

اختبر نفسك (1)
Check yourself (1)

Mathematics الرياضيات

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الصف الثاني عشر عام 12 GENERAL

الفصل الثاني

2024-2025

Lesson 6-3

Solving Linear Systems using Inverses and Cramer's Rule

According to the previous exam

مراجعة الدرس 6-3

حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر

اعتمادا على

الاختبارات السابقة

الأستاذ عماد عودة

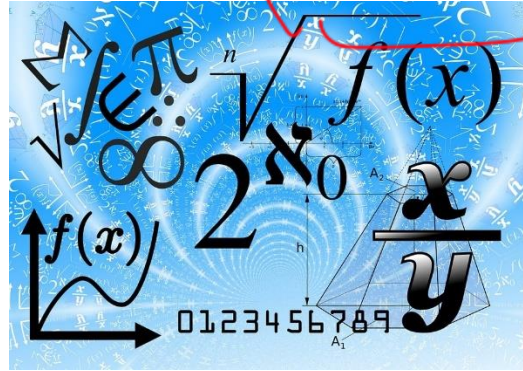
Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh



اسم الطالب: -



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q1 Find the determinant of the matrix

س1 اوجد محدد المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$$

a) -24

b) 24

c) 0

d) -12

$$|A| = (2 \times 6) - (4 \times (-3)) \\ = 12 - (-12) \\ = 24$$

Q2 Find the determinant of the matrix

س2 اوجد محدد المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

a) -23

b) 23

c) 9

d) 0

$$|A| = (-2 \times 8) - (7 \times 1) \\ = -16 - 7 \\ = -23$$

Q3 Solve the system of equations using Cramer's rule

س3 حل نظام المعادلات باستخدام طريقة كرامير

$$3x + y = 6$$

$$x - y = 2$$

a) (-2, 0)

b) (0, -2)

c) (0, 2)

d) (2, 0)

Mode ⑤ ①

اجب سؤال اضيق من متعدد
حل بالالة



Q1 Solve the system of equations use cramer's rule

س1 حل نظام المعادلات استخدم قاعدة كرامر

$$3x + y = 6$$

$$x - y = 2$$

a) (-2, 0)

b) (0, -2)

c) (0, 2)

d) (2, 0)

$$A \cdot X = B$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = (-3) - (1) = -4$$

$$A_x = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A_x| = (-6) - (2) = -8$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A_y| = 6 - 6 = 0$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{0}{-4} = 0$$

(2, 0)

الأستاذ عماد عودة

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

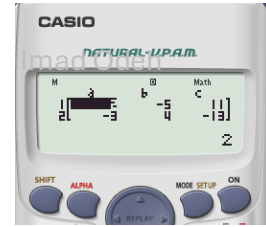
Q4 Solve the system of equations using Cramer's rule

س4 حل نظام المعادلات باستخدام طريقة كرامير

$$2x - 5y = 11$$

$$-3x + 4y = -13$$

- a) $(-3, 1)$
 b) $(-1, 3)$
 c) $(3, -1)$
 d) $(1, -3)$



Q5 Solve the system of equations,

س5 حل نظام المعادلات

$$4x - 3y = 3$$

$$x - 2y = -8$$

- a) $(7, 6)$
 b) $(6, 7)$
 c) $(-7, 6)$
 d) $(-6, 7)$



Q1 Solve the system of equations use inverse matrix

س1 حل نظام المعادلات استخدم معكوس مصفوفة

$$4x - 3y = 3$$

$$x - 2y = -8$$

- a) $(7, 6)$
 b) $(6, 7)$
 c) $(-7, 6)$
 d) $(-6, 7)$

$A \cdot X = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix}$$

Find A^{-1} $\Rightarrow$ Δ $\Rightarrow$ Δ

$$\det(A) = (-8) - (-3) = -5$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-5)} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -6 + -24 \\ -3 + -32 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -30 \\ -35 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

الأستاذ عماد عودة

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q6 Solve the system of equations,

حل نظام المعادلات 6س

$$-x + 2y - 3z = 11$$

$$2x + z = 4$$

$$x - y + 2z = -5$$

a) (3, 4, -2)

b) (-3, -4, -2)

c) (3, -4, 2)

d) (-3, 4, -2)

بالالة 2 Mode 5



Q1 Solve the system of equations,

حل نظام المعادلات 1س

$$-x + 2y - 3z = 11$$

$$2x + z = 4$$

$$x - y + 2z = -5$$

a) (3, 4, -2)

b) (-3, -4, -2)

c) (3, -4, 2)

d) (-3, 4, -2)

$$A \cdot X = B$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)(0-1) - 2(4-1) - 3(-2-0) = 1 - 6 + 6 = 1$$

$$|A| = 1$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 1 \\ -5 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 11(0-1) - 2(8-2) - 3(22-5) = -11 - 12 - 45 = -68$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} -1 & 11 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -5 & 2 \end{vmatrix} = -1(22-1) - 11(4-2) - 3(12-4) = -21 - 22 - 24 = -67$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 11 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & -5 \end{vmatrix} = -1(-10-4) - 2(-10-5) - 11(-10-2) = 14 + 30 + 154 = 198$$

