

Q.1: ***** BONUS ***** Find limits for polynomials, rational, and trigonometric functions using theorems 1111

Mark(s): 4/4

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$.

أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.07.004

a.

0

b.

$\frac{3}{2}$

c.

2

d.

$\frac{2}{3}$

Given that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$,

evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{2x^2}$.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ إذا كانت النهاية

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{2x^2}$ أوجد قيمة

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.07.004

a.

1



b.

$-\frac{1}{2}$



c.

$\frac{1}{2}$



d.

2



Evaluate $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$.

أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.07.004

a.

0



b.

$\frac{3}{4}$



c.

$\frac{1}{4}$



d.

$\frac{1}{2}$



Find the equation of the tangent line
to the function $f(x) = \frac{2}{x+1}$
at $x = 1$.

أوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = \frac{2}{x+1}$ عند $x = 1$.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.02.002

a.

$$y = -\frac{1}{2}(x + 1) - 1$$



b.

$$y = -2(x - 1) + 1$$



c.

$$y = -\frac{1}{2}(x - 1) + 1$$



d.

$$y = \frac{1}{2}(x - 1) - 1$$



Use logarithmic differentiation to find the derivative of $f(x) = (\sin x)^x$.

استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة
 $f(x) = (\sin x)^x$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.06.004

a.

$$f'(x) = (\sin x)^x \cdot (x \cot x + \ln(\sin x))$$



b.

$$f'(x) = (x \cot x + \ln(\sin x))$$



c.

$$f'(x) = (\sin x)^x \cdot (x + \ln(\sin x))$$

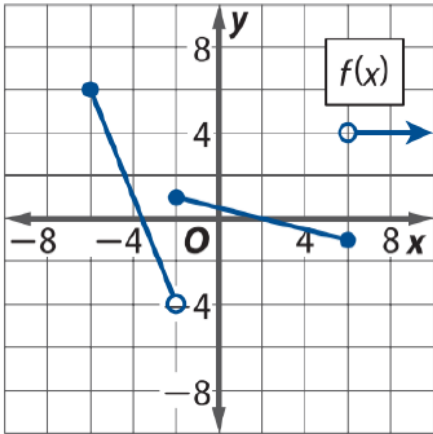


d.

$$f'(x) = (\sin x)^x \cdot (x \cot x)$$



Use the graph to determine $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, استخدم التمثيل البياني لتحديد $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ if it exists. إن وجدت.



Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.07.001

a.

1

b.

-4

c.

0

d.

غير موجودة
does not exist



Q.7: Find the derivatives of natural logarithmic functions 1

Mark(s): 5/5

Find the derivative of the function

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}.$$

أوجد مشتقة الدالة

$$.f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.06.004

a.

$$f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{\sqrt{\ln x}}$$

b.

$$f'(x) = \frac{1}{2x^2 \sqrt{\ln x}}$$

c.

$$f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{2x^2 \sqrt{\ln x}}$$

d.

$$f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{2x^2}$$

Determine the interval(s) where

$f(x) = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x}}$ is continuous.

حدّد الفترة (الفترات) التي تكون عندها

$f(x) = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x}}$ متصلة.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.08.001

a.

$(0, \infty)$



b.

$(0, 1)$



c.

$(-1, 1)$



d.

$(1, \infty)$



Find the derivative of

$$f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x}).$$

$$.f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x}) \text{ أوجد مشتقة}$$

Learning Outcomes Covered

◦ MAT.6.02.07.002

a.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$$



b.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{(1-x^2)}}$$



c.

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{x(1-x)}}$$



d.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}(1-x)}}$$



Suppose that the height of a falling object t seconds after being dropped from a height of 64 ft is given by $s(t) = 64 - 16t^2$ ft. Find the average velocity between times $t = 1$ and $t = 2$.

