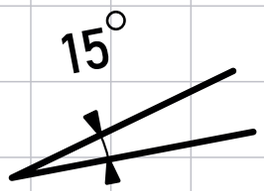
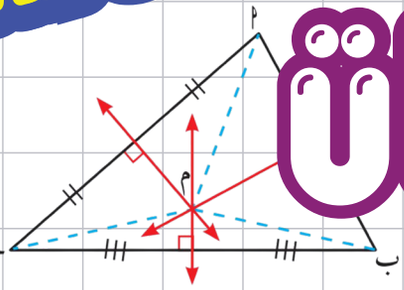
أ/ أحمد جمال

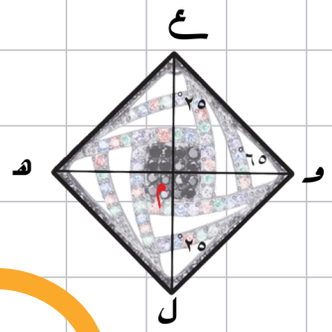
فيثاغورث في الرياضيات

الصف التاسع



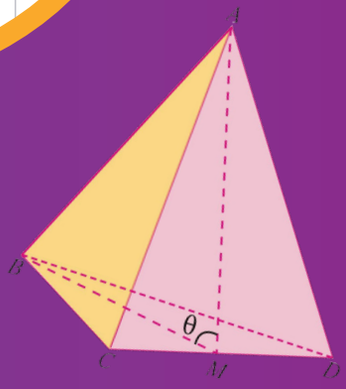
$|س+٣| \leq ٧$

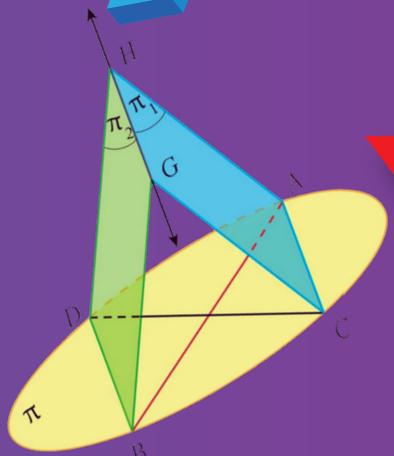




محلولة







بند ٢ -١ تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

حفـــــظ

١) $\sqrt[3]{١} = ١$ ٢) $\sqrt[3]{٨} = ٢$ ٣) $\sqrt[3]{٢٧} = ٣$

٤) $\sqrt[3]{٦٤} = ٤$ ٥) $\sqrt[3]{١٢٥} = ٥$ ٦) $\sqrt[3]{١٠٠٠} = ١٠$

٧) $\sqrt[3]{س^{٣}} = س$

حلل كلا مما يلي تحليلاً تامًا:

- $س^{٣} - ٦٤ = (س - ٤)(س^{٢} + ٤س + ١٦)$
- $أ^{٣} + ١ = (أ + ١)(أ^{٢} - أ + ١)$
- $ب^{٣} - ٨ = (ب - ٢)(ب^{٢} + ٢ب + ٤)$
- $٨ل^{٣} + ١٢٥ = (٢ل + ٥)(٤ل^{٢} - ١٠ل + ٢٥)$
- $-١ - ٢٧هـ^{٣} = (١ - ٣هـ)(١ + ٣هـ + ٩هـ^{٢})$
- $-١ - ٨ص^{٣} = (١ - ٢ص)(١ + ٢ص + ٤ص^{٢})$
- $٨ل^{٣} + ٢٧م^{٣} = (٢ل + ٣م)(٤ل^{٢} - ٦لم + ٩م^{٢})$

منصة برايم أكاديمي

حلل كلا مما يلي تحليلاً تامًا:

- $٣ع^{٣} - ٨١ = ٣(ع^{٣} - ٢٧)$
$= ٣(ع - ٣)(ع^{٢} + ٣ع + ٩)$

- $٢س^{٤} + ١٦ س = ٢س(س^{٣} + ٨)$
$= ٢س(س + ٢)(س^{٢} - ٢س + ٤)$

- $٥ - ٤٠م^{٣} = ٥(١ - ٨م^{٣})$
$= ٥(١ - ٢م)(١ + ٢م + ٤م^{٢})$

- $٥٤ ب^{٤} - ٢ا = ٢ا(٢٧ ب^{٣} - ١)$
$= ٢ا(٣ب - ١)(٩ب^{٢} + ٣ب + ١)$

- $٨١ ك^{٣} + ٣ هـ^{٣} = ٣(٢٧ ك^{٣} + هـ^{٣})$
$= ٣(٣ك + هـ)(٩ك^{٢} - ٣كهـ + هـ^{٢})$

- $٣س^{٥} - ٢٤ س^{٢} = ٣س^{٢}(س^{٣} - ٨)$
$= ٣س^{٢}(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)$

- $٠,٠٢٧ - س^{٣} = (٠,٣ - س)(٠,٠٩ + ٠,٣ س + س^{٢})$

- $\frac{١}{١٢٥} ص^{٣} - \frac{٨}{٢٧} س^{٣} =$
$= (\frac{١}{٥} ص - \frac{٢}{٣} س)(\frac{١}{٢٥} ص^{٢} + \frac{٢}{١٥} ص س + \frac{٤}{٩} س^{٢})$

حلل كلا مما يلي تحليلاً تامًا:

أ $\frac{٢٧}{٦٤}$ ن^{٦} + $= (\frac{٣}{٤}$ ن^{٢} + $\frac{٩}{١٦})(\frac{٣}{٤}$ ن^{٢} + ن^{٤})

ب $\frac{١}{١٢٥}$ أ^{٣} + $\frac{٨}{٢٧}$ ب^{٣} $= (\frac{١}{٥}$ أ + $\frac{٢}{٣}$ ب$)(\frac{١}{٢٥}$ أ^{٢} − $\frac{٢}{١٥}$ أ ب + $\frac{٤}{٩}$ ب^{٢})

ج س^{٣} − ٠,١٢٥ = (س − ٠,٥)(س^{٢} + ٠,٥س + ٠,٢٥)

حلل كلا مما يلي تحليلاً تامًا:

أ ٠,٠٢٧ − ص^{٣} = (٠,٣ − ص)(٠,٠٩ + ٠,٣ ص + ص^{٢})

ب $\frac{٨}{٢٧}$ أ^{٣} + $\frac{١}{٦٤}$ ب^{٣} $= (\frac{٢}{٣}$ أ + $\frac{١}{٤}$ ب$)(\frac{٤}{٩}$ أ^{٢} − $\frac{١}{٦}$ أ ب + $\frac{١}{١٦}$ ب^{٢})

ج ٥٤ ب^{٤} − ٢ب = ٢ب (٢٧ ب^{٣} − ١) = ٢ب (٣ب − ١) (٩ ب^{٢} + ٣ب + ١)

د ٨١ ك^{٣} + ٣ هـ^{٢} = ٣ (٢٧ ك^{٣} + هـ^{٣}) = ٣ (٣ك + هـ) (٩ ك^{٢} − ٣ك هـ + هـ^{٢})

هـ ٣س^{٥} − ٢٤ س^{٢} = ٣س^{٢} (س^{٣} − ٨) = ٣س^{٢} (س − ٢) (س^{٢} + ٢ س + ٤)

و ١٦ س^{٤} + ٥٤ س ص^{٣} = ٢ س (٨س^{٣} + ٢٧ ص^{٣})

= ٢ س (٢ س + ٣ ص) (٤ س^{٢} − ٦ س ص + ٩ ص^{٢})

صندوق على شكل شبه مكعب حجمه (أ^{٣} + ٢٧) متر مكعب وارتفاعه (أ + ٣) متر، وظّف مفهوم التحليل، لإيجاد مساحة قاعدته.

تـــذكر

حجم شبه المكعب = مساحة القاعدة × الارتفاع

الحل

ح = م × ع

أ^{٣} + ٢٧ = م (أ + ٣)

(بتحليل مجموع المكعبين) أ^{٣} + ٢٧ = (أ + ٣) (أ^{٢} − ٣ أ + ٩)

∴ م = (أ^{٢} − ٣ أ + ٩) متر مربع

منصة برايم أكاديمي

بند ٢ - ٢ تحليل الحدودية الثلاثية

على صورة س^{٢} + ب س + ج

١ ص^{٢} + ٨ ص + ٧

=(ص + ٧) (ص + ١)

٢ س^{٢} - ٢٠س + ١٠٠

=(س - ١٠) (س - ١٠) = (س - ١٠)^{٢}

٣ س^{٢} - ٩س + ١٨

=(س - ٦) (س - ٣)

٤ س^{٢} - ٣س + ٢

=(س - ٢) (س - ١)

٥ س^{٢} + ٥س + ٦

=(س + ٣) (س + ٢)

٦ ص^{٢} + ص - ٢٠

=(ص + ٥) (ص - ٤)

منصة برايم أكاديمي

٧ $س^{٢} - ٥س - ٦$

$=(س - ٦)(س + ١)$

٨ $س^{٢} - ٧س - ٤٤$

$=(س - ١١)(س + ٤)$

٩ $ب^{٢} - ١٠ب ك + ١٦ ك^{٢}$

$=(ب - ٨ك)(ب - ٢ك)$

١٠ $س^{٢} - س - ١٢$

$=(س - ٤)(س + ٣)$

١١ $-س^{٢} + ٧س - ١٢$

$= -(س^{٢} - ٧س + ١٢)$

$= -(س - ٤)(س - ٣)$

١٢ $٥ص^{٢} + ١٥ص - ٢٠$

$= ٥(ص^{٢} + ٣ص - ٤)$

$= ٥(ص + ٤)(ص - ١)$

منصة برايم أكاديمي

حلِّل تحليلًا تامًا:

أ) $س^{٢} + ٦س + ٥$

الحـل

$= (س+٥)(س+١)$

ب) $ف^{٢} - ٧ف + ١٢$

الحـل

$= (ف - ٤)(ف - ٣)$

ج) $ص^{٢} + ٨ص + ٧$

الحـل

$= (ص+٧)(ص+١)$

د) $س^{٢} - ٩س + ١٨$

الحـل

$= (س - ٦)(س - ٣)$

هـ) $س^{٢} + ٢س - ٣$

الحـل

$= (س+٣)(س-١)$

و) $س^{٢} - ٥س ص - ١٤ ص^{٢}$

الحـل

$= (س - ٧ص)(س + ٢ص)$

ز) $س^{٣} + ١٢س^{٢} + ٣٢س$

الحـل

$س(س^{٢} + ١٢س + ٣٢)$

$س(س+٨)(س+٤)$

ك) $ص^{٢} - ص - ٤٢$

الحـل

$(ص - ٧)(ص + ٦)$

ز) $س^{٣} + ١٢س^{٢} + ٣٢س$

الحـل

$س(س^{٢} + ١٢س + ٣٢)$

$س(س+٨)(س+٤)$

ك) $س^{٢} - ٤س - ١٢$

الحـل

$(س - ٦)(س + ٢)$

ا) $س^{٢} + ٤س + ٣$

الحـل

$(س + ٣)(س + ١)$

ب) $س^{٢} - ٦س + ٨$

الحـل

$(س - ٤)(س - ٢)$

منصة برايم أكاديمي

حلّل كلاً ممّا يلي تحليلاً تاماً:

ج) $ص^{٢} + ٧ ص - ٣٠$

الحـل

$(ص + ١٠) (ص - ٣)$

د) $س^{٢} - ٥ س - ٦$

الحـل

$(س - ٦) (س + ١)$

هـ) $س^{٢} - س - ٥٦$

الحـل

$(س - ٨) (س + ٧)$

و) $س^{٢} + ٧ س - ٤٤$

الحـل

$(س + ١١) (س - ٤)$

ز) $ب^{٢} - ١٠ ب ك + ١٦ ك^{٢}$

الحـل

$(ب - ٨ ك) (ب - ٢ ك)$

ي) $م^{٢} + ١٥ م ن + ٥٤ ن^{٢}$

الحـل

$(م + ٩ ن) (م + ٦ ن)$

ط) $ص^{٤} - ١٧ ص^{٣} + ٣٠ ص^{٢}$

الحـل

$= ص^{٢} (ص^{٢} - ١٧ ص + ٣٠)$

$ص^{٢} (ص - ١٥) (ص - ٢)$

ك) $-٢ س^{٢} + ٢ س + ٤$

الحـل

$= -٢ (س^{٢} - س - ٢)$

$= -٢ (س - ٢) (س + ١)$

١) $ن^{٣} - ٦ ن^{٢} + ٩ ن$

الحـل

$= ن (ن^{٢} - ٦ ن + ٩)$

$= ن (ن - ٣) (ن - ٣)$

$= ن (ن - ٣)^{٢}$

٢) $٢ ك^{٢} - ١٤ ك + ٢٤$

الحـل

$= ٢ (ك^{٢} - ٧ ك + ١٢)$

$= ٢ (ك - ٤) (ك - ٣)$

١) $٣ س^{٢} - ٦ س - ٤٥$

الحـل

$= ٣ (س^{٢} - ٢ س - ١٥)$

$= ٣ (س - ٥) (س + ٣)$

٢) $٥ س^{٢} - ١٥ س ص - ٥٠ ص^{٢}$

الحـل

$= ٥ (س^{٢} - ٣ س ص - ١٠ ص^{٢})$

$= ٥ (س - ٥ ص) (س + ٢ ص)$

منصة برايم أكاديمي

بند (٢ - ٣) تحليل الحدودية الثلاثية: أ س^{٢} + ب س + ج

الأسئلة المقالية

حلل تحليلاً تاماً:

١ ٢ ن^{٢} + ١٥ ن + ٧

الحـل

= (٢ ن + ١) (ن + ٧)

٢ ٥ س^{٢} + ٨ س + ٣

الحـل

= (٥ س + ٣) (س + ١)

٣ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣

الحـل

= (٢ س + ٣) (س + ١)

٤ ٢ هـ^{٢} + ٣ هـ - ٥

الحـل

= (٢ هـ + ٥) (هـ - ١)

منصة برايم أكاديمي

٥ $٣ س^{٢} + ٧ س - ٦$

الحـل

$= (٣ س - ٢) (س + ٣)$

٦ $٤ س^{٢} - ٤ س - ٣$

الحـل

$= (٢ س - ٣) (٢ س + ١)$

٧ $١١ ل^{٢} - ١٢ ل + ١$

الحـل

$= (١١ ل - ١) (ل - ١)$

٨ $٢ ك^{٢} - ١١ ك - ٢١$

الحـل

$= (٢ ك + ٣) (ك - ٧)$

٩ $٢ س^{٢} - ٧ س - ٤$

الحـل

$= (٢ س + ١) (س - ٤)$

حلل تحليلاً تاماً:

١ $٥ س^{٢} - ١٢ س + ٧$

الحـــل

$(٥ س - ٧) (س - ١)$

٢ $٤ س^{٢} - ٤ س - ٣$

الحـــل

$(٢ س + ١) (٢ س - ٣)$

٣ $٧ ك^{٢} - ١١ ل ك - ٦ ل^{٢}$

الحـــل

$(٧ ك + ٣ ل) (ك - ٢ ل)$

٤ $٣ س^{٢} + ١٦ س + ٥$

الحـــل

$(٣ س + ١) (س + ٥)$

٥ $١١ ل^{٢} - ١٢ ل + ١$

الحـــل

$(١١ ل - ١) (ل - ١)$

٦ $٢ ك^{٢} - ١١ ك - ٢١$

الحـــل

$(٢ ك + ٣) (ك - ٧)$

منصة برايم أكاديمي

مسائل متفوقين

حلّل تحليلاً تاماً كلاً ممّا يلي :

١ $٦ س^{٢} - ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢}$

الحـل

$= (٢ س - ٥ ص) (٣ س - ٢ ص)$

٢ $١٣ ع^{٣} + ٥ ع^{٢} - ٨ ع =$

الحـل

$ع (١٣ ع^{٢} + ٥ ع - ٨)$

$= ع (١٣ ع - ٨) (ع + ١)$

٣ $٤٢ ص^{٢} + ٣٢ ص + ٦$

الحـل

$= ٢ (٧ ص + ٣) (٣ ص + ١)$

٤ $٨ ص^{٢} + ١٠ ص ل - ٣ ل^{٢}$

الحـل

$= (٤ ص - ل) (٢ ص + ٣ ل)$

٥ $٢٥ س^{٢} + ١٠ س - ١٥$

الحـل

$= ٥ (٥ س^{٢} + ٢ س - ٣)$

$= ٥ (٥ س - ٣) (س + ١)$

٦ $٦ س^{٢} - ٥ س ص - ص^{٢}$

الحـل

$= (٦ س + ص) (س - ص)$

٧ $٢١ ف^{٣} - ٧٠ ف^{٢} + ٤٩ ف$

الحـل

$= ٧ ف (٣ ف^{٢} - ١٠ ف + ٧)$

$= ٧ ف (٣ ف - ٧) (ف - ١)$

٨ $٤ هـ^{٣} + ١٢ هـ^{٢} + ٩ هـ$

الحـل

$= هـ (٤ هـ^{٢} + ١٢ هـ + ٩)$

$= هـ (٢ هـ + ٣) (٢ هـ + ٣)$

بند (٢ - ٤) تحليل المربع الكامل

أكمل ما يلي :

$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$

$(أ \pm ب)^{٢} =$

$أ^{٢} \pm ٢أب + ب^{٢}$ يسمي ذلك مربعاً كاملاً

- مربع الحد الأول
- ٢ × الحد الأول × الحد الثاني
- مربع الحد الثاني

تحليل المربّع الكامل

$أ^{٢} \pm ٢أب + ب^{٢} = (أ \pm ب)^{٢}$

- الجذر التربيعي الموجب للحدّ الأوّل
- إشارة الحدّ الأوسط
- الجذر التربيعي الموجب للحدّ الثالث

أيّ من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثّل مربعًا كاملًا :

أ) $س^{٢} - ١٤س + ٤٩$
تمثل مربعًا كاملًا

ب) $ص^{٢} + ٣ص + ٩$
لا تمثل مربعًا كاملًا

ج) $٩س^{٢} - ٦س - ١$
لا تمثل مربعًا كاملًا

د) $٤س^{٢} + ٣٦س + ٩$
لا تمثل مربعًا كاملًا

هـ) $س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$
تمثل مربعًا كاملًا

و) $ع^{٢} - ٤ع - ٤$
تمثل مربعًا كاملًا

ز) $١ + ١٠س + ٢٥س^{٢}$
تمثل مربعًا كاملًا

ك) $٩ب^{٢} + ١٢ب + ١٦$
لا تمثل مربعًا كاملًا

حلّل كلّاً ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $ص^{٢} + ٨ص + ١٦$

الحـل

$= (ص + ٤)^{٢}$

ب $١٦ب^{٢} - ٢٤ب + ٩$

الحـل

$= (٤ب - ٣)^{٢}$

جـ $ص^{٢} + ١٦ص + ٦٤$

الحـل

$= (ص + ٨)^{٢}$

د $١ - ١٠س + ٢٥س^{٢}$

الحـل

$= (١ - ٥س)^{٢}$

حلّل كلّاً ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $ص^{٢} - ٢ص + ١$

الحـل

$= (ص - ١)^{٢}$

ب $١ + ٦ب + ٩ب^{٢}$

الحـل

$= (١ + ٣ب)^{٢}$

جـ $س - ٤س^{٢} + ٤س^{٣}$

الحـل

$س (١ - ٤س + ٤س^{٢})$

$= س (١ - ٢س)^{٢}$

د $س^{٢} + ٢٢س + ١٢١$

الحـل

$= (س + ١١)^{٢}$

هـ $س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س$

الحـل

$س (س^{٢} - ٦س + ٩)$

$= س (س - ٣)^{٢}$

و $١٢س^{٢} + ٣٦س ص + ٢٧ص^{٢}$

الحـل

$٣ (٤س^{٢} + ١٢س ص + ٩ص^{٢})$

$= ٣ (٢س + ٣ص)^{٢}$

حلّل كلّاً ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $٩س^{٣} - ٦س^{٢} ص + س ص^{٢}$

الحـل

$س (٩س^{٢} - ٦س ص + ص^{٢})$

$= س (٣س - ص)^{٢}$

ب $٤ب^{٣} جـ + ٨ب^{٢} جـ^{٢} + ٤ب جـ^{٣}$

الحـل

$٤ب جـ (ب^{٢} + ٢ب جـ + جـ^{٢})$

$= ٤ب جـ (ب + جـ)^{٢}$

جـ $٢٠س^{٢} - ٢٠س + ٥$

الحـل

$٥ (٤س^{٢} - ٤س + ١)$

$= ٥ (٢س - ١)^{٢}$

منصة برايم أكاديمي

أوجِد قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

٩س^{٢} + جـ س ص + ٤٩ص^{٢}

الحـل

الحد الأول = $\sqrt{٩ س^{٢}}$ = ٣ س

الحد الثالث = $\sqrt{٤٩ ص^{٢}}$ = ٧ ص

الحد الأوسط = ٢ × ٣س × ٧ص = ٤٢س ص

جـ = ± ٤٢

أ س^{٢} + جـ س + ٨١

الحـل

الحد الأول = $\sqrt{س^{٢}}$ = س

الحد الثالث = $\sqrt{٨١}$ = ٩

الحد الأوسط = ± ٢ × س × ٩ = ± ١٨س

جـ = ± ١٨

ب ٤س^{٢} − جـ س ص + ٩ص^{٢}

الحـل

الحد الأول = $\sqrt{٤س^{٢}}$ = ٢س

الحد الثالث = $\sqrt{٩ ص^{٢}}$ = ٣ ص

الحد الأوسط = ± ٢س × ٣ ص = ± ١٢ س ص

جـ = ± ١٢

منصة برايم أكاديمي

أكمل كلاً ممّا يلي إلى مربع كامل :

أ $س^{٢} + ١٨س$

الحـــل

الحد الثالث = $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^{٢}$

$= (\frac{١}{٢} \times ١٨)^{٢} = (٩)^{٢} = ٨١$

$س^{٢} + ١٨س + ٨١ = (س + ٩)^{٢}$

ب $س^{٢} - ٧س$

الحـــل

الحد الثالث = $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^{٢}$

$= (\frac{١}{٢} \times ٧)^{٢} = (\frac{٧}{٢})^{٢} = \frac{٤٩}{٤}$

$س^{٢} - ٧س + \frac{٤٩}{٤} = (س - \frac{٧}{٢})^{٢}$

ج $س^{٢} + ١٤س$

الحـــل

الحد الثالث = $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^{٢}$

$= (\frac{١}{٢} \times ١٤)^{٢} = (٧)^{٢} = ٤٩$

$س^{٢} + ١٤س + ٤٩ = (س + ٧)^{٢}$

د $س^{٢} + ٤س$

الحـــل

الحد الثالث = $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^{٢}$

$= (\frac{١}{٢} \times ٤)^{٢} = (٢)^{٢} = ٤$

$س^{٢} + ٤س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$

وظّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

أ $(١٠٣)^{٢}$

الحـــل

$= (١٠٠ + ٣)^{٢}$

$= ١٠٠٠٠ + ٦٠٠ + ٩$

$= ١٠٦٠٩$

ب $(٥٩)^{٢}$

الحـــل

$= (٦٠ - ١)^{٢}$

$= ٣٦٠٠ - ١٢٠ + ١$

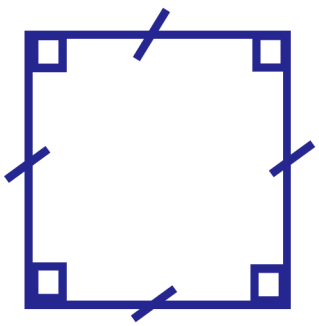
$= ٣٤٨١$

ج ما طول ضلع المربّع الذي مساحته ($س^{٢} + ٢٢$ س + ١٢١) وحدة مربّعة.

