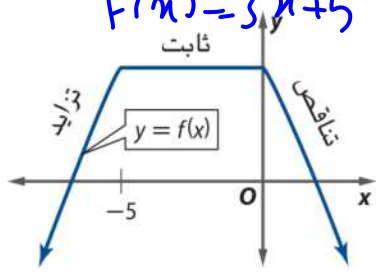


القيم القصوى ومعدلات التغير

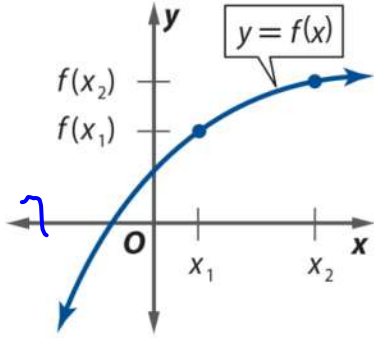


$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

معدل التغير

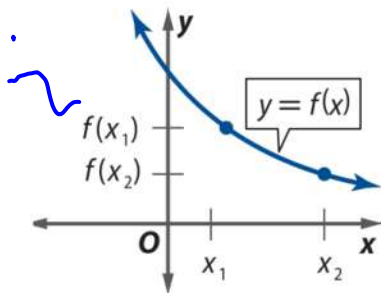
سلوك التزايد والتناقص

هو معرفت الفترات التي تكون الدالة عندها متزايدة او متناقصة
علي مجال الدالة اي x



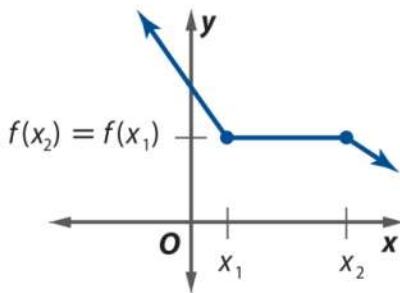
الفتره: $(-\infty, \infty)$

تكون الدالة f متزايدة في الفترة I إذا فقط إذا كان لأي نقطتين في I .
أدى التغير الموجب في x إلى تغير موجب في $f(x)$.
لكل x_1 و x_2 في فترة I , $f(x_1) < f(x_2)$ عند $x_1 < x_2$.



الفتره: $(-\infty, \infty)$

تكون الدالة f متناقصة في الفترة I إذا فقط إذا كان لأي نقطتين في I .
أدى التغير السالب في x إلى تغير سالب في $f(x)$.
لكل x_1 و x_2 في فترة I , $f(x_1) > f(x_2)$ عند $x_1 < x_2$.



الفتره: (a, b)

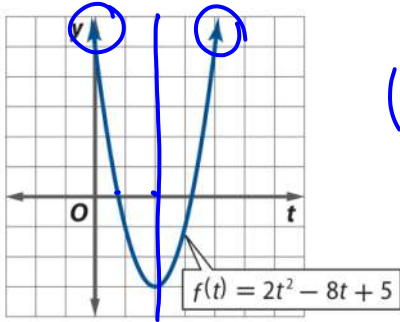
تكون الدالة f ثابتة في الفترة I إذا فقط إذا كان لأي نقطتين في I .
لم يؤدي التغير الموجب في x إلى أي تغير في $f(x)$.
لكل x_1 و x_2 في فترة I , $f(x_1) = f(x_2)$ عند $x_1 < x_2$.

يجب ملاحظه الفترات من الرسم الدائره المفتوحه تعني فتره مفتوحه والدائره المظلمه تعني فتره مغلقه
والسم يعني مالا نهايت او سالب مالا نهايت علي حسب اتجاهه
من اليسار تعني من سالب مالا نهايت
من ناحيت اليمين تعني الي مالا نهايت موجبت

الفصل الدراسي الأول

الصف الحادي عشر المتقدم

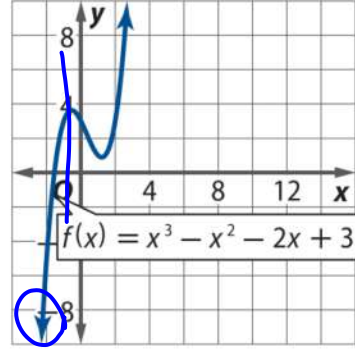
استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات مقربةً إلى أقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة.



متزايدة: $(2, \infty)$

متناقصة: $(-\infty, 2)$

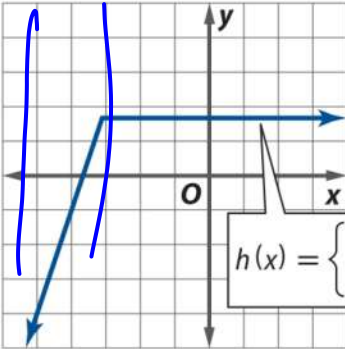
ثابتة: لا



متزايدة: $(-\infty, -1)$

متناقصة: $(-1, 1)$

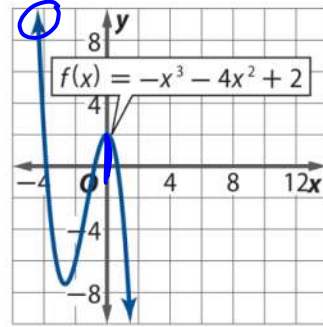
ثابتة: لا



متزايدة: $(-\infty, -3)$

متناقصة: $(-3, \infty)$

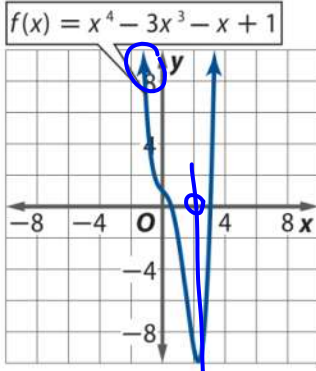
ثابتة: لا



متزايدة: $(-6, 0)$

متناقصة: $(-\infty, -3)$

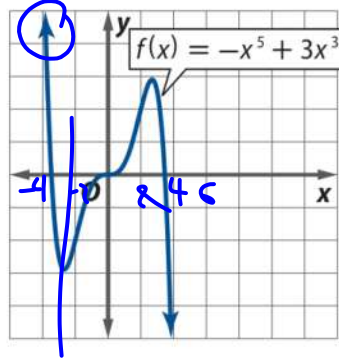
ثابتة: لا



متزايدة: $(2, \infty)$

متناقصة: $(-\infty, 2)$

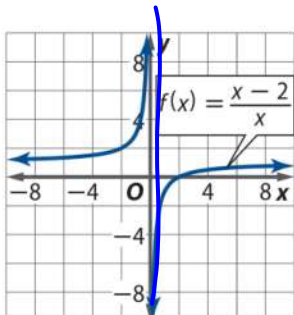
ثابتة: لا



متزايدة: $(-3, 3)$

متناقصة: $(\infty, -3)$

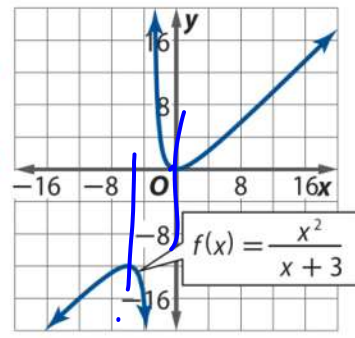
ثابتة: لا



متزايدة: $(-\infty, \infty)$

متناقصة: لا

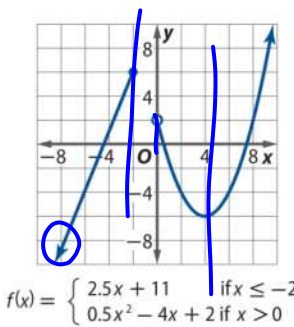
ثابتة: لا



متزايدة: $(-\infty, -4)$

متناقصة: $(-4, -2)$

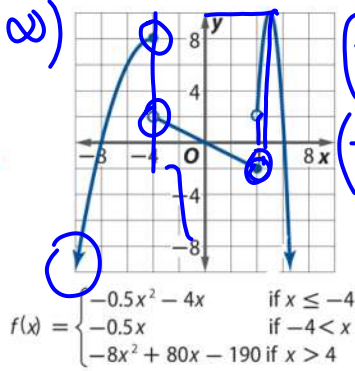
ثابتة: لا



متزايدة: $(-\infty, -2] \cup (4, \infty)$

متناقصة: $(0, 4)$

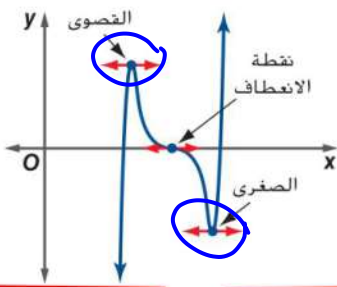
ثابتة: لا



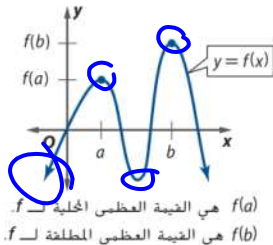
متزايدة: $(-\infty, -4] \cup (4, 5)$

متناقصة: $(-4, 4) \cup (5, \infty)$

ثابتة: لا



النقاط الحرجة لدالة ما هي تلك النقاط التي يكون عندها الخط المماس للمنحنى أفقي أو رأسي. **القيم القصوى** هي نقاط حرجة تغير الدالة عندها سلوكها من حيث التزايد أو التناقص. وعند هذه النقاط، تكون للدالة قيمة **عظمى** أو **صغرى**. محلية أو مطلقة. **نقطة الانعطاف** يمكن أن تكون أيضًا نقطة حرجة. وعند هذه النقاط، تغير الدالة من اتجاه تقعرها، ولكن لا تغير سلوكها من حيث التزايد أو التناقص. بدلاً من ذلك، يتغير اتجاه المنحنى من أعلى لأسفل أو العكس.

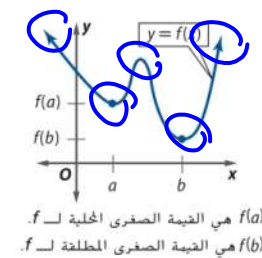


إذا كانت القيمة العظمى المحلية هي أكبر قيمة يمكن أن تبلغها الدالة f في مجالها بالكامل، فهي **قيمة عظمى مطلقة**.

$f(b)$ هي القيمة العظمى المطلقة للدالة f إذا كان $f(b) > f(x)$ لكل $x \neq b$ في مجال f .

القيمة العظمى المحلية لدالة f هي أكبر قيمة يمكن أن تبلغها $f(x)$ في فترة من المجال.

$f(a)$ هي قيمة عظمى محلية للدالة f إذا كانت هناك فترة (x_1, x_2) تحتوي على a بحيث $f(a) > f(x)$ لكل $x \neq a$ في (x_1, x_2) .



إذا كانت القيمة الصغرى المحلية هي أصغر قيمة يمكن أن تبلغها الدالة f في مجالها بالكامل، فهي **قيمة صغرى مطلقة**.

$f(b)$ هي القيمة الصغرى المطلقة للدالة f إذا كان $f(b) < f(x)$ لكل $x \neq b$ في مجال f .

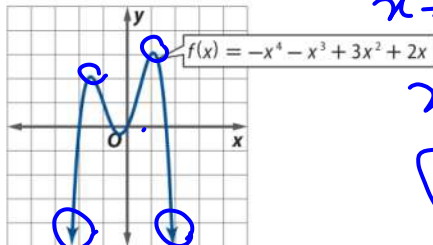
القيمة الصغرى المحلية لدالة f هي أصغر قيمة يمكن أن تبلغها $f(x)$ في فترة من المجال.

$f(a)$ هي قيمة صغرى محلية للدالة f إذا كانت هناك فترة (x_1, x_2) تحتوي على a بحيث $f(a) < f(x)$ لكل $x \neq a$ في (x_1, x_2) .