على فرض أن ارتفاع جسم يسقط بعد t ثانية من سقوطه من ارتفاع 64 ft، تمثله المعادلة $s(t) = 64 - 16t^2$ ft. أوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين الزمنين $t = 1$ و $t = 2$.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.03.001

a.



b.



c.



d.



Find the derivative of the function

$$f(x) = \sin^2(\tan x)$$

أوجد مشتقة الدالة

$$.f(x) = \sin^2(\tan x)$$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.06.001

a.

$$f'(x) = 2 \sin(\tan x) \cdot \cos(\tan x) \cdot \sec^2 x$$



b.

$$f'(x) = 2 \sin x \cdot (\tan x) \cdot \cos x + \sec^2 x \cdot \sin^2 x$$



c.

$$f'(x) = 2 \sin(\tan x) \sec^2 x$$



d.

$$f'(x) = 2 \sin(\tan x) \cdot \cos x \cdot \sec^2 x$$



Find implicitly $y'(x)$ for

$$x^2y - 3y^3 = x^2 + 1.$$

أوجد $y'(x)$ ضمناً لـ

$$x^2y - 3y^3 = x^2 + 1.$$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.07.001

a.

$$y'(x) = \frac{2x - 2xy}{x^2 + 9y^2}$$

b.

$$y'(x) = \frac{2x - 2xy}{x^2 - 9y^2}$$

c.

$$y'(x) = \frac{2x^2 + 2xy}{x^2 + y^2}$$

d.

$$y'(x) = \frac{2x - 2y}{x^2y + 9y^2}$$

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right)$, if it exists.

أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right)$ ، إن وجدت.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.03.001

a.

0

✓

b.

1

c.

-1

d.

غير موجودة
does not exist

Determine all horizontal asymptotes

of $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

حدّد كل خطوط التقارب الأفقية لـ

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.03.002

a.

$y = -1$

b.

$y = 0$

c.

$y = 1$

d.

$y = -1, y = 1$

Find all values of x for which the tangent line to $y = x^4 - 2x^2 + 3$ is horizontal.

أوجد جميع قيم x والتي يكون عندها المماس على المنحنى $y = x^4 - 2x^2 + 3$ أفقيًا.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.05.002

a.

$$x = -1, x = 2$$



b.

$$x = 1, x = \sqrt{3}$$



c.

$$x = -1, x = 0, x = 1$$



d.

$$x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}$$



Find the derivative of the function

$$f(t) = 3t^\pi - 2t^{1.3}.$$

أوجد مشتقة الدالة

$$.f(t) = 3t^\pi - 2t^{1.3}$$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.05.002

a.

$$f'(t) = 3\pi - 2.6t$$



b.

$$f'(t) = 3\pi t - 2.6t$$



c.

$$f'(t) = 3\pi t^{\pi-1} - 2.6t^{0.3}$$



d.

$$f'(t) = 3\pi t^{\pi^2} - 2.6t^{0.3}$$



Find a value of c as guaranteed by the Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2 - 2x$ on the interval $[0, 2]$.

أوجد قيمة c بالشكل الذي تحققه نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 - 2x$ في الفترة $[0, 2]$.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.09.002

a.

$$c = 2$$



b.

$$c = 0$$



c.

$$c = 1$$



d.

$$c = 1.5$$



Find the linear approximation to

$$f(x) = \frac{2}{x} \text{ at } x_0 = 1.$$

أوجد التقريب الخطي للدالة

$$f(x) = \frac{2}{x} \text{ عند } x_0 = 1.$$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.04.01.001

a.

$$L(x) = 4 - 4x$$



b.

$$L(x) = 2x - 2$$



c.

$$L(x) = 4 - 2x$$



d.

$$L(x) = 6 - 2x$$



Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$.

أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.04.02.002

a.

0

b.

$-\frac{1}{6}$

c.

∞

d.

6

Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.04.02.002

- a.

∞
- b.