الحـــل

$م = ل^{٢} = س^{٢} + ٢٢س + ١٢١ = (س + ١١)^{٢}$

إذاً طول الضلع = (س + ١١) وحدة طول



منصة برايم أكاديمي

حلل الحدودية الآتية بطريقة اكمال المربع :

أ $س^{٢} - ٦س + ٨$

الحـــل

$= س^{٢} - ٦س + ٩ - ٩ + ٨$

$= س^{٢} - ٦س + ٩ - ١$

$= (س - ٣)^{٢} - ١$

$= (س - ٣ + ١) (س - ٣ - ١)$

$= (س - ٢) (س - ٤)$

($\frac{١}{٢}$ معامل س)^{٢}

$= (\frac{١}{٢} \times ٦)^{٢}$

$= ٣^{٢} = ٩$

حلل كلا مما يأتي بطريقة اكمال المربع :

أ $س^{٢} + ٦س - ٧$

الحـــل

$= س^{٢} + ٦س + ٩ - ٩ - ٧$

$= (س + ٣)^{٢} - ١٦$

$= (س + ٣ + ٤) (س + ٣ - ٤)$

$= (س + ٧) (س - ١)$

$= (\frac{١}{٢} \times ٦)^{٢}$

$= ٣^{٢} = ٩$

منصة برايم أكاديمي

حلل كلا مما يأتي بطريقة اكمال المربع :

أ $٢س^{٢} + ٨س - ١٠$

الحـل

$= ٢ [س^{٢} + ٤س - ٥]$

$= ٢ [س^{٢} + ٤س + ٤ - ٤ - ٥]$

$= ٢ [(س + ٢)^{٢} - ٩]$

$= ٢ [(س + ٢ + ٣) (س + ٢ - ٣)]$

$= ٢ [(س + ٥) (س - ١)]$

$(\frac{١}{٢} \times ٤)^{٢} =$

$(٢)^{٢} =$

$٤ =$

ب $٢س^{٢} - ٨س - ٢٤$

الحـل

$= ٢ [س^{٢} - ٤س - ١٢]$

$= ٢ [س^{٢} - ٤س + ٤ - ٤ - ١٢]$

$= ٢ [(س - ٢)^{٢} - ١٦]$

$= ٢ [(س - ٢ + ٤) (س - ٢ - ٤)]$

$= ٢ [(س + ٢) (س - ٦)]$

$(\frac{١}{٢} \times ٤)^{٢} =$

$(٢)^{٢} =$

$٤ =$

بند (٢-٥) تحليل الحدودية الرباعية

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا :

١ هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

الحـل

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

= (هـ جـ + هـ د) + (ب جـ + ب د)

= هـ (جـ + د) + ب (جـ + د)

= (جـ + د) (هـ + ب)

٢ $س^{٢}$ هـ − $س^{٢}$ د + $ص^{٢}$ هـ − $ص^{٢}$ د

الحـل

= ($س^{٢}$ هـ − $س^{٢}$ د) + ($ص^{٢}$ هـ − $ص^{٢}$ د)

= $س^{٢}$ (هـ − د) + $ص^{٢}$ (هـ − د)

= (هـ − د) ($س^{٢}$ + $ص^{٢}$)

٣ ٢ س + جـ س + ٢ جـ + $جـ^{٢}$

الحـل

= (٢ س + جـ س) + (٢ جـ + $جـ^{٢}$)

= س (٢ + جـ) + جـ (٢ + جـ)

= (٢ + جـ) (س + جـ)

منصة برايم أكاديمي

حلل كلاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ $س^{٣} - ٣س^{٢} + ٢س - ٦$

الحـــل

$= (س^{٣} - ٣س^{٢}) + (٢س - ٦)$

$= س^{٢} (س - ٣) + ٢ (س - ٣)$

$= (س - ٣) (س^{٢} + ٢)$

ب $س^{٢} - ٣س - س ص + ٣ص$

الحـــل

$= (س^{٢} - ٣س) + (- س ص + ٣ص)$

$= س (س - ٣) - ص (س - ٣)$

$= (س - ٣) (س - ص)$

ج $٢٠ س^{٢} ص + ١٠ ب س^{٢} - ٤ أ^{٢} ص - ٢ أ^{٢} ب$

الحـــل

$= ٢ (١٠ س^{٢} ص + ٥ ب س^{٢} - ٢ أ^{٢} ص - أ^{٢} ب)$

$= ٢ [(١٠ س^{٢} ص + ٥ ب س^{٢}) + (- ٢ أ^{٢} ص - أ^{٢} ب)]$

$= ٢ [٥ س^{٢} (٢ص + ب) - أ^{٢} (٢ص + ب)]$

$= ٢ [(٢ص + ب) (٥ س^{٢} - أ^{٢})]$

$= ٢ (٢ص + ب) (٥ س^{٢} - أ^{٢})$

منصة برايم أكاديمي

حلل تحليلاً تامّاً :

س^{٣} – ٢س^{٢} – س + ٢

الحـــل

= (س^{٣} – ٢س^{٢}) + (– س + ٢)

= س^{٢} (س – ٢) – (س – ٢)

= (س – ٢) (س^{٢} – ١) (حلِّل الفرق بين مربَّعين)

= (س – ٢) (س – ١) (س + ١)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ **س^{٣} – ٣س^{٢} – ٤س + ١٢**

الحـــل

= (س^{٣} – ٣س^{٢}) + (– ٤س + ١٢)

= س^{٢} (س – ٣) – ٤ (س – ٣)

= (س – ٣) (س^{٢} – ٤)

= (س – ٣) (س – ٢) (س + ٢)

ب **ص^{٣} + ٤ص^{٢} – ٩ص – ٣٦**

الحـــل

= (ص^{٣} + ٤ص^{٢}) – (٩ص + ٣٦)

= ص^{٢} (ص + ٤) – ٩ (ص + ٤)

= (ص + ٤) (ص^{٢} – ٩)

= (ص + ٤) (ص – ٣) (ص + ٣)

منصة برايم أكاديمي

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

١ م هـ – س م + هـ ص – س ص

الحـل

= (م هـ – س م) + (هـ ص – س ص)

= م (هـ – س) + ص (هـ – س)

= (هـ – س) (م + ص)

٢ ٢ أ س + ٢ س ب + أ ص + ب ص

الحـل

= (٢ أ س + ٢ س ب) + (أ ص + ب ص)

= ٢ س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب) (٢ س + ص)

٣ ٤ س^{٢} + ٢ أ س + ٨ ب س + ٤ أ ب

الحـل

= (٤ س^{٢} + ٢ أ س) + (٨ ب س + ٤ أ ب)

= ٢ س (٢ س + أ) + ٤ ب (٢ س + أ)

= ٢ (٢ س + أ) (س + ٢ ب)

منصة برايم أكاديمي

٤ $٦ س^{٢} - ٨ س ص - ٣ س ب + ٤ ب ص$

الحـل

$= (٦ س^{٢} - ٨ س ص) + (- ٣ س ب + ٤ ب ص)$

$= ٢ س (٣ س - ٤ ص) - ب (٣ س - ٤ ص)$

$= (٣ س - ٤ ص) (٢ س - ب)$

٥ $س^{٣} - ٢ س^{٢} - ٩ س + ١٨$

الحـل

$= (س^{٣} - ٢ س^{٢}) + (- ٩ س + ١٨)$

$= س^{٢} (س - ٢) - ٩ (س - ٢)$

$= (س - ٢) (س^{٢} - ٩)$

$= (س - ٢) (س + ٣) (س - ٣)$

٦ $س^{٣} + ٢ س^{٢} - ٢٥ س - ٥٠$

الحـل

$= (س^{٣} + ٢ س^{٢}) + (- ٢٥ س - ٥٠)$

$= س^{٢} (س + ٢) - ٢٥ (س + ٢)$

$= (س + ٢) (س^{٢} - ٢٥)$

$= (س + ٢) (س - ٥) (س + ٥)$

منصة برايم أكاديمي

بند (٢-٦) حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

أ $ص^{٢} - ٥ ص = ٠$

الحل

$ص (ص - ٥) = ٠$

إما	أو
$ص = ٠$	$ص - ٥ = ٠$
	$ص = ٥$

م٠ح $= \{ ٠ ، ٥ \}$

ب $س^{٢} = ٩$

الحل

$س^{٢} - ٩ = ٠$

$(س + ٣) (س - ٣) = ٠$

إما	أو
$س + ٣ = ٠$	$س - ٣ = ٠$
$س = -٣$	$س = ٣$

م٠ح $= \{ -٣ ، ٣ \}$

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

أ $ص^{٢} - ٦ ص + ٥ = ٠$

الحل

$(ص - ٥) (ص - ١) = ٠$

إما	أو
$ص - ٥ = ٠$	$ص - ١ = ٠$
$ص = ٥$	$ص = ١$

م٠ح $= \{ ١ ، ٥ \}$

ب $س^{٢} = ٢ س + ٣٥$

الحل

$س^{٢} - ٢ س - ٣٥ = ٠$

$(س - ٧) (س + ٥) = ٠$

إما	أو
$س - ٧ = ٠$	$س + ٥ = ٠$
$س = ٧$	$س = -٥$

م٠ح $= \{ -٥ ، ٧ \}$

جـ $س^{٢} - ٤ س = ٢١$

الحـل $س^{٢} - ٤ س - ٢١ = ٠$

$(س - ٧) (س + ٣) = ٠$

إما $س - ٧ = ٠$ ، $س = ٧$

أو $س + ٣ = ٠$ ، $س = - ٣$

م٠ح $= \{ ٧ ، - ٣ \}$

د $س^{٢} - ٦ س = ٠$

الحـل

$س (س - ٦) = ٠$

إما $س = ٠$

أو $س - ٦ = ٠$ ، $س = ٦$

م٠ح $= \{ ٠ ، ٦ \}$

هـ $ص^{٢} - ١١ = ١٤$

الحـل $ص^{٢} - ١١ - ١٤ = ٠$

$ص^{٢} - ٢٥ = ٠$

$(ص + ٥) (ص - ٥) = ٠$

إما $ص + ٥ = ٠$ ، $ص = - ٥$

أو $ص - ٥ = ٠$ ، $ص = ٥$

م٠ح $= \{ - ٥ ، ٥ \}$

و $س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

الحـل

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

$(س + ٤)^{٢} = ٠$

$(س + ٤) = ٠$

$س = - ٤$

∴ مجموعة الحل $= \{ - ٤ \}$

منصة برايم أكاديمي

و $ك^{٢} + ٧ ك + ١٢ = ٠$

الحـل

$(ك + ٤) (ك + ٣) = ٠$

إما

$ك + ٤ = ٠$

$ك = - ٤$

أو

$ك + ٣ = ٠$

$ك = - ٣$

م٠ح $= \{ - ٤ ، - ٣ \}$

ز $٣ ن^{٢} + ن - ١٠ = ٠$

الحـل

$(٣ ن - ٥) (ن + ٢) = ٠$

إما

$٣ ن - ٥ = ٠$

$٣ ن = ٥$

$\frac{٣}{٣} ن = \frac{٥}{٣}$

$ن = \frac{٥}{٣}$

أو

$ن + ٢ = ٠$

$ن = - ٢$

م٠ح $= \{ \frac{٥}{٣} ، - ٢ \}$

منصة برايم أكاديمي

أوجِد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

أ $ع(ع-٦)=٧$

الحـل

$ع^{٢}-٦ع=٧$

$ع^{٢}-٦ع-٧=٠$

$(ع-٧)(ع+١)=٠$

إما	أو
$ع-٧=٠$	$ع+١=٠$
$ع=٧$	$ع=-١$

م٠ح $=\{٧، -١\}$

ب $(س+٢)^{٢}=١٤٤$

الحـل

$(س+٢)^{٢}-١٤٤=٠$

$(س+٢+١٢)(س+٢-١٢)=٠$

$(س+١٤)(س-١٠)=٠$

إما	أو
$س+١٤=٠$	$س-١٠=٠$
$س=-١٤$	$س=١٠$

م٠ح $=\{-١٤، ١٠\}$

جـ $(س+٣)^{٢}-٤٩=٠$

الحـل $(س+٣+٧)(س+٣-٧)=٠$

$(س+١٠)(س-٤)=٠$

إما	أو
$س+١٠=٠$	$س-٤=٠$
$س=-١٠$	$س=٤$

م٠ح $=\{-١٠، ٤\}$

د $٩م^{٢}=١٢م-٤$

الحـل $٩م^{٢}-١٢م+٤=٠$

$(٣م-٢)^{٢}=٠$

$٣م-٢=٠$

$م=\frac{٢}{٣}$

∴ مجموعة الحل $=\{\frac{٢}{٣}\}$

منصة برايم أكاديمي

أوجِد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

أ $٦ص^{٢} + ٩ص = ٢ + ص^{٢}$

الحـل

$٦ص^{٢} + ٩ص = ٢ + ص^{٢}$

$٦ص^{٢} + ٩ص - ٢ - ص^{٢} = ٠$

$٥ص^{٢} + ٩ص - ٢ = ٠$

$(٥ص - ١)(ص + ٢) = ٠$

إما: $٥ص - ١ = ٠$ ، $٥ص = ١$ ، $ص = \frac{١}{٥}$

أو: $ص + ٢ = ٠$ ، $ص = -٢$

∴ مجموعة الحلّ $= \{\frac{١}{٥}، -٢\}$

ب $٧س^{٢} - ١٢س - ٨ = ٥س^{٢} - ٦س$

الحـل

$٧س^{٢} - ١٢س - ٨ - ٥س^{٢} + ٦س = ٠$

$٢س^{٢} - ٦س - ٨ = ٠$

$٢(س^{٢} - ٣س - ٤) = ٠$

$٢(س - ٤)(س + ١) = ٠$

$س - ٤ = ٠$ ، $س = ٤$

$س + ١ = ٠$ ، $س = -١$

م٠ح $= \{٤، -١\}$

منصة برايم أكاديمي

أوجِد مجموعة حل المعادلات الآتية في ح بإكمال المربع:

س^{٢} + ٤ س + ٢ = ٠

الحـــل

س^{٢} + ٤ س + ٤ − ٤ + ٢ = ٠ (أكمل إلى مربع كامل)

(س + ٢)^{٢} − ٢ = ٠ (حلل الفرق بين مربعين)

(س + ٢ − √٢)(س + ٢ + √٢) = ٠

إما	أو
س + ٢ − √٢ = ٠	س + ٢ + √٢ = ٠
س = − ٢ + √٢	س = − ٢ − √٢

∴ مجموعة الحلّ = { − ٢ + √٢ ، − ٢ − √٢ }

س^{٢} + ٦ س − ٢ = ٠

الحـــل

س^{٢} + ٦ س + ٩ − ٩ − ٢ = ٠

(س + ٣)^{٢} − ١١ = ٠

(س + ٣ − √١١) (س + ٣ + √١١) = ٠

إما	أو
س + ٣ − √١١ = ٠	س + ٣ + √١١ = ٠
س = − ٣ + √١١	س = − ٣ − √١١

∴ مجموعة الحلّ = { − ٣ + √١١ ، − ٣ − √١١ }

٩ م^{٢} = ١٢ م − ٤

الحـل

٩ م^{٢} − ١٢ م + ٤ = ٠

(٣م − ٢)^{٢} = ٠

٣م − ٢ = ٠ ، م = $\frac{٢}{٣}$

∴ مجموعة الحلّ = { $\frac{٢}{٣}$ }

س (س + ١) = ٢

الحـل

س^{٢} + س − ٢ = ٠

(س + ٢) (س − ١) = ٠

إما: س + ٢ = ٠ ، س = − ٢

أو: س − ١ = ٠ ، س = ١

∴ م.ح = { − ٢ ، ١ }

---

٢ ص^{٢} = ١٥ ص − ١٨

الحـل

٢ ص^{٢} − ١٥ ص + ١٨ = ٠

(٢ ص − ٣) (ص − ٦) = ٠

إما: ٢ ص − ٣ = ٠ ، ص = $\frac{٣}{٢}$

أو: ص − ٦ = ٠ ، ص = ٦

∴ م.ح = { $\frac{٣}{٢}$ ، ٦ }

منصة برايم أكاديمي

(٣) ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥؟

الحـــل

نفرض أن العدد هو س

$س^{٢} - ٤س = ٥$

$س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$

$(س + ١)(س - ٥) = ٠$

إما

$س + ١ = ٠$

$س = -١$

أو

$س - ٥ = ٠$

$س = ٥$

العدد الحقيقي هو -١ أو ٥

تـــذكر أن

بفرض أن س عدد حقيقي، فإن:

ضعفه هو ٢س

مربعه هو $س^{٢}$

ثلاثة أمثاله هو ٣س

(٤) ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

الحـــل

$٥س - س^{٢} = ٤$

$س^{٢} - ٥س = -٤$

$س^{٢} - ٥س + ٤ = ٠$

$(س - ٤)(س - ١) = ٠$

إما

$س - ٤ = ٠$

$س = ٤$

أو

$س - ١ = ٠$

$س = ١$

العدد الحقيقي هو ٤ أو ١

يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعب أبعاده:
٤ سم ، (س + ٢) سم ، (س + ٢) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم٣ . أوجد قيمة س .

الحـــل

٤ × (س + ٢) (س + ٢) = ١٠٠
٤ (س^{٢} + ٤ س + ٤) − ١٠٠ = ٠
٤ (س + ٢)^{٢} − ١٠٠ = ٠
٤ [(س + ٢)^{٢} − ٢٥]
= ٤ (س + ٢ − ٥) (س + ٢ + ٥) = ٠
= ٤ (س − ٣) (س + ٧) = ٠

س − ٣ = ٠ ⇐ س = ٣
س + ٧ = ٠ ⇐ س = − ٧

س = ٣ (مقبول) ، أو س = − ٧ (مرفوض)

حل آخر

$\frac{٤}{٤}$ (س + ٢) (س + ٢) = $\frac{١٠٠}{٤}$
(س + ٢)^{٢} = ٢٥
(س + ٢)^{٢} − ٢٥ = ٠
(س + ٢ − ٥) (س + ٢ + ٥) = ٠
(س − ٣) (س + ٧) = ٠

س − ٣ = ٠ ⇐ س = ٣ مقبول
س + ٧ = ٠ ⇐ س = − ٧ مرفوض

لدى مخزن أحد المصانع أرضية مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م٢ . أوجد بُعدي أرضية المخزن .

