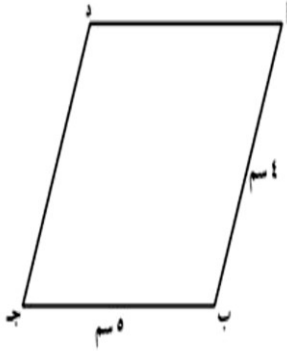
الخاصية الأولى :
في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان .



تدرّب (١) :

في الشكل المقابل متوازي أضلاع .

أوجد محيط متوازي الأضلاع :



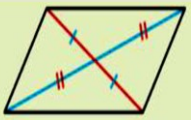
لإيجاد المحيط نوجد باقي أطوال أضلاع متوازي الأضلاع :

د جـ = ٤ سم السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

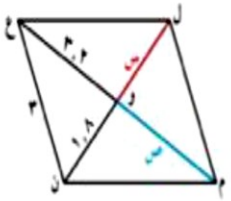
أ د = ٥ سم السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

محيط متوازي الأضلاع = ٤ + ٤ + ٥ + ٥ = ١٨ سم

الخاصية الثالثة :
في متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر .



تدرّب (٣) :



ل م ن ع متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و .

أوجد : (١) س ، ص . (٢) محيط المثلث ل م و

∵ الشكل ل م ن ع متوازي اضلاع (معطى)

∴ القطران ينصف كل منهما الأخر

∴ س = ون = ١,٨ وحدة طول ،

وبالمثل ص = وع = ٣,٢ وحدة طول

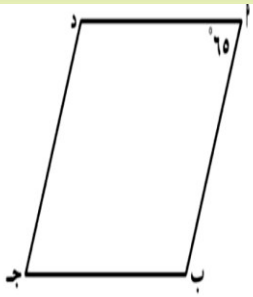
∴ محيط Δ ل م و =

٣,٢ + ١,٨ + ٣ = ٨ وحده طول

الخاصية الثانية :
في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين متطابقتان .



تدرّب (٢) :



أ ب جـ د متوازي أضلاع . ق ($\hat{أ}$) = ٦٥°

أوجد ق ($\hat{ب}$) ، ق ($\hat{جـ}$) ، ق ($\hat{د}$)

المعطيات : (١) أ ب جـ د متوازي أضلاع ، (٢) ق ($\hat{أ}$) = ٦٥°

المطلوب : إيجاد قياس ($\hat{ب}$) ، ($\hat{جـ}$) ، ($\hat{د}$)

البرهان : ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (معطى)

∴ ق ($\hat{ب}$) = ١٨٠° − (٦٥°) = ١١٥° (لأنّ كل زاويتين متتاليتين متكاملتان)

∴ ق ($\hat{جـ}$) = ($\hat{أ}$) = ٦٥° (لأنّ كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)

ق ($\hat{د}$) = ($\hat{ب}$) = ١١٥° (لأنّ كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)

تدرّب (٤) :



في متوازي الأضلاع المقابل ،

أوجد قيمة كلٍّ من س ، ص .

∵ من خواص متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان :

فيكون : ٣س − ٥ = ١٠

٣س + ١٠ = ٥

٣س = ١٥

س = ٥

بالمثل : ٢ص + ٥ = ٧

٢ص = ٧ − ٥

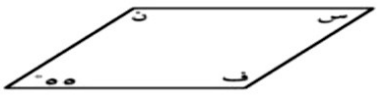
٢ص = ٢

ص = ١

تمـــرّن :

١ أوجد قيمة كلٍّ من س ، ف ، ن في متوازيات الأضلاع التالية :

أ



س = ٥٥°

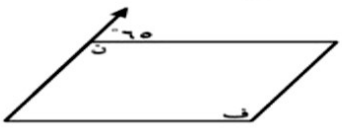
كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

ف = ن

ف = ن = ١٨٠° − ٥٥° = ١٢٥°

كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

ب



ن = ١٨٠° − ٦٥° = ١١٥°

بالتجاور على مستقيم

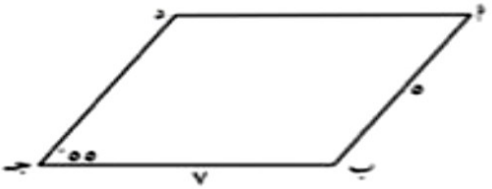
ف = ن = ١١٥°

كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

٤ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه أ ب = ٥ وحدة طول ،

ب جـ = ٧ وحدة طول ، ق ($\hat{جـ}$) = ٥٥° ،

أوجد ما يلي مع ذكر السبب :



أ د = ٧ وحدة طول السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

د جـ = ٥ وحدة طول السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

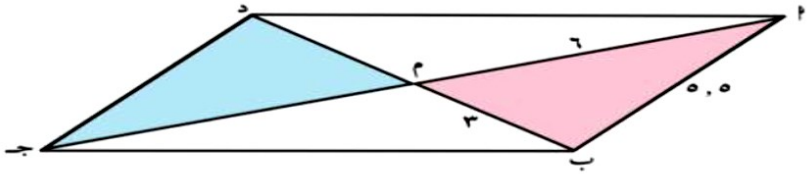
ق ($\hat{أ}$) = ٥٥° السبب : كل زاويتان متقابلان متطابقان

ق ($\hat{ب}$) = ١٢٥° السبب : كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

ق ($\hat{د}$) = ١٢٥° السبب : كل زاويتان متقابلان متطابقان

٥ أ ب جـ د متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، أ ب = ٥,٥ وحدة طول ،

أ م = ٦ وحدة طول ، ب م = ٣ وحدة طول . احسب محيط Δ د م جـ .