لو الدالة بها سهم الى اعلي اي سلوكها الطرفي الى موجب مالانهايت سواء من اليمين او اليسار لا يوجد قيم عظمى مطلقة لها
لو الدالة بها سهم الى اسفل اي سلوكها الطرفي الى سالب مالانهايت سواء من اليمين او اليسار لا يوجد قيم صغرى مطلقة لها

$$x = -1.5$$

$$x = 1$$



$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = 1$$

عظمى محلية:

صغرى محلية:

عظمى مطلقة:

صغرى مطلقة:

عظمى محلية:

صغرى محلية:

عظمى مطلقة:

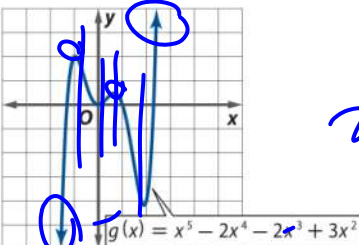
صغرى مطلقة:

عظمى محلية:

صغرى محلية:

عظمى مطلقة:

صغرى مطلقة:

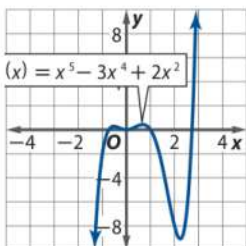


$$x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0$$

$$x = 2$$



$$x = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

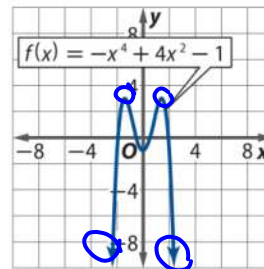
$$x = 2$$

عظمى مطلقة:

صغرى مطلقة:

قدّر وصنّف القيم القصوى للتمثيل البياني لكل دالة.

$$x = \frac{1}{2} \quad x = -\frac{1}{2}$$



$$x = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

صغرى محلية:

عظمى مطلقة:

صغرى مطلقة:

عظمى محلية:

صغرى محلية:

عظمى مطلقة:

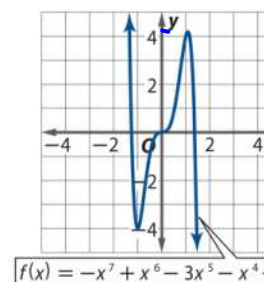
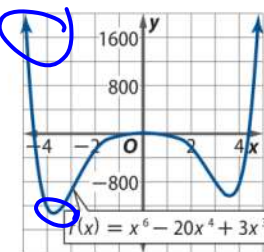
صغرى مطلقة:

عظمى محلية:

صغرى محلية:

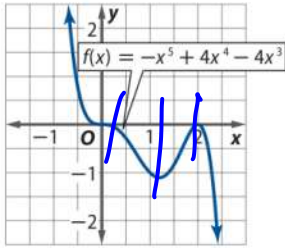
عظمى مطلقة:

صغرى مطلقة:

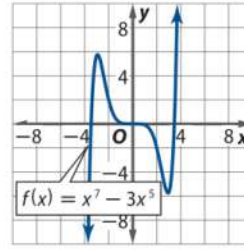


الصف الحادي عشر المتقدم

الفصل الدراسي الأول



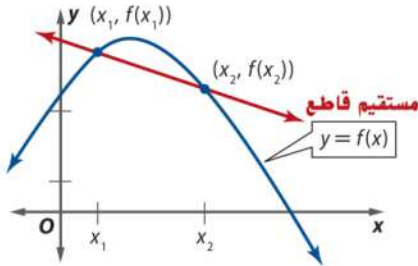
$x = -2$: عظمى محلية
 $x = 1.5$: صغرى محلية
 x : عظمى مطلقة
 x : صغرى مطلقة



$x = -3$: عظمى محلية
 $x = 3$: صغرى محلية
 x : عظمى مطلقة
 x : صغرى مطلقة



متوسط معدل التغير



متوسط معدل التغير بين أي نقطتين في التمثيل البياني للدالة f هو ميل الخط بالنقطتين.

الخط المار بنقطتين على منحنى يُسمى **القاطع**. ويُشار إلى ميل القاطع بواسطة m_{sec} .

متوسط معدل التغير في الفترة $[x_1, x_2]$ هو

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2; [2, 3]$

$x_1 = 2, x_2 = 3$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{3 - 2} = \frac{6}{1} = 6$$

جد متوسط معدل التغير في كل دالة مما يلي في الفترة المحددة.

$$f(3) = 2$$

$$f(2) = -4$$

$f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x; [-5, -3]$

$x_1 = -5, x_2 = -3$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{15 - 455}{(-3) - (-5)} = \frac{-440}{2} = -220$$

$$f(-5) = 455$$

$$f(-3) = 15$$

$$h(x) = -x^5 - 5x^2 + 6x - 9; [3, 6]$$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{-7929 - (-279)}{6 - 3} = \frac{-7650}{3} = -2550$$

$$f(3) = -279$$

$$f(6) = -7929$$

$$f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 2x - 8; [-2, 3]$$

$$f(-2) = -12$$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{-92 - (-12)}{3 - (-2)} = -18$$

$$f(3) = -92$$

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 6; [2, 6]$$

$$582 - 22$$

$$f(2) = 22$$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{582 - 22}{6 - 2} = 140$$

$$f(6) = 582$$

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 6x - 1; [5, 9]$$

$$f(5) = 1854$$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{1854 - 19574}{5 - 9} = 4430$$

$$f(9) = 19574$$

$$f(x) = \sqrt{x+8}; [-4, 4]$$

$$f(4) = 2\sqrt{3}$$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{(2\sqrt{3}) - (2)}{4 - (-4)} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4}$$

$$f(-4) = 2$$

$$f(x) = \frac{x-3}{x}; [5, 12]$$

$$f(5) = 0.4$$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{0.75 - 0.4}{12 - 5} = 0.5$$

$$f(12) = 0.75$$

فيزياء إذا تم إهمال مقاومة الرياح، فيتم تمثيل المسافة $d(t)$ بالقدم والتي يقطعها جسم يتحرك بعد إسقاطه من مكان مرتفع باستخدام العلاقة $d(t) = 16t^2$. حيث يمثل t الزمن بالثانية بعد إسقاط الجسم. جد وفسر متوسط سرعة الجسم من الثانية 2 إلى 4.

متوسط سرعة الجسم من الثانية الثانية إلى الرابعة

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2}$$

متوسط سرعة الجسم من الثانية الثانية إلى الرابعة

$$f(2) = 64$$

$$f(4) = 256$$

$$\frac{256 - 64}{4 - 2} = 96$$

زاد معدل 96 قدم في الثانية

الطقس يمكن تمثيل متوسط درجة الحرارة العظمى بالشهر في دبي بواسطة العلاقة $f(x) = -0.5x^2 + 5x + 23$. حيث يمثل x الشهر ويمثل $x = 1$ يناير. جد متوسط معدل التغيير لكل فترة زمنية. وشرح ما يمثله هذا المعدل.

أ. أبريل إلى مايو

$$\frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = \frac{35.5 - 35}{1} = 0.5$$

ب. يوليو إلى نوفمبر

$$\frac{f(7) - f(11)}{7 - 11} = \frac{33.5 - 17.5}{-4} = 4$$

نقلت معدل 4 درجات مئوية

القهوة يمكن تمثيل استهلاك القهوة من 1990 إلى 2000 بالعلاقة

$$f(x) = -0.004x^4 + 0.077x^3 - 0.38x^2 + 0.46x + 12$$

حيث يمثل x العام، وينظر $x = 0$ عام 1990. ويتم قياس الاستهلاك بالمليون كيلو جرام. جد متوسط معدل التغيير لكل فترة زمنية.

أ. 1990 إلى 2000

$$\frac{f(10) - f(0)}{10 - 0} = \frac{15.6 - 12}{10} = 0.56$$

ب. 1995 إلى 2000

$$\frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{11.9 - 12}{-5} = 0.2$$

$$f(-1) = -2$$

$$f(-2) = 2$$

$$f(-1) = 10$$

$$f(1) = 6$$

a) 3

c) -4

متوسط تغير الدالة $f(x) = -x^3 + 3x$ في

الفترة $[-2, -1]$ هي: $(2) - (-2)$

$$\frac{(2) - (-2)}{(-2) - (-1)} = -4$$

b) -3

d) غير ذلك

أوجد متوسط معدل التغير للدالة $g(x) = 8x^2 - 2x$ في الفترة $[-1, 1]$.

$$f(-1) = 10$$

$$f(1) = 6$$

b) 0

d) ∞

a) -2

c) 2

عدم استقامة الخط



السفر في كل ساعة. سجل سعيد ومثل بيانًا المسافة الإجمالية بالكيلو متر والتي قطعتها عائلته بالسيارة خلال رحلة. اذكر بعض أسباب اختلاف متوسط معدل التغير وظهوره كأنه ثابت خلال فترتين.

a) 70

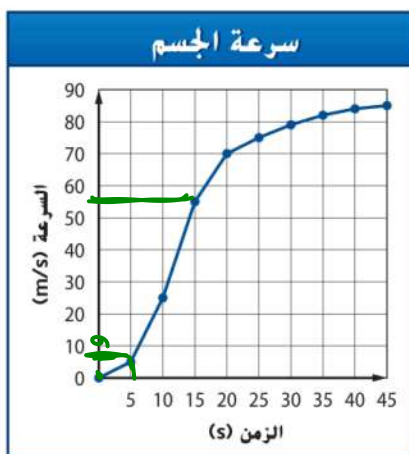
b) 50

c) 250

d) 200

$$(100) (2, 100)$$

$$\frac{100 - 0}{2 - 0} = 50$$



جـد متوسط معدل التغير لكل من $[5, 15]$.

$$f(5) = 5$$

$$f(15) = 55$$

a) 5

b) 50

c) 15

d) 200

$$\frac{55 - 5}{15 - 5} = 5$$

متوسط تغير الدالة $f(x) = \sqrt{x+8}$ في الفترة $[-4, 1]$ هي

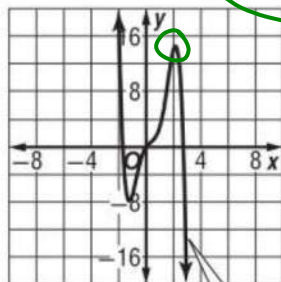
$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{3}$

$f(1) = 3$
 $f(-4) = 2$

$\frac{2-3}{-4-1} = \frac{1}{5}$
 $\frac{1}{5}$

مطلوب



$f(x) = -x^5 + 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 3x$

مُسْتَعِيناً بالتمثيل البياني المُوضح , توجد قيمة عظمى عند

$x = 1$

$x = -1$

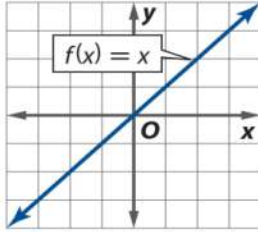
$x = 2$

$x = 0$

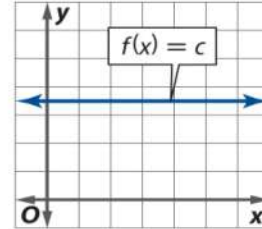
الدوال الاصلية والتحويلات

الدوال الأصلية الخطية وكثيرة الحدود

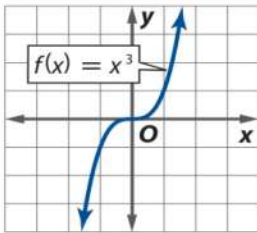
الدالة المحايدة $f(x) = x$ تمر بجميع النقاط ذات الإحداثيات (a, a) .



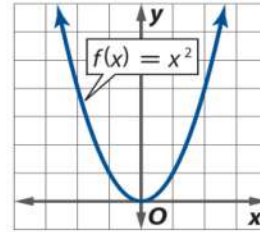
الدالة الثابتة تكون بالصورة $f(x) = c$. حيث c أي عدد حقيقي. وتمثلها البياني خط أفقي. وعند $c = 0$. فإن $f(x)$ تكون **دالة صفرية**.



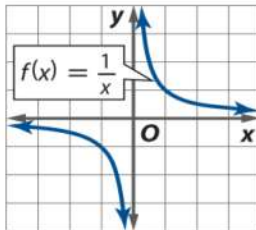
الدالة التكعيبية $f(x) = x^3$ متناظرة حول نقطة الأصل.



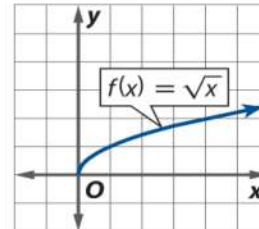
الدالة التربيعية $f(x) = x^2$ تمثيلها البياني على شكل حرف U.



الدالة العكسية تكون بالصورة $f(x) = \frac{1}{x}$.

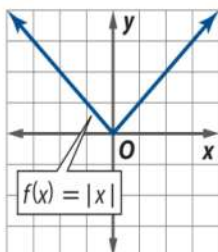


دالة الجذر التربيعي تكون بالصورة $f(x) = \sqrt{x}$.



دالة القيمة المطلقة الأصلية

دالة القيمة المطلقة. المشار إليها $f(x) = |x|$. هي دالة على شكل V ويتم تعريفها بالصورة

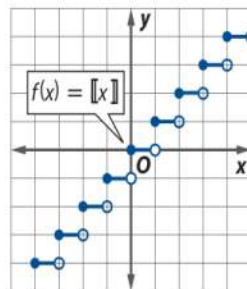


$$f(x) = \begin{cases} -x & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$$

$$|-5| = 5, |0| = 0, |4| = 4$$

دالة أكبر عدد صحيح الأصلية

دالة أكبر عدد صحيح. المشار إليها $f(x) = \lfloor x \rfloor$. يتم تعريفها بأنها أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x .

