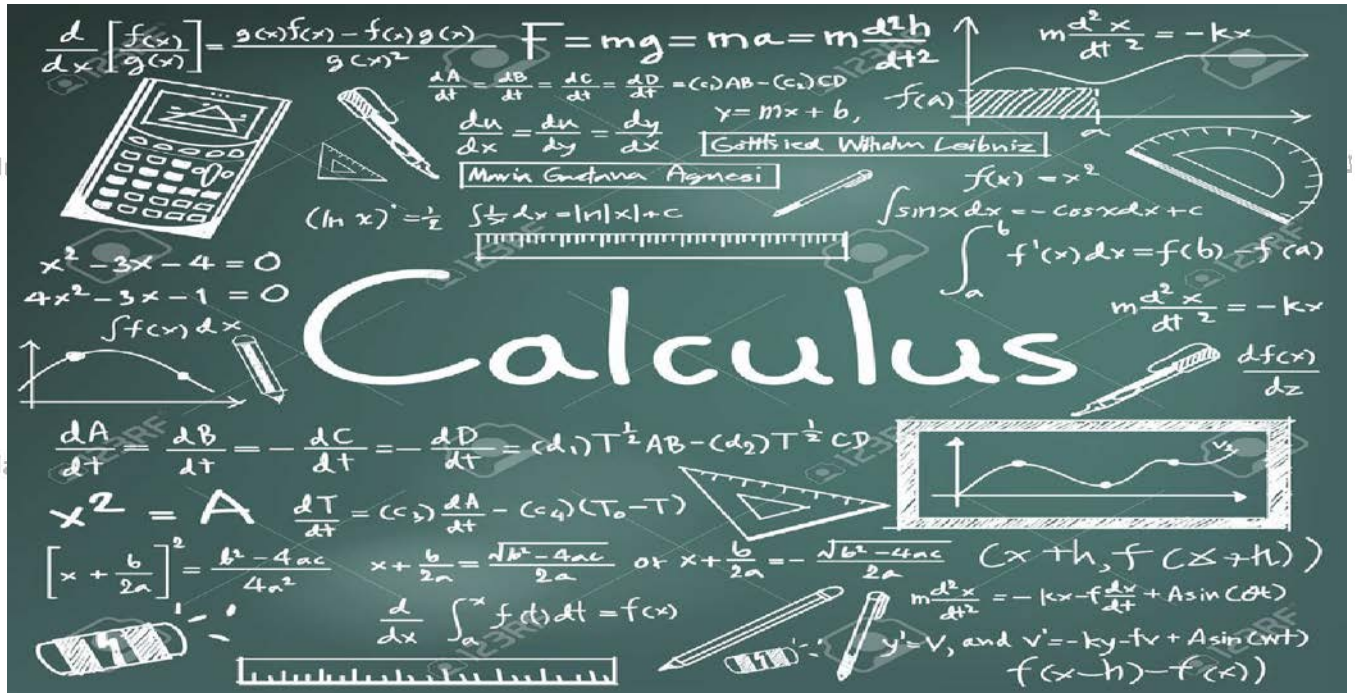
الشوبكي 0508124370 Juma Al Shobaki

نموذج هيكل الوزارة رياضيات 12 متقدّم
امتحان نهاية الفصل الدراسي الثالث
2023/2024

Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Part Number	N. of Questions	Question Type	Marks	Total Marks
Part (1)	15	MCQ	4 Marks	60
Part (2)	5	FRQ	7-10 Marks	40
				100



مع دعائي لكم بالتَّوفيق والنَّجاح الباهر

الشوبكي 0508124370 Juma Al Shobaki

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

نموذج امتحان نهاية الفصل الدراسي الثالث 2023/2024

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Part (1)	15	MCQ	4 Marks	60

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
(1-18) P414	إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيين باستخدام التكامل المحدود	1 (4 marks)
Find the area between two curves using definite integration		

في التمارين من (1-4)، أوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين على الفترة المعطاة؟

Find the area between the curves on the given interval?

1) $y = x^3$, $y = x^2 - 1$, $1 \le x \le 3$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) $y = cosx$, $y = x^2 + 2$, $0 \le x \le 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

3) $y = e^x$, $y = x - 1$, $-2 \le x \le 0$

4) $y = e^{-x}$, $y = x^2$, $1 \le x \le 4$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

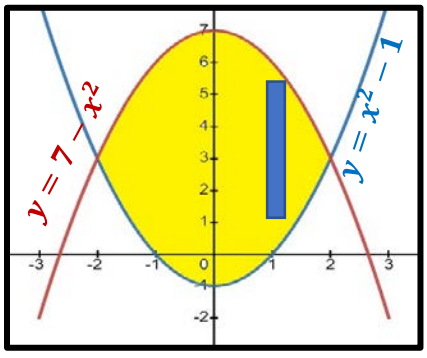
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

في التمارين من (5-12)، ارسم وجد مساحة المنطقة التي تحدّدها تقاطعات المنحنيات؟

Sketch and find the area of the region determined by the intersections of the curves?

5) $y = x^2 - 1$, $y = 7 - x^2$

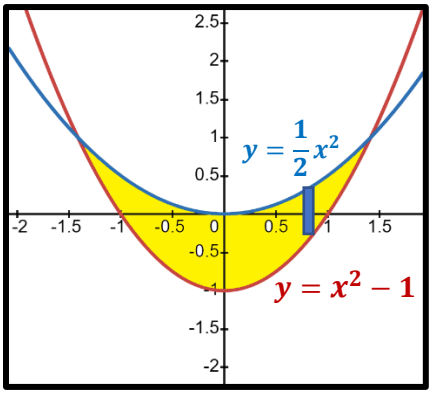
Jalshobaki.com Jalshobaki.com



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

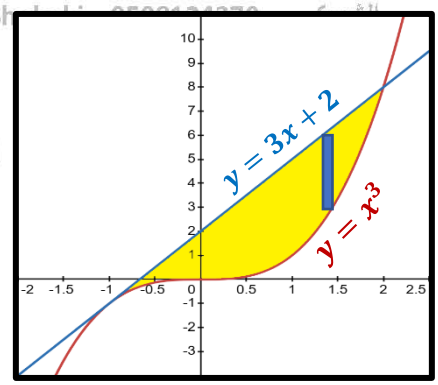
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6) $y = x^2 - 1$, $y = \frac{1}{2}x^2$