د م = ٣ وحدة طول السبب : القطران ينصف كل منهما الاخر

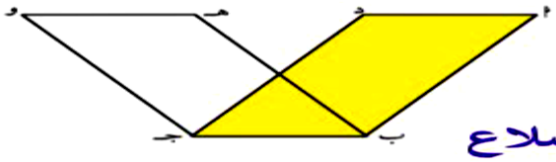
م جـ = ٦ وحدة طول السبب : القطران ينصف كل منهما الاخر

د جـ = ٥,٥ وحدة طول السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

∴ محيط Δ د م جـ = ٣ + ٦ + ٥,٥ = ١٤,٥ وحدة طول

٦ أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع ،

أثبت أن : أ د = هـ و .



المعطيات : أ ب ج د متوازي اضلاع

هـ ب ج و متوازي اضلاع

المطلوب : اثبات ان هـ و = أ د

البرهان :

بما أن أ ب ج د متوازي اضلاع (معطى)

أ د = ب ج

كل ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الاضلاع

بما أن هـ ب ج و متوازي اضلاع (معطى)

اذا هـ و = ب ج

كل ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الاضلاع

اذا هـ و = أ د من خواص المساواة

٧ أمامك متوازيات أضلاع ، أوجد قيمة س في كل مما يلي :

١



بالتحالف والتوازي ° ١٢٠ - ١٨٠ = ° ٣٠ + ٢ س

° ٣٠ + ٢ س = ° ٦٠

° ٣٠ - ° ٦٠ = ٢ س

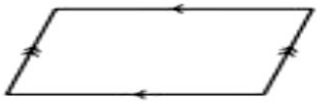
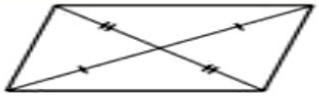
° ٣٠ = ٢ س

° ١٥ = س

سلسلة مذكرات اقرأ

{3-8} حالات الكشف عن متوازي الاضلاع

الحالات التي يكون فيها الشكل الرباعي متوازي أضلاع

١ كل ضلعين متقابلين متوازيين (من التعريف) .	
٢ كل ضلعين متقابلين متطابقين .	
٣ كل زاويتين متقابلتين متطابقتين .	
٤ القطران ينصف كل منهما الآخر .	
٥ ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان .	

مثال (١) : إذا كان س ل = ص ع ، س م = ل ع ، $\hat{م} \cong \hat{س ص م}$ ،

برهن أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .

الحلّ :



المعطيات : (١) س ل = ص ع

(٢) س م = ل ع

(٣) $\hat{م} \cong \hat{س ص م}$

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .

البرهان : في Δ س م ص ، $\hat{م} \cong \hat{س ص م}$ (فرضًا)

∴ Δ س م ص متطابق الضلعين فيه س م = س ص

∵ س م = ل ع (فرضًا)

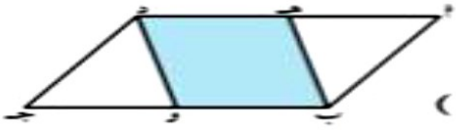
∴ س ص = ل ع (من خواص المساواة) (١)

∵ س ل = ص ع (فرضًا) (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

س ص ع ل متوازي أضلاع لأنَّه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان) .

مثال (٢) : إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه هـ منتصف $\overline{أد}$ ، و منتصف $\overline{ب جـ}$ برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع .



المعطيات : أ ب جـ د متوازي أضلاع ،
(١) أ هـ = هـ د (هـ منتصف $\overline{أد}$)
(٢) ب و = و جـ (و منتصف $\overline{ب جـ}$)

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع .

البرهان : ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (فرضًا)

∴ أد = ب جـ (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ $\frac{١}{٢}$ أد = $\frac{١}{٢}$ ب جـ (من خواص المساواة)

∵ هـ منتصف $\overline{أد}$ ، و منتصف $\overline{ب جـ}$ (فرضًا)

∴ هـ د = ب و (١)

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

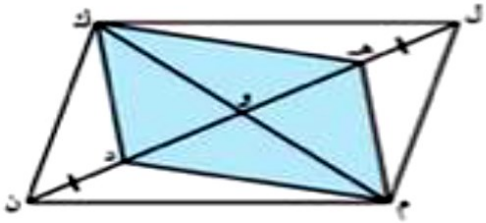
∵ هـ ∈ $\overline{أد}$ ، و ∈ $\overline{ب جـ}$

∴ $\overline{هـ د}$ // $\overline{ب و}$ (٢)