$$x = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{-68}{1} = -68$$

$$y = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{-67}{1} = -67$$

$$z = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{198}{1} = 198$$

$$|A| = (-1) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-3) \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)(0-1) - 2(2-1) - 3(-2-0)$$

$$= 1 - 2 + 6 = 5$$

$$|A| = 5$$

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>



Q7 Solve the system of equations,

حل نظام المعادلات 7س

$$-3x + 4y - z = -10$$

$$6x - y - 5z = -29$$

$$4x - 5y + z = 11$$

a) (1, 0, 7)

b) (30, 29, 36)

c) لا يوجد حل No solution

d) حل لانهائي Infinite solution



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q8 Find the value of n such that the system represented by the augmented matrix cannot be solved using an inverse matrix

س8 اوجد قيمة n بحيث لا يمكن حل النظام الذي تعبر عنه المصفوفة الموسعة التالية

$$\begin{bmatrix} n & -6 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

لا يوجد حل عندما يكون

$$|A| = 0$$

$$(n)(2) - (-6)(1) = 0$$

$$2n - (-6) = 0$$

$$2n + 6 = 0$$

$$2n = -6 \Rightarrow n = -3$$

a) -3

b) 3

c) -2

d) 2

Q9 Find the value of n such that the system represented by the augmented matrix cannot be solved using an inverse matrix

س9 اوجد قيمة n بحيث لا يمكن حل النظام الذي تعبر عنه المصفوفة الموسعة التالية

$$\begin{bmatrix} n & -n & 0 \\ 7 & n & -8 \end{bmatrix}$$

a) $n = -7$

b) $n = 0, n = 7$

c) $n = 0, n = -7$

d) $n = 0$

$$(n)(n) - (-n)(7) = 0$$

$$n^2 + 7n = 0$$

$$n(n + 7) = 0$$

$$n = 0 \quad n + 7 = 0 \Rightarrow n = -7$$

Q10 In March, Badria bought 2 standard and 2 premium ring tones from her cell phone provider for AED 8.96. In May, she paid AED 9.46 for 1 standard and 3 premium ring tones. What are the prices for standard and premium ring tones?

س10 اشترت نبيلة في شهر مارس نغمتين عاديتين وأخرتين مميزتين من مقدم خدمات الهاتف المحمول الذي تتعامل معه مقابل 8.96 وفي مايو دفعت 9.46 درهم مقابل نغمة عادية و 3 نغمات مميزة. فما سعر كل من النغمة العادية والمميزة؟

a) AED 1.99, AED 2.49

b) AED 1.99, AED 2.79

c) AED 2.29, AED 2.79

d) AED 2.49, AED 2.99

Q7 In March, Badria bought 2 standard and 2 premium ring tones from her cell phone provider for AED 8.96. In May, she paid AED 9.46 for 1 standard and 3 premium ring tones. What are the prices for standard and premium ring tones?

س7 اشترت نبيلة في شهر مارس نغمتين عاديتين وأخرتين مميزتين من مقدم خدمات الهاتف المحمول الذي تتعامل معه مقابل 8.96 وفي مايو دفعت 9.46 درهم مقابل نغمة عادية و 3 نغمات مميزة. فما سعر كل من النغمة العادية والمميزة؟

- a) AED 1.99, AED 2.49
b) AED 1.99, AED 2.79
c) AED 2.29, AED 2.79
d) AED 2.49, AED 2.99

$$2x + 2y = 8.96$$

$$x + 3y = 9.46$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.96 \\ 9.46 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 2 = 4$$

$$|A_x| = \begin{vmatrix} 8.96 & 2 \\ 9.46 & 3 \end{vmatrix} = 26.88 - 18.92 = 7.96$$

$$|A_y| = \begin{vmatrix} 2 & 8.96 \\ 1 & 9.46 \end{vmatrix} = 18.92 - 8.96 = 9.96$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{7.96}{4} = 1.99$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{9.96}{4} = 2.49$$

الأستاذ عماد عودة

<https://t.me/+ZwjnNRgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>



Q11 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists.

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

س11

$$5x + 4y = 7$$

$$-x - 4y = -3$$

Q2 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists. استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

$$5x + 4y = 7$$

$$-x - 4y = -3$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = -20 - (-4) = -16$$

$$|A_x| = \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} = -28 - (-12) = -16$$

$$|A_y| = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -15 - (-7) = -8$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-16}{-16} = 1$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2}$$

الأستاذ عماد عودة

<https://t.me/+ZwjnNRgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

12 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists.

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

س12

$$2x - y + z = 1$$

$$x + 2y - 4z = 3$$

$$4x + 3y - 7z = -8$$

Q2 Use Cramer's Rule to find the solution of the system of linear equations, if a unique solution exists. استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

$$2x - y + z = 1$$

$$x + 2y - 4z = 3$$

$$4x + 3y - 7z = -8$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & 3 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix} = (-28 + 16 + 3) - (-7 + 24 + 8) = -9 - (-9) = 0$$

$$A_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \\ -8 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$A_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \\ 4 & -8 & -7 \end{vmatrix}$$

$$A_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & 3 & -8 \end{vmatrix}$$

No solution

الأستاذ عماد عودة

<https://t.me/+ZwjnNRgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>



Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+ZwjnNRgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q13 Find the solution to each matrix equation.