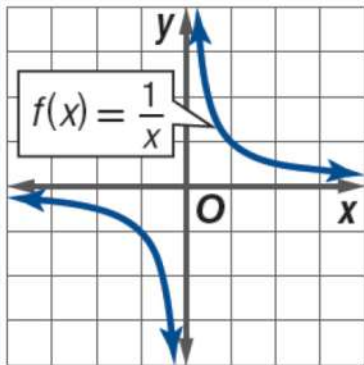


$$\lfloor -4 \rfloor = -4, \lfloor -1.5 \rfloor = -2, \left\lfloor \frac{1}{3} \right\rfloor = 0$$

[]

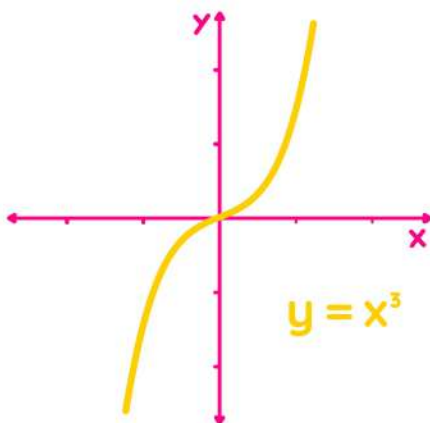
صف الخصائص التالية للتمثيل البياني للدالة الأصلية: المجال والمدة والتقاطعات والتماثل والاتصال والسلوك الطرفي وفترات تزايد/تناقص التمثيل البياني.

$$f(x) = \frac{1}{x}$$



المجال	$\mathbb{R} - \{0\}$
المدة	$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
التقاطعات	مع محور x : لا مع محور y : لا
التماثل	تقف الاصل
الاتصال	غير متصلة عند $x=0$
التزايد	متناقص على مجالها
التناقص	
السلوك الطرفي	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

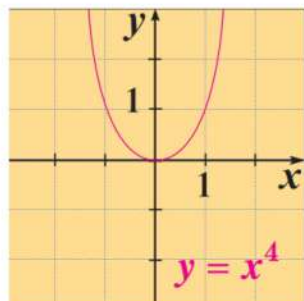
$$f(x) = x^3$$



المجال	$\mathbb{R}$
المدة	$\mathbb{R}$
التقاطعات	مع محور x : لا مع محور y : لا
التماثل	تقف الاصل
الاتصال	متصلة
التزايد	على مجالها
التناقص	لا
السلوك الطرفي	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

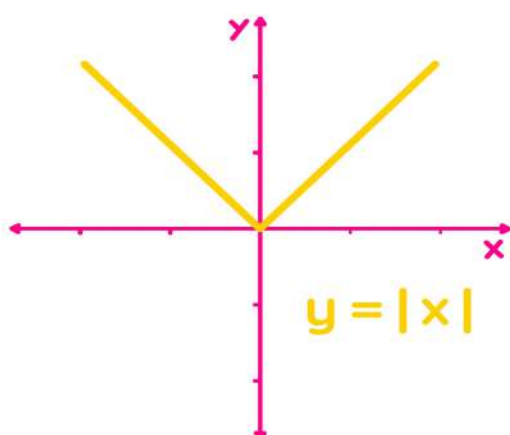
صف الخصائص التالية للتمثيل البياني للدالة الأصلية: المجال والمدى والتقاطعات والتماثل والاتصال والسلوك الطرفي وفترات تزايد/تناقص التمثيل البياني.

$$f(x) = x^4$$



$\mathbb{R}$	المجال
$[0, \infty)$	المدى
مع محور x : 0	التقاطعات
مع محور y : 0	
محول محور y	التماثل
متصلة	الاتصال
$(0, \infty)$	التزايد
$(-\infty, 0)$	التناقص
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots \infty$	السلوك الطرفي
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots \infty$	

$$f(x) = |x|$$



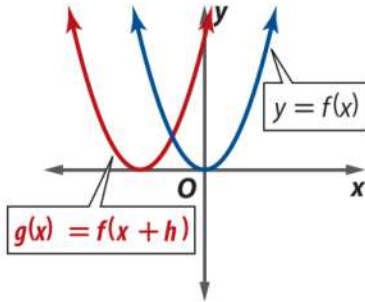
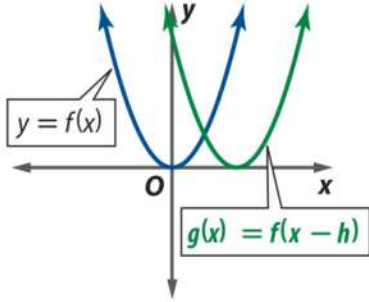
$\mathbb{R}$	المجال
$(0, \infty)$	المدى
مع محور x : 0	التقاطعات
مع محور y : 0	
حول محور y	التماثل
كل مجالها	الاتصال
$(0, \infty)$	التزايد
$(-\infty, 0)$	التناقص
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots \infty$	السلوك الطرفي
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots \infty$	

الإزاحة الأفقية والرأسية

الإزاحة الأفقية

التمثيل البياني لـ $g(x) = f(x - h)$ هو التمثيل البياني لـ $f(x)$ بعد إزاحته

- h وحدة لليمين عند $h > 0$ و
- h وحدة لليسار عند $h < 0$.

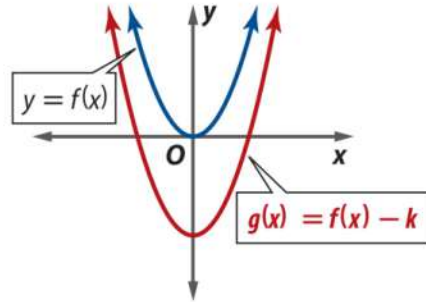
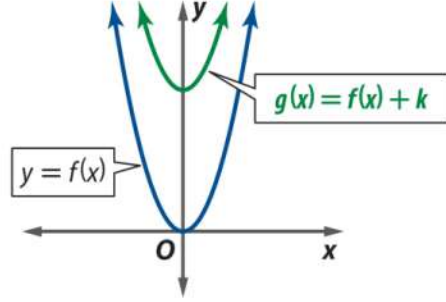


يسار +
يمين -
أعلى +
أسفل -

الإزاحة الرأسية

التمثيل البياني لـ $g(x) = f(x) + k$ هو التمثيل البياني لـ $f(x)$ بعد إزاحته

- k وحدة لأعلى عند $k > 0$ و
- k وحدة لأسفل عند $k < 0$.

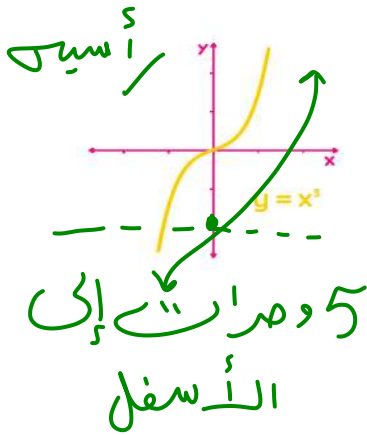


الإزاحة على محور x تكون عكس الإشارة وتكون داخل الدالة الأصلية في أي صورة أي

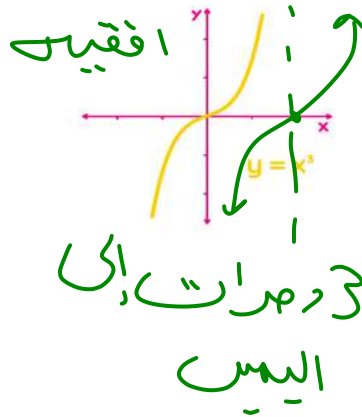
الإزاحة على محور y تكون نفس الإشارة وتكون خارج الدالة الأصلية في أي صورة أي

استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = x^3$ لتمثيل كل دالة بيانيًا.

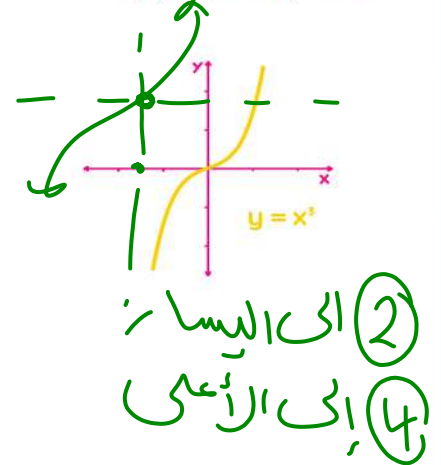
$$h(x) = x^3 - 5$$



$$h(x) = (x - 3)^3$$

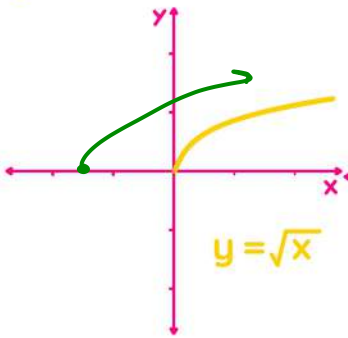


$$h(x) = (x + 2)^3 + 4$$



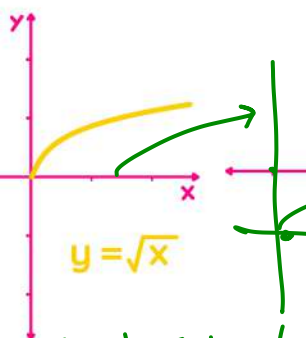
استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = \sqrt{x}$ لتمثيل كل دالة بيانيًا.

$$g(x) = \sqrt{x+3}$$



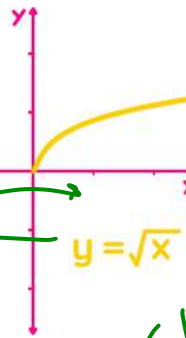
3 وحدات يسار

$$g(x) = \sqrt{x-4}$$



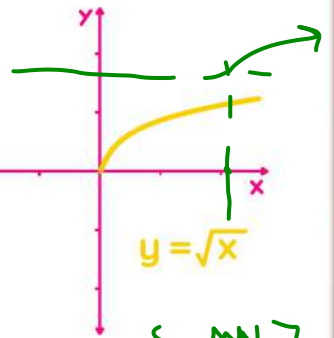
4 وحدات ليمين

$$g(x) = \sqrt{x+6} - 4$$



6 يسار
4 أسفل

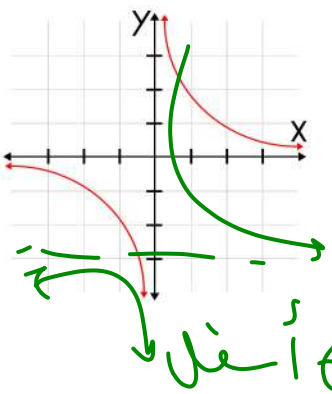
$$g(x) = \sqrt{x-7} + 3$$



7 يمين
3 أعلى

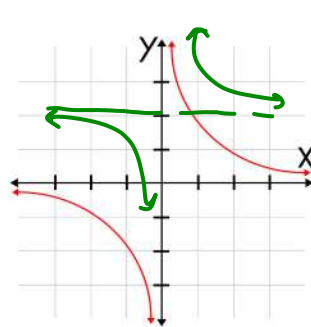
استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = \frac{1}{x}$ لتمثيل كل دالة بيانيًا.

$$g(x) = \frac{1}{x} - 6$$



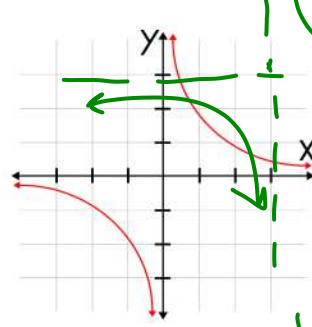
6 أسفل

$$g(x) = \frac{1}{x} + 4$$



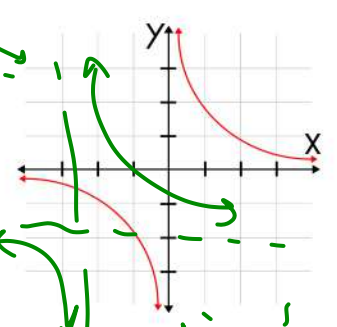
4 أعلى

$$g(x) = \frac{1}{x-6} + 8$$

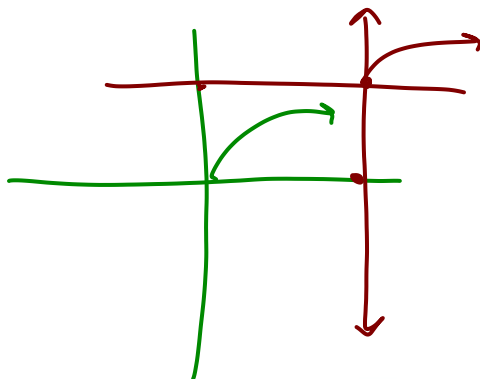


8 أعلى
6 يسار

$$g(x) = \frac{1}{x+7} - 4$$

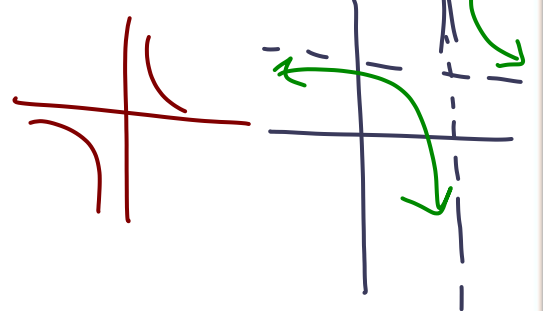


4 أسفل
7 يسار



$$\sqrt{x-5} + 3$$

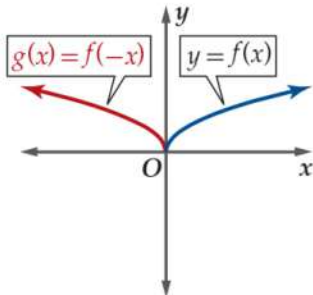
$$\frac{1}{x-5} + 3$$



الانعكاس حول المحورين الإحداثيين

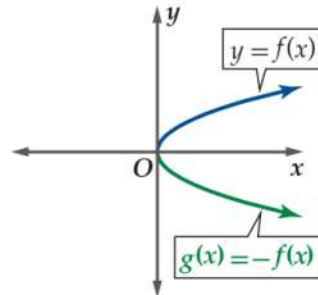
الانعكاس حول المحور y

منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y .



