

سر التفوق الإختبار التقويمي

12

علمي

أ/ شكري الجميعي

1-1 النهايات

1-2 نهايات تشتمل على $-\infty$ ، ∞

1-3 صيغ غير معينة

1-4 نهايات بعض الدوال المثلثية

1-6 نظريات الاتصال



أسئلة المقال " ((12 درجة))السؤال الأول

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}$$

أوجد إن أمكن:

(a)

الحل:

بالتعويض المباشر عند $x = -2$ في البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x+1)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x-2}$$

$$= \frac{-2+1}{-2-2} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow -2} x-2 = -2-2$$

$$= -4 \neq 0$$

(b) لتكن: $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2 + 5$ ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

الحل:

(١) الدالة f متصلة عند $x = -2$ لأنها كثيرة حدود

$$f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9 \quad (2)$$

(٣) الدالة g متصلة عند $x = 9$ (نظرية) حيث $9 > 0$

من (١) و (٢) و (٣) ينتج أن الدالة

$$g \circ f \text{ متصلة عند } x = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

أوجد:

الحل:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \quad \text{بالضرب بـ } (1 + \cos x) \text{ في مقام}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot (1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (1 + \cos x)}{\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) \right)$$

$$= (1)^2 \cdot (1 + 1) = 2$$

التأكد بالآلة ربح "R"
آلة الآلة تم
CALC
آلة نقط 0.000001
تم =

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

(a) (b)

آلة الآلة
آلة الآلة تم
CALC
تم = -9999999999

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - 3}{x + 3} = -1 \quad (1)$$

(a) (b)

$$f(x) = x^2 + |x - 1| \quad \text{الدالة } f: \text{متصلة عند } x = 3 \quad (2)$$

$$f(3) = (3)^2 + |3 - 1| = 11 \in \mathbb{R}$$

آلة الآلة
آلة الآلة تم
CALC
تم = 2.0000000000

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} = \frac{-1(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$$

(3)

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

أسئلة المقال " ((12 درجة))

السؤال الأول

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

(a) أوجد:

الحل:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times 1 = 1$$

التأكد بالآلة "R"
آلة الآلة
CALC ثم
أكتب نقطة 0.000001
ثم =

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4+x)^2 - 16}{x}$$

(b) أوجد إن أمكن:

الحل:

بالتعويض المباشر عند $x=0$ في البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة نيرمسية

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{((4+x) - 4)((4+x) + 4)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+8)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (x+8) = 0+8=8$$

التأكد بالآلة
آلة الآلة
CALC ثم
0.000000001
=

لتكن: $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$, $g(x) = 2x+3$

الحل:

$$g(1) = 2(1) + 3 = 5 \quad (2)$$

$$P(x) = \frac{P_1(x)}{P_2(x)}$$

$x=5$ ist aber f.ä.w. (3)

$x=5$ is where $f_1(x) = |x|$  $\leftarrow$ $z.f.$

$x = 5$ ist aber $p_2(x) = x + 2$

$$p_1(s) = s + 2 = 7 \neq 0$$

من ①، ②، ③ $\bar{y}_2$ إلى $\bar{y}_1$ $f \circ g$ مقابلة عن $x=1$

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

ألة الكتب الدالة

f CALC

→ ୧. ପଦପଦ୍ୟ

11

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x} = -2 \quad (1)$$



الدالة f : $f(x) = \frac{2x+5}{x+2} - \frac{2}{x}$ متصلة عند $x=0$ بحزبصره عند $x=0$ (2)

ظَلَّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{|x|+1} =$$

الكيفية الذاتية

Calc

99999999

11

$\bigcirc_a \quad 0$

b 1

$$\textcircled{C} \quad \infty$$
$$\textcircled{d} \quad \frac{1}{2}$$

السؤال الأول

(a) أوجد:

أسئلة المقال " ((12 درجة))

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

الحل: ناتج التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x-3) ((3+x)^2 + 3(3+x) + 9)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(9 + 6x + x^2 + 9 + 3x + 9)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 9x + 27)$$

$$= (0)^2 + 9(0) + 27 \quad \boxed{= 27}$$

التأكد باليد
الحق الزاوية
CALC
0.0000000000000000
=

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$$

(b) أوجد قيمة كل من الثابتين a, b إذا كانت

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1 \quad , -1 \neq 0$$

الحل:

∴ يجب أن تكون درجة البسط = درجة المقام

$$\therefore ax^2 = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{bx-3} = -1$$

$$\frac{1}{b} = -1 \Rightarrow b = -1$$

السؤال الثاني: لتكن: $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$

ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

الحل:

(1) الدالة f متصلة عند $x = -2$ لأنها كثيرة حدود

(2) الصورة $f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$

(3) الدالة $g(x) = \sqrt{h(x)}$ متصلة عند $x = 5$

لأن $h(x) = x + 4$ متصلة عند $x = 5$

$h(5) = 5 + 4 = 9 > 0$

من (1) و (2) و (3) ينتج أن $g \circ f$ متصلة عند $x = -2$

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

(a) (b)

ألة

1.00000001

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3$

(1)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 2) = 3$

(a) (b)

(2) الدالة $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4}$ متصلة عند $x = 2$

$-(2)^2 + 5(2) - 4 = 2 > 0$

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}} =$

Calc

-8.00000000

(3)

(a) 12

(b) -12

(c) 4

(d) -4

أسئلة المقال " ((12 درجة))

السؤال الأول

(a) أوجد:

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x - x^2}{3x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x}{3x^2} - \frac{x^2}{3x^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{3x} - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

الآنك بالذلة رشح "R"
آلي الآلة تم
CALC
الآنك نقط 0.000001 تم
=

$$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x}$$

أوجد:

(b)

بالتعويض المباشر عند $x = -7$ في البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \rightarrow -7} \frac{((x+4)-3)((x+4)+3)}{x(x+7)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -7} \frac{(x+1)(x+7)}{x(x+7)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -7} \frac{x+1}{x}$$

$$= \frac{-7+1}{-7} = \frac{6}{7}$$

نهاية المقام $\neq 0$
 $\lim_{x \rightarrow -7} (x) = -7 \neq 0$

السؤال الثاني:

أوجد:

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x| \sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x \sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1-\frac{2}{x})}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{1-0}{1} = 1$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow |x| = x$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

الشرط:

① نهاية حاد داخل الجذر < 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$$

$$= 1 + 0 - 0 = 1 > 0$$

② نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} 1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}$$

$$= \sqrt{1} = 1 \neq 0$$

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

(a) (b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 8x^2}{3x^4 - 16x^2} = 0 = -\frac{1}{2} \quad (1)$$

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-|x+3|}{2x} =$$

(2)

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) ∞

(d) $-\infty$

(3) لتكن الدالة f: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g: $g(x) = x^2 + 3, x \neq 0$ ، فإن: $(f \circ g)(x)$ تساوي:

(a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$

(b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

(c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$

(d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

السؤال الأول

أسئلة المقال " ((12 درجة))

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x}$$

(a) أوجد:

بالتعويض المباشر عند $x=0$ في البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{((2+x)-2)((2+x)^2 + 2(2+x) + 4)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^2 + 2(2+x) + 4}{1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (2+x)^2 + \lim_{x \rightarrow 0} 2(2+x) + \lim_{x \rightarrow 0} 4$$

$$= (2+0)^2 + 2(2+0) + 4 = 12$$

(b) لتكن: $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$

$$g(x) = |x|$$

نفرض أن

الحل:

$$h(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$\Rightarrow f(x) = (g \circ h)(x)$$

(1) الدالة h متصلة عند $x=0$ لأنها كثيرة حدود

$$h(0) = (0)^2 - 3(0) + 2 = 2 \quad \text{الصورة (2)}$$

(3) الدالة g متصلة عند $x=2$ (نظرية)

من (1) و (2) و (3) ينتج أن f متصلة عند $x=0$

السؤال الثاني : أوجد:

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 (2 - \frac{1}{x})}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$|x| = x \quad x \rightarrow \infty \sim \text{نأخذ}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

الشروط :