مذكرات اقرأ

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :
أ ب جـ د متوازي أضلاع لأنَّه (شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان)

تدرّب (٧) :



إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د ،
برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

المعطيات : ل م ن ك متوازي أضلاع ، ل هـ = د ن

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

البرهان : ∵ ل م ن ك متوازي أضلاع (فرضًا)

∴ م و = و ك (من خواص متوازي الأضلاع) (١)

∴ ل و = و ن (من خواص متوازي الأضلاع)

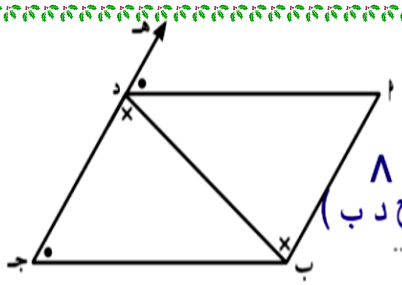
∵ ل هـ = ن د (معطى)

∴ ل و − ل هـ = و ن − د ن (من خواص المساواة)

∴ هـ و = و د (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ هـ م د ك متوازي أضلاع (القطران ينصف كل منهما الآخر)

٢ من البيانات على الشكل المقابل :



أثبت أنَّ أ ب جـ د متوازي أضلاع .

المعطيات : ق (∠ج) = ق(∠هـ د أ) ، ق (∠أ ب د) = ق (∠ج د ب)

المطلوب : برهن أن أ ب ج د متوازي اضلاع

البرهان ق (∠أ ب د) = ق (∠ب د ج). (معطى) وهما متبادلتان $\overline{أب} // \overline{دج}$ ← (١)

ق (∠ج) = ق (∠هـ د أ) (معطى) وهما متناظرتان $\overline{أد} // \overline{بج}$ ← (٢)

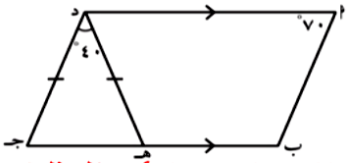
من (١) ، (٢) ينتج أن أ ب جـ د متوازي أضلاع لان فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

---

٣ في الشكل المقابل : $\overline{أد} // \overline{بجـ}$ ،

دهـ = د جـ ، ق (∠أ) = ٧٠° ،

ق (∠هـ د جـ) = ٤٠° ،



برهن أنَّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع

المعطيات

$\overline{أد} // \overline{بج}$ ، دهـ = د ج

ق (∠أ) = ٧٠°

ق (∠هـ د ج) = ٤٠°

المطلوب : برهن أن أ ب ج د متوازي اضلاع

البرهان: بما أن المثلث دهـ ج متطابق الضلعين (معطى)

ق (∠د هـ جـ) = ق (∠جـ) = (١٨٠° − ٤٠°) ÷ ٢ = ٧٠°

السبب : د هـ = د ج من خواص مثلث متطابق الضلعين

ق (∠أ) = ق (∠جـ) = ٧٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°) ← (١)

ق (∠د) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° (بالتحالف و التوازي)

ق (∠ب) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° (بالتحالف و التوازي)

ق (∠ب) = ق (∠د) = ١١٠° ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن أ ب جـ د متوازي أضلاع لان فيه كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

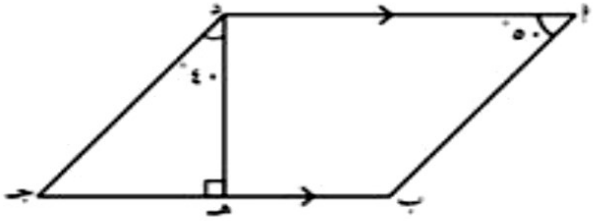
---

٤ إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي فيه $\overline{أد} // \overline{بجـ}$ ،

$\overline{دهـ} \perp \overline{بجـ}$ ، ق (∠أ) = ٥٠° ،

ق (∠هـ د جـ) = ٤٠° ، فبرهن أنَّ

الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع .



المعطيات :

$\overline{أد} // \overline{بج}$

ق (∠أ) = ٥٠° ،

ق (∠هـ د ج) = ٤٠°

المطلوب :

اثبت أن

أ ب ج د متوازي اضلاع

البرهان:

ق (∠جـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

لان مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

ق (∠أ) = ق (∠جـ) = ٥٠° ← (١)

ق (∠ب) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠° (بالتحالف و التوازي)

ق (∠د) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠° (بالتحالف و التوازي)

ق (∠ب) = ق (∠د) = ١٣٠° ← (٢)

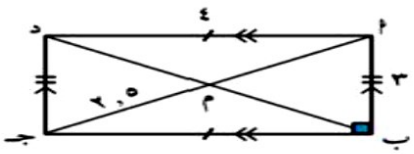
من ١ و ٢ ينتج أن أ ب جـ د متوازي اضلاع

لان فيه كل زاويتان متقابلان متطابقتان

{4-8} المستطيل (خواصه – الكشف عنه)

المستطيل هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وله جميع خواص متوازي الأضلاع .