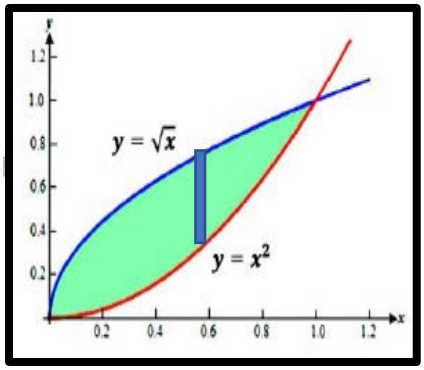


Jalshobaki.com

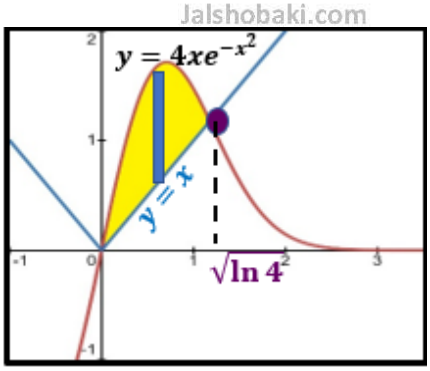
7) $y = x^3$, $y = 3x + 2$



8) $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$

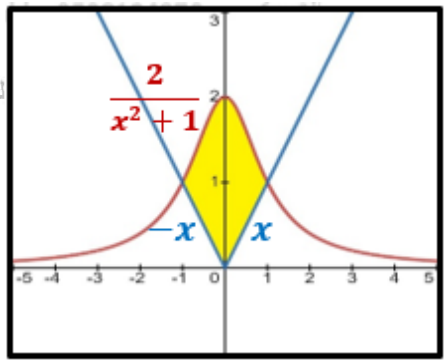


9) $y = 4xe^{-x^2}$, $y = |x|$



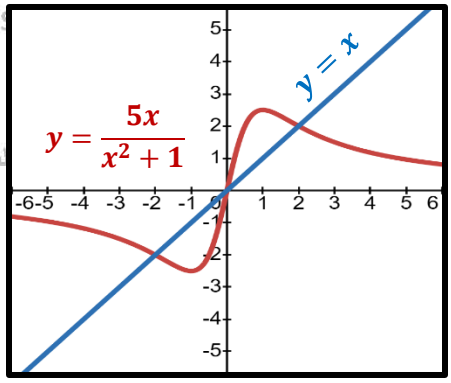
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

10) $y = \frac{2}{x^2+1}$, $y = |x|$

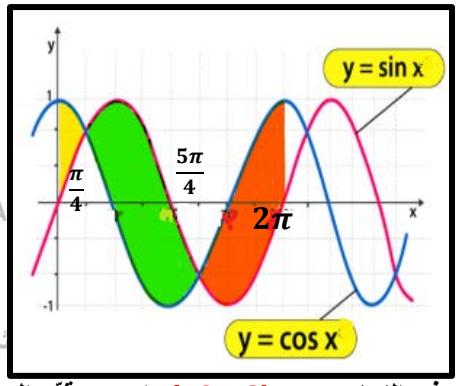


Jalshobaki.com

11) $y = \frac{5x}{x^2+1}$, $y = x$



12) $y = sinx$, $y = cosx$, $0 \le x \le 2\pi$

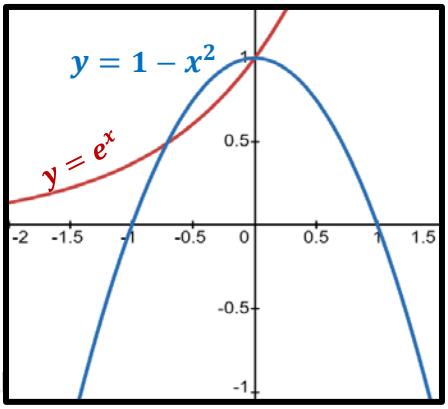


في التمارين من (13-18)، ارسم وقدّر المساحة التي تحدّدها تقاطعات المنحنيات؟

Sketch and estimate the area determined by the intersections of the curves?

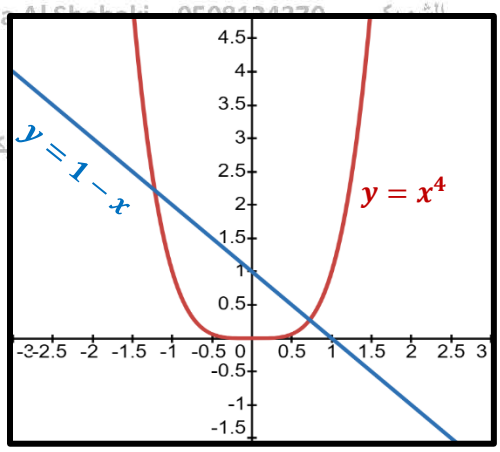
13) $y = e^x$, $y = 1 - x^2$

مثل هذه الأسئلة تحل باستخدام الآلة الحاسبة لإيجاد نقاط التقاطع كونها بالفواصل العشرية وكذلك لإيجاد قيمة التكامل



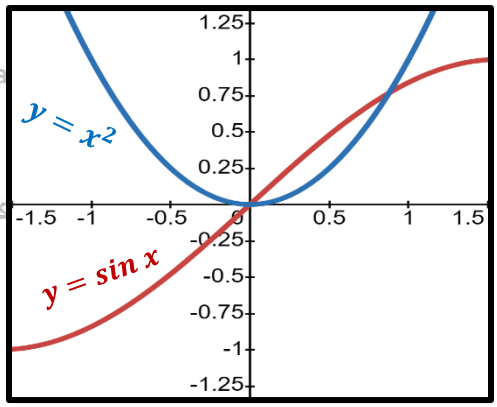
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