الانعكاس حول المحور x

منحنى الدالة $g(x) = -f(x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور x .



الانعكاس على محور x تكون الإشارة السالبة خارج الدالة الأصلية في أي صورة أي مع y كاملة

الانعكاس على محور y تكون الإشارة السالبة داخل الدالة الأصلية في أي صورة أي مع x

صف العلاقة بين منحنى $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة $g(x)$ في

التحويلات
الانعكاس

حول محور y

الازاحة 4 وحدات يار

$$f(x) = \frac{1}{x+4}$$

المعادلة

حول محور x

التحويلات
الانعكاس

الازاحة 2, أي الأسفل

$$f(x) = \frac{1}{x} - 2$$

المعادلة

صف وجه الارتباط بين التمثيل البياني لـ $f(x) = [x]$ و $g(x)$. ثم اكتب معادلة لـ $g(x)$.

التحويلات
الانعكاس

حول y

$$f(x) = [x-4]$$

الازاحة

المعادلة

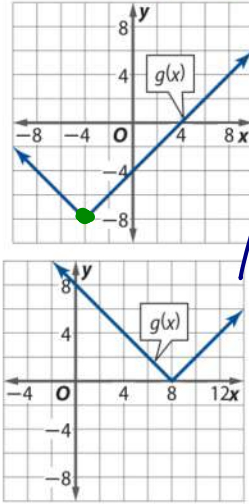
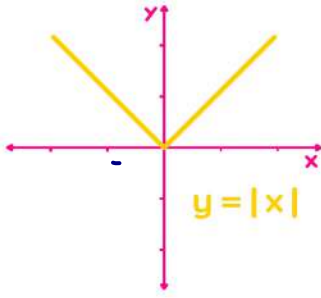
التحويلات
الانعكاس

$$f(x) = [x+3]$$

الازاحة

المعادلة

صف وجه الارتباط بين التمثيل البياني لـ $f(x) = |x|$ و $g(x)$. ثم اكتب معادلة لـ $g(x)$.



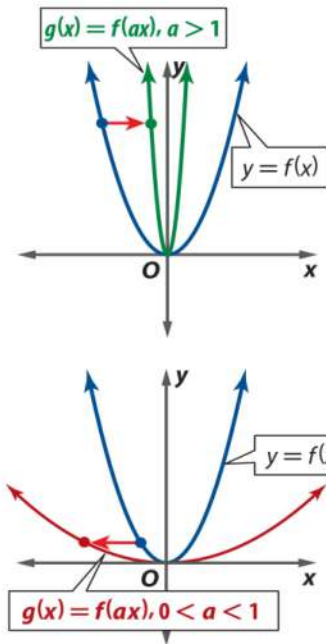
التحويلات
الانعكاس
الازاحة
المعادلة
التحويلات
الانعكاس
الازاحة
المعادلة

4 وحدات يار
8 أسفل
8 يمين
 $f(x) = |x + 4| - 8$
 $f(x) = |x - 8|$

تغيير الأبعاد بمقياس (التمدد) أفقيًا ورأسيًا

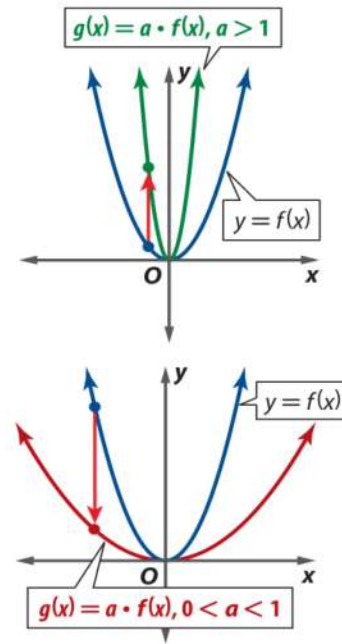
التمدد الأفقي

- إذا كان a عددًا حقيقيًا موجبًا، إذا $g(x) = f(ax)$ هو
- التمثيل البياني لـ $f(x)$ بعد انكماشه أفقيًا. إذا كان $a > 1$.
 - التمثيل البياني لـ $f(x)$ بعد توسعه أفقيًا. إذا كان $0 < a < 1$.



التمدد الرأسى

- إذا كان a عددًا حقيقيًا موجبًا، إذا $g(x) = a \cdot f(x)$ هو
- التمثيل البياني لـ $f(x)$ بعد توسعه رأسيًا. إذا كان $a > 1$.
 - التمثيل البياني لـ $f(x)$ بعد انكماشه رأسيًا. إذا كان $0 < a < 1$.



المفهوم الأساسي تغيير الأبعاد بمقياس (التمدد) أفقيًا ورأسيًا

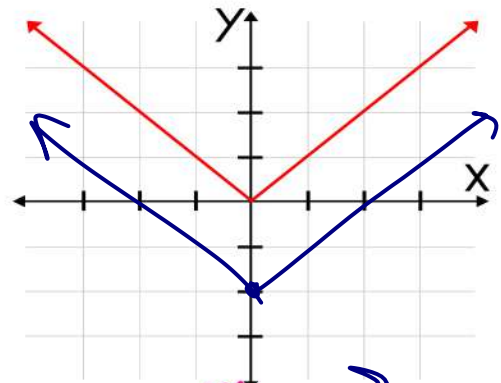
التمدد الأفقي $f(ax)$	التمدد الرأسى $a \cdot f(x)$
$0 < a < 1$	$a > 1$
توسع أفقي	انكماش رأسي

التمدد الأفقي (توسع - انكماش) معاملته $\frac{1}{a}$	التمدد الرأسى (توسع - انكماش) معاملته a
قسمة المسقط الأفقي على a : $(x, y) \rightarrow (\frac{x}{a}, y)$	ضرب المسقط الرأسى في a : $(x, y) \rightarrow (x, ay)$

حدد الدالة الأصلية $f(x)$ لـ $g(x)$. وصف وجه الارتباط بين التمثيل البياني لـ $g(x)$ و $f(x)$. ثم مثل بيانيًا $f(x)$ و $g(x)$ على المحاور ذاتها.

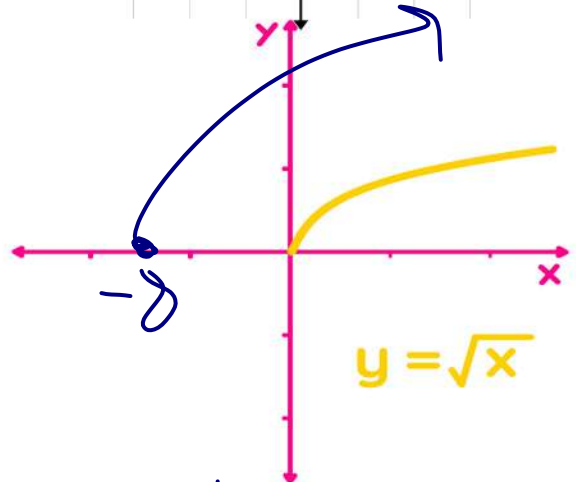
$$g(x) = 3|x| - 4$$

③ تردد رأس
④ إلى الأسفل



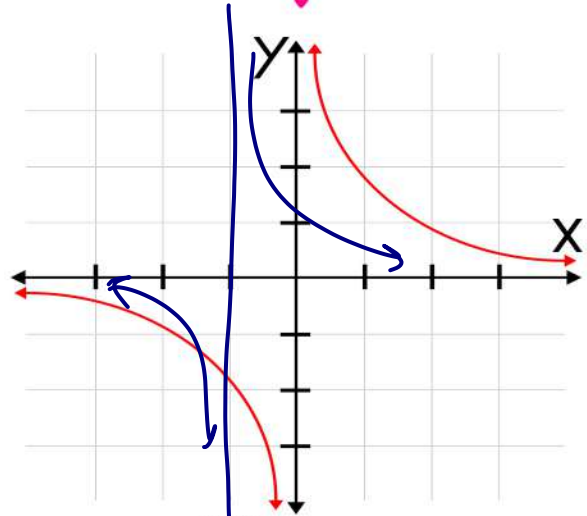
$$g(x) = 3\sqrt{x+8}$$

3 رأس
8 دمات يار



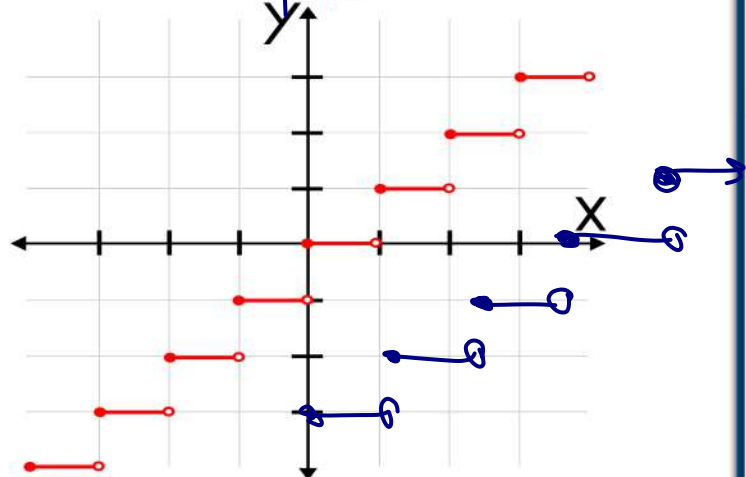
$$g(x) = \frac{4}{x+1}$$

مره دمه يار
④ تردد رأس

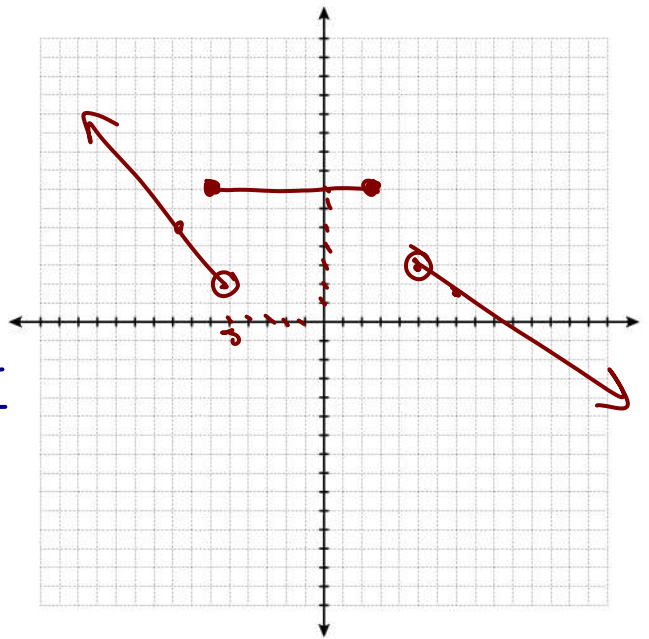
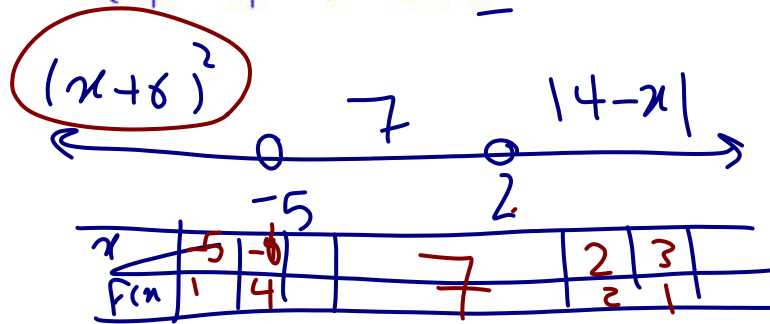


$$g(x) = 2[x - 6]$$

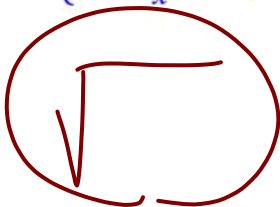
ج تردد رأس
6 دمات يار



$$h(x) = \begin{cases} (x+6)^2 & , \quad x < -5 \\ 7 & , \quad -5 \leq x < 2 \\ |4-x| & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$