تدرّب (١) :



أ ب جـ د مستطيل فيه : ق ($\hat{ب}$) = ٩٠° ،

أ ب = ٣ ، أ د = ٤ ، م جـ = ٢,٥

أكمل ما يلي :

١ د جـ = ٣ ..... لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

٢ أ جـ = ٥ ..... لأن القطران ينصف كل منهما الاخر

٣ ق ($\hat{د}$) = ٩٠° ..... لأن زوايا المستطيل قائمة

٤ ق ($\hat{جـ}$) = ٩٠° ..... لأن زوايا المستطيل قائمة

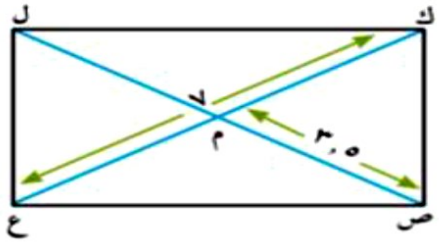
الكشف عن المستطيل

مما سبق نقول إنَّ متوازي الأضلاع يكون مستطيلًا إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية :

(١) إحدى زواياه قائمة .

(٢) قطراه متطابقان .

تدرّب (٣) :



ك ص ع ل متوازي أضلاع فيه : ك ع = ٧ وحدة طول ،

ص م = ٣,٥ وحدة طول .

أثبت أنَّ : ك ص ع ل مستطيل

المعطيات : (١) ك ص ع ل متوازي أضلاع

(٢) ك ع = ٧ وحدة طول ، ص م = ٣,٥ وحدة طول

المطلوب : إثبات أنَّ ك ص ع ل مستطيل

البرهان : ∴ ك ص ع ل متوازي أضلاع (معطى)

∴ ص م = م ل = ٣,٥ ، القطران ينصف كل منهما الأخر

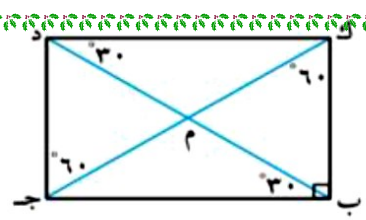
∴ ص ل = ٧

∴ ك ع = ص ل = ٧ ، القطران متطابقان

تدرب ∴ الشكل ك ص ع ل مستطيل لأنَّ

ك ص ع ل شكل متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان

في الشكل المقابل أثبت أنَّ : ك ب جـ د مستطيل .



البرهان :

∵ ق (ك د̂ ب) = ق (د ب جـ) (وهما في وضع تبادل)

∴ ك د // ب جـ (١)

∵ ق (ب ك̂ جـ) = ق (د جـ ك) (وهما في وضع تبادل)

∴ ك ب // د جـ (٢)

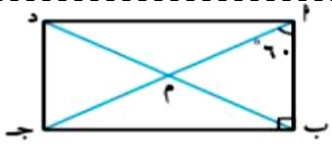
∴ من (١) ، (٢) الشكل متوازي أضلاع ،

∵ ق (ك ب̂ جـ) = ٩٠°

∴ الشكل مستطيل لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة



تمرين :



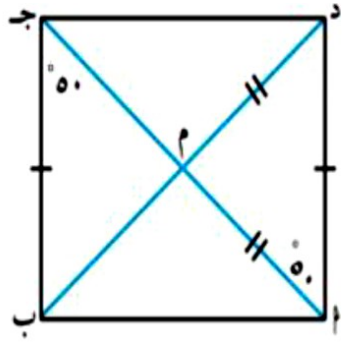
١ أ ب جـ د مستطيل فيه : ق (ب أ̂ جـ) = ٦٠° ،

احسب ق (د ب̂ جـ) .

ق (أ ب̂ د) = ق (ب أ جـ) = ٦٠° (القطران متطابقان)

ق (د ب̂ جـ) = ٩٠° - ٦٠° = ٣٠°

(جميع زوايا المستطيل قائمة)



أ ب جـ د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م

أ د = ب جـ ، م د = م أ ،

ق (د أ̂ جـ) = ق (ب جـ̂ أ) = ٥٠° ،

أثبت أنَّ : أ ب جـ د مستطيل ، ثم أوجد ق (ب أ̂ جـ) .

البرهان

المعطيات : أ م = د م ، أ د = ب ج

ق (أ ج̂ ب) = ق (د أ̂ ج) = ٥٠°

المطلوب : ١) اثبت أن أ ب ج د مستطيل ،

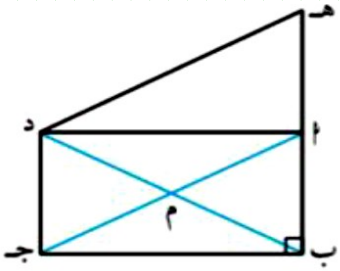
٢) اوجد ق (ب أ̂ ج)

بما أن ق (أ ج̂ ب) = ق (د أ̂ ج) = ٥٠°
و هما في وضع تبادل

أ د // ب ج (١)

أ د ≅ ب ج (٢)

من ١ و ٢ ينتج أن أ ب ج د متوازي أضلاع
لان فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان
لكن م أ = م د (معطى)
اذا ج أ = ب د القطران متطابقان
أ ب ج د مستطيل لانه متوازي اضلاع قطراه متطابقان



٤ هـ أ جـ د متوازي أضلاع ، ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ٩٠° ،
$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، هـ ، أ ، ب على استقامة واحدة .