0

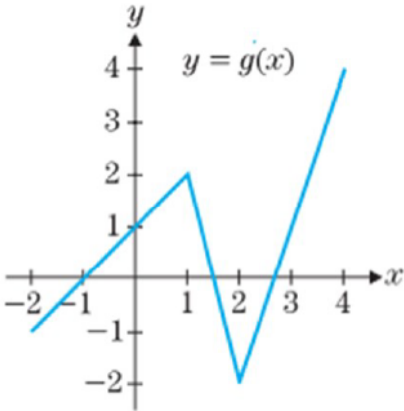
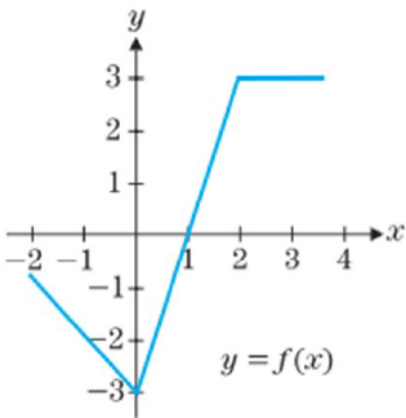
✓
- c.

1
- d.

$\frac{1}{2}$

Use the graphs to find the derivative of the composite function $f(g(x))$ at $x = 3$.

استخدم التمثيلات البيانية لإيجاد مشتقة الدالة المركبة $f(g(x))$ عند $x = 3$.



Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.05.008

a.

0

b.

3

c.

9



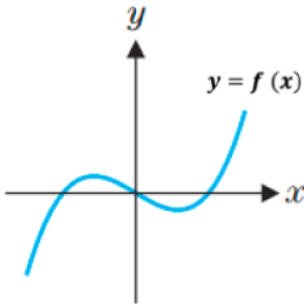
d.

غير موجودة

does not exist

Use the graph of $y = f(x)$ to sketch a graph of $y = f'(x)$.

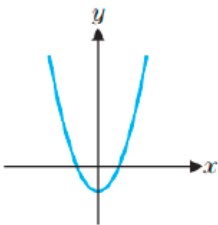
استخدم التمثيل البياني لـ $y = f(x)$ لرسم التمثيل البياني $y = f'(x)$.



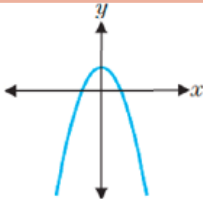
Learning Outcomes Covered

- MAT.6.02.04.002

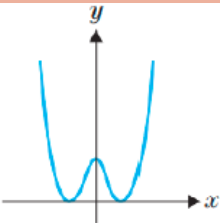
a.



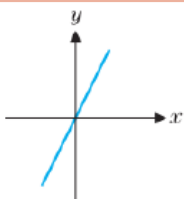
b.



c.



d.



Q.23: ***** BONUS ***** Use the continuity properties to study the continuity of a function or a composition of functions at a given point Mark(s): 4/4

If $f(x) = \frac{9-x^2}{mx+2}$ is continuous on $(-\infty, \infty)$, find the value of m , where m is a constant number.

إذا كانت $f(x) = \frac{9-x^2}{mx+2}$ متصلة على $(-\infty, \infty)$ ، أوجد قيمة m ، حيث m عدد ثابت.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.08.002

a.

-1

b.

0

✓

c.

9

d.

1

Estimate the arc length of the curve $f(x) = x^3 + 2$ on the interval $-1 \leq x \leq 1$ using $n = 2$ line segments.

قَدِّر طول قوس المنحنى $f(x) = x^3 + 2$ في الفترة $-1 \leq x \leq 1$ باستخدام $n = 2$ قطعة مستقيمة.

Learning Outcomes Covered

- MAT.5.06.07.002

a.

$2\sqrt{2}$



b.

$\sqrt{2}$



c.

$\sqrt{6}$



d.

2



Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc^2 x$, if it exists.

أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc^2 x$ ، إن وجدت.

Learning Outcomes Covered

- MAT.6.01.07.004

a.

0



b.

1



c.

2



d.

غير موجودة
does not exist