الحـــل

نعتبر أن س هو عرض الأرضية المستطيلة ، إذًا طولها = (س + ٢٠)
س (س + ٢٠) = ٣٠٠
س^{٢} + ٢٠ س − ٣٠٠ = ٠
(س + ٣٠) (س − ١٠) = ٠ ، س = − ٣٠ (مرفوض) ، أو س = ١٠ (مقبول)
∴ العرض = ١٠ م
الطول = ١٠ + ٢٠ = ٣٠ م

تقويم الوحدة التعليمية الثانية

أولًا: البنود المقالية

١ حلّل كلًا ممّا يلي تحليلًا تامًا :

أ $س^{٢} + ١٤ س + ٤٩$

الحـل

$(س + ٧)^{٢}$

ب $١٢٥ + س^{٣}$

الحـل

$(٥ + س) (٢٥ - ٥ س + س^{٢})$

ج $٣٢ س^{٣} - ٤$

الحـل

$٤ (٨ س^{٣} - ١)$

$= ٤ (٢ س - ١) (٤ س^{٢} + ٢ س + ١)$

د $س^{٣} - \frac{٢٧}{٦٤} ص^{٣}$

الحـل

$(س - \frac{٣}{٤} ص) (س^{٢} + \frac{٣}{٤} س ص + \frac{٩}{١٦} ص^{٢})$

هـ $س^{٢} + ٨ س + ٧$

الحـل

$(س + ٧) (س + ١)$

و $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

الحـل

$(س - ٦) (س + ٣)$

ز $٢ س^{٢} - ١٤ س + ٢٤$

الحـل

$٢ (س^{٢} - ٧ س + ١٢)$

$= ٢ (س - ٤) (س - ٣)$

ح $ص^{٤} + ١١ ص^{٣} + ٢٨ ص^{٢}$

الحـل

$ص^{٢} (ص^{٢} + ١١ ص + ٢٨)$

$ص^{٢} (ص + ٧) (ص + ٤)$

ط $ب^{٢} - ٩ ب ك - ١٠ ك^{٢}$

الحـل

$(ب - ١٠ ك) (ب + ك)$

منصة برايم أكاديمي

ي ٢ س^{٢} − ٨ س + ٦

الحـل

= ٢ (س^{٢} − ٤ س + ٣)

= ٢ (س − ٣) (س − ١)

ك ٦ س^{٢} + ٢١ س − ١٢

الحـل

٣ (٢ س^{٢} + ٧ س − ٤)

= ٣ (٢ س − ١) (س + ٤)

ل ١٢ ل^{٢} + ١١ ل م − ١٥ م^{٢}

الحـل

(٤ ل − ٣ م) (٣ ل + ٥ م)

م ٤س^{٢} + ٤ س + ١

الحـل

= (٢ س + ١) (٢ س + ١)

= (٢ س + ١)^{٢}

ن ٩ س^{٢} ص − ٥٤ س ص + ٨١ ص

الحـل

= ٩ ص (س^{٢} − ٦ س + ٩)

= ٩ ص (س − ٣)^{٢}

س ص^{٣} + ٢ س^{٢} − س − ٢

الحـل

(س^{٣} + ٢ س^{٢}) + (− س − ٢)

(س^{٣} + ٢ س^{٢}) − (س + ٢)

س^{٢} (س + ٢) − (س + ٢)

(س + ٢) (س^{٢} − ١)

(س + ٢) (س + ١) (س − ١)

ص س ص^{٣} + ٢ س^{٢} − ٣ ص^{٣} − ٦ س ص

الحـل

(س ص^{٣} + ٢ س^{٢}) + (− ٣ ص^{٣} − ٦ س ص)

(س ص^{٣} + ٢ س^{٢}) − (٣ ص^{٣} + ٦ س ص)

س (ص^{٣} + ٢ س) − ٣ ص (ص^{٢} + ٢ س)

(ص^{٢} + ٢ س) (س − ٣ ص)

٢ حلّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربع :

س^{٢} − ٢ س − ٣

الحـل

س^{٢} − ٢ س + ١ − ١ − ٣

= س^{٢} − ٢ س + ١ − ٤

= (س − ١)^{٢} − ٤

= (س − ١ − ٢) (س − ١ + ٢)

= (س − ٣) (س + ١)

منصة برايم أكاديمي

٣ أوجد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية :

أ $س^{٢} - ٦ س = ٠$

الحل

$س = ٠$ | $س - ٦ = ٠$ ، $س = ٦$

م.ح $= \{٠ ، ٦\}$

ب $٩ ص^{٢} - ١١ = ١٤$

الحل

$٩ ص^{٢} - ١١ - ١٤ = ٠$

$٩ ص^{٢} - ٢٥ = ٠$

$(٣ ص - ٥)(٣ ص + ٥) = ٠$

$٣ ص - ٥ = ٠$ أو $٣ ص + ٥ = ٠$

$٣ ص = ٥$ ، $ص = \frac{٥}{٣}$ | $٣ ص = -٥$ ، $ص = \frac{-٥}{٣}$

م.ح $= \{\frac{٥}{٣} ، \frac{-٥}{٣}\}$

ج $س^{٢} - ٤ س = ٢١$

الحل

$س^{٢} - ٤ س - ٢١ = ٠$

$(س - ٧)(س + ٣) = ٠$

$س - ٧ = ٠$ ، $س = ٧$ | $س + ٣ =$ ، $س = -٣$

م.ح $= \{٧ ، -٣\}$

د $٩ ن^{٢} + ١٢ ن + ٤ = ٠$

الحل

$(٣ ن + ٢)(٣ ن + ٢) = ٠$

$(٣ ن + ٢)^{٢} = ٠$

$٣ ن + ٢ = ٠$

$٣ ن = -٢$

$ن = \frac{-٢}{٣}$

م.ح $= \{\frac{-٢}{٣}\}$

هـ $(س - ٧)^{٢} - ٨١ = ٠$

الحل

$(س - ٧ - ٩)(س - ٧ + ٩) = ٠$

$(س - ١٦)(س + ٢) = ٠$

$س - ١٦ = ٠$ ، $س = ١٦$ | $س + ٢ = ٠$ ، $س = -٢$

م.ح $= \{١٦ ، -٢\}$

و $٩ س^{٢} - ٥ س = ٦ س^{٢} - ٣ س + ٥$

الحل

$٩ س^{٢} - ٥ س - ٦ س^{٢} + ٣ س - ٥ = ٠$

$٣ س^{٢} - ٢ س - ٥ = ٠$

$(٣ س - ٥)(س + ١) = ٠$

$٣ س - ٥ = ٠$ ، $٣ س = ٥$ ، $س = \frac{٥}{٣}$ | $س + ١ = ٠$ ، $س = -١$

م.ح $= \{\frac{٥}{٣} ، -١\}$

منصة برايم أكاديمي

ز س (س + ٢) = ٣

الحـل

$س^{٢} + ٢ س - ٣ = ٠$

(س − ١) (س + ٣) = ٠

س − ١ = ٠	س + ٣ = ٠
س = ١	س = − ٣

م.ح = {١ ، − ٣}

ح $(٣ س - ٢)^{٢} - س^{٢} = ٠$

الحـل

(٣ س − ٢ − س) (٣ س − ٢ + س) = ٠

(٢ س − ٢) (٤ س − ٢) = ٠

٢ س − ٢ = ٠ أو ٤ س − ٢ = ٠

٢ س = ٢	٤ س − ٢ = ٠
س = ١	٤ س = ٢
	$س = \frac{١}{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\{١ ، \frac{١}{٢}\}$

٤ أوجد مجموعة حلّ المعادلة في ح بطريقة إكمال المربع :

$س^{٢} + ٨ س + ١٤ = ٠$

الحـل

$(\frac{١}{٢} \times ٨)^{٢} = ٤^{٢} = ١٦$

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ - ١٦ + ١٤ = ٠$

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ - ٢ = ٠$

$(س + ٤)^{٢} - ٢ = ٠$

$[(س + ٤) - \sqrt{٢}] [(س + ٤) + \sqrt{٢}] = ٠$

إذاً س + ٤ − $\sqrt{٢}$ = ٠ أو س + ٤ + $\sqrt{٢}$ = ٠

س = − ٤ + $\sqrt{٢}$ | س = − ٤ − $\sqrt{٢}$

مجموعة الحل = $\{- ٤ + \sqrt{٢} ، - ٤ - \sqrt{٢}\}$

٥ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة : $(٦١)^{٢}$

الحـل

$٦١^{٢} = (٦٠ + ١)^{٢} = ٦٠^{٢} + ٢ \times ١ \times ٦٠ + ١^{٢}$

$= ٣٦٠٠ + ١٢٠ + ١ = ٣٧٢١$

منصة برايم أكاديمي

بند (٣-١) الحداديات النسبية وتبسيطها

ضع في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

أ $\frac{١٨ س^{٥}}{٩ س^{٢}}$

الحل

$\frac{١٨ س^{٥}}{٩ س^{٢}} = ٢ س^{٣}$

ب $\frac{٤ س^{٢} ص}{١٢ س ص^{٣}}$

الحل

$\frac{٤ س^{٢} ص}{١٢ س ص^{٣}} = \frac{س}{٣ ص^{٢}}$

ج $\frac{ع + ٢}{٣ع + ٦}$

الحل

$\frac{ع + ٢}{٣(ع + ٢)} = \frac{١}{٣}$

د $\frac{٢س - ٤}{س^{٢} - ٤}$

الحل

$\frac{٢(س - ٢)}{(س + ٢)(س - ٢)} = \frac{٢}{س + ٢}$

ضع في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

أ $\frac{م + ٦}{م^{٢} - م - ٤٢}$

الحل

$\frac{م + ٦}{م^{٢} - م - ٤٢}$

$= \frac{م + ٦}{(م + ٦)(م - ٧)}$

$= \frac{(م + ٦)}{(م + ٦)(م - ٧)}$

$= \frac{١}{م - ٧}$

ب $\frac{٢س^{٢} + ٢ س}{س^{٢} + ٣ س + ٢}$

الحل

$\frac{٢س^{٢} + ٢ س}{س^{٢} + ٣ س + ٢}$

$= \frac{٢س(س + ١)}{(س + ٢)(س + ١)}$

$= \frac{٢س(س + ١)}{(س + ٢)(س + ١)}$

$= \frac{٢س}{س + ٢}$

منصة برايم أكاديمي

ضع في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

أ $\frac{س^{٢} - ٦س + ٥}{س^{٢} - ٢٥}$

الحل

$= \frac{(س - ٥)(س - ١)}{(س - ٥)(س + ٥)}$

$= \frac{س - ١}{س + ٥}$

ب $\frac{س - ٣}{س^{٢} - ٦س + ٩}$

الحل

$= \frac{(س - ٣)}{(س - ٣)(س - ٣)}$

$= \frac{١}{س - ٣}$

ج $\frac{س - ٢}{٢ - س}$

الحل

$= \frac{(س - ٢)}{-(س - ٢)}$

$= -١$

ضع في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

أ $\frac{٢س^{٢} + ١٣س - ٧}{س^{٢} + ٤س - ٢١}$

الحل

$= \frac{٢س^{٢} + ١٣س - ٧}{س^{٢} + ٤س - ٢١}$

$= \frac{(٢س - ١)(س + ٧)}{(س - ٣)(س + ٧)}$

$= \frac{٢س - ١}{س - ٣}$

ب $\frac{٤س - ٢}{١ - ٢س}$

الحل

$= \frac{٤س - ٢}{١ - ٢س}$

$= \frac{٢(٢س - ١)}{-(٢س - ١)}$

$= -٢$

ج $\frac{س^{٣} + ٨}{س^{٣} - ٢س + ٤}$

الحل

$= \frac{س^{٣} + ٨}{س^{٢} - ٢س + ٤}$

$= \frac{(س + ٢)(س^{٢} - ٢س + ٤)}{(س^{٢} - ٢س + ٤)}$

$= س + ٢$

ج $\frac{س^{٢} - ٩}{س^{٣} - ٢٧}$

الحل

$= \frac{س^{٢} - ٩}{س^{٣} - ٢٧}$

$= \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}$

$= \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٣س + ٩}$

تـــذكر أن

$أ - س = -(س - أ)$

انتبـــه

$(س^{٢} + ٣س + ٩)$ لا يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملين

منصة برايم أكاديمي

ضع في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

أ $\frac{٥ س^{٢}}{٢٥ س^{٧}}$

الحل

$= \frac{٥ س^{٢}}{٢٥ س^{٧}} = \frac{١}{٥ س^{٥}}$

ب $\frac{١٠ ف + ١٥}{٢٠}$

الحل

$= \frac{٥ (٢ ف + ٣)}{٢٠} = \frac{٢ ف + ٣}{٤}$

جـ $\frac{س^{٢} - ٨ س + ١٥}{س^{٢} - ٩}$

الحل

$= \frac{(س - ٣)(س - ٥)}{(س - ٣)(س + ٣)} = \frac{س - ٥}{س + ٣}$

د $\frac{س - ٣}{٣ - س}$

الحل

$= \frac{س - ٣}{-(س - ٣)} = -١$

هـ $\frac{س^{٣} + ٢٧}{س^{٢} - ٣ س + ٩}$

الحل

$= \frac{(س + ٣)(س^{٢} - ٣ س + ٩)}{(س^{٢} - ٣ س + ٩)} = س + ٣$

و $\frac{س^{٢} - ١٦}{س^{٣} - ٦٤}$

الحل

$= \frac{(س + ٤)(س - ٤)}{(س - ٤)(س^{٢} + ٤ س + ١٦)} = \frac{س + ٤}{س^{٢} + ٤ س + ١٦}$

ز $\frac{٤ س^{٣} + ١٦ س^{٢} + ١٢ س}{٢ س^{٣} - ١٤ س^{٢} - ١٦ س}$

الحل

$= \frac{٤ س (س^{٢} + ٤ س + ٣)}{٢ س (س^{٢} - ٧ س - ٨)} = \frac{٤ س (س + ٣)(س + ١)}{٢ س (س - ٨)(س + ١)} = \frac{٢(س + ٣)}{س - ٨}$

ز $\frac{٦ س^{٢} + ١٧ س - ٢٨}{س^{٢} - س - ٢٠}$

الحل

$= \frac{(٦ س - ٧)(س + ٤)}{(س - ٥)(س + ٤)} = \frac{٦ س - ٧}{س - ٥}$

منصة برايم أكاديمي

بند (٣-٢) ضرب الحدوديات النسبية

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{ع^{٣}}{٣٥} \times \frac{٧}{ع^{٢}}$

الحـل

$$\frac{ع^{٣}}{٣٥} \times \frac{٧}{ع^{٢}} = \frac{ع^{٣} \times ٧}{٣٥ \times ع^{٢}} = \frac{ع}{٥}$$

ب $\frac{٥ل^{٣}}{ل^{٢}} \times \frac{٣ل^{٤}}{٦ل}$

الحـل

$$\frac{٥ل^{٣}}{ل^{٢}} \times \frac{٣ل^{٤}}{٦ل} = \frac{٥ل^{٣} \times ٣ل^{٤}}{ل^{٢} \times ٦ل} = \frac{٥ل^{٤}}{٢}$$

جـ $\frac{٢س + ١}{٣} \times \frac{٦س^{٢}}{٤س^{٢} - ١}$

الحـل

$$\frac{٢س + ١}{٣} \times \frac{٦س^{٢}}{(٢س + ١)(٢س - ١)} = \frac{٢س}{٢س - ١}$$

ب $\frac{٤م}{م + ١} \times \frac{م + ١}{م - ١}$

الحـل

$$\frac{٤م}{م + ١} \times \frac{م + ١}{م - ١} = \frac{٤م}{م - ١}$$

تـــذكر أن

$س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$

$\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن}$

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{س^{٣}}{ص^{٢}} \times \frac{٥ص}{س^{٢}}$

الحـل

$$\frac{س^{٣}}{ص^{٢}} \times \frac{٥ص}{س^{٢}} = \frac{٥س}{ص}$$

ب $\frac{٣ص}{ص - ٢} \times \frac{٣ص - ٦}{ص^{٢}}$

الحـل

$$\frac{٣ص}{ص - ٢} \times \frac{٣(ص - ٢)}{ص^{٢}} = \frac{٩}{ص}$$

ج $\frac{م - ١}{م + ٢} \times \frac{٤م + ٨}{م^{٢} - ١}$

الحل

$\frac{\cancel{م - ١}}{\cancel{م + ٢}} \times \frac{٤(\cancel{م + ٢})}{(م + ١)(\cancel{م - ١})}$

$= \frac{٤}{م + ١}$

د $\frac{١}{٦ - س} \times \frac{س^{٢} - ٣٦}{س + ٦}$

الحل

$\frac{١}{-(\cancel{س - ٦})} \times \frac{(س + ٦)(\cancel{س - ٦})}{\cancel{س + ٦}}$

$= -١$

هـ $\frac{٣}{ص - ٥} \times (ص^{٣} - ٢٥ص)$

الحل

$\frac{٣}{ص - ٥} \times ص(ص^{٢} - ٢٥)$

$\frac{٣}{\cancel{ص - ٥}} \times ص\,(ص + ٥)\,(\cancel{ص - ٥})$

$= ٣ص\,(ص + ٥)$

و $\frac{١}{س^{٢} - ٢س + ١} \times \frac{س^{٢} - ٦س + ٥}{س - ٥}$

الحل

$\frac{١}{(\cancel{س - ١})(س - ١)} \times \frac{(\cancel{س - ٥})(\cancel{س - ١})}{\cancel{س - ٥}}$

$= \frac{١}{س - ١}$

ز $\frac{٧س^{٢} - ٢٨س}{٢س^{٢} - ٥س - ١٢} \times \frac{٢س + ٣}{١٤س^{٣}}$

الحل

$\frac{\cancel{٧س}(س - ٤)}{(٢\cancel{س + ٣})(س - ٤)} \times \frac{\cancel{٢س + ٣}}{١٤\cancel{س^{٢}}\,س^{٢}}$

$= \frac{١}{٢س^{٢}}$

ح $\frac{س^{٣} - ٦٤}{س^{٢} + ٤س + ١٦} \times \frac{٥س}{١٦ - س^{٢}}$

الحل

$\frac{(س - \cancel{٤})(س^{٢} + \cancel{٤س} + ١٦)}{س^{٢} + \cancel{٤س} + ١٦} \times \frac{٥س}{(س + ٤)(\cancel{س - ٤})}$

$= \frac{٥س}{س + ٤}$

منصة برايم أكاديمي

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{س^{٣} - ٢٧}{س^{٢} - ٩} \times (س + ٣)$

الحل

$$\frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}{(س + ٣)(س - ٣)} \times \frac{(س + ٣)}{١}$$

$$= (س^{٢} + ٣س + ٩)$$

انتبه

$$\frac{س + ٣}{١} = س + ٣$$

ب $\frac{ص + ٢}{٢ص^{٢} + ١٤ ص} \times \frac{ص^{٢} - ٤٩}{ص^{٢} - ص - ٦}$

الحل

$$\frac{ص + ٢}{٢ ص (ص + ٧)} \times \frac{(ص + ٧)(ص - ٧)}{(ص - ٣)(ص + ٢)} = \frac{ص - ٧}{٢ ص (ص - ٣)}$$

أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{ن^{٢} + ن - ١٢}{٢ن^{٢} + ٣ن - ٢٠} \times \frac{٢ن - ٥}{ن - ٣}$$

الحل

$$\frac{(ن + ٤)(ن - ٣)}{(٢ن - ٥)(ن + ٤)} \times \frac{٢ن - ٥}{ن - ٣} \equiv ١$$

منصة برايم أكاديمي

بند (٣-٣) قسمة الحـــدوديات النسبيـــة

أوجـــد ناتـــج كل مما يلي في أبس صورة :

أ $\frac{١٤}{س} \div \frac{٧}{س}$

الحـل

$\frac{١٤}{س} \div \frac{٧}{س} = \frac{١٤}{س} \times \frac{س}{٧}$

$= \frac{٢ \times ١٤ \times س}{١ \times س \times ٧}$

$= ٢$

ب $\frac{أ^{٢} + ٣أ}{أ^{٢} - ٤} \div (أ + ٣)$

الحـل

$\frac{أ^{٢} + ٣أ}{أ^{٢} - ٤} \div (أ + ٣) = \frac{أ + ٣}{(أ - ٢)(أ + ٢)} \times \frac{١}{أ + ٣}$