14) $y = x^4$, $y = 1 - x$



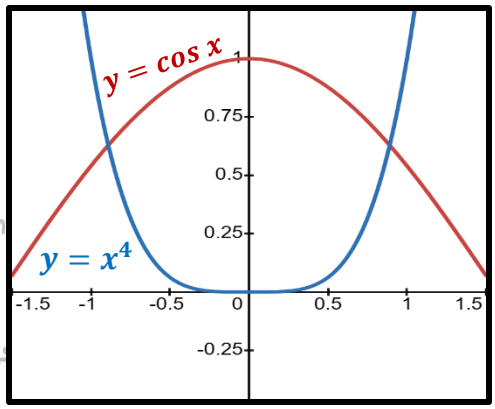
Juma Al Shobaki 0508124370
Jalshobaki.com
Jalshobaki.com

15) $y = sin\ x$, $y = x^2$



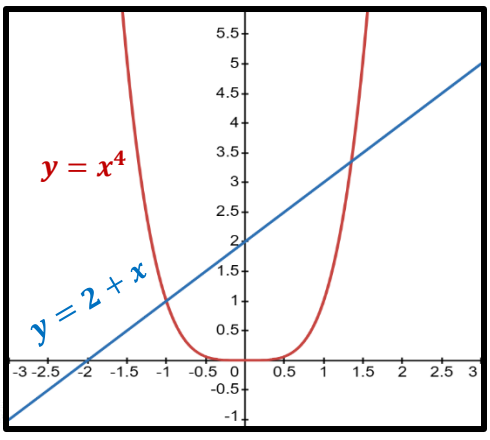
Juma Al Shobaki 0508124370
Jalshobaki.com
Jalshobaki.com

16) $y = cos\ x$, $y = x^4$



Juma Al Shobaki 0508124370

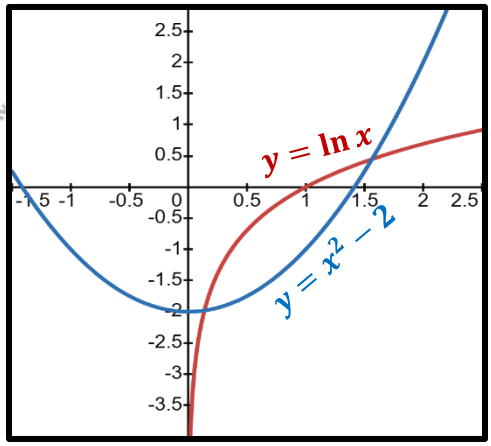
17) $y = x^4$, $y = 2 + x$



Juma Al Shobaki 0508124370
Jalshobaki.com
Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

18) $y = \ln x$, $y = x^2 - 2$



Jalshobaki.com

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
2 (4 marks)	حساب الحجم بالتكامل المحدود مع استخدام مساحات المقاطع العرضية	(1-4) P429
Compute volume by means of definite integration using areas of cross sections		

في الأسئلة التالية، جد حجم المجسَّم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)$ ؟

Find the volume of the solid with cross-sectional area $A(x)$?

1) $A(x) = x + 2$, $-1 \le x \le 3$

2) $A(x) = 10e^{0.01x}$, $0 \le x \le 10$

3) $A(x) = \pi(4 - x)^2$, $0 \le x \le 2$

4) $A(x) = 2(x + 1)^2$, $1 \le x \le 4$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
3 (4 marks)	إيجاد حجم مجسم باستخدام طريقة الأقراص	(17,19,25) (Disks parts) P430 (27,28) (Disks parts) P431
Find the volume of a solid of revolution using the method of disks		

ملاحظة هامة: قد يفهم أن هناك تكرار بين سؤال 3 و سؤال 17 الكتابي، ولكن تم وضع ملاحظة عند سؤال 3 (disks parts) بمعنى أخذ الفروع التي تحل بالأقراص، وأما السؤال 17 الكتابي فقد تم وضع ملاحظة (washers parts) أي بمعنى الفروع التي تحل بالحلقات. ولهذا سنكتب السؤال وفروعه بالشكل الصحيح المطلوب.

(17A , 19A , 25 (A + B) , 27 (B+C) , 28A)

17A) احسب حجم المجسّم الذي تكوّن من دوران المنطقة المحدودة بـِ: $y = 2 - x$ ، $y = 0$ ، $x = 0$ حول المحور (x) ؟

Compute the volume of the solid formed by revolving the region bounded by $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = 0$ *about x-axis?*

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

19A) احسب حجم المجسّم الذي تكوّن من دوران المنطقة المحدودة بـِ: $y = \sqrt{x}$ ، $y = 2$ ، $x = 0$ حول المحور y ؟

Compute the volume of the solid formed by revolving the region bounded by $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, $x = 0$ *about y-axis?*

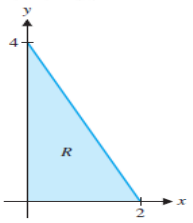
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

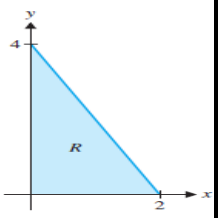
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

25) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y . احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول: A) المحور y ؟ B) المحور x ؟

Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, $x - axis$ and $y - axis$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about: A) $y - axis$? B) $x - axis$?

Jalshobaki.com





27B+C) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 0$, $y = x^2$ و $x = 1$. احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول: B) المحور x ؟ C) $x = 1$ ؟

Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about: B) $x - axis$? C) $x = 1$?

28A) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = -x$, $y = x$ و $x = 1$. احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول المحور x ؟

Let R be the region bounded by $y = x$, $y = -x$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $x - axis$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
(5-14) P446	إيجاد طول قوس من منحنى دالة معطاة في فترة معطاة باستخدام التكامل المحدود	4 (4 marks)
Find arc length in a given interval using definite integration		

Compute the arc length exactly?

في الأسئلة التالية، احسب طول المنحنى بدقّة؟

Jalshobaki.com

5) $y = 2x + 1 \quad , \quad 0 \le x \le 2$

6) $y = \ln(\sec x) \quad , \quad 0 \le x \le \frac{\pi}{4}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

7) $y = 4x^{\frac{3}{2}} + 1 \quad , \quad 1 \le x \le 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

8) $y = \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x}) \quad , \quad 0 \le x \le 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

9) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x \quad , \quad 1 \le x \le 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

10) $y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$, $1 \le x \le 3$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

11) $x = \frac{1}{8}y^4 + \frac{1}{4y^2}$, $-2 \le y \le -1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

12) $x = e^{\frac{y}{2}} + e^{-\frac{y}{2}}$, $-1 \le y \le 1$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

13) $y = \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}}$, $1 \le x \le 4$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

14) $y = 2\ln(4 - x^2)$, $0 \le x \le 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
(29-36) P447	حساب مساحة السطح الناتج عن دوران منطقة معينة باستخدام التكامل المحدود	5 (4 marks)
Find surface area of a solid of revolution using definite integration		

في الأسئلة التالية، ضع التَّكامل لمساحة السَّطح النّاتج من الدوران وقرّب التَّكامل باستخدام طريقة عددية؟

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method?