① نهاية ما داخل الجذر > 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$$

$$= 2 - 0 = 2 > 0$$

② نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$$

$$= 1 + 0 = 1 \neq 0$$

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

أية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 2x + 1) = -\infty$$

(1)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{3x^2} =$$

أية وضع ∞ أو 0.000000

(2)

(a) 3

(b) 9

(c) 0

(d) ∞

(3) لتكن الدالة $f: f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، $g: g(x) = x^2 - 3$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي:

(a) 4

(b) -4

(c) 1

(d) -1

أسئلة المقال " ((12 درجة))

السؤال الأول

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

ناجح التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{(\sqrt[3]{x}-1)}$$

$$= \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x^2} + \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x} + \lim_{x \rightarrow 1} 1$$

$$= (1 + 1 + 1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

(b) أوجد:

الحل:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot (1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{\sin^2 x} \cdot 1}{\cancel{\sin^2 x} (1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (1)}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)} = \frac{1}{2}$$

شرح المقام

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x$$

$$= 1 + 1 = 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$
$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(3 - \frac{5}{2x})}{|x| \sqrt{(1 - \frac{9}{2x^2})}}$$

$$\because x \longrightarrow -\infty \Rightarrow |x| = -x$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - \frac{5}{x})}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} -3 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$$

$$= \frac{-3 + 0}{1} = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{9}{x^2}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{9}{x^2})}$$

$$= \sqrt{1} = 1, \quad 1 \neq 0$$

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0 \quad (1)$$

ظلّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

(2) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي:

$$\textcircled{\mathbf{a}} \quad \sqrt{g(x)}$$
$$\textcircled{\textbf{b}} \quad \frac{1}{g(x)}$$
$$\textcircled{\mathbf{c}} \quad \frac{g(x)}{x-2}$$

d $|g(x)|$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} =$$

CALC 1.00000001 $\hat{w}_i$ (3)

a 1

(b) 0

$$\textcircled{\text{c}} \quad \frac{1}{2}$$

غير موجودة (d)

أسئلة المقال " ((12 درجة))

السؤال الأول

(a) أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{x - 2}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{\lim_{x \rightarrow -1} (x - 2)}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 4x + 5)}}{-3} = \frac{\sqrt[3]{(-1)^3 - 4(-1) + 5}}{-3}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{8}}{-3} = \frac{-2}{3}$$

شرط المقام

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x - 2)$$

$$= -1 - 2 = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

(b) أوجد:

الحل: بالضرب في $(\cos x + 1)$ بـ ومقام

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \cdot \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x \cdot (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x \cdot (\cos x + 1)}{-\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{-\sin x} \cdot (\cos x + 1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{-\sin x} \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} \cos x + \lim_{x \rightarrow 0} 1 \right)$$

$$= -(1) \cdot (1 + 1) = (-1) \cdot (2) = -2$$

السؤال الثاني :

أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

الحل :

ناجح التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ صيغة غير معينة $\Leftarrow$ بالضرب في مرافعة البسط

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} \cdot \frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(\cancel{x-2})}{(\cancel{x-2})(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (2)}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

شرط الجذر

لزامة ما تحت الجذر > 0

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3) = 4-3 = 1 > 0$$

شرط المقام

لزامة المقام $\neq 0$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1)$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + \lim_{x \rightarrow 2} (1) =$$

$$= \sqrt{1} + 1 = 2 \neq 0$$

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

(1) إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$ فإن $a = 0, b = -2$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$$

(2)

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) ∞

(3) إذا كانت الدالة $f: f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي:

(3)

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

$$9 - 4 = 5 > 0$$

السؤال الأول

أسئلة المقال " ((12 درجة))

(a) أوجد إن أمكن:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^5 + x^3 + x + 22}{x - 2}$$

الحل: بالتعويض المباشر $x = 2$ نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة بيرو صيغة

2	-1	0	1	0	1	22
						22
						-22
						0

$$\therefore \frac{-x^5 + x^3 + x + 22}{x - 2} = -x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x - 11$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^5 + x^3 + x + 22}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (-x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x - 11)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} (-x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 6x - 11) = -67$$