$= \frac{١ \times (أ + ٣)}{(أ + ٣)(أ - ٢)}$

$= \frac{١}{(أ - ٢)}$

انتبـــه

المعكوس الضربي للحدودية أ هو $\frac{١}{أ}$ ، أ ≠ ٠

١ أوجد ناتج كل ممّا يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{٣م}{م - ١} \div \frac{٦م}{م - ١}$

الحـل

$\frac{٣م}{م - ١} \times \frac{م - ١}{٦م} = \frac{١}{٢}$

أ $\frac{٣س + ٩}{س} \div (س + ٣)$

الحـل

$\frac{٣س + ٩}{س} \times \frac{١}{س + ٣}$

$= \frac{٣(س + ٣)}{س} \times \frac{١}{س + ٣} = \frac{٣}{س}$

جـ $\frac{٢س}{٢س^{٢} + ٥س - ٣} \div \frac{س - ٣}{٩ - س^{٢}}$

الحـل

$\frac{٢س}{٢س^{٢} + ٥س - ٣} \times \frac{٩ - س^{٢}}{س - ٣}$

$= \frac{٢س}{(٢س - ١)(س + ٣)} \times \frac{(س + ٣)(س - ٣)}{س - ٣}$

$= \frac{٢س}{٢س - ١}$

منصة برايم أكاديمي

أوجـــد ناتـــج كل مما يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{١٤}{س} \div \frac{٧}{س}$

الحـل

$$\frac{\cancel{١٤}^{٢}}{\cancel{س}} \times \frac{\cancel{س}^{١}}{٧}$$

$$= \frac{٢}{٧}$$

ب $\frac{م + ٣}{م - ٢} \times (م + ٣)$

الحـل

$$\frac{\cancel{م + ٣}}{م - ٢} \times \frac{١}{\cancel{م + ٣}}$$

$$= \frac{١}{(م - ٢)}$$

أوجـــد ناتـــج كل مما يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{٤س^{٣} - ٤س}{س + ١} \div (س - ١)$

الحـل

$$\frac{٤س^{٣} - ٤س}{س + ١} \times \frac{١}{س - ١}$$

$$= \frac{٤س(س^{٢} - ١)}{س + ١} \times \frac{١}{س - ١}$$

$$= \frac{٤س\cancel{(س + ١)}\cancel{(س - ١)}}{\cancel{س + ١}} \times \frac{١}{\cancel{س - ١}} = ٤س$$

ب $\frac{م^{٢} + ١١م + ١٨}{م^{٢} - ٨م + ٧} \div \frac{م + ٢}{م - ٧}$

الحـل

$$\frac{م^{٢} + ١١م + ١٨}{م^{٢} - ٨م + ٧} \times \frac{م - ٧}{م + ٢}$$

$$= \frac{(م + ٩)\cancel{(م + ٢)}}{\cancel{(م - ٧)}(م - ١)} \times \frac{\cancel{م - ٧}}{\cancel{م + ٢}}$$

$$= \frac{م + ٩}{م - ١}$$

منصة برايم أكاديمي

جـ $\frac{٣س + ٩}{س} \div (س + ٣)$

الحـل

$$\frac{٣س + ٩}{س} \times \frac{١}{س + ٣}$$

$$= \frac{٣(س + ٣)}{س} \times \frac{١}{س + ٣} = \frac{٣}{س}$$

هـ $\frac{س^{٣} + ٢٧}{س^{٢} - ٥س - ٢٤} \div \frac{س^{٢} - ٣س + ٩}{٢س - ١٦}$

الحـل

$$\frac{س^{٣} + ٢٧}{س^{٢} - ٥س - ٢٤} \times \frac{٢س - ١٦}{س^{٢} - ٣س + ٩}$$

$$= \frac{(س + ٣)(س^{٢} - ٣س + ٩)}{(س - ٨)(س + ٣)} \times \frac{٢(س - ٨)}{س^{٢} - ٣س + ٩} = ٢$$

و $\frac{٢س}{٢س^{٢} + ٥س - ٣} \div \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٩}$

الحـل

$$\frac{٢س}{٢س^{٢} + ٥س - ٣} \times \frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$$

$$= \frac{٢س}{(٢س - ١)(س + ٣)} \times \frac{(س + ٣)(س - ٣)}{س - ٣}$$

$$= \frac{٢س}{٢س - ١}$$

منصة برايم أكاديمي

د $\frac{٥س^{٢}+١٠س-١٥}{س^{٢}+٦س-٧} \div \frac{س^{٢}-١٤س+٤٩}{س^{٢}-٤٩}$

الحل

$$\frac{٥س^{٢}+١٠س-١٥}{س^{٢}+٦س-٧} \times \frac{س^{٢}-٤٩}{س^{٢}-١٤س+٤٩}$$

$$= \frac{٥(س^{٢}+٢س-٣)}{(س+٧)(س-١)} \times \frac{(س+٧)(س-٧)}{(س-٧)(س-٧)}$$

$$= \frac{٥(س+٣)(\cancel{س-١})}{(\cancel{س+٧})(\cancel{س-١})} \times \frac{(\cancel{س+٧})(\cancel{س-٧})}{(\cancel{س-٧})(س-٧)}$$

$$= \frac{٥(س+٣)}{س-٧}$$

٢ أوجد ناتج قسمة $\frac{س^{٢}+٣س+٢}{٤س}$ على $(٥س^{٢}+٥س)$ في أبسط صورة

الحل

$$= \frac{س^{٢}+٣س+٢}{٤س} \div (٥س^{٢}+٥س) = \frac{س^{٢}+٣س+٢}{٤س} \times \frac{١}{٥س^{٢}+٥س}$$

$$= \frac{(س+٢)(\cancel{س+١})}{٤س} \times \frac{١}{٥س(\cancel{س+١})} \times \frac{س+٢}{٢٠س^{٢}}$$

منصة برايم أكاديمي

أوجـــد ناتـــج كل مما يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{٤س^{٢} - ٤س}{س + ١} \div (س - ١)$

الحـل

$$\frac{٤س^{٣} - ٤س}{س + ١} \times \frac{١}{س - ١}$$

$$= \frac{٤س(س^{٢} - ١)}{س + ١} \times \frac{١}{س - ١}$$

$$= \frac{٤س(س+١)(س-١)}{س+١} \times \frac{١}{س-١} = ٤س$$

ب $\frac{م^{٢} + ١١م + ١٨}{م^{٢} - ٨م + ٧} \div \frac{م + ٢}{م - ٧}$

الحـل

$$\frac{م^{٢} + ١١م + ١٨}{م^{٢} - ٨م + ٧} \times \frac{م - ٧}{م + ٢}$$

$$= \frac{(م + ٩)(م + ٢)}{(م - ٧)(م - ١)} \times \frac{م - ٧}{م + ٢}$$

$$= \frac{م + ٩}{م - ١}$$

٣ إذا كـــانت م $= \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} + س - ٢}$ ، ن $= \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٢} + ٤س - ٥}$ ، فأوجد :

أ م × ن

الحـل

$$\frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} + س - ٢} \times \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٢} + ٤س - ٥}$$

$$= \frac{س(س+٢)(س-١)(س-١)}{(س-١)(س+٢)(س-١)(س+٥)}$$

$$= \frac{س}{س + ٥}$$

ب م ÷ ن

الحـل

$$\frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} + س - ٢} \div \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٢} + ٤س - ٥}$$

$$= \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} + س - ٢} \times \frac{س^{٢} + ٤س - ٥}{س^{٢} - ٢س + ١}$$

$$= \frac{س(س+٢)(س-١)(س+٥)}{(س-١)(س+٢)(س-١)(س-١)}$$

$$= \frac{س(س + ٥)}{(س-١)^{٢}}$$

منصة برايم أكاديمي

بند (٣-٤) جمع الحدوديات النسبية وطرحها

أوجـــد ناتـــج كل مما يلي في أبسط صورة :

أ $\frac{٣}{س+٥} + \frac{٤}{س+٥}$

الحـل

$= \frac{٣+٤}{س+٥}$

$= \frac{٧}{س+٥}$

ب $\frac{ص}{ص-٢} + \frac{٣ص}{ص-٢}$

الحـل

$= \frac{ص+٣ص}{ص-٢}$

$= \frac{٤ص}{ص-٢}$

ج $\frac{٥ن}{ن+١} + \frac{٥}{ن+١}$

الحـل

$= \frac{٥ن+٥}{ن+١}$

$= \frac{٥(ن+١)}{ن+١} = ٥$

١ $\frac{٥}{٢م} + \frac{٣}{٢م}$

الحـل

$\frac{٣+٥}{٢م} = \frac{٨}{٢م} = \frac{٤}{م}$

٢ $\frac{٤}{٦س-١} - \frac{٣}{٦س-١}$

الحـل

$\frac{٤-٣}{٦س-١} = \frac{١}{٦س-١}$

٣ أوجد الناتج في أبسط صورة : $\frac{١}{٦س^{٢}} + \frac{٣}{٤س}$

الحـل

$\frac{١ \times ٢}{٦س^{٢} \times ٢} + \frac{٣ \times ٣س}{٤س \times ٣س}$

$= \frac{٢}{١٢س^{٢}} + \frac{٩س}{١٢س^{٢}} = \frac{٢+٩س}{١٢س^{٢}}$

منصة برايم أكاديمي

٥ $\frac{س^{٢}}{س + ٣} - \frac{٩}{س + ٣}$

الحـل

$$\frac{س^{٢} - ٩}{س + ٣}$$

$$= \frac{(س + ٣)(س - ٣)}{(س + ٣)}$$

$$= س - ٣$$

٦ $\frac{١}{٢ب - ١} - \frac{٣}{١ - ٢ب}$

الحـل

$$\frac{١}{٢ب - ١} - \frac{٣}{١ - ٢ب}$$

$$= \frac{١}{٢ب - ١} + \frac{٣}{٢ب - ١} = \frac{١ + ٣}{٢ب - ١}$$

$$= \frac{٤}{٢ب - ١}$$

٧ $\frac{٢}{٣م - ١} + \frac{٧}{١ - ٣م}$

الحـل

$$\frac{٢}{٣م - ١} + \frac{٧}{-(٣م - ١)} = \frac{٢}{٣م - ١} - \frac{٧}{٣م - ١}$$

$$= \frac{٢ - ٧}{٣م - ١} = \frac{-٥}{٣م - ١}$$

٨ $\frac{٤}{س} + \frac{٣}{س + ٢}$

الحـل

م . م . أ = س(س + ٢)

$$\frac{٤(س + ٢)}{س(س + ٢)} + \frac{٣ س}{س(س + ٢)}$$

$$= \frac{٤س + ٨ + ٣ س}{س(س + ٢)}$$

$$= \frac{٧س + ٨}{س(س + ٢)}$$

أ $\frac{٦}{س - ٣} - \frac{٥}{س + ٢}$

الحـــل

(م . م . أ للمقامات هو (س − ٣)(س + ٢)

$= \frac{٦ \times (س + ٢)}{(س - ٣)(س + ٢)} - \frac{٥ \times (س - ٣)}{(س + ٢)(س - ٣)}$

$= \frac{٦س + ١٢}{(س - ٣)(س + ٢)} - \frac{٥ س - ١٥}{(س - ٣)(س + ٢)}$

$= \frac{٦س + ١٢ - ٥ س + ١٥}{(س - ٣)(س + ٢)} = \frac{س + ٢٧}{(س - ٣)(س + ٢)}$

$= \frac{س + ٢٧}{(س - ٣)(س + ٢)}$

ب $\frac{١}{س + ١} - \frac{١}{س - ١}$

الحـــل

$= \frac{١}{س + ١} - \frac{١}{س - ١}$

(م . م . أ للمقامين هو (س + ١)(س − ١))

$= \frac{(س - ١)}{(س + ١)(س - ١)} - \frac{(س + ١)}{(س + ١)(س - ١)}$

$= \frac{(س - ١) - (س + ١)}{(س + ١)(س - ١)} = \frac{س - ١ - س - ١}{(س + ١)(س - ١)} = \frac{-٢}{(س + ١)(س - ١)}$

أوجد الناتج في أبسط صورة : $\frac{١٢}{س^{٢}-٤}+\frac{٣}{س+٢}$

الحـــل

$$\frac{١٢}{س^{٢}-٤}+\frac{٣}{س+٢}$$

$$=\frac{١٢}{(س-٢)(س+٢)}+\frac{٣(س-٢)}{(س+٢)(س-٢)}$$

$$=\frac{١٢+٣س-٦}{(س-٢)(س+٢)}$$

$$=\frac{٣س+٦}{(س-٢)(س+٢)}=\frac{٣(س+٢)}{(س-٢)(س+٢)}=\frac{٣}{س-٢}$$

أوجد الناتج في أبسط صورة : $\frac{٤}{س^{٢}+٤س+٣}+\frac{٣}{س+١}$

الحـــل

$$\frac{٤}{(س+١)(س+٣)}+\frac{٣}{س+١}$$

$$=\frac{٤}{(س+١)(س+٣)}+\frac{٣\times(س+٣)}{(س+١)\times(س+٣)}$$

$$=\frac{٤+٣س+٩}{(س+١)(س+٣)}=\frac{٣س+١٣}{(س+١)(س+٣)}$$

أوجـــد الناتـــج في أبسط صورة :

١ $\frac{٥}{٢س-٦}-\frac{١}{-٣س}$

الحـــل

$$\frac{٥}{٢(س-٣)}-\frac{١}{-(س-٣)}$$

$$=\frac{٥}{٢(س-٣)}+\frac{٢}{٢(س-٣)}=\frac{٥+٢}{٢(س-٣)}$$

$$=\frac{٧}{٢(س-٣)}$$

٢ $\frac{٤}{٣س+٦}+\frac{٣}{٢س+٤}$

الحـــل

$$\frac{٤}{٣(س+٢)}+\frac{٣}{٢(س+٢)}$$

$$=\frac{٢\times٤}{٢\times٣(س+٢)}+\frac{٣\times٣}{٣\times٢(س+٢)}=\frac{٨}{٦(س+٢)}+\frac{٩}{٦(س+٢)}$$

$$=\frac{٨+٩}{٦(س+٢)}=\frac{١٧}{٦(س+٢)}$$

منصة برايم أكاديمي

أوجـــد الناتـــج في أبسط صورة :

مهمة

١ $\frac{\text{ص} - ٦}{\text{ص}^{٢} - ٣\text{ص} - ١٨} - \frac{٣}{\text{ص} + ٣}$

الحـل

$= \frac{\cancel{\text{ص} - ٦}}{\cancel{(\text{ص} - ٦)}(\text{ص} + ٣)} - \frac{٣}{(\text{ص} + ٣)}$

$= \frac{١}{(\text{ص} + ٣)} - \frac{٣}{(\text{ص} + ٣)}$

$= \frac{١ - ٣}{\text{ص} + ٣}$

$= \frac{-٢}{\text{ص} + ٣}$

مهمة

٢ $\frac{\text{س}^{٢} + ١}{٣\text{س}^{٢} + ٨\text{س} + ٥} + \frac{٧\text{س}}{٣\text{س}^{٢} + ٥\text{س}}$

الحـل

$\frac{(\text{س} + ١)(\text{س}^{٢} - \text{س} + ١)}{(٣\text{س} + ٥)(\cancel{\text{س} + ١})} + \frac{٧\cancel{\text{س}}}{\cancel{\text{س}}(٣\text{س} + ٥)}$

$= \frac{(\text{س}^{٢} - \text{س} + ١)}{٣\text{س} + ٥} + \frac{٧}{٣\text{س} + ٥}$

$= \frac{\text{س}^{٢} - \text{س} + ١ + ٧}{٣\text{س} + ٥}$

$= \frac{\text{س}^{٢} - \text{س} + ٨}{٣\text{س} + ٥}$

متفوقين

٣ $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٩} - \frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٦\text{س} + ٩}$

الحـل

$= \frac{\text{س}}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)} - \frac{\text{س}}{(\text{س} + ٣)(\text{س} + ٣)}$

م٠م٠أ $= (\text{س} + ٣)^{٢}(\text{س} - ٣)$

$= \frac{\text{س}(\text{س} + ٣)}{(\text{س} + ٣)^{٢}(\text{س} - ٣)} - \frac{\text{س}(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ٣)^{٢}(\text{س} - ٣)}$

$= \frac{\text{س}(\text{س} + ٣) - \text{س}(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ٣)^{٢}(\text{س} - ٣)}$

$= \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - \text{س}^{٢} + ٣\text{س}}{(\text{س} + ٣)^{٢}(\text{س} - ٣)}$

$= \frac{٦\text{س}}{(\text{س} + ٣)^{٢}(\text{س} - ٣)}$

متفوقين

٤ $\frac{\text{س} + ٤}{\text{س} + ٣} - \frac{١}{\text{س} - ٣} + \frac{٦}{\text{س}^{٢} - ٩}$

الحـل

م٠م٠أ $= (\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)$

$= \frac{(\text{س} + ٤)(\text{س} - ٣)}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)} - \frac{\text{س} + ٣}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)}$

$+ \frac{٦}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)}$

$= \frac{\text{س}^{٢} + \text{س} - ١٢ - \text{س} - ٣ + ٦}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)}$

$= \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)}$

$= \frac{\cancel{(\text{س} - ٣)}\cancel{(\text{س} + ٣)}}{\cancel{(\text{س} - ٣)}\cancel{(\text{س} + ٣)}} = ١$

منصة برايم أكاديمي

أوجـــد الناتـــج في أبسط صورة :

متفوقين

٢ $\frac{ن + ٣}{ن^{٢} + ن - ٦} - \frac{ن - ٣}{ن^{٢} - ٩}$

الحـل

$= \frac{ن + ٣}{ن^{٢} + ن - ٦} - \frac{ن - ٣}{ن^{٢} - ٩}$

$= \frac{(ن + ٣)}{(ن + ٣)(ن - ٢)} - \frac{(ن - ٣)}{(ن + ٣)(ن - ٣)}$

$= \frac{١ (ن + ٣)}{(ن + ٣)(ن - ٢)} - \frac{١ (ن - ٣)}{(ن + ٣)(ن - ٣)}$ بسط

$= \frac{١}{(ن - ٢)} - \frac{١}{(ن + ٣)}$

(م.م.أ للمقامين هو (ن - ٢)(ن + ٣))

$= \frac{١ \times (ن + ٣)}{(ن - ٢)(ن + ٣)} - \frac{١ \times (ن - ٢)}{(ن + ٣)(ن - ٢)}$

$= \frac{(ن + ٣) - (ن - ٢)}{(ن - ٢)(ن + ٣)}$

$= \frac{ن + ٣ - ن + ٢}{(ن - ٢)(ن + ٣)}$ اجمع الحدود المتشابهة

$= \frac{٥}{(ن - ٢)(ن + ٣)}$

منصة برايم أكاديمي

٣ ـ ٥ المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي

البعد بين النقطتين أ(س١ ، ص١) ، ب(س٢ ، ص٢) هو:

$$أ ب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

(أ) إذا كانت أ(٢ ، ٦) ، ب(٤ ، ٩) ، فأوجد أ ب

$$أ ب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$أ ب = \sqrt{(٤ - ٢)^٢ + (٩ - ٦)^٢}$$

$$أ ب = \sqrt{(٢)^٢ + (٣)^٢}$$

$$أ ب = \sqrt{٤ + ٩} = \sqrt{١٣}$$ وحدة طول

(ب) أوجد البعد بين النقطتين أ(١ ، ٣) ، ب(٥ ، ٦)

$$أ ب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(٥ - ١)^٢ + (٦ - ٣)^٢}$$

$$= \sqrt{(٤)^٢ + (٣)^٢} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$$ وحدة طول

(ج) ل(٠ ، -٤) ، ن(٣ ، ٠)

$$ل ن = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(٣ - ٠)^٢ + (٠ - (-٤))^٢}$$

$$= \sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$$ وحدة طول

(د) أ(٧ ، -٦) ، ب(٧ ، -٢)

$$أ ب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(٧ - ٧)^٢ + ((-٢) - (-٦))^٢}$$

$$= \sqrt{(٠)^٢ + (-٢ + ٦)^٢} = \sqrt{(٤)^٢} = \sqrt{١٦} = ٤$$ وحدة طول

(أ) $\overline{ط\,ل}$ قطر في الدائرة، حيث ط(٠ ، ٢) ، ل(٨ ، -٤). أوجد طول نصف قطر الدائرة

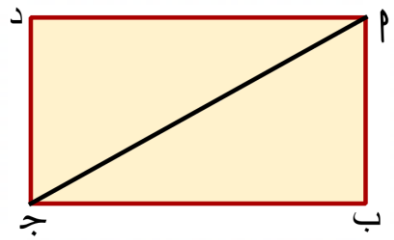
نق = $\frac{١}{٢}$ $\overline{ط\,ل}$ = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{(٨-٠)^٢ + (-٤-(-٢))^٢}$ = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{(٨)^٢ + (-٦)^٢}$

= $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{٦٤ + ٣٦}$ = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{١٠٠}$ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ = ٥ وحدة طول

(ب) أوجد طول قطر المستطيل أ ب جـ د الذي إحداثيات رؤوسه هي:

أ (٦ ، ٢) ، ب(٦ ، ٨) ، جـ(-١ ، ٨) ، د(-١ ، ٢)



أ = (٦ ، ٢) ، جـ(-١ ، ٨)

أ جـ = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\sqrt{(-١-٦)^٢ + (٨-٢)^٢}$

= $\sqrt{(-٧)^٢ + (٦)^٢}$ = $\sqrt{٤٩ + ٣٦}$ = $\sqrt{٨٥}$ وحدة طول

المثلث أ ب جـ د الذي رؤوسه أ (٨ ، ٥) ، ب(٤ ، ١) ، جـ(١ ، ٤)

- بين نوع المثلث بالنسبة إلى أضلاعه؟
- بين نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه؟

تـذكـــــر

أي مثلث أ ب جـ ، حيث أ جـ هو الضلع الأطول، يكون المثلث:

قائم الزاوية إذا كان:

$(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$

منفرج الزاوية إذا كان:

$(أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$

حاد الزاوية إذا كان:

$(أ جـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$

$أ جـ = \sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

$أ جـ = \sqrt{(١ - ٨)^{٢} + (٤ - ٥)^{٢}}$

$أ جـ = \sqrt{(-٧)^{٢} + (-١)^{٢}}$

$أ جـ = \sqrt{٤٩ + ١}$

$أ جـ = \sqrt{٥٠}$ وحدة طول

$أ ب = \sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

$أ ب = \sqrt{(٤ - ٨)^{٢} + (١ - ٥)^{٢}}$

$أ ب = \sqrt{(-٤)^{٢} + (-٤)^{٢}}$

$أ ب = \sqrt{١٦ + ١٦}$

$أ ب = \sqrt{٣٢}$ وحدة طول

$ب جـ = \sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

$ب جـ = \sqrt{(١ - ٤)^{٢} + (٤ - ١)^{٢}}$

$ب جـ = \sqrt{(-٣)^{٢} + (٣)^{٢}}$

$ب جـ = \sqrt{٩ + ٩}$

$ب جـ = \sqrt{١٨}$ وحدة طول

نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة إلى أضلاعه هو مثلث مختلف الأضلاع

$(أ جـ)^{٢} = (\sqrt{٥٠})^{٢} = ٥٠$

$(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (\sqrt{٣٢})^{٢} + (\sqrt{١٨})^{٢} = ٣٢ + ١٨ = ٥٠$

$(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$ (عكس نظرية فيثاغورث)

نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة إلى زواياه هو مثلث قائم الزاوية

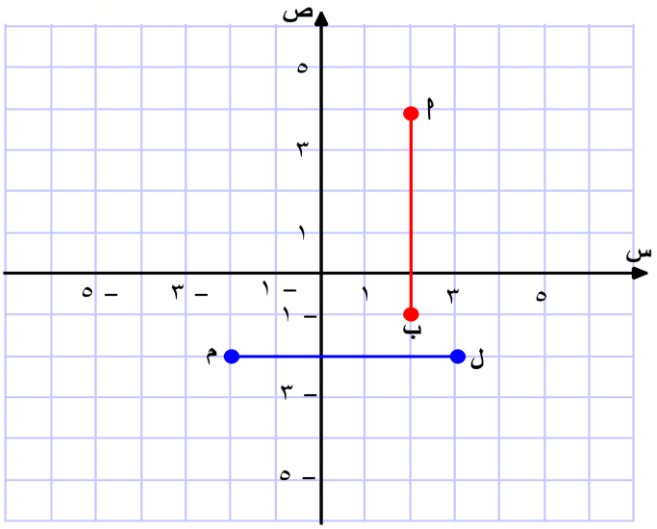
منصة برايم أكاديمي

إذا كانت القطعة المستقيمة موازية لأحد المحاور، يمكن إيجاد طولها دون استخدام القانون العام:

$\overline{أ ب}$ موازية للمحور السيني: أ ب = $|س_٢ - س_١|$

$\overline{ج د}$ موازية للمحور الصادي: ج د = $|ص_٢ - ص_١|$

❖ استخدم الشكل المقابل لإيجاد النقطتين أ ، ب ، وأوجد البعد بين النقطتين أ ، ب



ماذا تلاحظ ؟

أ(٢ ، ٤) ، ب(٢ ، -١)

لاحظ أن الاحداثي السيني متساو

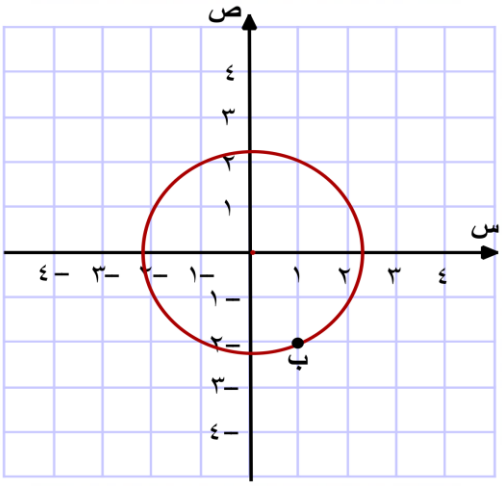
∴ $\overline{أ ب}$ موازية للمحور الصادي

∴ أ ب = $|ص_٢ - ص_١|$

= |-١ - ٤| = |-٥|

= ٥ وحدات طول

❖ لتكن ب نقطة تنتمي إلى دائرة نقطة الأصل و أوجد طول نصف قطر الدائرة



$\overline{و ب}$ تمثل نصف قطر الدائرة

إحداثيات النقطتين ب ، و هما:

و(٠ ، ٠) ، ب(١ ، -٢)

ب و = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\sqrt{(١ - ٠)^٢ + (-٢ - ٠)^٢}$

= $\sqrt{(١)^٢ + (-٢)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٤}$ = $\sqrt{٥}$ وحدة طول

منصة برايم أكاديمي

٦ - ٣ إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي

في المستوى الإحداثي إذا كانت أ (س١ ، ص١) ، ب(س٢ ، ص٢) ، فإن:
النقطة جـ ، منتصف $\overline{أ ب}$ هي:

$$جـ = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

❖ أوجد النقطة ن منتصف $\overline{جـ د}$ حيث جـ(٧ ، -٣) ، د(-٦ ، -٩)

$$ن = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$= \left(\frac{٧ + (-٦)}{٢} ، \frac{-٣ + (-٩)}{٢} \right) = \left(\frac{١}{٢} ، \frac{-١٢}{٢} \right)$$

$$= \left(\frac{١}{٢} ، -٦ \right)$$

❖ أوجد النقطة ع منتصف $\overline{ف ق}$ حيث ف(-١١ ، ٨) ، ق(٤ ، ٨)

$$ع = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$= \left(\frac{-١١ + ٤}{٢} ، \frac{٨ + ٨}{٢} \right) = \left(\frac{-٧}{٢} ، \frac{١٦}{٢} \right)$$

$$= \left(\frac{-٧}{٢} ، ٨ \right)$$

❖ إذا كانت ط(٢ ، -٣) ، ق(-٤ ، ١) ، فأوجد النقطة م التي تنصف $\overline{ط ق}$

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$= \left(\frac{٢ + (-٤)}{٢} ، \frac{-٣ + ١}{٢} \right) = \left(\frac{-٢}{٢} ، \frac{-٢}{٢} \right)$$

$$= (-١ ، -١)$$

❖ إذا كانت: ك(٩ ، ٣) تنصف $\overline{د ف}$ حيث د(-٣ ، -١) فأوجد النقطة ف

$$ك = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$$

$$(٩ ، ٣) = \left(\frac{-٣ + س_٢}{٢} ، \frac{-١ + ص_٢}{٢}\right)$$

$$\frac{-٣ + س_٢}{٢} = ٩$$

$$-٣ + س_٢ = ١٨$$

$$س_٢ = ١٨ + ٣ = ٢١$$

$$\frac{-١ + ص_٢}{٢} = ٣$$

$$-١ + ص_٢ = ٦$$

$$ص_٢ = ٦ + ١ = ٧$$

ف = (س٢ ، ص٢) = (٢١ ، ٧)

❖ إذا كانت: ﻫ (٢ ، ٣) تنصف $\overline{ب جـ}$ حيث ب(-١ ، ٠) ، جـ(س٢ ، ص٢) ، فأوجد النقطة جـ

$$ﻫ = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$$

$$(٢ ، ٣) = \left(\frac{-١ + س_٢}{٢} ، \frac{٠ + ص_٢}{٢}\right)$$

$$\frac{-١ + س_٢}{٢} = ٢$$

$$-١ + س_٢ = ٤$$

$$س_٢ = ٤ + ١ = ٥$$

$$\frac{٠ + ص_٢}{٢} = ٣$$

$$٠ + ص_٢ = ٦$$

$$ص_٢ = ٦$$

جـ = (س٢ ، ص٢) = (٥ ، ٦)

❖ أ ب قطر في الدائرة التي مركزها م حيث: أ (٥ ، -١) ، ب(-١ ، ٧)
أوجد:

مهمة

(أ) النقطة م مركز الدائرة

م مركز الدائرة = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

$= \left(\frac{٥ + (-١)}{٢}، \frac{-١ + ٧}{٢}\right) = \left(\frac{٤}{٢}، \frac{٦}{٢}\right) = (٢، ٣)$

(ب) طول نصف قطر الدائرة

نصف قطر الدائرة = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \frac{١}{٢}$ $\sqrt{(-١ - ٥)^٢ + (-١ - ٧)^٢} = \frac{١}{٢}$ $\sqrt{(-٦)^٢ + (-٨)^٢}$

$= \frac{١}{٢}$ $\sqrt{٣٦ + ٦٤} = \frac{١}{٢}$ $\sqrt{١٠٠} = \frac{١}{٢} \times ١٠ = ٥$ وحدة طول

❖ إذا كان ل(٣ ، ٨) ، م(-٢ ، ٣):

مهمة

(أ) أوجد طول $\overline{ل م}$

ل م = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \sqrt{(-٢ - ٣)^٢ + (٣ - ٨)^٢} = \sqrt{(-٥)^٢ + (-٥)^٢}$

$= \sqrt{٢٥ + ٢٥} = \sqrt{٥٠} = \sqrt{٢ \times ٢٥} = ٥\sqrt{٢}$ وحدة طول

(ب) أوجد إحداثي النقطة هـ منتصف $\overline{ل م}$

هـ = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢}، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

$= \left(\frac{٣ + (-٢)}{٢}، \frac{٨ + ٣}{٢}\right) = \left(\frac{١}{٢}، \frac{١١}{٢}\right)$

تقويم الوحدة التعليمية الثالثة

أولاً: البنود المقالية:

(١) ضع في أبسط صورة كلا مما يلي:

(أ) $\frac{٩+ ٢٦}{١٢}$

$= \frac{٣(٣+ ٢٢)}{٤ \times ٣} = \frac{٣+ ٢٢}{٤}$

(ب) $\frac{٥- ٢س}{١٥- ٦س}$

$= \frac{(٥- ٢س)}{٣(٥- ٢س)} = \frac{١}{٣}$

(ج) $\frac{٢س^{٢} + ٢س}{٣س^{٢} + ٣س}$

$= \frac{٢س(س+ ١)}{٣س(س+ ١)} = \frac{٢}{٣}$

(د) $\frac{٨- ٢ب}{ب^{٢} - ١٦}$

$= \frac{-٢(ب- ٤)}{(ب- ٤)(ب+ ٤)} = \frac{-٢}{ب+ ٤}$

(هـ) $\frac{ل^{٢} - ٦ل + ٨}{ل^{٢} + ل- ٦}$

$= \frac{(ل- ٤)(ل- ٢)}{(ل+ ٣)(ل- ٢)} = \frac{ل- ٤}{ل+ ٣}$

(و) $\frac{٢ر^{٢} + ٩ر- ٥}{ل^{٢} + ١٠ر + ٢٥}$

$= \frac{(٢ر- ١)(ر+ ٥)}{(ر+ ٥)^{٢}} = \frac{٢ر- ١}{ر+ ٥}$

(ز) $\frac{٧ص^{٢} - ١٣ص + ٦}{ص^{٢} + ٢ص - ٣}$

$= \frac{(٧ص - ٦)(ص - ١)}{(ص + ٣)(ص - ١)} = \frac{٧ص - ٦}{ص + ٣}$

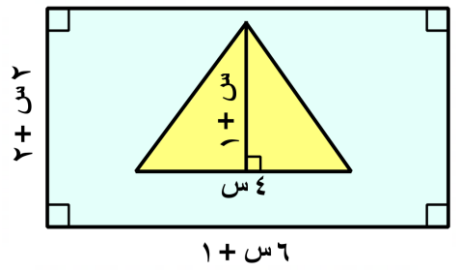
(ح) $\frac{٢٧س^{٢} + ١٢٥}{٣س^{٢} - س - ١٠}$

$= \frac{(٣س + ٥)(٩س^{٢} - ١٥س + ٢٥)}{(٣س + ٥)(س - ٢)}$

$= \frac{٩س^{٢} - ١٥س + ٢٥}{س - ٢}$

---

(٢) اكتب نسبة مساحة المنطقة المثلثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة في صورة حدودية نسبية، وضعها في أبسط صورة.



$\frac{٤س(س + ١)}{٢} \div (٢س + ٢)(٦س + ١)$

$\frac{٤س(س + ١)}{٢} \times \frac{١}{(٢س + ٢)(٦س + ١)} = \frac{س}{٦س + ١}$

---

(٣) أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

(أ) $\frac{٤س + ٤}{س - ٣} \times (س^{٢} - س - ٦)$

$\frac{٤(س + ١)}{س - ٣} \times (س - ٣)(س + ٢)$

$= ٤(س + ١)(س + ٢)$

(ب) $\frac{٣س^{٢}+١٢س}{٢س^{٢}+٧س-٤} \times \frac{٦س^{٢}-١٣س+٥}{٩س^{٣}}$

$\frac{٣س(س+٤)}{(٢س-١)(س+٤)} \times \frac{(٣س-٥)(٢س-١)}{٩س^{٢}}$

$= \frac{٣س-٥}{٣س}$

(ج) $\frac{س^{٢}-س ص+ص^{٢}}{س^{٣}+ص^{٣}} \times \frac{س+ص}{س-ص}$

$\frac{س^{٢}-س ص+ص^{٢}}{(س+ص)(س^{٢}-س ص+ص^{٢})} \times \frac{س+ص}{س-ص} = \frac{١}{س-ص}$

(د) $\frac{٨س^{٣}}{س^{٣}-ص^{٣}} \div \frac{٤س^{٢}}{س^{٢}+س ص+ص^{٢}}$

$\frac{٨س^{٣}}{(س-ص)(س^{٢}+س ص+ص^{٢})} \times \frac{س^{٢}+س ص+ص^{٢}}{٤س^{٢}}$

$= \frac{٢س}{س-ص}$

(هـ) $\frac{٥س^{٢}+١٠س-١٥}{س^{٢}-٦س+٥} \div \frac{٢س^{٢}+٧س+٣}{٤س^{٢}-٨س-٥}$

$\frac{٥س^{٢}+١٠س-١٥}{س^{٢}-٦س+٥} \times \frac{٤س^{٢}-٨س-٥}{٢س^{٢}+٧س+٣}$

$\frac{٥(س^{٢}+٢س-٣)}{س^{٢}-٦س+٥} \times \frac{٤س^{٢}-٨س-٥}{٢س^{٢}+٧س+٣}$

$\frac{٥(س+٣)(س-١)}{(س-٥)(س-١)} \times \frac{(٢س+١)(٢س-٥)}{(٢س+١)(س+٣)} = \frac{٥(٢س-٥)}{س-٥}$

(و) $\frac{ص^{٢}+٥ص+٦}{ص-٣} \div \frac{ص^{٢}+٣ص+٢}{ص^{٢}-٢ص-٣}$

$\frac{ص^{٢}+٥ص+٦}{ص-٣} \times \frac{ص^{٢}-٢ص-٣}{ص^{٢}+٣ص+٢}$

$= \frac{(ص+٣)(ص+٢)}{ص-٣} \times \frac{(ص-٣)(ص+١)}{(ص+٢)(ص+١)}$

$= ص+٣$

(ز) $\frac{س}{س+٦}+\frac{٢}{س+٣}$

$=\frac{س\times(س+٣)}{(س+٦)(س+٣)}+\frac{٢\times(س+٦)}{(س+٦)(س+٣)}$

$=\frac{س\times(س+٣)+٢\times(س+٦)}{(س+٦)(س+٣)}=\frac{س^{٢}+٣س+٢س+١٢}{(س+٦)(س+٣)}$

$=\frac{س^{٢}+٥س+١٢}{(س+٦)(س+٣)}$

(ح) $\frac{٢س-٤}{س^{٢}-٤}+\frac{س^{٢}-س}{س^{٢}+س-٢}$

$\frac{٢(س-٢)}{(س+٢)(س-٢)}+\frac{س(س-١)}{(س+٢)(س-١)}$

$=\frac{٢}{(س+٢)}+\frac{س}{(س+٢)}=\frac{٢+س}{س+٢}=١$

(ط) $\frac{٤}{س+٣}-\frac{٦}{س-٢}$

$\frac{٤\times(س-٢)}{(س+٣)(س-٢)}-\frac{٦\times(س+٣)}{(س-٢)(س+٣)}$

$=\frac{٤\times(س-٢)-٦\times(س+٣)}{(س+٣)(س-٢)}$

$=\frac{٤س-٨-٦س-١٨}{(س+٣)(س-٢)}=\frac{-٢س-٢٦}{(س+٣)(س-٢)}$

$=\frac{-٢(س-١٣)}{(س+٣)(س-٢)}$

(ي) $\frac{٦}{س^{٢}+٣س+٢}-\frac{٤}{س+٢}$

$\frac{٦}{(س+٢)(س+١)}-\frac{٤\times(س+١)}{(س+٢)(س+١)}$

$=\frac{٦-٤\times(س+١)}{(س+٢)(س+١)}=\frac{٦-٤س-٤}{(س+٢)(س+١)}$

$=\frac{-٤س+٢}{(س+٢)(س+١)}=\frac{٢(-٢س+١)}{(س+٢)(س+١)}$

(ك) $\frac{٢ن-١}{٢ن^{٢}+٥ن-٣}-\frac{ن+٣}{ن^{٢}-٩}$

$\frac{٢ن-١}{(٢ن-١)(ن+٣)}-\frac{ن+٣}{(ن+٣)(ن-٣)}$

$=\frac{١\times(ن-٣)}{(ن+٣)\times(ن-٣)}-\frac{١\times(ن+٣)}{(ن-٣)(ن+٣)}$

$=\frac{١\times(ن-٣)-١\times(ن+٣)}{(ن-٣)(ن+٣)}=\frac{ن-٣-ن-٣}{(ن-٣)(ن+٣)}$

$=\frac{-٦}{(ن-٣)(ن+٣)}$

---

(٤) أوجد الناتج في أبسط صورة:

$(س^{٢}-ص^{٢})\div(س^{٣}-ص^{٣})\times\frac{س^{٢}+س ص+ص^{٢}}{س+ص}$

$\frac{س^{٢}-ص^{٢}}{س^{٣}-ص^{٣}}\times\frac{س^{٢}+س ص+ص^{٢}}{س+ص}$

$=\frac{(س+ص)(س-ص)}{(س-ص)(س^{٢}+س ص+ص^{٢})}\times\frac{س^{٢}+س ص+ص^{٢}}{س+ص}$

$=١$

(٥) إذا كانت ل(٣ ، ٨) ، م(-٢ ، ٣):

(أ) أوجد طول $\overline{ل م}$

$$ل م = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢} = \sqrt{(-٢ - ٣)^٢ + (٣ - ٨)^٢}$$

$$= \sqrt{(-٥)^٢ + (-٥)^٢} = \sqrt{٢٥ + ٢٥} = \sqrt{٥٠} = \sqrt{٢ \times ٢٥} = ٥\sqrt{٢}$$ وحدة طول

(ب) أوجد إحداثي النقطة هـ منتصف $\overline{ل م}$

$$هـ = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right) = \left(\frac{٣ + ٨}{٢} ، \frac{٣ + (-٢)}{٢}\right) = \left(\frac{١١}{٢} ، \frac{١}{٢}\right)$$

٣ - ٤ الدوران

❖ إذا كانت (س ، ص) نقطة في المستوى الإحداثي فإن:

١) (س ، ص) د (و ، −٩٠°) (ص ، − س) يسمى دوران ربع دورة (يكافئ ٢٧٠)

(س ، ص) د (و ، ٩٠°) (− ص ، س) يسمى دوران ربع دورة (بدل واعكس إشارة الأول)

---

٢) (س ، ص) د (و ، −١٨٠°) (− س ، − ص) يسمى دوران نصف دورة (لا تبدل واعكس الإشارتين)

(س ، ص) د (و ، ١٨٠°) (− س ، − ص) يسمى دوران نصف دورة (لا تبدل واعكس الإشارتين)