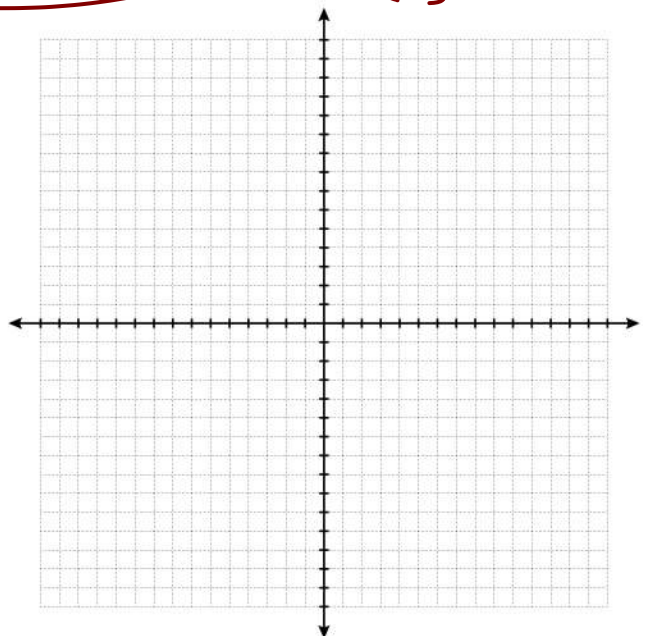
$$g(x) = \begin{cases} x-5 & , \quad x \leq 0 \\ x^3 & , \quad 0 < x \leq 2 \\ \frac{2}{x} & , \quad x > 2 \end{cases}$$



Handwritten calculation:

$$\frac{0.25}{100} \left(\frac{1}{4} \right) \% = 0.0025$$

Result: 0.0025



الكهرباء يتم وصف التيار بالأمبير الذي يتدفق عبر مشغل أسطوانات DVD بالعلاقة $I(x) = \sqrt{\frac{x}{11}}$ ، حيث يمثل x القدرة بالواط والمقاوم بالأوم تساوي 11.

A. صف تحويلات الدالة الأصلية $f(x) = \sqrt{x}$ المستخدمة للتمثيل البياني لـ $I(x)$.

مرات تردد أقصى بمقدار $\left(\frac{1}{11}\right)$

$$y = -2x^2$$

$$= x^2 + 2$$

$$x^2 - 2$$

B. مقاومة مصباح تساوي 15 أوم. اكتب دالة تصف التيار المتدفق عبر المصباح.

$$I(x) = \sqrt{\frac{x}{15}}$$

$$[-1.5] = -2$$

$$[1] = 1$$

$$\left[\frac{1}{2}\right] = 0$$

$$|-1| = \oplus$$

الأعمال تحصل شركة هاتف جوال بلا تعاقد حدًا أدنى للاستخدام اليومي و 0.10 AED لكل دقيقة. يمكن تمثيل الباقية بالعلاقة $c(x) = 0.1[x] + 1.99$ ، حيث يمثل x عدد الدقائق المستهلكة.

a. صف تحويلات الدالة الأصلية $f(x) = [x]$ المستخدمة للتمثيل البياني لـ $c(x)$.

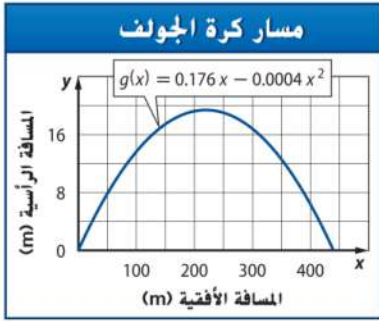
1.99 الزمات إلى الأعلى
0.1 التردد رأس

$$y = mx + b$$

صفها بـ b

b. تقدم الشركة باقية أخرى السعر اليومي فيها 2.49 AED. وسعر الدقيقة 0.05 AED. ما الدالة $d(x)$ التي يمكن استخدامها لوصف الباقية الثانية؟

$$f(x) = 0.05[x] + 2.49$$



الجولف يمكن تمثيل مسار كرة جولف بالدالة الموضحة، حيث يمثل $g(x)$ المسافة الرأسية بالمتري للكرة فوق سطح الأرض ويمثل x المسافة الأفقية بالمتري بحيث يناظر $x = 0$ نقطة البداية

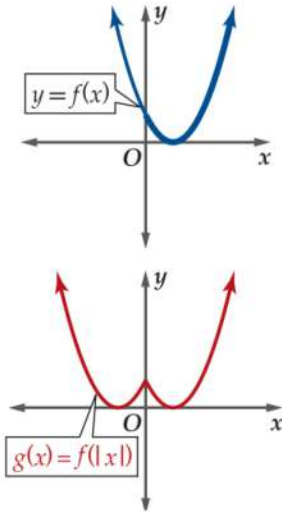
a. صف تحويلات الدالة الأصلية $f(x) = x^2$ المستخدمة للتمثيل البياني لـ $g(x)$.

b. إذا أطلق لاعب جولف آخر ضربة مشابهة أبعد بمقدار 30 m من اللاعب الأول، فما الدالة $h(x)$ التي يمكن استخدامها لوصف ضربة اللاعب الثاني؟

التحويلات الهندسية مع دوال القيمة المطلقة

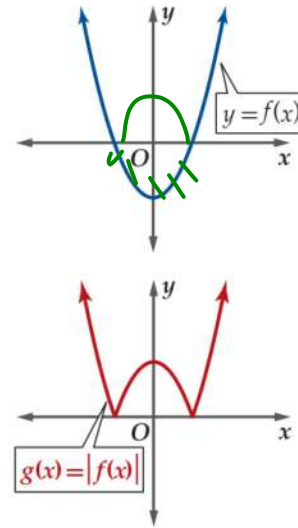
$$g(x) = f(|x|)$$

يغير هذا التحويل الهندسي جزء منحنى الدالة الموجود إلى يسار المحور y ويضع مكانه صورة جزء المنحنى الواقع إلى يمين المحور y بالانعكاس حول المحور y .



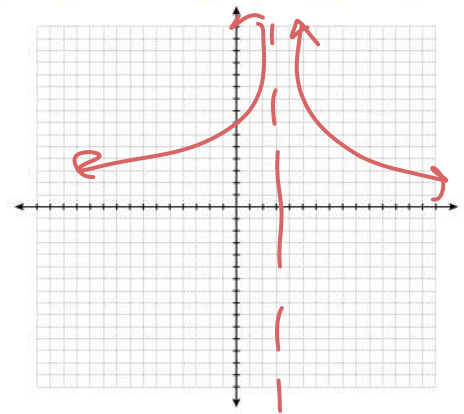
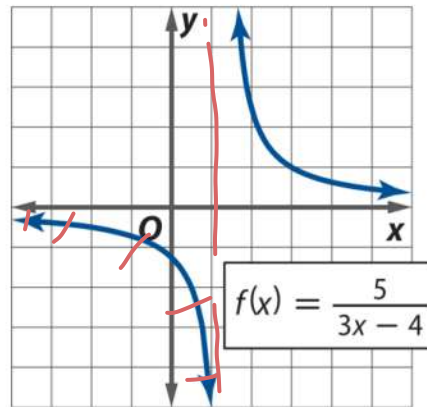
$$g(x) = |f(x)|$$

يُغير هذا التحويل الهندسي أي جزء من منحنى الدالة يقع تحت المحور x ليصبح فوقه بالانعكاس حول المحور x .

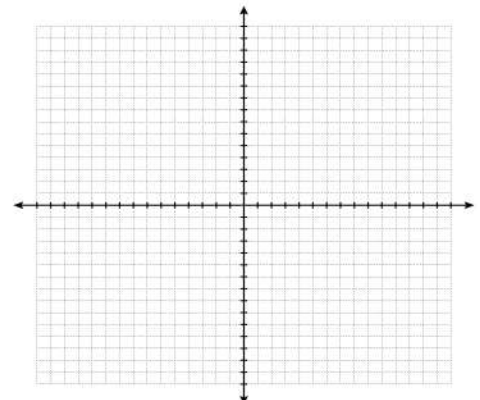
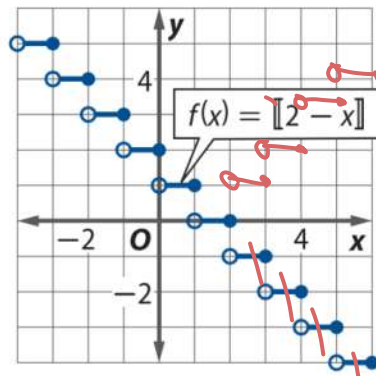


استخدم التمثيل البياني لـ $f(x)$ الموضحة من أجل التمثيل البياني لـ

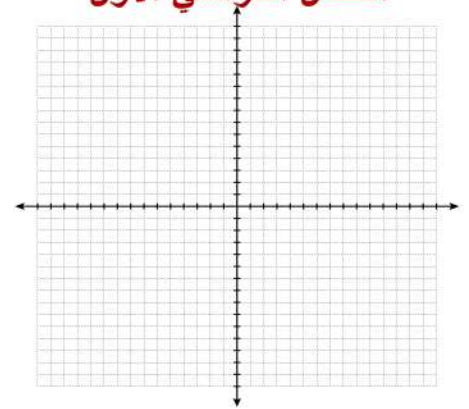
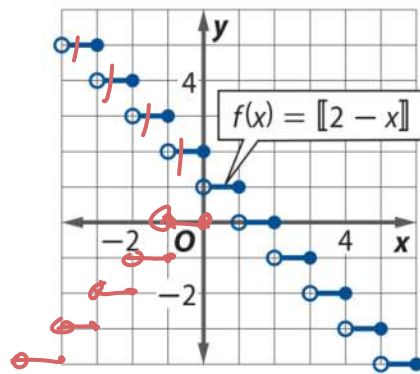
$$h(x) = f(|x|)$$



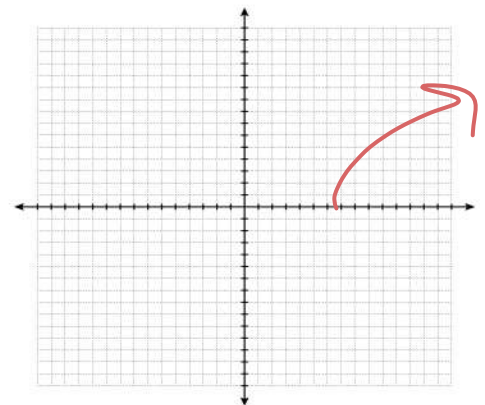
$$g(x) = |f(x)|$$



$$h(x) = f(|x|)$$

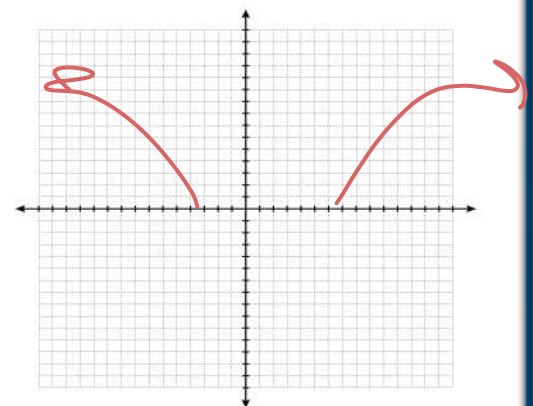
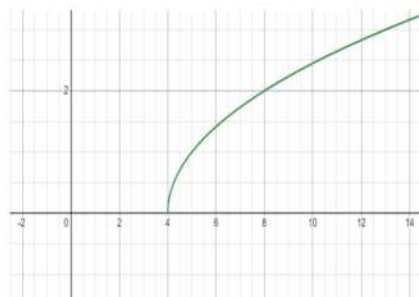