29) $y = x^2$, $0 \le x \le 1$, (x) تمّ دورانها حول المحور

30) $y = \sin x$, $0 \le x \le \pi$, (x) تمّ دورانها حول المحور

31) $y = 2x - x^2$, $0 \le x \le 2$, (x) تمّ دورانها حول المحور

32) $y = x^3 - 4x$, $-2 \le x \le 0$, (x) تمّ دورانها حول المحور

33) $y = e^x$, $0 \le x \le 1$, (x) تمّ دورانها حول المحور

34) $y = \ln x$, $1 \le x \le 2$, (x) تمّ دورانها حول المحور

35) $y = \cos x$, $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$, (x) تمّ دورانها حول المحور

36) $y = \sqrt{x}$, $1 \le x \le 2$, (x) تمّ دورانها حول المحور

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
6 (4 marks)	حل مسائل تطبيقات فيزيائية على السرعة المتجهة	(1-4) P455
Solve physical problems involving velocity		

في الأسئلة التالية، حدّد الشُّروط الابتدائية $y(0)$ ، $y'(0)$ ؟ Identify the initial conditions $y(0)$ and $y'(0)$?

Jalshobaki.com

1) أسقط جسم من ارتفاع $80\ ft$ ؟ An object is dropped from a height of $80\ ft$?

2) أسقط جسم من ارتفاع $100\ ft$ ؟ An object is dropped from a height of $100\ ft$?

3) أطلق جسم من ارتفاع $60\ ft$ مع سرعة متّجهة صعوداً $10\ ft/s$ ؟ An object is released from a height of $60\ ft$ with an upward velocity of $10\ ft/s$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

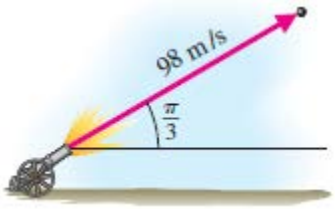
4) أطلق جسم من ارتفاع $20\ ft$ مع سرعة متّجهة نزولاً $4\ ft/s$ ؟ An object is released from a height of $20\ ft$ with a downward velocity of $4\ ft/s$?

Jalshobaki.com

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
7 (4 marks)	حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات	(17-22) P456
Solve problems on projectiles		

س17) يطلق جسم ما بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ راديان مع الأفق بسرعة ابتدائية $98\ m/s$. حدّد زمن التّحليق والمدى الأفقي؟

An object is launched at angle $\theta = \frac{\pi}{3}$ radians from the horizontal with an initial speed of $98\ m/s$ Determine the time of flight and the horizontal range?



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س18) أوجد زمن التحليق والمدى الأفقي لجسم أطلق بزاوية 30° مع سرعة ابتدائية $40\ m/s$. كرّر العملية مع زاوية 60° ؟

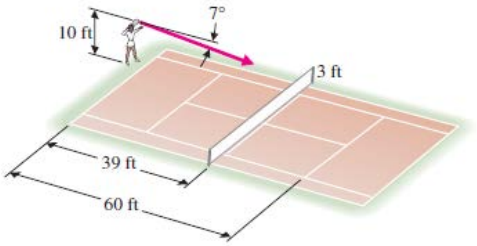
Find the time of flight and horizontal range of an object launched at angle 30° with initial speed 40 m/s. Repeat with an angle of 60° ?

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س19) كرّر مثال (5.5) مع تغيير الزاوية إلى 6° : مثال (5.5) حركة ضربة تنس: فينوس وليامز واحدة من أسرع الضربات في تنس السيدات. على فرض أنّها سددت ضربة من ارتفاع $10\ feet$ بسرعة ابتدائية $120\ mph$ ، وبزاوية 7° تحت المركبة الأفقية. تكون الضربة موجّهة "داخل الحد" إذا مرّت الكرة على شبكة ارتفاعها $3\ ft$ وتبعد مسافة $39\ ft$ وترتطم بالأرض أمام خط التسديد على بعد $60\ ft$. حدّد ما إذا كانت الضربة داخل أو خارج الحد؟

Venus Williams has one of the fastest serves in women's tennis. Suppose that she hits a serve from a height of 10 feet at an initial speed of 120 mph and at an angle of 6° below the horizontal. The serve is "in" if the ball clears a 3 ft high net that is 39 ft away and hits the ground in front of the service line 60 ft away. Determine whether the serve is in or out?



Jalshobaki.com

س20) كرّر مثال 5.5 مع سرعة ابتدائية $170\ ft/s$ ؟ باستخدام التجربة والخطأ أوجد أصغر وأكبر سرعة ابتدائية ستكون عندها رمية الإرسال؟

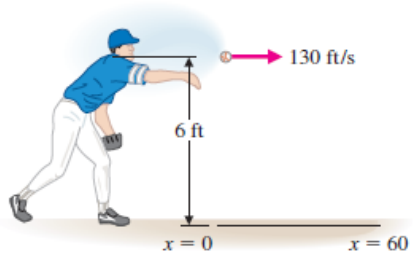
Repeat example 5.5) with an initial speed of 170 ft/s? By trial and error, find the smallest and largest initial speeds for which the serve will be in?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س21) يطلق ضارب كرة بيسبول الكرة أفقياً من ارتفاع $6\ ft$ مع سرعة ابتدائية $130\ ft/s$. جد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى القاعدة الرّئيسية على بعد $60\ ft$ ؟ (إرشاد: حدّد زمن التحليق من المعادلة x ثم استخدم المعادلة y لتحديد الارتفاع)

A baseball pitcher releases the ball horizontally from a height of 6 ft with an initial speed of 130 ft/s. Find the height of the ball when it reaches home plate 60 feet away?