---

٣) (س ، ص) د (و ، −٢٧٠°) (− ص ، س) يسمى دوران $\frac{٣}{٤}$ دورة (يكافئ ٩٠)

(س ، ص) د (و ، ٢٧٠°) (ص ، − س) يسمى دوران $\frac{٣}{٤}$ دورة (بدل واعكس إشارة الثاني)

لاحظ أن:

(عكس عقارب الساعة موجب، مع عقارب الساعة سالب)

❖ أكمل كلاً مما يلي حيث (و) نقطة الأصل:

(١ ، ٤)	د (و ، ٩٠°)	(-٤ ، ١)
(٢ ، -١٠)	د (و ، −٩٠°)	(-١٠ ، -٢)
(٦ ، ٠)	د (و ، ١٨٠°)	(-٦ ، ٠)
(-٣ ، -٧)	د (و ، −١٨٠°)	(٣ ، ٧)
(٠ ، -٤)	د (و ، ٢٧٠°)	(-٤ ، ٠)
(-٥ ، ١١)	د (و ، −٢٧٠°)	(-١١ ، -٥)

منصة برايم أكاديمي

❖ أكمل كلاً مما يلي حيث (و) نقطة الأصل:

أ) (٣ ، ٥) د (و ، ٩٠°) (-٥ ، ٣)

ب) (١ ، -٤) د (و ، −٩٠°) (-٤ ، -١)

ج) (٢ ، ٠) د (و ، ١٨٠°) (-٢ ، ٠)

د) (-٦ ، -٣) د (و ، −١٨٠°) (٦ ، ٣)

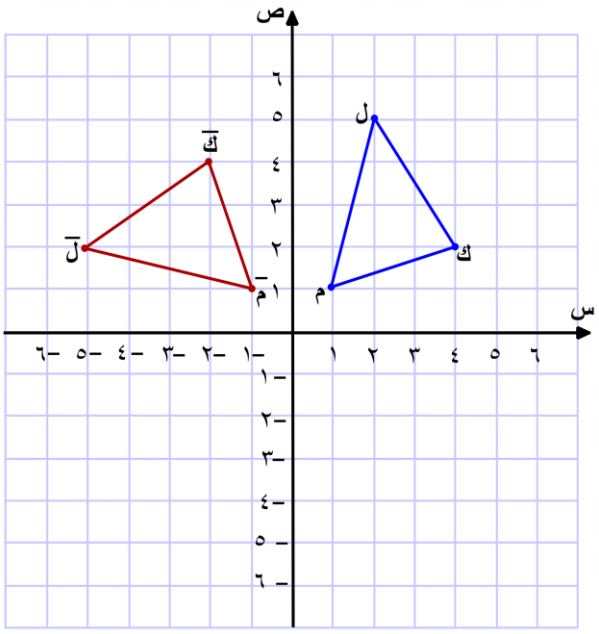
هـ) (٠ ، -١) د (و ، ٢٧٠°) (-١ ، ٠)

و) (-٧ ، ٢) د (و ، −٢٧٠°) (-٢ ، -٧)

❖ ارسم المثلث ك م ل الذي إحداثيات رؤوسه:

ك(٤ ، ٢) ، م(١ ، ١) ، ل(٢ ، ٥)

ثم ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ٩٠° عكس اتجاه عقارب الساعة.



(س ، ص) د (و ، ٩٠°) (-ص ، س)

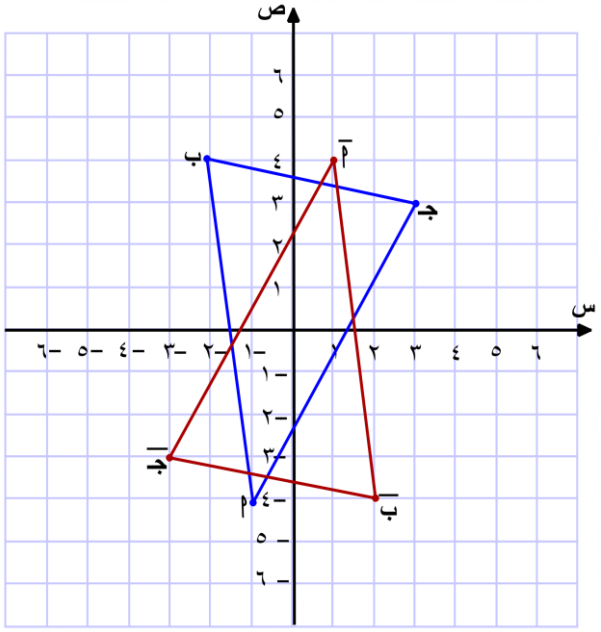
ك(٤ ، ٢) د (و ، ٩٠°) $\overline{ك}$(-٢ ، ٤)

م(١ ، ١) د (و ، ٩٠°) $\overline{م}$(-١ ، ١)

ل(٢ ، ٥) د (و ، ٩٠°) $\overline{ل}$(-٥ ، ٢)

❖ ارسم المثلث أ ب جـ الذي إحداثيات رؤوسه:

أ(-١ ، -٤) ، ب(-٢ ، ٤) ، جـ(٣ ، ٣)، ثم ارسم صورته بزاوية قياسها ١٨٠° مع اتجاه حركة عقارب الساعة.



مع اتجاه عقارب الساعة د(و ، -١٨٠°)

(س،ص) د(و، -١٨٠°) (-س ، -ص)

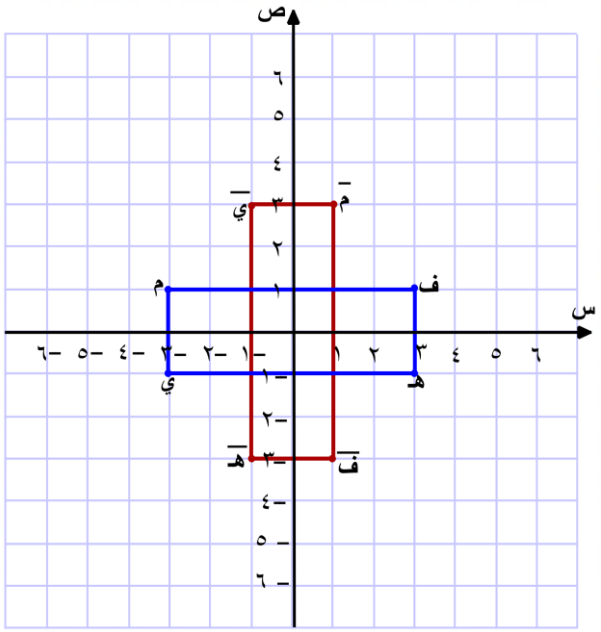
أ(-١ ، -٤) د(و، -١٨٠°) أ(١ ، ٤)

ب(-٢ ، ٤) د(و، -١٨٠°) ب(٢ ، -٤)

جـ(٣ ، ٣) د(و، -١٨٠°) جـ(-٣ ، -٣)

❖ ارسم المستطيل ف هـ ي م الذي إحداثيات رؤوسه:

ف(٣ ، ١) ، هـ(٣ ، -١) ، ي(-٣ ، -١)، م(-٣ ، ١)، ثم ارسم صورته تحت تأثير د(و ، ٢٧٠°) حيث (و) نقطة الأصل.



(س،ص) د(و، ٢٧٠°) (ص ، -س)

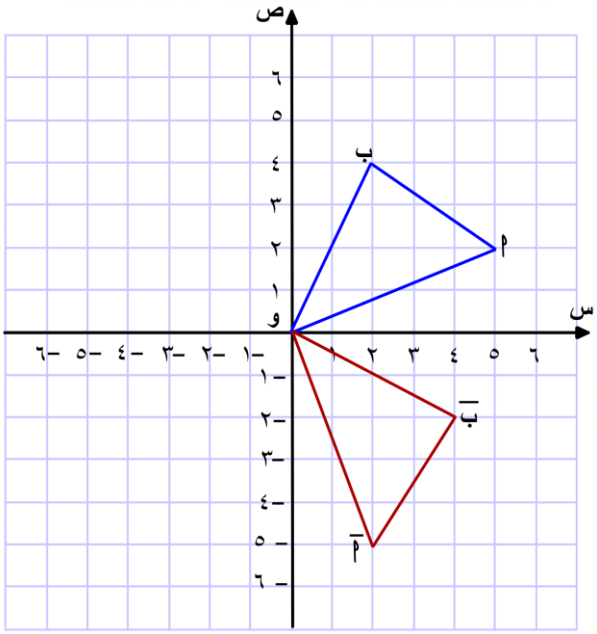
ف(٣ ، ١) د(و، ٢٧٠°) ف(١ ، -٣)

هـ(٣ ، -١) د(و، ٢٧٠°) هـ(-١ ، -٣)

ي(-٣ ، -١) د(و، ٢٧٠°) ي(-١ ، ٣)

م(-٣ ، ١) د(و، ٢٧٠°) م(١ ، ٣)

❖ ارسم المثلث أ ب و ، الذي رؤوسه: أ(٥ ، ٢) ، ب(٢ ، ٤) ، و(٠ ، ٠)، ثم ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ٩٠° مع اتجاه حركة عقارب الساعة.



(س،ص) د (و، −٩٠°) (ص ، -س)

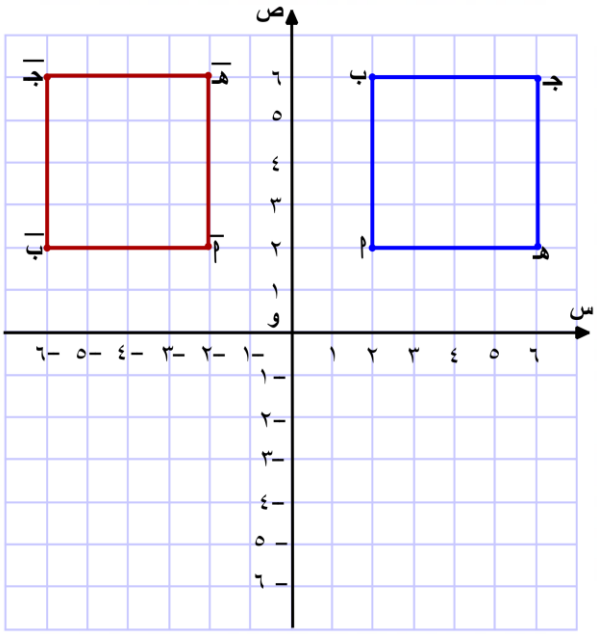
أ(٥ ، ٢) د (و، −٩٠°) $\overline{أ}$(٢ ، -٥)

ب(٢ ، ٤) د (و، −٩٠°) $\overline{ب}$(٤ ، -٢)

و(٠ ، ٠) د (و، −٩٠°) $\overline{و}$(٠،٠) نقطة صامدة

∴ Δ أ ب و د (و، −٩٠°) Δ أ/ب/ و

❖ ارسم المربع أ ب جـ هـ الذي إحداثيات رؤوسه: أ(٢،٢)، ب(٢، ٦)، جـ(٦، ٦)، هـ(٦، ٢)، ثم ارسم صورته تحت تأثير د(و،-٢٧٠°) حيث (و) نقطة الأصل



أ(٢ ، ٢) د (و، −٢٧٠°) $\overline{أ}$(-٢ ، ٢)

ب(٢ ، ٦) د (و، −٢٧٠°) $\overline{ب}$(-٦ ، ٢)

جـ(٦ ، ٦) د (و، −٢٧٠°) $\overline{جـ}$(-٦ ، ٦)

هـ(٦ ، ٢) د (و، −٢٧٠°) $\overline{هـ}$(-٢ ، ٦)

∴ المربع أ ب جـ هـ د (و، −٢٧٠°)

المربع أ/ب/ جـ/ هـ/

٤ - ٤ التكبير

❖ أكمل ما يلي حيث (و) نقطة الأصل:

أ) أ(٢ ، ١) $\xrightarrow{ت(و،٥)}$ $\overline{أ}$(١٠ ، ٥)

ب) ب(١ ، -٣) $\xrightarrow{ت(و،٦)}$ $\overline{ب}$(٦ ، -١٨)

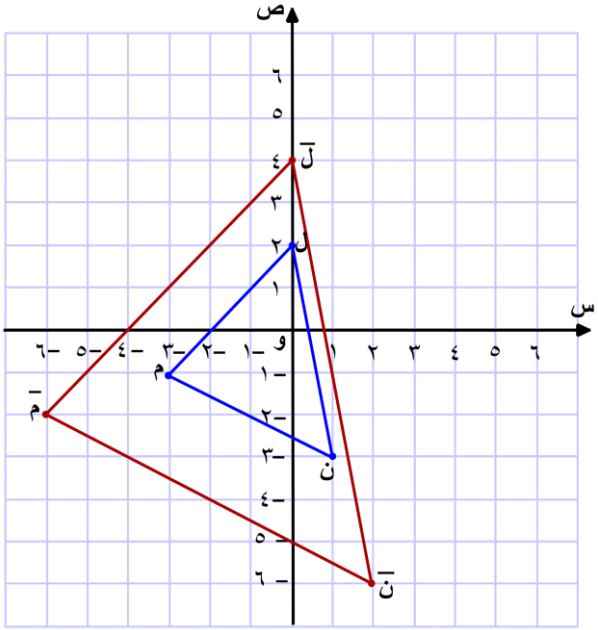
ج) جـ(٠ ، ٤) $\xrightarrow{ت\left(و،\frac{١}{٤}\right)}$ $\overline{جـ}$(٠ ، ١)

د) د(-٦ ، ٤) $\xrightarrow{ت\left(و،\frac{١}{٢}\right)}$ $\overline{د}$(-٣ ، ٢)

هـ) ك(-٨ ، -٢) $\xrightarrow{ت\left(و،\frac{٣}{٢}\right)}$ $\overline{ك}$(-١٢ ، -٣)

و) ل(٣ ، -٧) $\xrightarrow{ت(و،١)}$ $\overline{ل}$(٣ ، -٧) نقطة صامدة

❖ ارسم المثلث الذي رؤوسه: ل(٠ ، ٢) ، م(-٣ ، -٢) ، ن(١ ، -٣)، ثم ارسم صورته تحت تأثير ت(و ، ٢)



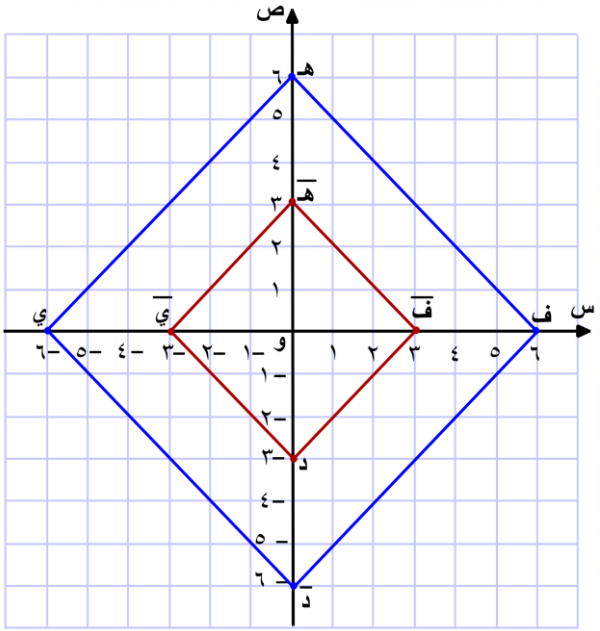
(س ، ص) $\xrightarrow{د(و،٢)}$ (٢س ، ٢ص)

ل(٠ ، ٢) $\xrightarrow{د(و،٢)}$ $\overline{ل}$(٠ ، ٤)

م(-٣ ، -١) $\xrightarrow{د(و،٢)}$ $\overline{م}$(-٦ ، -٢)

ن(١ ، -٣) $\xrightarrow{د(و،٢)}$ $\overline{ن}$(٢ ، -٦)

❖ ارسم الشكل الرباعي ف هـ ي د الذي فيه: ف(٦ ، ٠)، هـ(٠ ، ٦)، ي(-٦، ٠)، د(٠ ، -٦) ثم ارسم صورته تحت تأثير ت$\left(و، \frac{١}{٢}\right)$



(س ، ص) $\xrightarrow{د\left(و، \frac{١}{٢}\right)}$ $\left(\frac{١}{٢}س ، \frac{١}{٢}ص\right)$

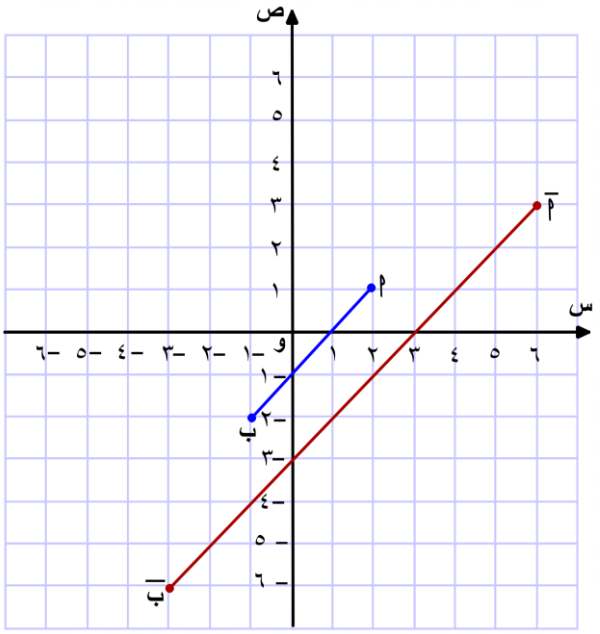
ف(٦ ، ٠) $\xrightarrow{د\left(و، \frac{١}{٢}\right)}$ $\overline{ف}$(٣ ، ٠)

هـ(٠ ، ٦) $\xrightarrow{د\left(و، \frac{١}{٢}\right)}$ $\overline{هـ}$(٠ ، ٣)

ي(-٦ ، ٠) $\xrightarrow{د\left(و، \frac{١}{٢}\right)}$ $\overline{ي}$(-٣ ، ٠)

د(٠ ، -٦) $\xrightarrow{د\left(و، \frac{١}{٢}\right)}$ $\overline{د}$(٠ ، -٣)

❖ ارسم $\overline{أ ب}$ إذا كانت أ(٢ ، ١) ، ب(-١ ، -٢) ، ثم ارسم $\overline{أ' ب'}$ صورة $\overline{أ ب}$ بتكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله ٣



(س ، ص) $\xrightarrow{ت(و،٣)}$ (٣س ، ٣ص)

أ(٢ ، ١) $\xrightarrow{ت(و،٣)}$ $\overline{أ}$(٦ ، ٣)

ب(-١ ، -٢) $\xrightarrow{ت(و،٣)}$ $\overline{ب}$(-٣ ، -٦)

∴ $\overline{أ ب}$ $\xrightarrow{ت(و،٣)}$ $\overline{أ' ب'}$

❖ أوجد معامل التكبير أو التصغير (م) في كل من الحالات التالية
حيث م/ صورة النقطة م ، والنقطة ب/ صورة النقطة ب

أ) م (٤ ، ١) ، م/ (١٢ ، ٣) م = ١٢ / ٤ = ٣

ب) م ب = ٨سم ، م/ ب/ = ١سم م = ١ / ٨

❖ مستطيل بعداه ٣سم ، ٥سم. أوجد محيط ومساحة صورته تحت تأثير تكبير ت(و ، ٣)

المحيط١ = ٣ + ٣ + ٥ + ٥ = ١٦سم

المساحة١ = ٣ × ٥ = ١٥سم٢

محيط١ : ١٦سم ت(و،٣) محيط٢ = ١٦×٣ = ٤٨سم

مساحة١ : ١٥سم٢ ت(و،٣) مساحة٢ = ١٥×٣٢ = ١٥×٩ = ١٣٥سم٢

❖ شكل هندسي مساحته ٢٥م٢ ومساحة صورته تحت تأثير تكبير ما، هي ١٠٠م٢ أوجد معامل التكبير

$$\frac{\text{مساحة صورة الشكل}}{\text{مساحة الشكل}} = (م)^2$$

$$(م)^2 = \frac{١٠٠}{٢٥}$$

م٢ = ٤ ⟸ م = ٢

∴ معامل التكبير يساوي ٢

❖ شكل هندسي محيطه ١٢م ومحيط صورته تحت تأثير تكبير ما هي ٤٨م أوجد معامل التكبير

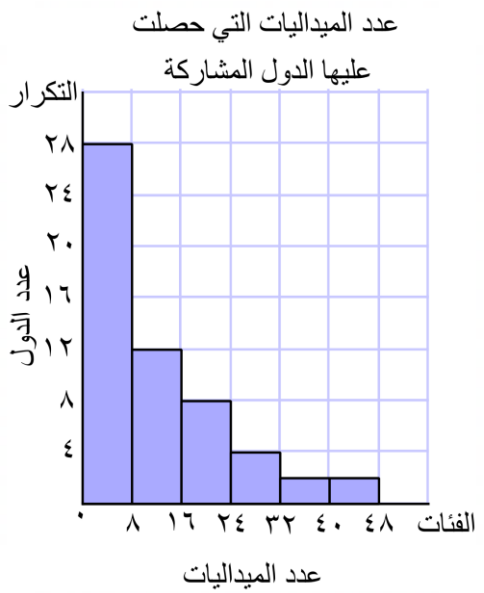
$$م = \frac{\text{محيط صورة الشكل}}{\text{محيط الشكل}}$$

$$م = \frac{٤٨}{١٢}$$

م = ٤ متر

٤ - ٣ المدرج التكراري

❖ يمثل المدرج التكراري المقابل عدد الميداليات التي حصدتها الدول المشاركة في إحدى الدورات الأولمبية.