~~$$g(x) = |f(x)|$$~~



$$F(x) = \sqrt{x - 4}$$

$$h(x) = f(|x|)$$



$$g(x) = |f(x)|$$



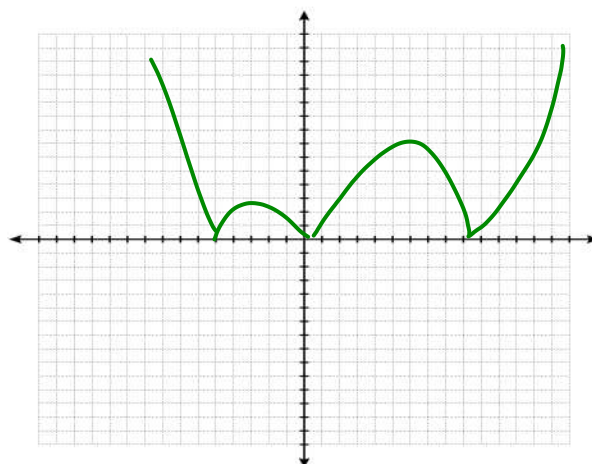
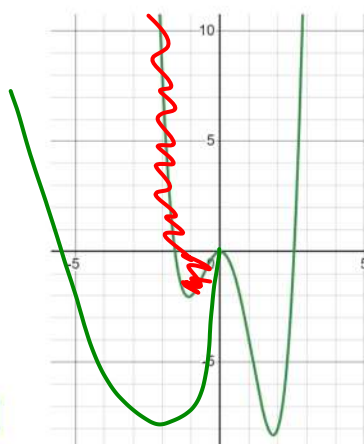
$$f(x) = |x^2|$$

$$|x^2 - 3|$$

$$|x^2| + 3$$

$$\log^2 3$$

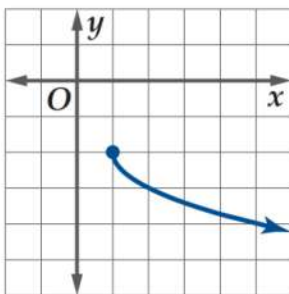
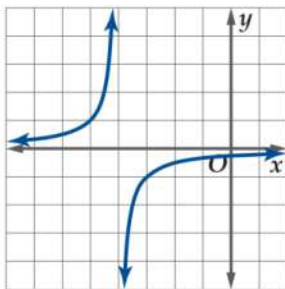
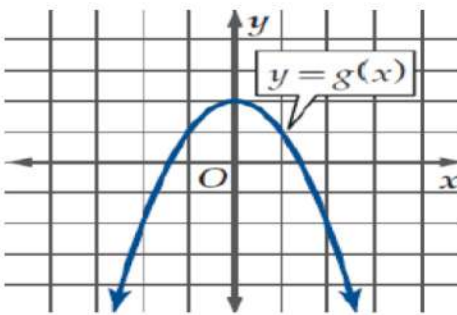
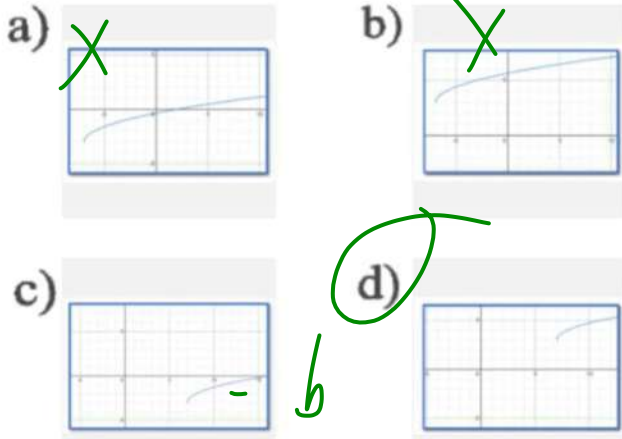
$$h(x) = f(|x|) \quad x^4 + x^3 - 4x^2$$



$$g(x) = |f(x)|$$

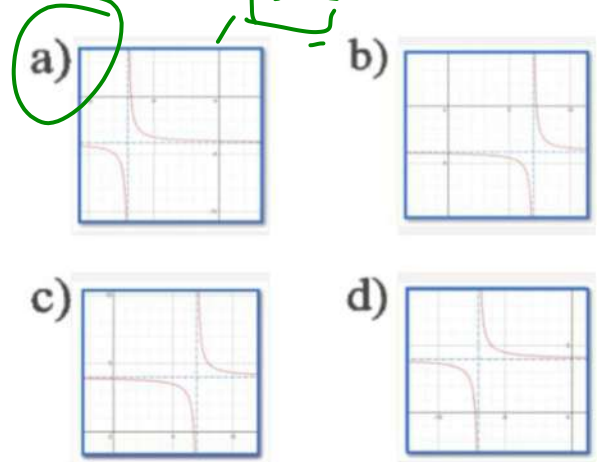
بالاستعانة بالتمثيل البياني افر الشكل المناسب للدالة .

10. $g(x) = \sqrt{x-7} + 3$



بالاستعانة بالتمثيل البياني افر الشكل المناسب للدالة

$g(x) = \frac{1}{x+7} - 4$



بالاستعانة بالدالة الأم $f(x) = x^2$ الشكل الآتي يعبر عن الدالة

- a) $-x^2 + 2$ b) $-x^2 - 2$
- c) $x^2 + 2$ d) $x^2 - 2$

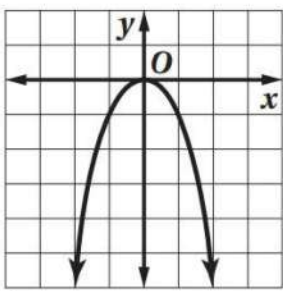
الشكل المقابل يعبر عن الدالة الأم

- a) $f(x) = |x|$ b) $f(x) = \lfloor x \rfloor$
- c) $f(x) = \sqrt{x}$ d) $f(x) = \frac{1}{x}$

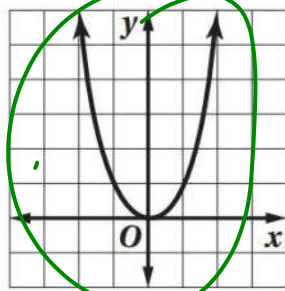
الشكل المقابل يعبر عن الدالة الأم

- a) $f(x) = |x|$ b) $f(x) = \lfloor x \rfloor$
- c) $f(x) = \sqrt{x}$ d) $f(x) = \frac{1}{x}$

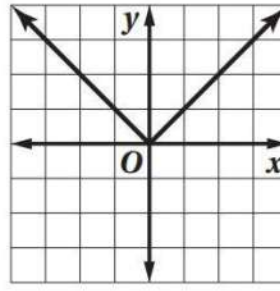
أيّ التمثيلات البيانية الآتية يمثل منحني الدالة $f(x) = |x^3|$ ؟



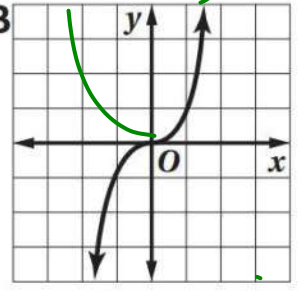
(D)



(C)

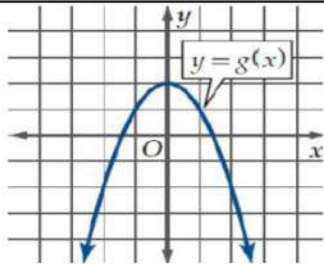


(B)



(A)

بالاستعانة بالدالة الأم $f(x) = x^2$ الشكل الآتي يعبر عن الدالة



- a) $-(x^2 + 2)$ b) $(x - 2)^2$ c) $-x^2 + 2$ d) $(-x + 2)^2$

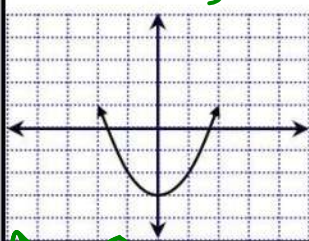
الدالة الأصلية للدالة $g(x) = (x - 1)^2 - \frac{1}{2}$ هي

- a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = x^3$ c) $f(x) = \sqrt{x}$ d) $f(x) = \frac{1}{x}$

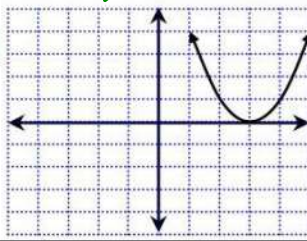
الدالة الأصلية للدالة $g(x) = (x - 1)^3 - \frac{1}{2}$ هي

- a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = \sqrt{x}$ c) $f(x) = x^3$ d) $f(x) = \frac{1}{x}$

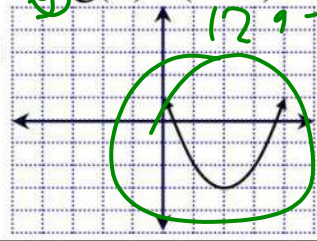
التمثيل البياني الصحيح للدالة $g(x) = (x - 2)^2 - 3$ هو



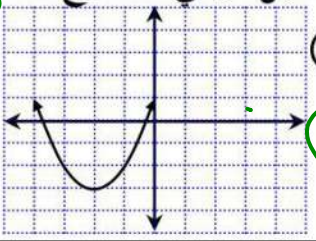
(d)



(c)

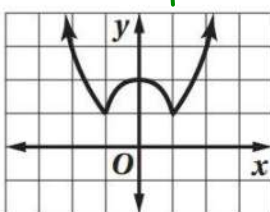


(b)

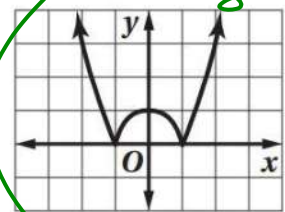


(a)

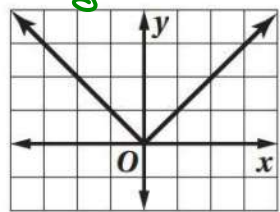
أيّ التمثيلات البيانية الآتية يمثل منحني الدالة $f(x) = |x^2 - 1|$ ؟



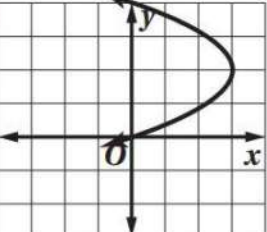
(D)



(C)



(B)



(A)

الدوال الأصلية والتحويلات

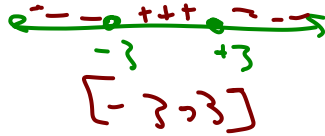
العمليات على الدوال

إذا كانت f, g دالتين يتقاطعان مجالا، فإننا نعرف عمليات الجمع، والضرب، والطرح، والقسمة لجميع قيم x الموجودة في تقاطع المجالين على النحو الآتي:

الجمع: $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ الضرب: $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
 الطرح: $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$ القسمة: $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$

جد كلا مما يلي واوجد مجال الدالة الجديد

$f(x) = x - 4, g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

a) $(f + g)(x)$ $9 - x^2 \geq 0$
 $x - 4 + \sqrt{9 - x^2}$ 
 $D = [-3, 3]$

b) $(f - g)(x)$
 $x - 4 - \sqrt{9 - x^2}$
 $D = [-3, 3]$

c) $(f \cdot g)(x)$
 $(x + 4)(\sqrt{9 - x^2})$
 $D = [-3, 3]$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$
 $\frac{x - 4}{\sqrt{9 - x^2}}$
 $D = (-3, 3)$

$f(x) = x^2 - 6x - 8, g(x) = \sqrt{x}$

a) $(f + g)(x)$ $x \geq 0$
 $x^2 - 6x - 8 + \sqrt{x}$ $[0, \infty)$
 $D = [0, \infty)$

b) $(f - g)(x)$
 $x^2 - 6x - 8 - \sqrt{x}$
 $[0, \infty)$

c) $(f \cdot g)(x)$
 $(x^2 - 6x - 8)(\sqrt{x})$
 $D = [0, \infty)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$
 $\frac{x^2 - 6x - 8}{\sqrt{x}}$
 $D = (0, \infty)$

$$f(x) = x^2 + 5x + 6$$

$$g(x) = x + 2$$

$\mathbb{R}$

$\mathbb{R}$

a) $(f + g)(x)$

$$x^2 + 5x + 6 + x + 2$$

$$x^2 + 6x + 8 \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}$$

b) $(f - g)(x)$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$

$$x^2 + 5x + 6 - x - 2$$

$$x^2 + 4x + 4$$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$$\frac{x^2 + 5x + 8}{x + 2}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} - \{-2\}$$

c) $(f \cdot g)(x)$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$

$$(x^2 + 5x + 6)(x + 2)$$

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

a) $(f + g)(x)$

$$x^2 + 4 + \sqrt{x}$$

$$[0, \infty)$$

c) $(f \cdot g)(x)$

$$x^2 + 4\sqrt{x}$$

$$[0, \infty)$$

$$f(x) = \frac{6}{x}$$

$$\mathbb{R} - \{0\}$$

$$g(x) = x^3 + x$$

$$\mathbb{R}$$

a) $(f + g)(x)$

$$\frac{6}{x} + x^3 + x$$

$$\mathbb{R} - \{0\}$$

c) $(f \cdot g)(x)$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$

$$\frac{6}{x}(x^3 + x) \Rightarrow 6x^2 + 6$$

b) $(f - g)(x)$

$$x^2 + 4 - \sqrt{x}$$

$$[0, \infty)$$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$$\frac{x^2 + 4}{\sqrt{x}}$$

$$\mathbb{D} = (0, \infty)$$

b) $(f - g)(x)$

$$\frac{6}{x} - x^3 - x$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} - \{0\}$$