(Hint: Determine the time of flight from the x-equation, then use the y-equation to determine the height)



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

س22) كرّر التمرين 21 مع سرعة ابتدائية $80\ ft/s$ ؟ (إرشاد: فسّر الإجابة السالبة بعناية)

Repeat exercise 21 with an initial speed of 80 ft/s ?

(Hint: Carefully interpret the negative answer)

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
8 + 9 (4 marks) + (4 marks)	إيجاد تكاملات دوال متنوعة بصيغة مباشرة باستخدام الصيغ	(1,2,5-10) P489 (17,18,25,26,33,36,38,39) P489
Compute integrals using direct computation and rules		

ملاحظة: سؤال 8 وسؤال 9 نفس ناتج التعلم ونفس السؤال

Jalshobaki.com

Evaluate the integral?

في التمارين التالية، أوجد قيمة التكامل؟

1) $\int e^{ax} \ dx \quad , \quad a \neq 0$

2) $\int cos(ax) \ dx, \quad a \neq 0$

5) $\int sin\ 6t \ dt =$

6) $\int sec\ 2t \ tan\ 2t \ dt =$

7) $\int (x^2 + 4)^2 \ dx =$

8) $\int x\,(x^2 + 4)^2 \ dx =$

9) $\int \frac{3}{16+x^2} \ dx =$

10) $\int \frac{2}{4+4x^2} \ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

17) $\int e^{3-2x}\ dx =$

18) $\int \frac{3}{e^{6x}}\ dx =$

Jalshobaki.com

25) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \frac{\sin t}{\cos^2 t}\ dt =$

26) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 t}\ dt =$

33) $\int \frac{1+x}{1+x^2}\ dx =$

36) $\int_1^3 e^{2\ln x}\ dx =$

38) $\int_0^1 x(x-3)^2\ dx =$

39) $\int_1^4 \frac{x^2+1}{\sqrt{x}}\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
(27,30,31,32) P489	إيجاد تكاملات دوال متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالتعويض	10 (4 marks)
Compute various integrals using integration by substitution		

في التمارين التالية، أوجد قيمة التكامل؟

Evaluate the integral?

Jalshobaki.com

27) $\int \frac{x^2}{1+x^6}\ dx$

30) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}\ dx$

31) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\ dx$

32) $\int \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^4}}\ dx$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
(53,54) P497	التَّعرف على التَّكامل بطريقة التَّكامل بالأجزاء	11 (4 marks)
Learn the notion of integration by parts		

في التمرينين 53 و 54، اذكر اسم الطريقة من تحديد ما إذا كان يمكن استخدام التعويض أو التكامل بالأجزاء لإيجاد قيمة التكامل؟

Name the method by identifying whether substitution or integration by parts can be used to evaluate the integral?

ملاحظة: قد يكون من الصعب سؤال خيارات لذكر الطريقة فقط إلا إذا كان على الشكل التالي على سبيل المثال ⟸

53) A) $\int x\,sin(x^2)\,dx$

A) $u = x^2$ بالتعويض و ✓

B) $u = sinx$ بالتعويض و

C) $u = x$, $dv = sin(x^2)\,dx$ بالأجزاء و

D) $u = sin(x^2)$, $dv = x\,dx$ بالأجزاء و

B) $\int x^2 sin(x)\,dx$

C) $\int x(\ln x)\,dx$

D) $\int \frac{\ln x}{x}\,dx$

54) A) $\int x^3 e^{4x}\,dx$

B) $\int x^3 e^{x^4}\,dx$

C) $\int x^{-2} e^{\frac{4}{x}}\,dx$

D) $\int x^2 e^{-4x}\,dx$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
P497 (56-61)	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء	12 (4 marks)

Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals

في التمارين (56-61)، مستخدماً طريقة (جايمي إسكالانتي)، أي بطريقة التّكامل الجدولي، جد ما يلي؟

Use the method of Jaime Escalante to evaluate the integral?

56) $\int x^4 \sin x \ dx =$

Jalshobaki.com

57) $\int x^4 \cos x \ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 05081243

58) $\int x^4 e^x \ dx =$

Jalshobaki.com
Jalshobaki.com

59) $\int x^4 e^{2x} \ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 05081243

60) $\int x^5 \cos 2x \ dx =$

Jalshobaki.com
Jalshobaki.com

61) $\int x^3 e^{-3x} \ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
13 (4 marks)	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $sin^n(x)\ cos^m(x)$	(1-6) P507
Integrate functions of the form $sin^n(x)\ cos^m(x)$		

في الأسئلة التالية، جد قيمة التكاملات؟

Evaluate the Integrals?

Jalshobaki.com

1) $\int cos\,x\ sin^4 x\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) $\int cos^3 x\ sin^4 x\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} cos\,2x\ sin^3 2x\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} cos^3 3x\ sin^3 3x\ dx =$

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2 x \ sin x \ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

6) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} cos^3 x \ sin x \ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
14 (4 marks)	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $sec^n(x) \ tan^m(x)$	(9,11,12,15,16) P507
Integrate functions of the form $sec^n(x) \ tan^m(x)$		

Evaluate the Integrals?

في الأسئلة التالية، جد قيمة التكاملات؟

9) $\int tan x \ sec^3 x \ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

11) $\int x \ tan^3(x^2+1) \ sec(x^2+1) \ dx =$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

12) $\int \tan(2x+1)\ \sec^3(2x+1)\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

15) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x\ \sec^4 x\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

16) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x\ \sec^2 x\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
P507 (33-36,38-40)	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التعويض بـ $x = a\ tan\ y$	15 (4 marks)

Integrate trigonometric functions using the substitution $x = a\ tan\ y$

في الأسئلة التالية أوجد قيمة التكامل؟

Evaluate the integral?

33) $\int \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}}\ dx =$

Jalshobaki.com

ملاحظة: مثل هذا السؤال لا يحل إلا بالبرامج وصيغ الاختزال أو بالآلة الحاسبة في حال وجود خيارات متعددة. وعليه فان الأسئلة المهمة والمتوقعة لهذا السؤال هي (34+36+39+40) فقط.