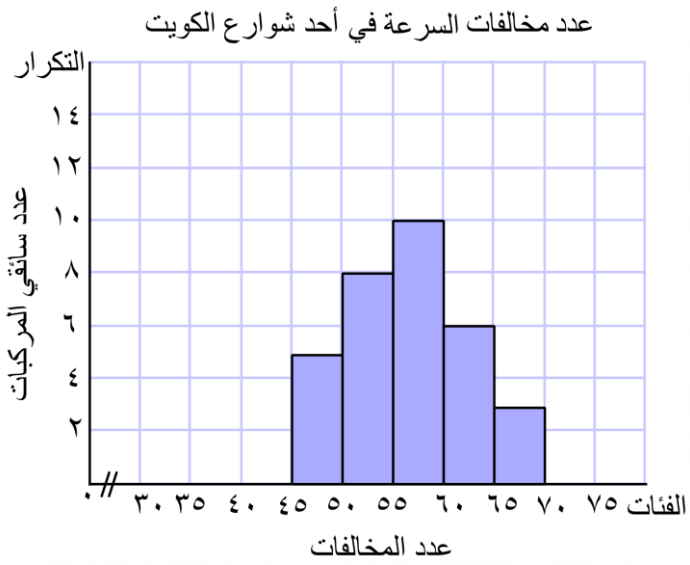
أجب عما يلي:

(أ) ما طول الفئة ؟ ٨

(ب) كم عدد الدول التي حصلت على ٣٢ ميدالية فأكثر؟ ٢ + ٢ = ٤

(ج) كم عدد الدول التي حصلت على أقل من ٢٤ ميدالية؟ ٤٨ دولة

❖ السرعة القصوى في أحد الشوارع التجارية في مدينة الكويت العاصمة ٤٥كم/س ، يبين الجدول أدناه عدد المخالفات المسجلة بحق عدد من سائقي المركبات الذين لم يلتزموا بالقانون.



مثل البيانات الواردة في الجدول باستخدام المدرج التكراري.

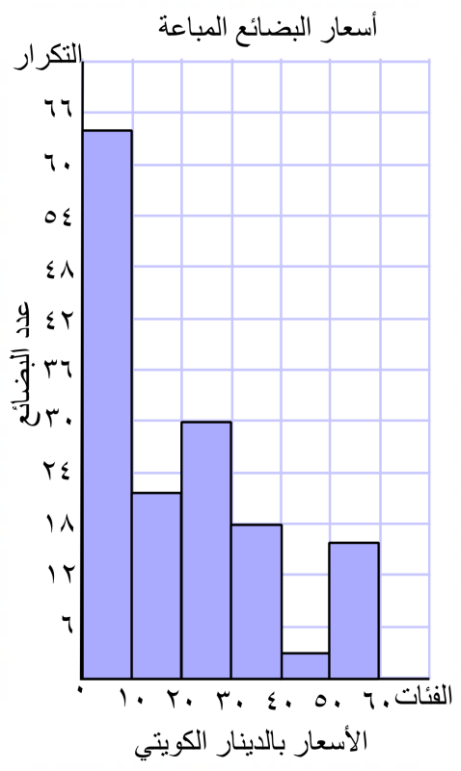
الفئات	٤٥-	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-
التكرار	٥	٨	١٠	٦	٣

ثم أجب عما يلي:

كم عدد مخالفات سائقي المركبات الذين بلغت سرعتهم ٥٥كم/س فأكثر؟

١٠ + ٦ + ٣ = ١٩مخالفة

❖ يمثل المدرج التكراري المقابل أسعار مختلف البضائع المباعة في إحدى الجمعيات التعاونية بالدينار الكويتي.



أجب عما يلي:

(أ) ما طول الفئة ؟

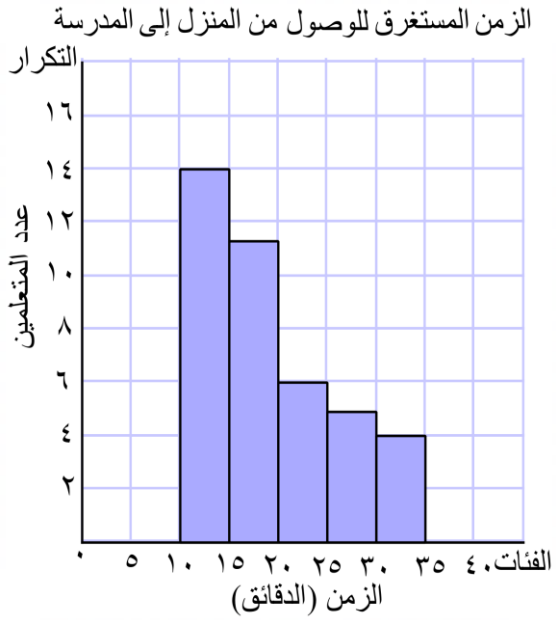
طول الفئة = ١٠ – ٠ = ١٠ أو ٢٠ – ١٠ = ١٠

(ب) كم عدد البضائع التي بلغ سعرها ٣٠ ديناراً فأكثر؟ ١٨ + ٣ + ١٥ = ٣٦ بضاعة

(ج) ما الفئة الأكثر مبيعاً؟ الفئة من ٠ – ١٠ هي الأكثر مبيعاً. (٠ – ١٠)

❖ يبين الجدول الآتي الزمن بالدقائق الذي استغرقه ٤٠ متعلماً للوصول من المنزل إلى المدرسة، اصنع مدرجاً تكرارياً لهذه البيانات.

الفئة (الزمن بالدقائق)	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-
التكرار	١٤	١١	٦	٥	٤



أجب عما يلي:

(أ) كم عدد المتعلمين الذين يصلون إلى المدرسة في أقل من ٢٠ دقيقة؟ ١١ + ١٤ = ٢٥ متعلم

(ب) كم عدد المتعلمين الذين يصلون إلى المدرسة في ٢٥ دقيقة فأكثر؟

٥ + ٤ = ٩ متعلمين

٤ - ٤ المضلع التكراري

❖ يمثل الشكل الآتي أوزان متعلمي أحد فصول الصف التاسع.

تأمل الشكل، ثم أجب عما يلي:



(أ) ماذا يسمى التمثيل البياني؟

يسمى مضلعاً تكرارياً

(ب) ما مركز الفئة الأكثر تكراراً؟

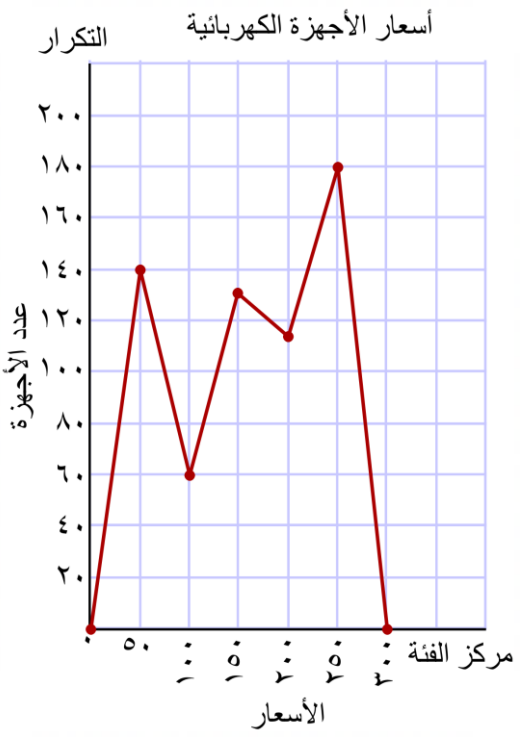
٧٠ كجم

(ج) ما مركز الفئة الأقل تكراراً؟

٥٠ كجم

❖ يمثل الشكل الآتي أسعار الأجهزة الكهربائية التي بيعت خلال شهر في أحد المحلات.

تأمل الشكل، ثم أجب عما يلي:



(أ) ماذا يسمى التمثيل البياني؟

يسمى مضلعاً تكرارياً

(ب) ما مركز الفئة الأكثر تكراراً؟

٢٥٠

(ج) ما التكرار المقابل لمركز الفئة ١٥٠؟

١٣٠

❖ يبين الجدول المقابل المسافة المقطوعة بالكيلومتر من قبل ٨٤ سائقاً في إحدى شركات سيارات الأجرة في يوم من الأيام.

الفئة	-١٠٠	-١٥٠	-٢٠٠	-٢٥٠	-٣٠٠	-٣٥٠
التكرار	٦	٩	١٦	٢٤	١٨	١١

مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري.

أ) نكمل الجدول بإيجاد مراكز الفئات:

الفئة	-١٠٠	-١٥٠	-٢٠٠	-٢٥٠	-٣٠٠	-٣٥٠
التكرار	٦	٩	١٦	٢٤	١٨	١١
مركز الفئة	١٢٥	١٧٥	٢٢٥	٢٧٥	٣٢٥	٣٧٥



ب) نمثل مراكز الفئات على المحور الأفقي، والتكرار على المحور الرأسي.

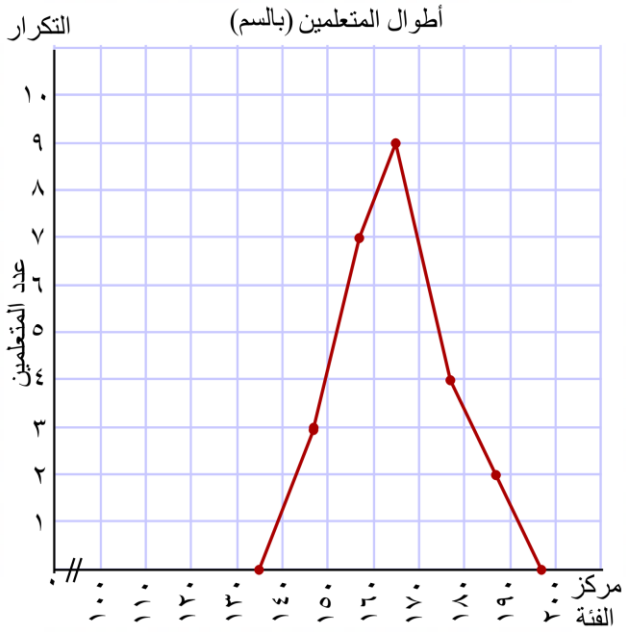
ج) نعين النقاط التي تمثل: (مركز الفئة ، التكرار)

د) نصل بين النقاط السابقة على التوالي مستخدمين حافة المسطرة.

هـ) نكمل رسم المضلع

❖ يبين الجدول الآتي أطوال متعلمي الصف التاسع بالسنتيمتر في إحدى المدارس:

الفئة	-١٤٠	-١٥٠	-١٦٠	-١٧٠	-١٨٠
التكرار	٣	٧	٩	٤	٢
مركز الفئة	١٤٥	١٥٥	١٦٥	١٧٥	١٨٥



(أ) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات

(ب) كم عدد المتعلمين الذين تقل أطوالهم عن ١٦٠سم ؟

٧+٣=١٠متعلمين

(ج) ما مركز الفئة الأكثر تكراراً؟

١٦٥سم

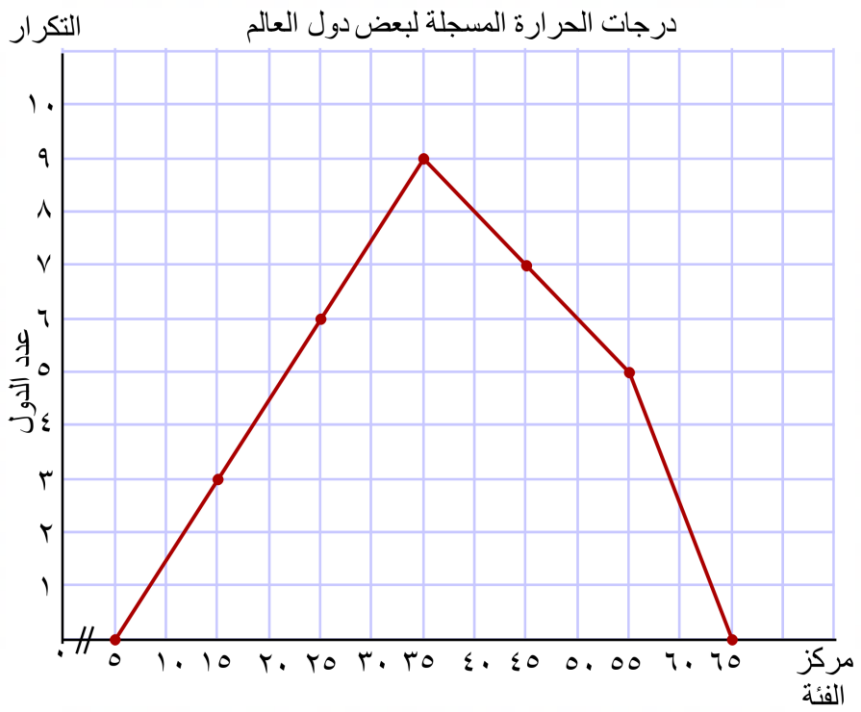
(د) مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري؟

❖ يوضح الجدول الآتي درجات الحرارة المسجلة لبعض دول العالم خلال أحد الأشهر.

الفئة	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠
التكرار	٣	٦	٩	٧	٥
مركز الفئة	١٥	٢٥	٣٥	٤٥	٥٥

(أ) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات.

(ب) مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري.



❖ يوضح الجدول الآتي أعمار بعض زوار مركز الشيخ جابر الأحمد الثقافي في أحد الأيام.

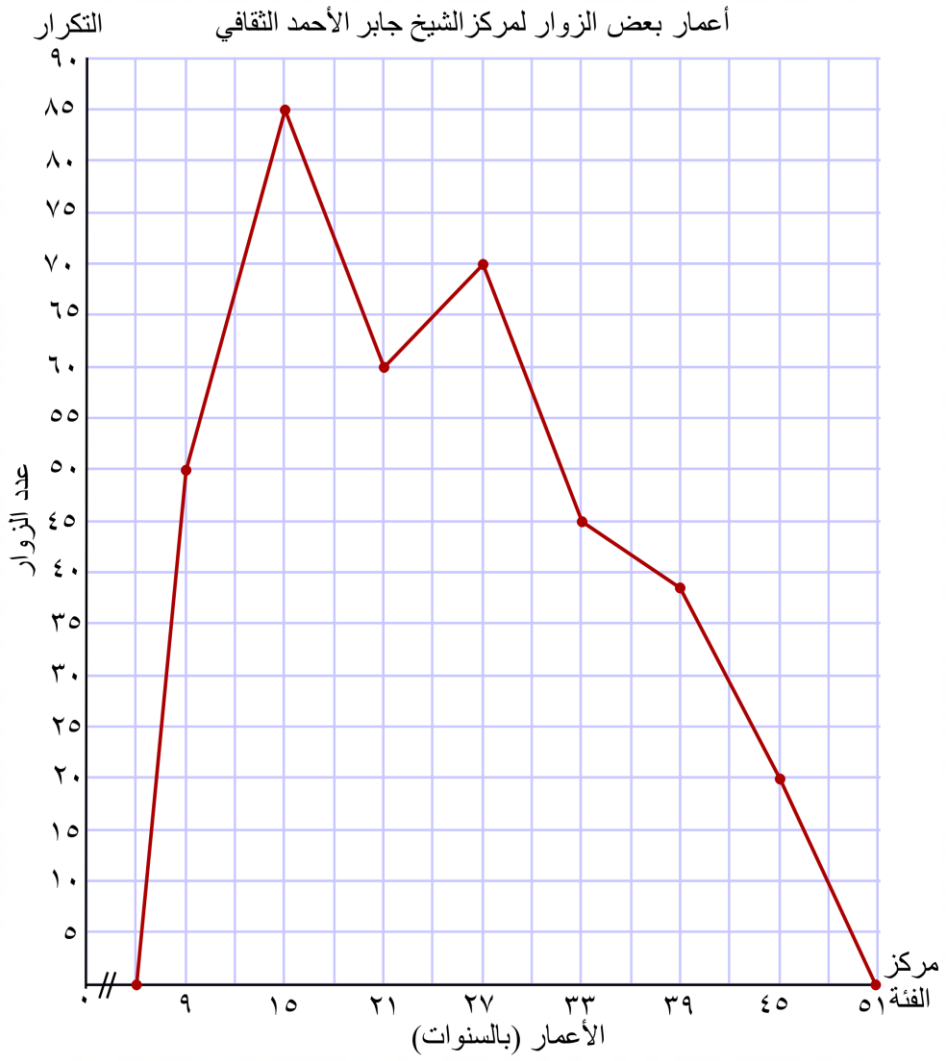
الفئة	-٦	-١٢	-١٨	-٢٤	-٣٠	-٣٦	-٤٢
التكرار	٥٠	٨٥	٦٠	٧٢	٤٥	٣٨	٢٠
مركز الفئة	٩	١٥	٢١	٢٧	٣٣	٣٩	٤٥

(أ) تأمل الجدول السابق، ثم أجب عما يلي:

- ما طول الفئة ١٢- ؟ طول الفئة = ٦
- ما الحد الأعلى للفئة الأخيرة؟ الحد الأعلى للفئة الأخيرة = ٤٢ + ٦ = ٤٨سنة

(ب) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات.

(ج) مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري.



❖ يوضح الجدول الآتي أوزان بعض متعلمي الصف التاسع.

الفئة	٤٥-	٥٥-	٦٥-	٧٥-	٨٥-	٩٥-
التكرار	٦	٧	٢١	٢٧	١١	٣
مركز الفئة	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠

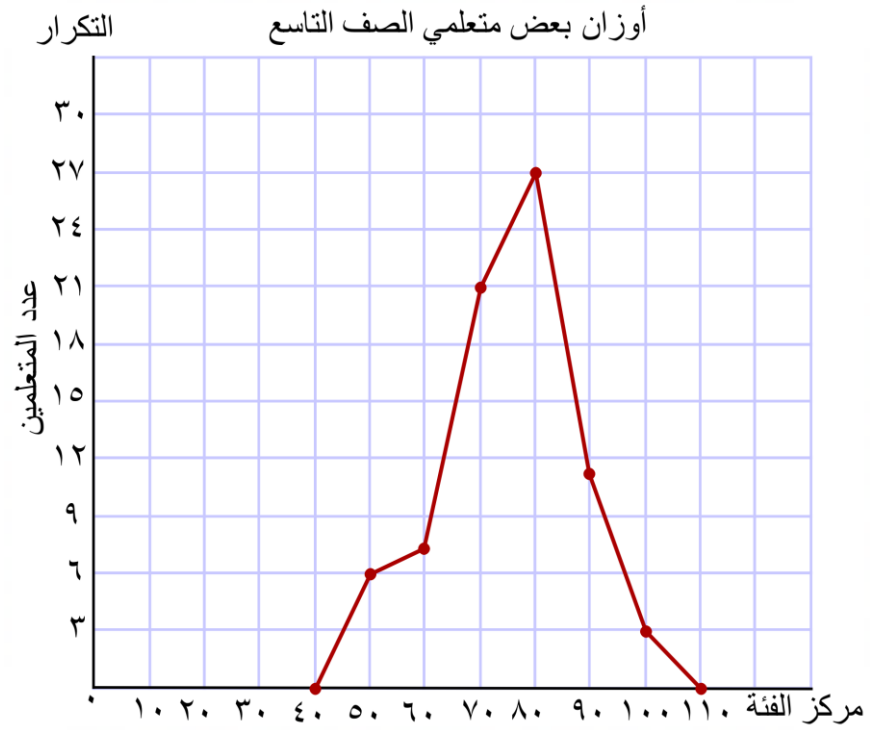
(أ) تأمل الجدول السابق، ثم أجب عما يلي:

- ما طول الفئة ٥٥- ؟ طول الفئة = ١٠
- كم عدد المتعلمين الذين يبلغ وزنهم ٦٥ كيلوجراماً فأكثر؟

٢١ + ٢٧ + ١١ + ٣ = ٦٢ متعلماً

(ب) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات.

(ج) مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري.



٤ - ٥ مخطط الصندوق ذي العارضتين

الأرباعيات هي ثلاثة أعداد تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية من عدد البيانات.