KCF

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$$\frac{6}{x} \div (x^3 + x)$$

$$\frac{6}{x} \times \frac{1}{x^3 + x}$$

$$\mathbb{R} - \{0\}$$

$f(x) = \frac{x}{4}$ a) $(f+g)(x)$ $\left(\frac{1}{4}x\right) + \frac{3}{x}$ b) $(f-g)(x)$

$g(x) = \frac{3}{x}$ $R - \{0\}$ $\frac{x^2-12}{4x}$ $R - \{0\}$

c) $(f \cdot g)(x)$

$\frac{x}{4} \times \frac{3}{x} = \frac{3}{4}$ $R - \{0\}$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$\frac{x}{4} \times \frac{x}{3} = \frac{x^2}{12}$ $R - \{0\}$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

a) $(f+g)(x)$

b) $(f-g)(x)$

$g(x) = 4\sqrt{x}$

$\frac{1}{\sqrt{x}} + 4\sqrt{x}$ $(0, \infty)$

$\frac{1}{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x}$ $(0, \infty)$

c) $(f \cdot g)(x)$

$\frac{1}{\sqrt{x}} \times 4\sqrt{x} = 4$ $(0, \infty)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$\frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{4\sqrt{x}} = \frac{1}{4x}$ $(0, \infty)$

$f(x) = \sqrt{x+8}$

a) $(f+g)(x)$

b) $(f-g)(x)$

$g(x) = \sqrt{x+5} - 3$

$[-5, \infty)$

$[-5, \infty)$

$[-5, \infty)$

c) $(f \cdot g)(x)$

$[-5, \infty)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$(-5, 4) \cup (4, \infty)$

$\frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+5}-3}$

$x=4$ $(-5, \infty) - \{4\}$

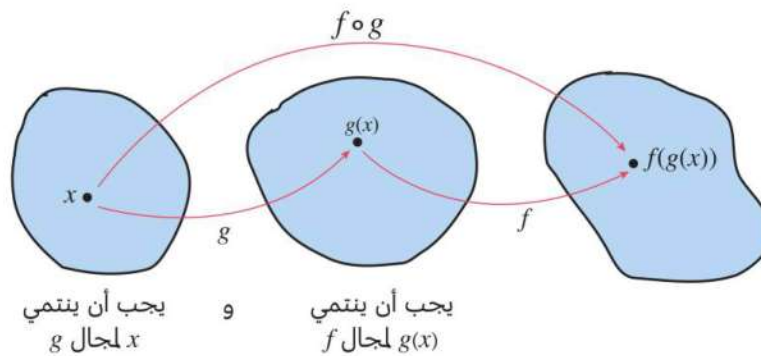
تركيب الدوال

افترض أن f و g دالتان، وأن مجال الدالة f يتقاطع مع مدى الدالة g . يُشار إلى تركيب f بعد g ، بالرمز $f \circ g$ ، ويتحدد بالقاعدة:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

يتكون مجال الدالة $f \circ g$ من كل قيم x التي في مجال g والتي تعيّن قيم $g(x)$ في مجال f .

يرمز إلى تركيب g بعد f بالرمز $g \circ f$ ، ويعرف بصورة مشابهة لطريقة تعريف $f \circ g$.



$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$g(x) = x^2 - 4 = \mathbb{R}$$

$$= \frac{1}{(x^2-4)+1}$$

$$= \frac{1}{x^2-3}$$

جد $f \circ g$
مجال الدالة التركيب = مجال الدالة الناتجة
تقاطع مجال الدالة بالداخل

$$\mathbb{R} - \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+4}$$

$$g(x) = x^2 - 4 \quad \mathbb{R}$$

$$= \sqrt{(x^2-4)+4}$$

$$= \sqrt{x^2} = |x|$$

$$\mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{5}{x}$$

$$g(x) = \sqrt{6-x}$$

$$(-\infty, 6]$$

$$f \circ g = \frac{5}{\sqrt{6-x}}$$

$$(-\infty, 6)$$

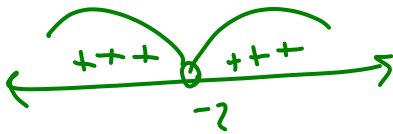
$$f(x) = \sqrt{x+5}$$

$$g(x) = x^2 + 4x - 1$$

$$\mathbb{R}$$

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4}$$

$$(x+2)^2$$



$$f(x) = -\frac{4}{x}$$

$$g(x) = \sqrt{x+8}$$

$$[-8, \infty)$$

$$= \frac{-4}{\sqrt{x+8}}$$

$$(-8, \infty)$$

جد الدالتين f و g بحيث تكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، على ألا تكون إحدى الدالتين هي الدالة المحايدة x . $f(x) = x$

$$h(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = (x-1)^2$$

$$f \circ g = (x-1)^2$$

$$= x^2 - 2x + 1$$

$$h(x) = \frac{1}{x+7}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad g(x) = x+7$$

$$h(x) = \sqrt{4x+2} + 7$$

$$f(x) = \sqrt{x} + 7$$

$$g(x) = 4x+2$$

$$h(x) = |4x+8| - 9$$

$$f(x) = |x| - 9$$

$$g(x) = 4x+8$$

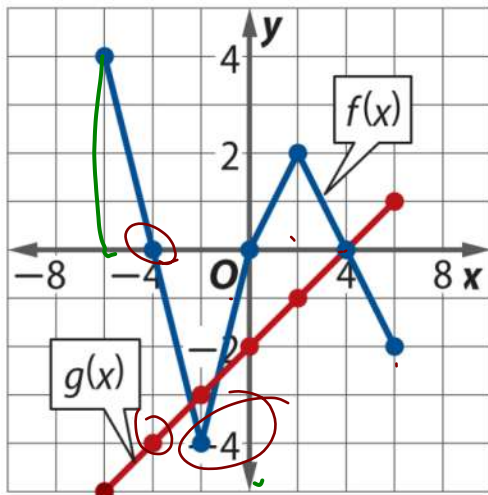
$$h(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x-1}}$$

$$f(x) = \frac{x+6}{\sqrt{x}}$$

$$g(x) = x-1$$

$$\frac{x+5}{\sqrt{x-1}}$$

$$\frac{x-1+6}{\sqrt{x-1}}$$



استخدم التمثيلين البيانيين للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ لإيجاد قيمة كل دالة.

$$(f - g)(-6) = f(-6) - g(-6)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-2) = \frac{f(-2)}{g(-2)}$$

$$[g \circ f](6) = g(f(6))$$

$$\frac{f(-2)}{g(-2)} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$$(f + g)(2) = f(2) + g(2)$$

$$2 + (-1)$$

$$(f \cdot g)(4)$$

$$f(4) \cdot g(4) = 0 \times 0 = 0$$

$$[f \circ g](-4)$$

$$f(g(-4)) = f(-4) = 0$$

الاختبارات المعيارية: الجدول يوضح قيم الدالتين $f(x)$ ، $g(x)$ عند $x = -1$ ، $x = 2$

$$f \circ g$$

$$f(g(x))$$

$$f(g(-1))$$

$$f(?) = 0$$

x	$f(x)$	$g(x)$
-1	5	2
2	0	4

أوجد قيمة $(f \circ g)(-1)$

A) 5

B) 2

C) 0

D) 4

اختيار من متعدد إذا كانت $f(x) = x - 7$ و $g(x) = \sqrt{4 - x}$ فما مجال الدالة $\frac{f}{g}$ ؟

- A. $]-\infty, 4[$
- B. $]-\infty, 4]$
- C. $]4, \infty[$
- D. $[4, \infty[$
- E. $]4, 7[\cup]7, \infty[$

اختيار من متعدد إذا كانت $f(x) = x^2 + 1$ إذن $(f \circ f)(x)$ تساوي:

- A. $2x^2 + 2$
- B. $2x^2 + 1$
- C. $x^4 + 1$
- D. $x^4 + 2x^2 + 1$
- E. $x^4 + 2x^2 + 2$

إذا علمت أن $f(x) = x^3 - 1$, $g(x) = x + 7$ فإن $(f \cdot g)(x)$ هي

- A. $x^4 - 7x^3 + x - 7$
- B. $x^4 + 7x^3 + x + 7$
- C. $x^4 + 7x^3 - x - 7$
- D. $x^4 - 7x^3 - x - 7$

لتكن $h(x) = (f \circ g)(x) = -2(x + 3)^2$, فإن الدالتين f , g هي

- A. $g(x) = x + 3$, $f(x) = -2x^3$
- B. $g(x) = x + 3$, $f(x) = -2x^2$
- C. $g(x) = x + 3$, $f(x) = -2x^2 + 3$
- D. $g(x) = x^2 - 2$, $f(x) = x + 3$

وضح التحويل الذي يُحول $f(x) = \sqrt{x}$ لـ $g(x) = \sqrt{x-3} + 2$

ثلاث وحدات الى اليمين ووحدة الى أعلى

ثلاث وحدات الى اليسار ووحدة الى أعلى

ثلاث وحدات الى أسفل ووحدة الى اليمين

ثلاث وحدات الى أعلى ووحدة الى اليسار

لتكن $g(x) = x^2 + 3$, $f(x) = \sqrt{x-1}$ فان $(f \circ g)(x)$ هي

$$\sqrt{x^2 - 2}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2}$$

$$\sqrt{x^2 + 2}$$

$$\sqrt{x^2 - 2}$$

بفرض ان $g(x) = \frac{3}{x}$, $f(x) = \frac{x}{4}$ فان $(f + g)(x)$ هي

$$\frac{x^2 + 12}{4x}$$

$$\frac{x^2 - 12}{4x}$$

$$\frac{4x}{x + 12}$$

غير ذلك

أوجد مجال $(f \circ g)(x)$ حيث $g(x) = (x-1)^2$, $f(x) = \sqrt{x-1}$

$$x \leq 0 \quad \text{أو} \quad x \geq -2$$

$$x \geq 0 \quad \text{أو} \quad x \leq -2$$

$$x \leq 0 \quad \text{أو} \quad x \geq 2$$

$$x \geq 0 \quad \text{أو} \quad x \leq 2$$

لتكن $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = 3x + 5$ فان $(f - g)(x)$ هي

$$x^2 + 2x + 5$$

$$x^2 - 2x - 5$$

$$x^2 - 2x + 5$$

$$x^2 + 2x + 5$$

العلاقات والدوال العكسية

العلاقة هي أي مجموعة من الأزواج المرتبة (x, y) ، حيث x هو المتغير المستقل و y هو المتغير التابع. تتكون **العلاقة العكسية** عندما تنعكس أدوار المتغير المستقل والمتغير التابع.

فلو أخذنا العلاقة الموضحة في الجدول أدناه: ستكون العلاقة العكسية ممثلة بالجدول التالي:

الحال

x	y
1	-2
4	-1
3	0
1	1

x	y
-2	1
-1	4
0	3
1	1

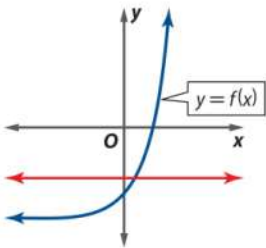
العلاقة العكسية

الزوج المرتب (a, b) ينتمي للعلاقة R إذا وفقط إذا كان الزوج المرتب (b, a) ينتمي للعلاقة العكسية. والتي يرمز لها بالرمز R^{-1}
أي أن: $(b, a) \in R^{-1} \iff (a, b) \in R$

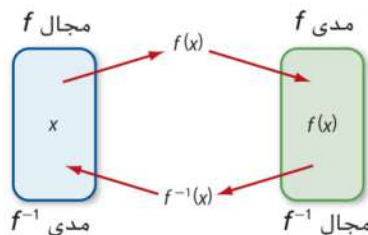
لاحظ أن مجال العلاقة العكسية هو مدى العلاقة الأصلية، كذلك إن مدى العلاقة العكسية هو مجال العلاقة الأصلية.

اختبار الخط الأفقي

إن معكوس علاقة هو دالة إذا وفقط إذا كان كل خط أفقي يقطع التمثيل البياني للعلاقة الأصلية في نقطة واحدة على الأكثر.



إذا كانت الدالة f من دوال "واحد لواحد"، يكون لها الدالة العكسية f^{-1} . حيث يكون مجال f مساوياً لمدى f^{-1} ، ومدى f مساوياً لمجال f^{-1} .



إيجاد الدالة العكسية

في معادلة $f(x)$ ، استبدل $f(x)$ بـ y ، ثم بادل بين x و y .