يجب أن يلم الطالب بتكامل $\int sec^3x\ \ dx = \frac{1}{2}secx\ tanx + \frac{1}{2}\ln|secx + tanx| + c$ **لأنّه سيكون من ضمن الإجابة.**

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

34) $\int x^3\sqrt{8+x^2}\ \ dx =$

(إرشاد: يحل بالتكامل بالتَّعويض)

Jalshobaki.com

35) $\int \sqrt{16+x^2}\ \ dx =$

(إرشاد: استخدم $\int sec^3x\ \ dx = \frac{1}{2}secx\ tanx + \frac{1}{2}ln|secx+tanx| + c$)

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

36) $\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

38) $\int_0^2 x^2\sqrt{x^2+9}\ \ dx =$

ملاحظة: مثل هذا السؤال لا يحل إلا بالصيغ أو الآلة الحاسبة وكونه تكامل محدود إذن يمكن الحصول على الإجابة مباشرة.

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

39) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\ dx =$

(إرشاد: يحل بالتكامل بالتَّعويض)

Jalshobaki.com

40) $\int \frac{x+1}{\sqrt{4+x^2}}\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

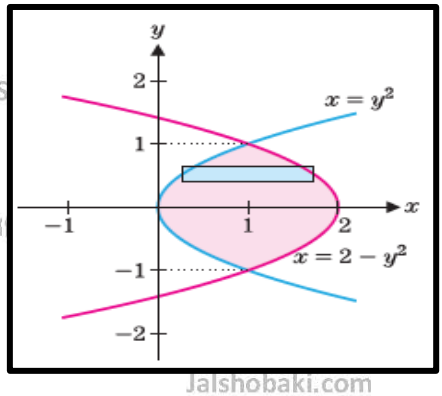
Part (2)	5	FRQ	7-10 Marks	40

السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
16 (7-10 marks)	إيجاد مساحة منطقة كتكامل محدود بمعلومية y عوضاً عن x	Example 1.6 P413 (19,20,22,24) P414
Compute the area of a region using definite integration with y as a variable x		

Jalshobaki.com

المثال 1.6) جد مساحة المنطقة المحصورة بين التمثيلين البيانيين $x = y^2$ و $x = 2 - y^2$ ؟

Find the area bounded by the graphs of $x = y^2$ and $x = 2 - y^2$?



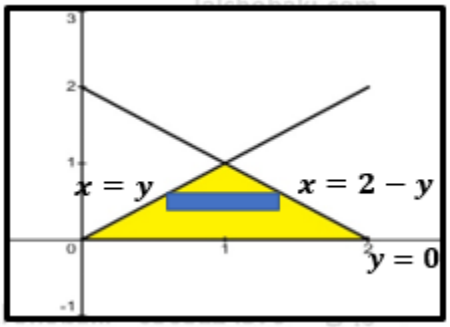
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

في التمارين (19,20,22,24)، ارسم وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المعطاة. اختر متغير التكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد. تحقق من إجابتك على التمارين 19 و 20 باستخدام صيغة هندسية أساسية للمساحة؟

Sketch and find the area of the region bounded by the given curves. Choose the variable of integration so that the area is written as a single integral. Verify your answers to exercises 19 and 20 with a basic geometric area formula?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

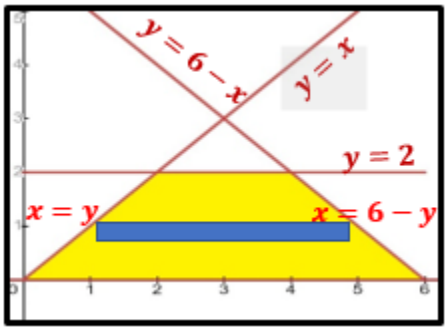
19) $y = x$, $y = 2 - x$, $y = 0$



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

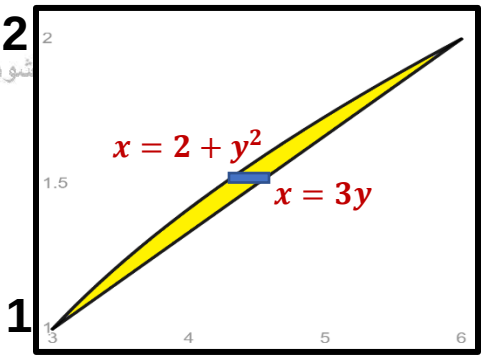
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

20) $y = x$, $y = 2$, $y = 6 - x$, $y = 0$



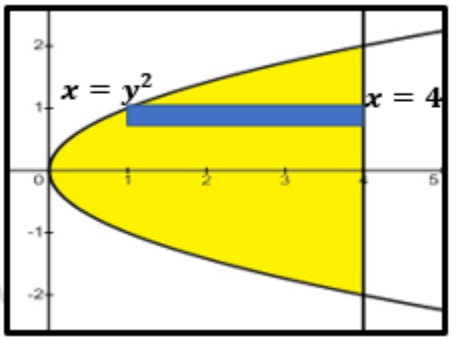
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com

22) $x = 3y$, $x = 2 + y^2$



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com

24) $x = y^2$, $x = 4$



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

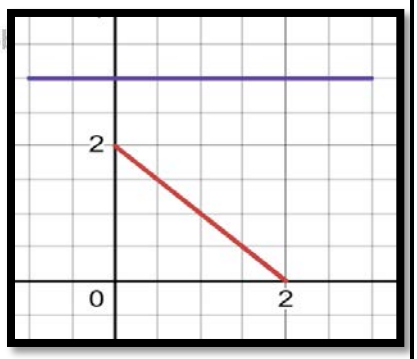
السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
17 (7-10 marks)	إيجاد حجم مجسم باستخدام طريقة الحلقات	(17,19,25) (Washers parts) P430 (27,28) (Washers parts) P431
Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers		

Jalshobaki.com

تم وضع ملاحظة (washers parts) أي بمعنى الفروع التي تحل بالحلقات. ولهذا سنكتب السؤال وفروعه بالشكل الصحيح المطلوب (17B, 19B, 25 C+D+E+F) , (27 A+D+E+F , 28 B+C+D) .