أثبت أنَّ : أ ب جـ د مستطيل .

المعطيات : هـ أ جـ د متوازي اضلاع ، ق (أ ب ج) = ٩٠ ° ، أ د // ب ج

المطلوب : اثبت أن أ ب ج د مستطيل

سلسلة مذكرات اقرأ

البرهان ..... ∵ الشكل هـ أ جـ د متوازي أضلاع

∴ $\overline{هـ أ}$ // $\overline{دجـ}$ ، ∵ هـ ، أ ، ب على استقامة واحدة

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{دجـ}$ ← (١)

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

∵ ق ($\hat{ب}$) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب جـ د مستطيل إحدى زواياه قائمة .

{5-8} المعين (خواصه والكشف عنه)

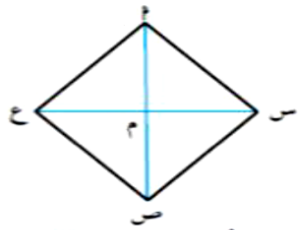
∴ المعين أ ب جـ د متوازي أضلاع وله جميع خواص متوازي الأضلاع .

نلاحظ أنّ : يكون متوازي الأضلاع معين إذا تعامد قطراه .

مما سبق نلاحظ أنّه يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا توفر فيه أحد الشرطين التاليين :
(١) إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه .
(٢) إذا تعامد قطراه .

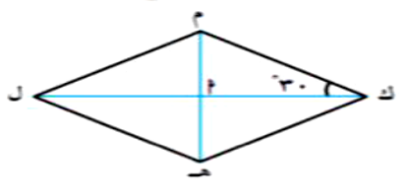
تدرّب (١) :

في الأشكال التالية معينات ، أوجد المطلوب مع ذكر السبب :



ق (س $\hat{م}$ أ) = ٩٠°

السبب : القطران متعامدان



ق (م $\hat{ك}$ هـ) = ٦٠°

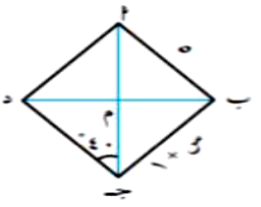
السبب : القطر ينصف زوايا الرأس

ق (م $\hat{ل}$ هـ) = ٦٠°

السبب : كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

ق (ل $\hat{هـ}$ ك) = ١٢٠°

السبب : بالتحالف والتوازي



طول $\overline{ب جـ}$ = ٥ وحدة طول

السبب : اضلاعه متطابقة

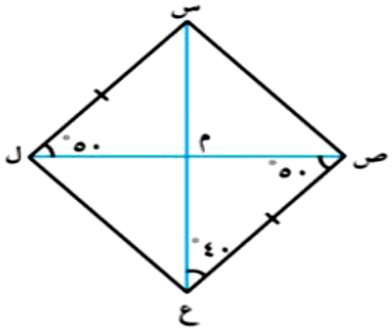
أوجد قيمة س :

س + ١ = ٥

س = ٥ - ١ = ٤

محيط المعين = ٢٠ وحدة طول

تدرب (٣) :



في الشكل المقابل :

ق (س $\hat{ل}$ ص) = ق (ع $\hat{ص}$ ل) = ٥٠° ،

ق (ص $\hat{ع}$ س) = ٤٠° ، س ل = ص ع .

أثبت أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل معين .

المعطيات :

(١) س ل = ص ع

(٢) ق (س $\hat{ل}$ ص) = ق (ع $\hat{ص}$ ل) = ٥٠°

(٣) ق (ص $\hat{ع}$ س) = ٤٠°

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل س ص ع ل معين

البرهان :

∵ س ل = ص ع (فرضًا) (١)

∵ ق (س $\hat{ل}$ ص) = ق (ع $\hat{ص}$ ل) = ٥٠° (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) يكون الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأنَّ فيه ضلعين متقابلين متطابقان ومتوازيان (٣)

في Δ ص م ع فيه :

∵ ق (ع $\hat{ص}$ م) = ٥٠° (فرضًا) ، ∵ ق (ص $\hat{ع}$ م) = ٤٠° (فرضًا)

∴ ق (ص $\hat{م}$ ع) = ١٨٠° − (٤٠° + ٥٠°) = ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

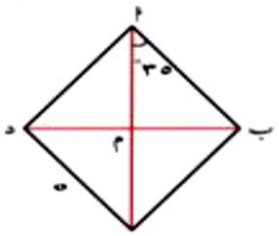
ومنه نستنتج أن : $\overline{\text{س ع}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ل}}$

∴ القطران متعامدان (٤)

∴ من (٣) ، (٤) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع قطراه متعامدان .

∴ الشكل س ص ع ل معين .

تمـــرِّنْ :



١ أ ب ج د معين تقاطع قطريه في م ، ق (ب $\hat{أ}$ ج) = ٣٥° ، ج د = ٥ وحدة طول .