س13 حل كل معادلة مصفوفية.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -8 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Q6 Find the solution to each matrix equation.

س6 حل كل معادلة مصفوفية.

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -8 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = |A| = 5 - (-4) \\ |A| = 9$$

$$A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & -8 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 9+0 & -8-10 \\ 18+0 & -16+25 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 9 & -18 \\ 18 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 1 \quad y_1 = -2 \\ x_2 = 2 \quad y_2 = 1$$

الأستاذ عماد عودة

<https://t.me/+ZwjnNRrgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>



Q14 Find the solution to each matrix equation.

س14 حل كل معادلة مصفوفية.

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 12 & 6 \end{bmatrix}$$

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Imad Odeh

Q15	Hessa bought 2 apples and 3 pears for AED 18. Noor bought 3 apples and 6 pears for AED33	س15 اشترت حصة 2 ثمرة تفاح و 3 ثمرات كمثرى ب 18 درهم. واشترت نور 3 ثمرات تفاح و 6 ثمرات كمثرى بمبلغ 33 درهم
a)	Write a set of linear equations for this situation.	(أ) اكتب مجموعة من المعادلات الخطية لهذه الحالة
b)	Find the cost of one apple and one pear by using Cramer's Rule	(ب) اوجد سعر التفاحة الواحدة و ثمرة الكمثرى الواحدة باستخدام قاعدة كرامر

أسئلة سنوات سابقة

Q Hessa bought 2 apples and 3 pears for AED 18. Noor bought 3 apples and 6 pears for AED33

a) Write a set of linear equations for this situation.

اكتب مجموعة من المعادلات الخطية لهذه الحالة

a) Find the cost of one apple and one pear by using Cramer's Rule

اوجد سعر التفاحة الواحدة و ثمرة الكمثرى الواحدة باستخدام قاعدة كرامر

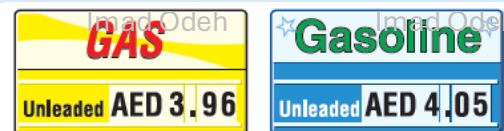
$$\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 6y = 33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 9 = 3 \\ |A_x| = \begin{vmatrix} 18 & 3 \\ 33 & 6 \end{vmatrix} = 108 - 99 = 9 \\ |A_y| = \begin{vmatrix} 2 & 18 \\ 3 & 33 \end{vmatrix} = 66 - 54 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{9}{3} = 3 \\ y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{12}{3} = 4 \end{cases}$$

الأستاذ عماد عودة
<https://t.me/+ZwjnNRgdMdlZjRk>
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q16	Maysoon stopped for gasoline twice during a road trip. The price of gasoline at each station is shown below. She bought a total of 33.5 liters and spent AED 134.28. Use Cramer's Rule to determine the number of liters of gasoline Maysoon bought for AED 3.96 a liter	س16 توقفت ميسون مرتين خلال رحلة على الطريق للتزود بالوقود. موضح بالأسفل سعر البنزين لكل محطة. وقد اشترت ميسون إجمالي 33.5L وأنفقت 134.28 درهم استخدم قاعدة كرامر لتحديد عدد لترات البنزين التي اشترتها ميسون مقابل 3.96 درهم لكل لتر
-----	--	--



Q16 Maysoon stopped for gasoline twice during a road trip. The price of gasoline at each station is shown below. She bought a total of 33.5 liters and spent AED 134.28. Use Cramer's Rule to determine the number of liters of gasoline Maysoon bought for AED 3.96 a liter

توقفت ميسون مرتين خلال رحلة على الطريق للتزود بالوقود. موضح بالأسفل سعر البنزين لكل محطة وقد اشترت ميسون إجمالي 33.5L وأنفقت 134.28 درهم استخدم قاعدة كرامر لتحديد عدد لترات البنزين التي اشترتها ميسون مقابل 3.96 درهم لكل لتر

$$\begin{cases} x + y = 33.5 \\ 3.96x + 4.05y = 134.28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3.96 & 4.05 \end{vmatrix} = 4.05 - 3.96 = 0.09 \\ |A_x| = \begin{vmatrix} 33.5 & 1 \\ 134.28 & 4.05 \end{vmatrix} = 135.675 - 134.28 = 1.395 \\ |A_y| = \begin{vmatrix} 1 & 33.5 \\ 3.96 & 134.28 \end{vmatrix} = 134.28 - 132.66 = 1.62 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{1.395}{0.09} = 15.5 \\ y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{1.62}{0.09} = 18 \end{cases}$$

الأستاذ عماد عودة
<https://t.me/+ZwjnNRgdMdlZjRk>
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

اطيب التمنيات للجميع



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+ZwjnNRgdMdlZjRk>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>