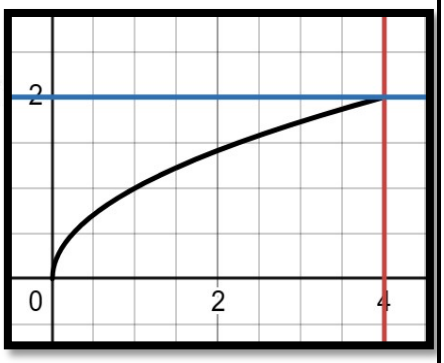
(17B احسب حجم المجسّم الذي تكوّن من دوران المنطقة المحدودة بـِ : $y = 2 - x$ ، $y = 0$ ، $x = 0$ حول $y = 3$ ؟

compute the volume of the solid formed by revolving the region bounded by $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = 0$, $about\ y = 3$?



(19B احسب حجم المجسّم الذي تكوّن من دوران المنطقة المحدودة بـِ : $y = \sqrt{x}$ ، $y = 2$ ، $x = 0$ حول $x = 4$ ؟

compute the volume of the solid formed by revolving the region bounded by $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, $x = 0$, $about\ x = 4$?

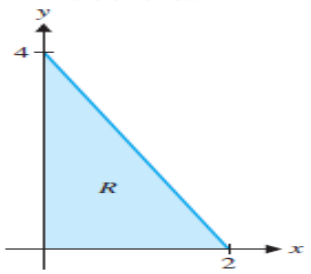


Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

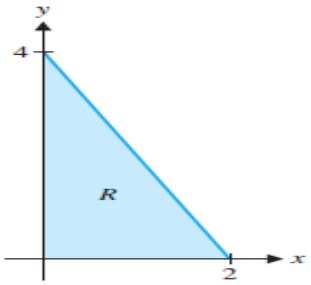
(25C+D+E+F) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y . احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول: (C $y = 4$ ؟ (D $y = -4$ ؟ (E $x = 2$ ؟ (F $x = -2$ ؟

Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, $x - axis$ and $y - axis$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about: C) $y = 4$? D) $y = -4$? E) $x = 2$? F) $x = -2$?

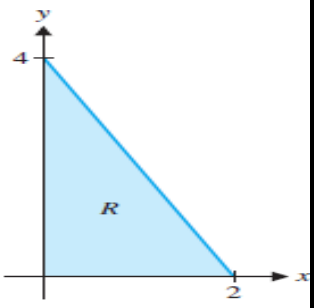
Jalshobaki.com Jalshobaki.com



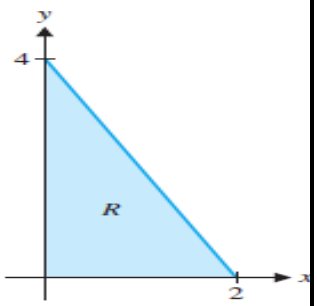
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki
Jalshobaki.com Jalshobaki.com



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

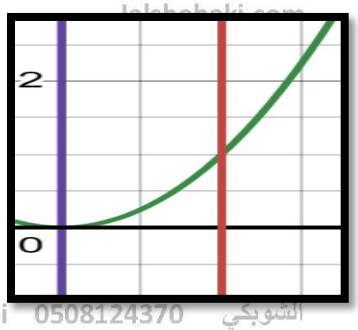
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

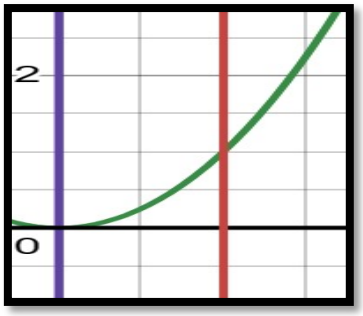
(27A+D+E+F) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $x = 1$, $y = 0$, $y = x^2$. احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول: (A المحور y ؟ (D $y = 1$ ؟ (E $x = -1$ ؟ (F $y = -1$ ؟

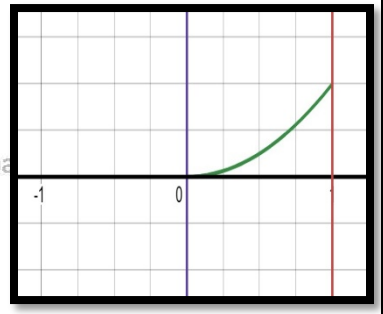
Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about:

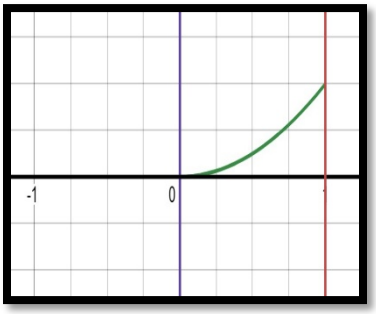
A) $y - axis$? D) $y = 1$? E) $x = -1$? F) $y = -1$?

Jalshobaki.com







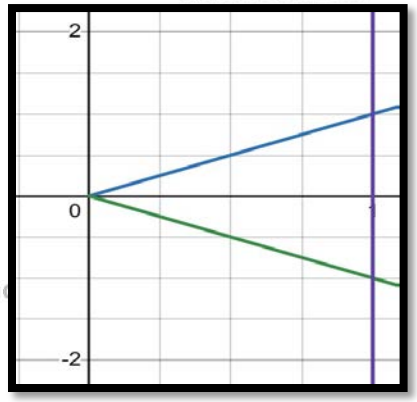


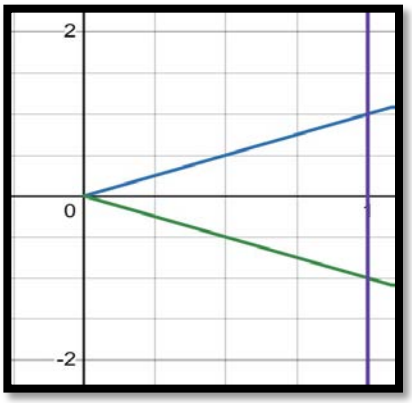
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

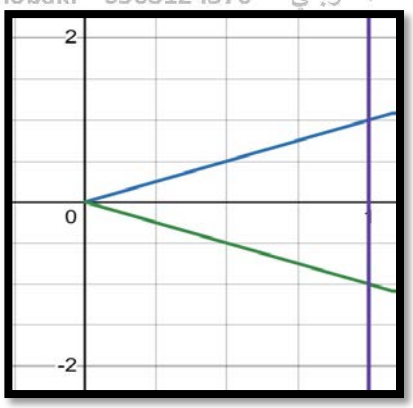
(28B+C+D) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $x = 1$, $y = -x$, $y = x$. احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول: B) المحور y ؟ C) $y = 1$ ؟ D) $y = -1$ ؟

Let R be the region bounded by $y = x$, $y = -x$, $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about: B) the y-axis ? C) $y = 1$? D) $y = -1$?