أ احسب قياسات زوايا المعين .

ق ($\hat{أ}$) = ٣٥° + ٣٥° = ٧٠° القطر ينصف زوايا الرأس

ق ($\hat{ب}$) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° بالتحالف والتوازي

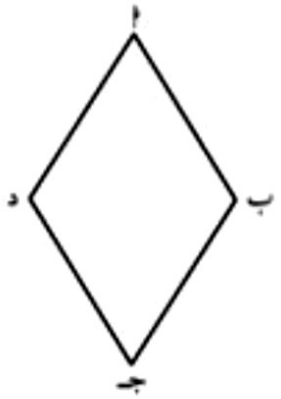
ق ($\hat{ج}$) = ٧٠° كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

ق ($\hat{د}$) = ١١٠° كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

ب أوجد طول $\overline{\text{ب ج}}$. ب ج = ٥ وحدة طول اضلاعه متطابقه

جـ أوجد قياس ق ($\hat{أ م ب}$) = ٩٠° القطران متعامدان

٢ أ ب جـ د معين طول قطره ب د يساوي طول ضلعه .
أوجد قياسات زوايا المعين أ ب جـ د الأربع .



بما أن المثلث أ ب ج متطابق الضلعين

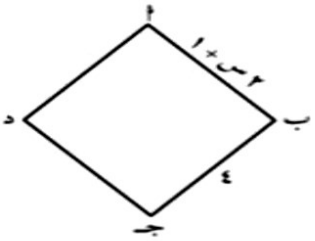
اذا ق (ب أ د) = ٦٠°

بما أن أ ب ج د معين (معطى)

اذا ق (ب ج د) = ق (ب أ د) = ٦٠°

ق (أ ب ج) = ق (أ د ج) = ١٢٠°

٣ أ ب جـ د معين ، أ ب = ٢ س + ١ وحدة طول ،
ب جـ = ٤ وحدة طول . أوجد قيمة س .



جميع اضلاعه متطابقه

٢ س + ١ = ٤

٢ س = ٤ - ١ = ٣

س = ١,٥

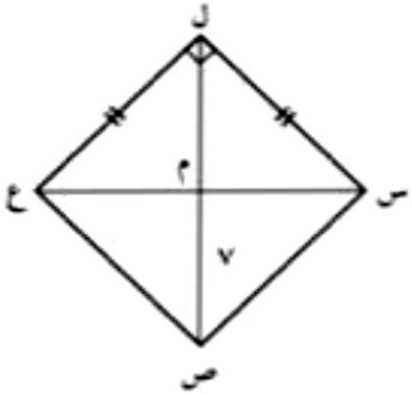
{6-8}المربع (خواصه والكشف عنه)

المربع هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متطابقان (متساويان في الطول) .

المربع هو معين قياس إحدى زواياه ٩٠° .

مثـــــال

في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه : ل م = ٣ ب + ٤ ،
ع م = ٢ جـ - ١ ، م ص = ٧ . أوجد قيمة كلٍ من ب ، جـ .



بما أن س ص ع ل مربع (معطى)

اذا ل ص = س ع القطران متطابقان

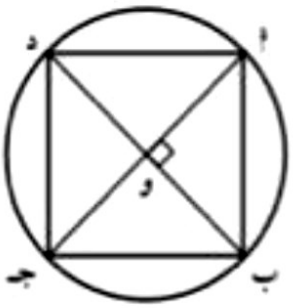
اذا ل م = م ص = م س = م ع

٣ ب + ٤ = ٧	٢ ج - ١ = ٧
٣ ب = ٧ - ٤ = ٣	٢ ج = ٧ + ١ = ٨
ب = ١	ج = ٤

الكشف عن المربع

إذا كان في متوازي الأضلاع القطران متطابقان ومتعامدان ، فإنَّ متوازي الأضلاع هو مربع .

تدرّب (٢) :



في الشكل المقابل أجـ ، بـ د قطران في دائرة مركزها و ، أجـ ⊥ بـ د . أثبت أنَّ أ ب جـ د مربع .

المعطيات : (١) و مركز الدائرة ، (٢) أجـ ⊥ بـ د

المطلوب : إثبات أنَّ أ ب جـ د مربع

البرهان : ∵ و مركز الدائرة

∴ أو = بـ و = جـ و = د و (١)

أنصاف اقطار الدائرة متطابقة

∴ أجـ = بـ د ، القطران متطابقان (٢)

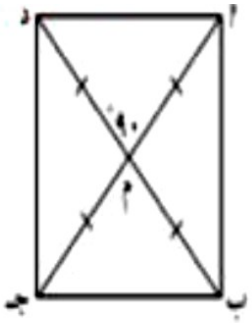
ولكن أجـ ⊥ بـ د (٣)

∴ من (١) ، (٢) ، (٣) أ ب جـ د مربع

سلسلة مذكرات اقرأ

---

٢ مستعينًا بالمعطيات على الرسم أثبت أنَّ الشكل مربع .