(b) لتكن: $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2 + 4}$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = -2$ الحل: نفرض أن $g(x) = \sqrt[3]{x}$ ، $h(x) = x^2 + 1$ (1) الدالة g متصلة عند $x = 1$ (نظرية)(2) الدالة h متصلة عند $x = 1$ لأنها كثيرة حدود

$$(3) h(1) = (1)^2 + 1 = 2 \neq 0$$

من (1) و (2) و (3) ينتج أن الدالة f متصلة عند $x = 1$

السؤال الثاني : أوجد:

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x} \cdot \frac{1 + \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot (1 + \cos 2x)}{1 - \cos^2 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot (1 + \cos 2x)}{\sin^2 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)$$

$$= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos 2x \right) = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot (1 + 1) \\ = \frac{1}{4} \cdot (2) = \frac{1}{2}$$

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

(a) (b)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2} = \frac{-3}{2} \quad (1)$$

(a) (b)

$$\text{الدالة } f: f(x) = \sqrt{x^2 - 5x - 4} \text{ متصلة عند } x = 2 \quad (2) \\ (2)^2 - 5(2) - 4 = -10 < 0$$

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x + 3} =$$

آلة حاسبة -3.000000000

(3)

(a) 9

(b) 0

(c) -3

(d) -9

أسئلة المقال " ((12 درجة))

السؤال الأول

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{3-\sqrt{x}}$$

أوجد:

(a)

الحل:

ناج التعويض $\frac{\text{مفر}}{\text{مفر}}$ صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(3-\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} -(\sqrt{x}+3)$$

$$= -(\lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 9} 3) \quad , \quad 9 > 0$$

$$= -(\sqrt{9} + 3) = -6$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

(b) أوجد:

الحل:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 \tan x}{5x} + \frac{x^2 \cos x}{5x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan x}{5x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} + \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (x) \lim_{x \rightarrow 0} \cos x$$

$$= \frac{3}{5} \cdot (1) + \frac{1}{5} (0) (1)$$

$$= \frac{3}{5} + 0 = \frac{3}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$$

الحل:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 - \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 - \frac{3}{x})}{|x| \sqrt{(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}} \because x \rightarrow -\infty \Rightarrow |x| = -x$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x(2 - \frac{3}{x})}{\sqrt{(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} -1(2 - \frac{3}{x})}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} -2 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}}$$

$$= \frac{-2 - 0}{2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})$$

شرط الجذر

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 4 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{x^2} = 4 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}$$

شرط المقام

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}$$

$$= \sqrt{4} = 2 \text{ و } 2 \neq 0$$

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + x - 3) = -\infty$$

(1)

(a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{9x^2} =$$

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{9} = 1$$

(2)

(a) 1

(b) 9

(c) 0

(d) ∞

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} =$$

(3)

(a) -1

(b) 1

(c) $\frac{1}{2}$

(d) 0

السؤال الثاني: أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x^2 - 2x}$$

الحل: بالتعويض المباشر عند $x=2$ في البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

نضرب بالمرافق

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x^2 - 2x} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 5} + 3}{\sqrt{x^2 + 5} + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5 - 9}{(x^2 - 2x)(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} \quad \text{نضع العدد يلتصق به} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x(x-2)(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x + 2}{\lim_{x \rightarrow 2} x(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} \\ &= \frac{2+2}{12} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

النزول
① نهاية ما داخل الجذر < 0

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + 5 = (2)^2 + 5 = 9 > 0$$

② نهاية المقام $\neq 0$

$$\begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow 2} x(\sqrt{x^2 + 5} + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} x \left(\sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + 5} + \lim_{x \rightarrow 2} 3 \right) \\ &= 2(\sqrt{9} + 3) = 12 \neq 0 \end{aligned}$$

(الأسئلة الموضوعية) 3 درجات

ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

(a) (b)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = 2 \quad (1)$$

(a) (b)

$$\text{الدالة } f: f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2} \text{ متصلة عند } x=3 \quad (2)$$

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\text{إذا كان } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 3}}{mx^2 + nx - 4} = 1 \text{ فإن قيم } m, n \text{ هي:}$$

(3)

(a) $m=0, n=2$ (b) $m=0, n=-2$ (c) $m=-2, n=0$ (d) $m=n=-2$