Jalshobaki.com







Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

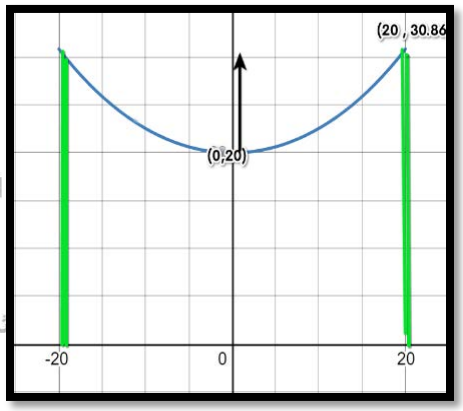
السؤال	ناتج التعلم	مثال / تمرين رقم
18 (7-10 marks)	حل مسائل رياضية كتطبيقات على طول القوس أو مساحة السطح	(23-25) P447
Solve mathematical problems involving applications on arc length or surface area		

س23) عند تعليق حبل بين عمودين، البعد بينهما 40 متراً. إذا كان الحبل يبدو أنّه يتّخذ شكل سلسلة معادلته

A rope is to be hung between two poles 40 meters apart. If the rope assumes the shape of the catenary

$y = 10\left(e^{\frac{x}{20}} + e^{\frac{-x}{20}}\right) \quad , \quad -20 \le x \le 20$ فاحسب طول الحبل؟

Compute the length of the rope?



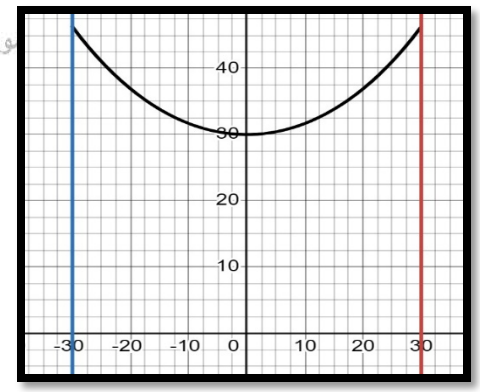
Jalshobaki.com

س24) عند تعليق حبل بين عمودين، البعد بينهما 60 متراً. إذا كان الحبل يبدو أنّه يتّخذ شكل سلسلة معادلته

A rope is to be hung between two poles 60 meters apart. If the rope assumes the shape of the catenary

$y = 15\left(e^{\frac{x}{30}} + e^{\frac{-x}{30}}\right) \quad , \quad -30 \le x \le 30$ فاحسب طول الحبل؟

Compute the length of the rope?



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س25) بالاعتماد على المثال 4.4 والذي يتحدث عن كابل بين عمودين متساويين في الارتفاع والبعد بينهما $20\ m$. وعلى فرض أنَّ الكابل يتخذ شكل $y = 5\left(e^{\frac{x}{10}} + e^{-\frac{x}{10}}\right)$ ، لأجل $-10 \le x \le 10$ ، كما هو ظاهر في الشكل. احسب قيمة الارتخاء الموجودة في الكابل التي تشكل الفرق بين قيم y في الوسط $(x = 0)$ وعند العمودين $(x = 10)$ ؟ على أساس ذلك، هل كان حساب طول المنحنى مثيراً للدهشة؟

Based on Example 4.4, which talks about a cable is to be hung between two poles of equal height that are 20 m apart. In this case, suppose that the cable takes the shape of $y = 5\left(e^{\frac{x}{10}} + e^{-\frac{x}{10}}\right)$, for $-10 \le x \le 10$, as seen in Figure. Compute the "sag" in the cable - that is, the difference between the y-values in the middle ($x = 0$) and at the poles ($x = 10$). Given this, is the arc length calculation surprising?

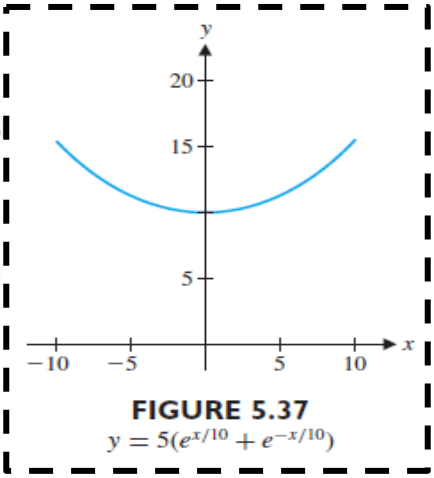


FIGURE 5.37
$y = 5(e^{x/10} + e^{-x/10})$

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
(9,10,11,14) P496	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء	19 (7-10 marks)

Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals

في التمارين (9,10,11,14)، جد قيمة التكاملات؟ **Evaluate the integrals?**

9) $\int e^x \sin(4x)\ dx =$

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

10) $\int e^{2x} cosx \;\; dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

11) $\int cos\, x\, cos\, 2x \;\; dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

14) $\int \;\; (\ln x)^2 \;\; dx =$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مثال / تمرين رقم	ناتج التعلم	السؤال
(21-24) P507	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التعويض بـــ $x = a\ sin(y)$	20 (7-10 marks)
Integrate trigonometric functions using the substitution $x = a\ sin(y)$		

Jalshobaki.com

في الأسئلة التالية، جد قيمة التكاملات؟ **Evaluate the integrals?**

21) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{9-x^2}}\ dx =$

22) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{16-x^2}}\ dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

23) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}\, dx =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

24) $\int \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}}\, dx =$

(إرشاد: يحل بالتَّكامل بالتَّعويض)

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

انتهت بحمد الله تعالى ...

✓ يرجى مراجعة ملازم ومذكرات الوحدتين وكذلك ملازم الخيارات من متعدد للوحدة 6 والوحدة 7 الموجودة في صفحة الملازم على الموقع للتَّدرب على نمط هذه الأسئلة كأسئلة خيارات من متعدد.

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

مع دعائي لكم بالتَّوفيق والنّجاح الباهر

الشوبكي