المعطيات:

أ م = ب م = جـ م = د م

ق (أ م د) = ٩٠°

المطلوب : اثبت أن

أ ب جـ د مربع

البرهان ب م = م د (معطى) (١)

أ م = م جـ (معطى) (٢)

من ١ و ٢ ينتج ان بس يص ع ل متوازي أضلاع

لان فيه كل قطراه ينصف كل منهما الاخر

ق (أ م د) = ٩٠° (معطي)

اذا أ جـ ⊥ ب د (القطران متعامدان)

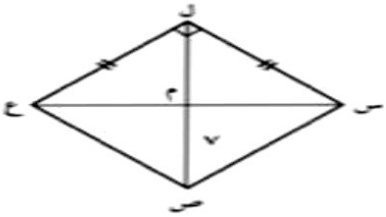
ب م = م د = م جـ = م أ (معطى)

اذا أ جـ = ب د (القطران متطابقان)

أ ب جـ د مربع لانه متوازي اضلاع قطراه متعامدان ومتطابقان

سلسلة مذكرات اقرأ

٣ في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه : ل م = ٣ ب + ٤ ،
ع م = ٢ جـ - ١ ، م ص = ٧ . أوجد قيمة كلٍّ من ب ، جـ .

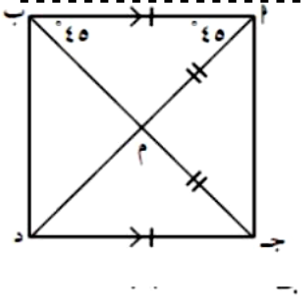


بما أن س ص ع ل مربع (معطى)
اذا ل ص = س ع القطران متطابقان
اذا ل م = م ص = م س = م ع

٣ ب + ٤ = ٧	٢ ج - ١ = ٧
٣ ب = ٧ - ٤ = ٣	٢ ج = ٧ + ١ = ٨
ب = ١	ج = ٤

---

٥ أثبت أنَّ : الشكل أ ب د جـ مربع .



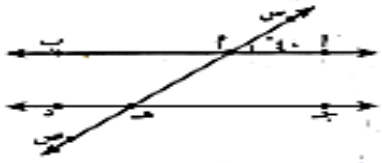
المعطيات: أ ب = د جـ ، ق (د أ ب) = ق (أ ب جـ) = ٤٥°
المطلوب : اثبت أن أ ب جـ د مربع

البرهان
أ ب // د جـ (معطى) (١)
أ ب ≅ د جـ (معطى) (٢)

من ١ و ٢ ينتج أن أ جـ د ب متوازي أضلاع لان فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان
ق (أ م̂ ب) = ١٨٠° - (٤٥° + ٤٥°) = ٩٠° (لان مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)
اذا أ د ⊥ ج ب القطران متعامدان
لكن م أ = م ج (معطى) اذا أ د = ج ب (القطران متطابقان)
أ ج د ب مربع لانه متوازي اضلاع قطراه متعامدان ومتطابقان

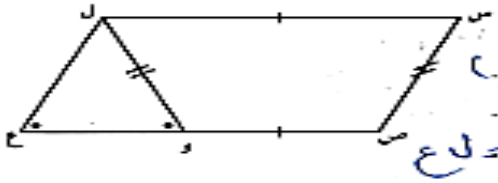
حل مراجعة الوحدة الثامنة بالكتاب المدرسي صـ 96

١ في الشكل المقابل إذا كان أ ب // جـ د ،
س ص قاطع لهما في م ، هـ على الترتيب ،
ق (أ م̂ س) = ٤٠° ، أوجد مع ذكر السبب :



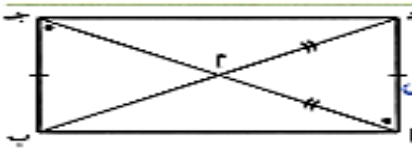
أ ق (جـ هـ̂ م) = ١٤٠° السبب : بالتناظر والتوازي مع أ م̂ س
ب ق (جـ هـ̂ ص) = ٤٠° السبب : بالتجاور على مستقيم مع جـ هـ̂ م
جـ ق (م هـ̂ د) = ١٤٠° السبب : بالتقابل بالرأس مع جـ هـ̂ ص

٢ أثبت أنَّ : الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .



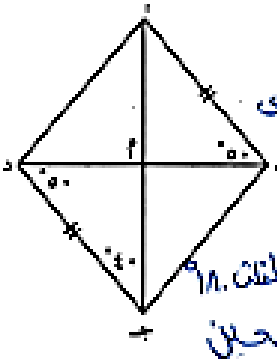
∠ ل و ع فيه : ق (ل و̂ ع) = ق (ل ع̂ و)
∴ ∠ ل و ع متطابق المثلثين
∴ ل و = ل ع ، ك س = ل و ∴ س ص = ل ع
∴ س ل = ص ع معطى
∴ الشكل س ص ع ل فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين
∴ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع

٣ أثبت أنَّ : الشكل أ ب جـ د مستطيل .