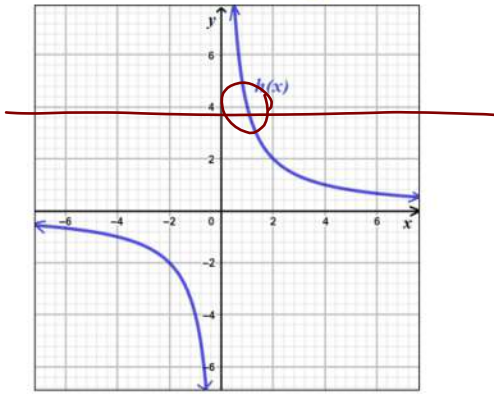
جد الحل من أجل y ، ثم استبدل y بـ $f^{-1}(x)$ في المعادلة الجديدة.

حدّد أي قيود على مجال f^{-1} ، ثم بيّن أن مجال f مساوٍ لمدى f^{-1} ، وأن مدى f مساوٍ لمجال f^{-1} .

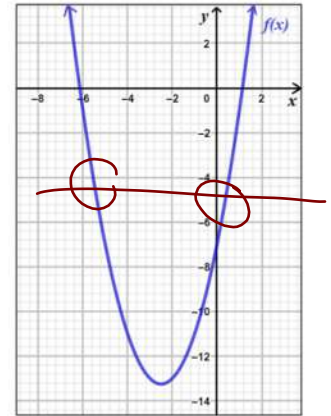
حدد ما إذا كانت كل دالة لها دالة عكسية.

$$h(x) = \frac{4}{x}$$

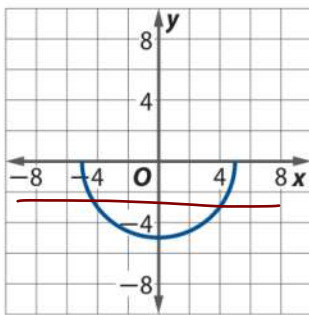
$$f(x) = x^2 + 5x - 7$$



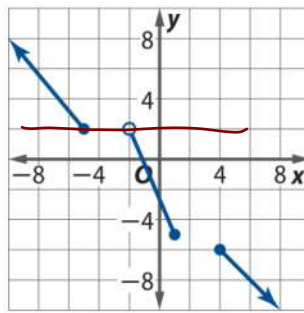
لها



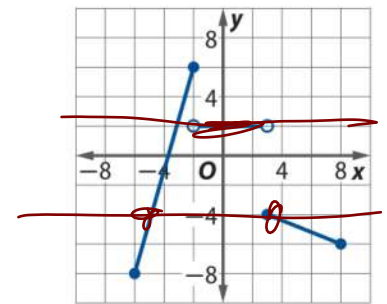
ليس لها



ليس



لها



ليس لها

حدّد ما إذا كانت f^{-1} موجودة، وإذا كانت كذلك، فأكمل جدولاً للدالة f^{-1} .

x	-6	-4	-1	3	6	10
$f(x)$	-4	0	3	5	9	13

نعم

x	-4	0	3	5	9	13
$F(x)$	-6	-1	-1	3	6	10

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	14	11	8	10	11	16

ليس

x						
$F(x)$						

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	2	8	16	54	27	16

ليس

x						
$F(x)$						

x	-10	-9	-8	-7	-6	-5
$f(x)$	8	7	6	5	4	3

x						
$F(x)$						

أوجد الدالة العكسية وحدد أي قيود على مجالها

الامتحان

$$f(x) = -16 + x^3$$

$$y = -16 + x^3$$

$$x = \sqrt[3]{y + 16}$$

$$\sqrt[3]{x + 16} = \sqrt[3]{y^3}$$

$$y = \sqrt[3]{x + 16}$$

$$f(x) = \frac{x+7}{x}$$

$$y = \frac{x+7}{x}$$

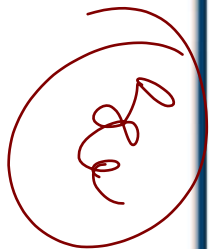
$$\frac{x}{1} = \frac{x+7}{y}$$

$$xy = x + 7$$

$$xy - y = 7$$

$$\frac{y(x-1) = 7}{x-1} = \frac{7}{x-1}$$

$$y = \frac{7}{x-1}$$



$$f(x) = \sqrt{x^2 - 20}$$

$$y = \sqrt{x^2 - 20} \quad (x) = (\sqrt{y^2 + 20})^2$$

$$x^2 = y^2 + 20 \quad x^2 + 20 = \sqrt{y^2 + 20}^2$$

$$f(x) = \frac{4-x}{x}$$

$$y = \frac{4-x}{x}$$

$$xy + y = 4$$

$$y(x+1) = 4$$

$$y = \frac{4}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{6}{\sqrt{8-x}}$$

$$f(x) = \frac{6x+3}{x-8}$$

$$g(x) = \frac{7}{\sqrt{x+3}}$$

تركيب الدوال العكسية

الدالة f هي دالة واحد لواحد ودالتها العكسية هي الدالة g إذا وفقط إذا كانت

لجميع قيم x في مجال الدالة g : $f(g(x)) = x$

ولجميع قيم x في مجال الدالة f : $g(f(x)) = x$

أثبت أن f و g دالتان متعاكسان.

$$f(x) = x^2 + 10, x \geq 0; g(x) = \sqrt{x - 10}$$

$$\begin{aligned} f \circ g &= (\sqrt{x - 10})^2 + 10 \\ &= x - 10 + 10 \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g \circ f &= \sqrt{(x^2 + 10) - 10} \\ &= \sqrt{x^2 + 10 - 10} \\ &= \sqrt{x^2} \\ &= |x| \end{aligned}$$

متعاكسان

$$f(x) = 18 - 3x, g(x) = 6 - \frac{x}{3}$$

$$\begin{aligned} f \circ g &= 18 - 3\left(6 - \frac{x}{3}\right) \\ &= 18 - 18 + x \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g \circ f &= 6 - \frac{(18 - 3x)}{3} \\ &= 6 - \frac{18}{3} + \frac{3x}{3} \\ &= 6 - 6 + x \\ &= x \end{aligned}$$

متعاكسان

$$f(x) = -6x + 3$$

$$g(x) = \frac{3 - x}{6}$$

$$\begin{aligned} f \circ g &= -6\left(\frac{3 - x}{6}\right) + 3 \\ &= -3 + x + 3 \\ &= x \end{aligned}$$

متعاكسان

$$\begin{aligned} g \circ f &= \frac{3 - (-6x + 3)}{6} \\ &= \frac{3 + 6x - 3}{6} = \frac{6x}{6} = x \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{x-6}{x+2}$$

$$g(x) = \frac{2x+6}{1-x}$$

$$f \circ g = \frac{\left(\frac{2x+6}{1-x}\right) - 6}{\left(\frac{2x+6}{1-x}\right) + 2}$$

$$\frac{2x+6-6(1-x)}{1-x}$$

$$\frac{2x+6+2(1-x)}{(1-x)}$$

$$= \frac{2x+6-6+6x}{2x+6+2-2x} = \frac{8x}{8} = x$$

$$\frac{2\left(\frac{x-6}{x+2}\right) + 6}{1 - \left(\frac{x-6}{x+2}\right)} = \frac{\frac{2(x-6)}{x+2} + 6}{\frac{1 - \frac{x-6}{x+2}}{1}}$$

$$= \frac{2x-12+6(x+2)}{1(x+2) - (x-6)} = \frac{2x-12+6x+12}{x+2-x+6} = \frac{8x}{8} = x$$

$$= \frac{8x}{8} = x$$

متعاكسات

$$g(x) = \sqrt{x-8} + 5$$

$$f(x) = x^2 - 10x + 33, x \geq 5$$

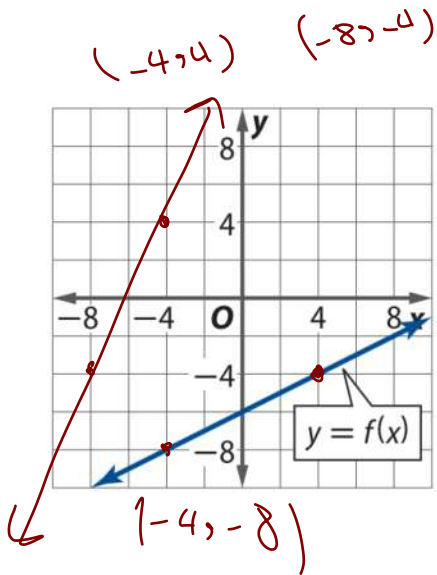
$$f(x) = 2x^3 - 6$$

$$g(x) = \sqrt[3]{\frac{x+6}{2}}$$

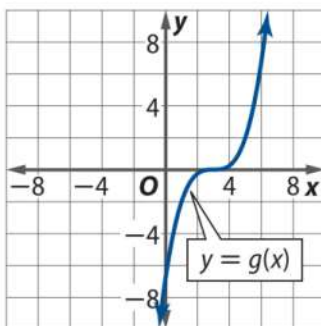
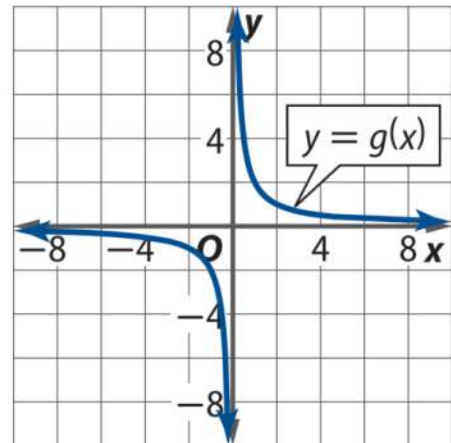
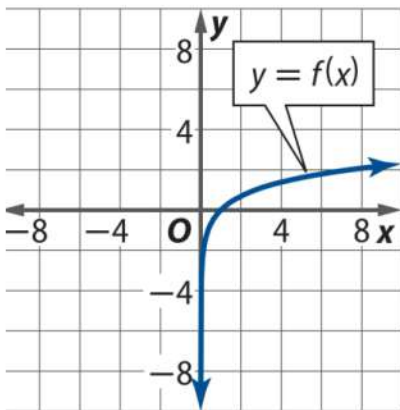
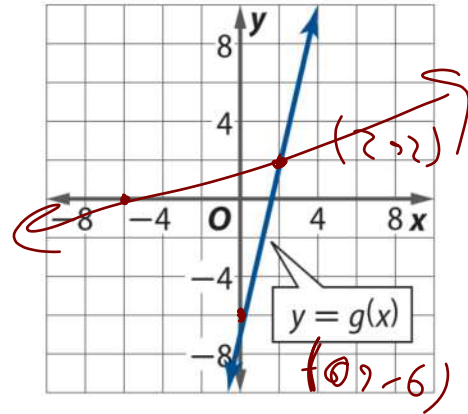
$$f(x) = \frac{x^2}{4} + 8, x \geq 0$$

$$g(x) = \sqrt{4x-32}$$

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتمثيل دالتها العكسية بيانياً.



اعكس x مكان y
د y مكان x



أي دالة مما يلي هي معكوس الدالة $f(x) = x^3 + 1$ ؟

A. $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$

B. $g(x) = \sqrt[3]{x} - 1$

C. $g(x) = x^3 - 1$

D. $g(x) = \sqrt[3]{x+1}$

E. $g(x) = 1 - x^3$

أي دالة مما يلي هي معكوس الدالة $f(x) = 3x - 2$ ؟

A. $g(x) = \frac{x}{3} + 2$

B. $g(x) = 2 - 3x$

C. $g(x) = \frac{x+2}{3}$

D. $g(x) = \frac{x-3}{2}$

E. $g(x) = \frac{x-2}{3}$

معكوس الدالة $f(x) = \frac{x}{x+2}$ يساوي

$$\frac{-2x}{1-x}$$

$$\frac{2x}{x-1}$$

$$\frac{-2x}{x-1}$$

$$\frac{x-1}{-2x}$$

تكون الدالتان f, g متعاكستان إذا تحقق أى من الشروط الآتية

$$(g \circ f)(x) = \frac{2}{x} \quad , \quad (f \circ g)(x) = \frac{-2}{x}$$

$$(g \circ f)(x) = 2x \quad , \quad (f \circ g)(x) = 2x$$

$$(g \circ f)(x) = x - 1 \quad , \quad (f \circ g)(x) = x - 1$$

$$(g \circ f)(x) = x \quad , \quad (f \circ g)(x) = x$$

أي مما يلي هو معكوس $f(x) = \frac{3x-5}{2}$ ؟

$$g(x) = \frac{2x+5}{3}$$

$$g(x) = \frac{3x+5}{2}$$

$$g(x) = 2x + 5$$

$$g(x) = \frac{2x-5}{3}$$

حدد الدالة التي ليس لها معكوس بين الدوال الآتية .

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = x^3$

c) $f(x) = 2x$

d) $f(x) = 3x + 2$

حدد الدالة التي لها معكوس .

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = x^3$

c) $f(x) = \frac{1}{x^4}$

d) $f(x) = |x|$

<https://www.liveworksheets.com/vu1187799lj>

<https://www.liveworksheets.com/xd1187322dl>

<https://www.liveworksheets.com/cn1194749bj>