ق (د م̂ جـ) = ق (ب م̂ أ) فرضية تبادل وتوازن
∴ د م // أ ب
∴ د م = م ب
∴ د م = م ب
∴ د م جـ د ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان
∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع
م تنصف تماثل قطريه القطران ينصف كل منهما الآخر
∴ د م = م ب ، ك م = م م
م د = م ب ، ك د = أ م القطران متطابقان
∴ الشكل أ ب جـ د مستطيل

٤ أثبت أنّ : الشكل اب جـ د معين .



ق(∠أ) = ق(∠جـ) = ٥٠° ، ق(∠ب) = ق(∠د) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

∵ أ ب // د جـ ، أ د // ب جـ ∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع

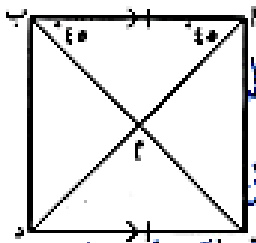
∵ ق(∠أ) = ق(∠ب) ∴ ضلعان متقابلان متوازيان

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع / ومتقايسان

في △ أ ب جـ : ق(∠أ) + ق(∠ب) + ق(∠جـ) = ١٨٠° ، ق(∠ب) = ٩٠° مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

∴ أ جـ ⊥ ب د القطران متعامدان ∴ الشكل أ ب جـ د معين

٥ أثبت أنّ : الشكل اب جـ د مربع .



∵ أ ب // د جـ ، أ د // ب جـ ضلعان متقابلان وتوازيان ومتقايسان

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع

∵ ق(∠أ) = ق(∠ب) = ٩٠° ∴ ضلعان متتاليان في الطول

∵ ق(∠أ) + ق(∠ب) + ق(∠جـ) + ق(∠د) = ٣٦٠° ، ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٩٠°

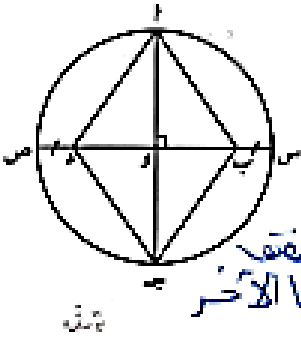
∴ ق(∠أ) + ق(∠د) = ١٨٠° ∴ أ د // ب جـ ∴ الشكل أ ب جـ د شبه منحرف

∵ أ ب متعامد مع ب جـ ∴ أ ب ⊥ ب جـ ∴ القطران متعامدان

∵ أ ب = ب جـ ∴ القطران متساويان ∴ الشكل أ ب جـ د مربع

٦ في الشكل المقابل : و مركز الدائرة ،

أثبت أنّ الشكل : اب جـ د معين .



∵ أ و ≅ و جـ ، ب و ≅ و د (أنصاف الأقطار متطابقة)

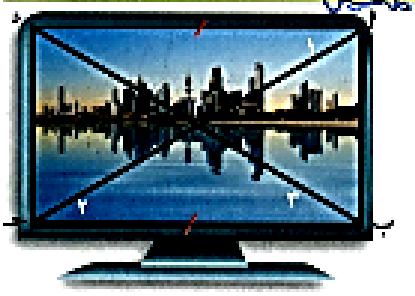
∵ س ص ⊥ ب د

∵ س و = س ص = د ص = و ب = و د = نصف القطر

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع و أ و = و جـ كل منهما الآخر

∴ أ جـ ⊥ ب د القطران متعامدان ∴ أ ب جـ د معين

٧ تهتم شركات الإلكترونيات الحديثة في تصميماتها على الأشكال الهندسية المتنوعة . ففي الصورة أمامك شاشة لجهاز التلفاز رُباعية الشكل .



الشكل الرباعي اب جـ د فيه :

ق(∠١) = ق(∠٢) = ق(∠٣) ، ب جـ = ا د .

أثبت أنّ الشكل اب جـ د مستطيل .

ق(∠١) = ق(∠٢) وهما في وضع تبادل وتوازي

∵ أ ب // د جـ ، أ د = ب جـ ضلعان متقابلان متوازيان ومتقايسان

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع

في △ أ ب جـ ق(∠٣) = ق(∠٢) ∵ أ ب = أ جـ

∴ قطعة تقاطع القطرين و القطران متقايسان

∴ الشكل أ ب جـ د مستطيل

٩٧

حل اختبار الوحدة الثامنة بالكتاب المدرسي صـ 98

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الاختيار الصحيح	أ	أ	أ	ب	أ	ج	ب	أ	ج	أ

سلسلة مذكرات اقرأ

للمتوسط والثانوي

اطلبها الان

تصلك حيثما كنت

6090309

ملاحظة: المذكرة الكاملة تحوي

المنهج كامل حسب مقرر هذا العام

الشرح+ تدريبات +حل الكتاب +بنوك معلومات

+اختبارات قصيرة غير محلولة ثم حلها

+ اختبارات نهائية غير محلولة ثم حلها

وكل هذا بدينارين فقط

عرض خاص

عند طلب مذكرات الصف كاملة يكون التوصيل مجاني



كـــود قنـــاة
اقـــرأ تلجرام



كود واتساب
مذكرات اقرأ



كود صفحة
الانستجرام