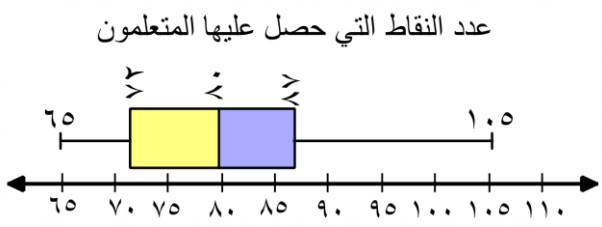
الأرباعي الأوسط هو الوسيط.

الأرباعي الأدنى هو الوسيط للنصف الأدنى من مجموعة البيانات.

الأرباعي الأعلى هو الوسيط للنصف الأعلى من مجموعة البيانات.

مخطط الصندوق ذو العارضتين هو طريقة لعرض توزيع مجموعة بيانات باستخدام خمس قيم رئيسية لها.

❖ يبين مخطط الصندوق ذي العارضتين عدد النقاط التي حصل عليها بعض متعلمي الصف التاسع في إحدى المسابقات.



أكمل كلا مما يلي:

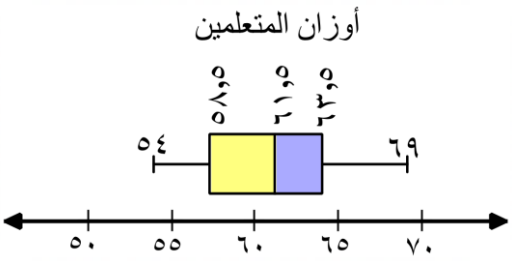
(أ) أصغر قيمة من البيانات هي ٦٥ وأكبر قيمة من البيانات هي ١٠٥

(ب) الأرباعي الأوسط (الوسيط) هو ٨٠

(ج) الأرباعي الأدنى هو ٧٢

(د) الأرباعي الأعلى هو ٨٧

❖ يبين مخطط الصندوق ذي العارضتين أوزان بعض متعلمي الصف التاسع بالكيلوجرامات.



أكمل كلا مما يلي:

(أ) القيمة الصغرى للبيانات هي ٥٤

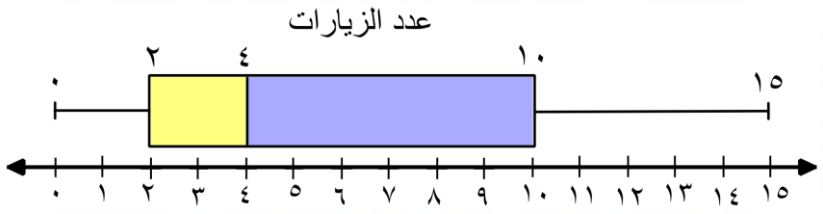
والقيمة الكبرى للبيانات هي ٦٩

(ب) الأرباعي الأوسط (الوسيط) هو ٦١,٥

(ج) الأرباعي الأدنى هو ٥٨,٥

(د) الأرباعي الأعلى هو ٦٣,٥

❖ سئل عدد من المتعلمين في أحد فصول الصف التاسع عن عدد مرات زياراتهم لمحلات بيع الملابس الرياضية خلال فترة ما، والنتائج موضحة في مخطط الصندوق ذي العارضتين في الشكل المقابل.



أوجد كلا مما يلي:

(أ) مدى البيانات = ١٥ – ٠ = ١٥

(ب) الوسيط = ٤

(ج) الأرباعي الأدنى = ٢

(د) الأرباعي الأعلى = ١٠

❖ في مجموعة البيانات الآتية: ٤ ، ٨ ، ٥ ، ٣ ، ١ ، ٧ ، ٦

(أ) أوجد كلا مما يلي:

(١) القيمة الصغرى للبيانات هي ١

(٢) القيمة الكبرى للبيانات هي ٨

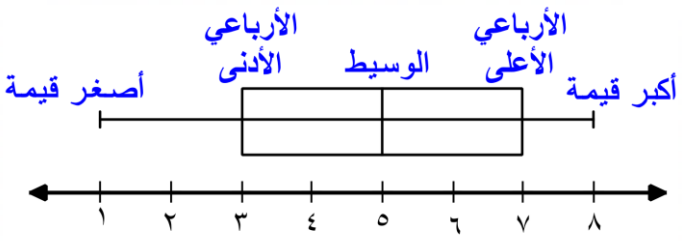
(٣) المدى هي ٨ – ١ = ٧

(٤) الوسيط هو ٥

(٥) الأرباعي الأدنى هو ٣

(٦) الأرباعي الأعلى هو ٧

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العرضتين لهذه المجموعة من البيانات



❖ تصفحت حصة كتيباً دعائياً لأحد متاجر الملابس. سجلت أسعار الفساتين فيه (بالدينار) كالآتي: ٢٥ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٠
ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لمجموعة البيانات السابقة.

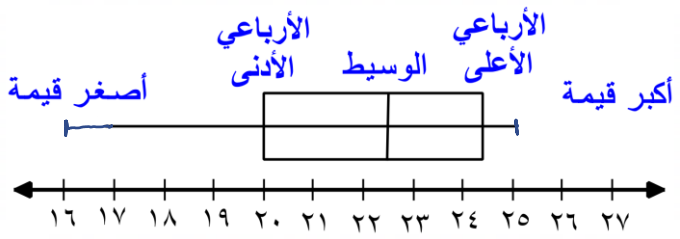
الترتيب التصاعدي للقيم: ١٦ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٥

أكبر قيمة = ٢٥ ، أصغر قيمة = ١٦

الوسيط = $\frac{٢٢+٢٣}{٢}$ = ٢٢,٥

الأرباعي الأدني = $\frac{٢٠+٢٠}{٢}$ = ٢٠

الأرباعي الأعلى = $\frac{٢٤+٢٥}{٢}$ = ٢٤,٥



❖ ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لمجموعة البيانات السابقة الآتية:
٩٠٠ ، ٧٠٠ ، ٧٧٥ ، ٦٢٤ ، ٦٨٨ ، ٧٦٠ ، ٧٢٠ ، ٧٨٩ ، ٦٤٤ ، ٦٠٠

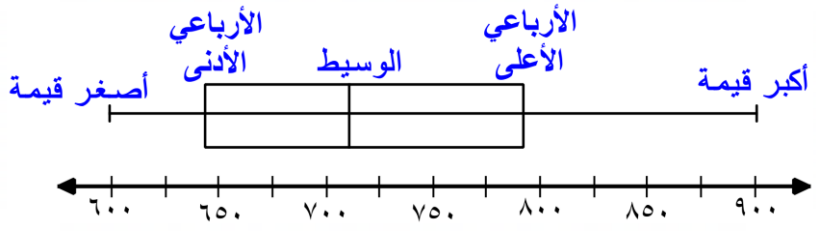
الترتيب التصاعدي للقيم: ٦٠٠ ، ٦٢٤ ، ٦٤٤ ، ٦٨٨ ، ٧٠٠ ، ٧٢٠ ، ٧٦٠ ، ٧٧٥ ، ٧٨٩ ، ٩٠٠

أكبر قيمة = ٩٠٠ ، أصغر قيمة = ٦٠٠

الوسيط = $\frac{٧٠٠+٧٢٠}{٢}$ = ٧١٠

الأرباعي الأدني = ٦٤٤

الأرباعي الأعلى = ٧٧٥



❖ يتغير سعر الإعلان في الصحف الكبرى وفقاً ليوم الإعلان وعدد أسطره ومساحته، إليك بعض هذه الأسعار بالدينار: ٥ ، ٤ ، ٣ ، ١٥ ، ٦ ، ٧ ، ١٢ ، ٨ ، ٢٥ ، ٩ ، ١٠ ، ١٤ ، ٢٧ ، ١٦

اصنع مخططاً لصندوق ذي عارضتين لهذه الأسعار.

(١) رتب القيم تصاعدياً:

٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٢٧

(٢) المدى = ٢٧ – ٣ = ٢٤

(٣) الوسيط = $\frac{٩+١٠}{٢}$ = ٩,٥ دينار

(٤) نحدد النصف الأدنى للبيانات: ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

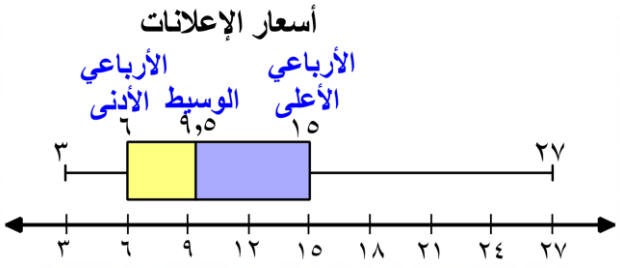
الأرباعي الأدنى = ٦

(٥) نحدد النصف الأعلى للبيانات: ١٠ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٢٧

الأرباعي الأعلى = ١٥

(٦) ارسم خطاً يتضمن القيمتين الكبرى والصغرى، ثم عين عليه موقع كل من: الوسيط ، الأرباعي الأدنى ، الأرباعي الأعلى.

(٧) ارسم صندوقاً يبين الأرباعيات، ثم اكتب عنواناً



❖ في مسابقة مادة الرياضيات، حصل أعضاء فرق إحدى المدارس المحلية على الدرجات التالية (مرتبة ترتيباً تصاعدياً): ٩٠ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٩ ، ١٠٠ أوجد كلا مما يلي:

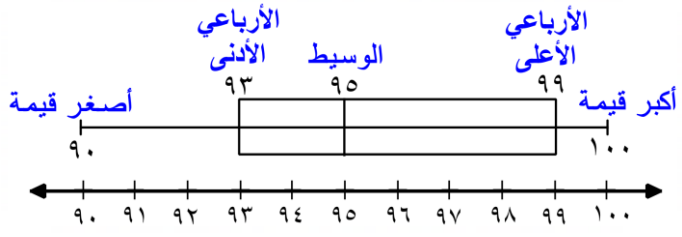
(أ) القيمة الصغرى للبيانات هي ٩٠ والقيمة الكبرى للبيانات هي ١٠٠

(ب) الأرباعي الأوسط (الوسيط) هو ٩٥

(ج) الأرباعي الأدنى هو ٩٣

(د) الأرباعي الأعلى هو ٩٩

(هـ) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لهذه المجموعة من البيانات



٤ - ٦ الترجيح والعدالة - الاحتمال

ترجيح حدث ما: هو نسبة عدد نواتج وقوع الحدث إلى عدد نواتج عدم وقوعه

$$\text{ترجيح حدث ما} = \frac{\text{عدد نواتج وقوع الحدث}}{\text{عدد نواتج عدم وقوع الحدث}}$$

احتمال وقوع حدث (أ):

$$\text{ل}(أ) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث أ}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}}$$

اللعبة التي يكون فيها عدد نواتج وقوع الحدث مساوياً لعدد نواتج عدم وقوعه تسمى: **لعبة عادلة** أي أن اللعبة التي يكون ترجيح الفوز فيها مساوياً لجميع اللاعبين (تكافؤ الفرص) تسمى: **لعبة عادلة.**

❖ أوجد ترجيح سحب قرص أزرق تحتوي على قرصين أزرقي اللون و ٥ أقراص حمراء اللون و ٤ أقراص بيضاء اللون.

عدد نواتج (سحب قرص أزرق) = ٢

عدد نواتج (عدم سحب قرص أزرق) = ٩

ترجيح (سحب قرص أزرق) = ٢ : ٩

$= \frac{٢}{٩}$

❖ أوجد ترجيح كل حدث مما يلي:

(أ) ظهور صورة عند رمي قطعة نقود معدني مرة واحدة.

ترجيح (ظهور الصورة) = ١ : ١

(ب) ظهور العدد (٢ أو ٥) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة.

ترجيح (ظهور ٢ أو ٥) $= \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

❖ ترمي نوف وحنان قطعة نقود معدنية. تفوز نوف بنقطة إذا ظهرت صورة، وتفوز حنان بنقطة إذا ظهرت كتابة.

ترجيح فوز نوف = $\frac{١}{١}$ ترجيح فوز حنان = $\frac{١}{١}$ ∴ اللعبة عادلة

❖ في تجربة إلقاء مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة، أكمل ما يلي:

(أ) عدد النواتج الممكنة = ٦

(ب) عدد نواتج الحدث أ (ظهور عدد فردي) = ٣

(ج) عدد نواتج الحدث ب(ظهور عامل من عوامل العدد ٦) = ٤

(د) ل(أ) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(هـ) ل(ب) = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

(و) ترجيح الحدث أ = $\frac{٣}{٣}$

(ز) ترجيح الحدث ب = $\frac{٤}{٢}$ = $\frac{٢}{١}$

❖ عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ إذا ظهر عدد زوجي تفوز منى بنقطة، وإذا ظهر عدد أولي تفوز أمل بنقطة، وإذا ظهر عدد يقبل القسمة على ٣ تفوز إيمان بنقطة.

ترجيح فوز منى = $\frac{٣}{٣}$ ترجيح فوز أمل = $\frac{٣}{٣}$ ترجيح فوز إيمان = $\frac{٢}{٤}$

∴ اللعبة غير عادلة

❖ إذا كان ترجيح حدث ما هو: ٧ : ١ ، فما هو احتمال وقوع هذا الحدث. $\frac{٧}{٨}$

❖ يحتوي صندوق على ٧ أقلام صفراء ، ٣ أقلام خضراء ، ٤ أقلام زرقاء. إذا تم اختيار قلم واحد عشوائياً، فأوجد كلا مما يلي:

مهمة

(أ) ل(أزرق): $\frac{٤}{١٤} = \frac{٢}{٧}$

(ب) ل(أصفر): $\frac{٧}{١٤} = \frac{١}{٢}$

(ج) ل(ليس أخضر): $\frac{١١}{١٤}$

(د) ل(أحمر): صفر

❖ يمارس ٢٥ متعلماً في الصف التاسع رياضيات مختلفة، منهم ١٠ يمارسون رياضة كرة السلة فقط، ٨ يمارسون رياضة كرة القدم فقط الباقون يمارسون رياضة الجري فقط. اختير متعلماً عشوائياً ما احتمال أن يكون هذا المتعلم:

مهمة

(أ) يمارس كرة السلة: $\frac{١٠}{٢٥} = \frac{٢}{٥}$

(ب) لا يمارس رياضة الجري: $\frac{١٨}{٢٥}$

(ج) ممارساً كرة القدم أو رياضة الجري: $\frac{١٥}{٢٥} = \frac{٣}{٥}$

❖ يحتوي كيس على ٦ كرات زرقاء و٣ كرات خضراء و٥ كرات حمراء وكرة واحدة بيضاء.

سحبت كرة واحدة عشوائياً. أوجد كلاً مما يلي:

مهمة

(أ) ل(زرقاء): $\frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

(ب) ل(بيضاء): $\frac{١}{١٥}$

(ج) ل(ليست خضراء): $\frac{١٢}{١٥} = \frac{٤}{٥}$

(د) ترجيح(سحب كرة زرقاء): $\frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

(هـ) ترجيح(سحب كرة حمراء): $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

❖ يحوي صندوق بطاقات متماثلة مرقمة م ١ إلى ١٠ ، إذا سحبت بطاقة عشوائياً، فأوجد كلاً مما يلي:

(أ) ل(ظهور عدد أولي): $\frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

(ب) ل(ظهور عامل من عوامل العدد ٤): $\frac{٣}{١٠}$

(ج) ترجيح(ظهور عامل من عوامل العدد ٤): $\frac{٣}{٧}$ = ٣ : ٧

(د) ترجيح(ظهور عدد زوجي): $\frac{٥}{٥}$ = ٥ : ٥

(هـ) ترجيح(ظهور العدد ١٠): $\frac{١}{٩}$ = ١ : ٩

❖ أوجد ترجيح كل حدث مما يلي:

(أ) (ظهور كتابة) عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة ف = {ص ، ك}

ترجيح (ظهور كتابة) = $\frac{١}{١}$ = ١ : ١

(ب) الحصول على (عدد أكبر من أو يساوي ٢) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة

ترجيح = $\frac{٥}{١}$ أو ٥ : ١

(ج) (سحب كرة خضراء) من حقيبة تحتوي على ٤كرات خضراء و٣كرات حمراء

ترجيح (سحب كرة خضراء) = $\frac{٤}{٣}$ أو ٤ : ٣

❖ أوجد ترجيح الفوز في كل حالة، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم لا:

(أ) عند رمي قطعة نقود معدنية، يحصل سالم على نقطة إذا ظهرت صورة ويحصل سعود على نقطة إذا ظهرت كتابة.

ترجيح فوز سالم = $\frac{١}{١}$ = ١ : ١ ، ترجيح فوز سعود = $\frac{١}{١}$ = ١ : ١

اللعبة عادلة لأن فرص الفوز متساوية

(ب) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ ، تحصل حصة على نقطة إذا ظهر العدد ١ وتحصل عبير على نقطة إذا ظهر العدد (٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥) وتحصل هدى على نقطة إذا ظهر ٦

ترجيح (حصة) = $\frac{١}{٥}$ = ١ : ٥

ترجيح (عبير) = $\frac{٤}{٢}$ = ٤ : ٢

ترجيح (هدى) = $\frac{١}{٥}$ = ١ : ٥

اللعبة غير عادلة لأن الترجيحات مختلفة (غير متساوي)

❖ يحوي صندوق بطاقات متماثلة مرقمة م ١ إلى ١٠ ، إذا سحبت بطاقة عشوائياً، فأوجد كلاً مما يلي:

(أ) ل(ظهور عدد أولي): $\frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

(ب) ل(ظهور عامل من عوامل العدد ٤): $\frac{٣}{١٠}$

(ج) ترجيح(ظهور عامل من عوامل العدد ٤): $\frac{٣}{٧}$ = ٣ : ٧

(د) ترجيح(ظهور عدد زوجي): $\frac{٥}{٥}$ = ٥ : ٥

(هـ) ترجيح(ظهور العدد ١٠): $\frac{١}{٩}$ = ١ : ٩

❖ إذا كان ترجيح حدث ما هو ٤ : ٧ ، أوجد احتمال وقوع الحدث

∵ عدد نواتج وقوع الحدث = ٤ك

∵ عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ٧ك

∵ عدد النواتج الممكنة = ٤ك + ٧ك = ١١ك

∴ احتمال وقوع هذا الحدث = $\frac{٤ ك}{١١ ك} = \frac{٤}{١١}$

❖ إذا كان ترجيح حدث ما هو ٣ : ١٠ ، أوجد احتمال وقوع هذا الحدث

عدد نواتج وقوع الحدث = ٣ك

عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ١٠ك

عدد النواتج الممكنة = ٣ك + ١٠ك = ١٣ك

احتمال وقوع الحدث = $\frac{٣ ك}{١٣ ك} = \frac{٣}{١٣}$

تقويم الوحدة التعليمية الرابعة

أولاً: البنود المقالية:

(١) أكمل كلاً مما يلي:

(أ) أ (٣ ، -٤) د(و ، ٩٠°) أ′(٤ ، ٣)

(ب) أ (٣ ، -٤) د(و ، −٩٠°) أ′(-٤ ، -٣)

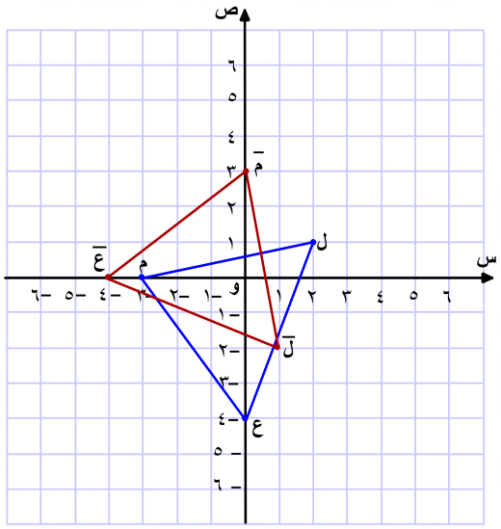
(ج) أ (٣ ، -٤) د(و ، ١٨٠°) أ′(-٣ ، ٤)

(د) أ (-٣ ، ٥) ت(و ، ٤) أ′(-١٢ ، ٢٠)

(هـ) أ (٠ ، -١٠) $ت\left(و ، \frac{١}{٥}\right)$ أ′(٠ ، -٢)

---

(٢) ارسم المثلث ع م ل الذي رؤوسه: ع(٠ ، -٤) ، م(-٣ ، ٠) ، ل(٢ ، ١)، ثم ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ٢٧٠° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.



ع(٠ ، -٤) د(و ، ٢٧٠°) ع′(-٤ ، ٠)

م(-٣ ، ٠) د(و ، ٢٧٠°) م′(٠ ، ٣)

ل(٢ ، ١) د(و ، ٢٧٠°) ل′(١ ، -٢)

---

(٣) ليكن ت(و ، م) تكبيراً حيث (و) نقطة الأصل، ب ⟵ ب′ ، جـ ⟵ جـ′ .
أوجد معامل التكبير أو التصغير (م) في كل من الحالات الآتية:

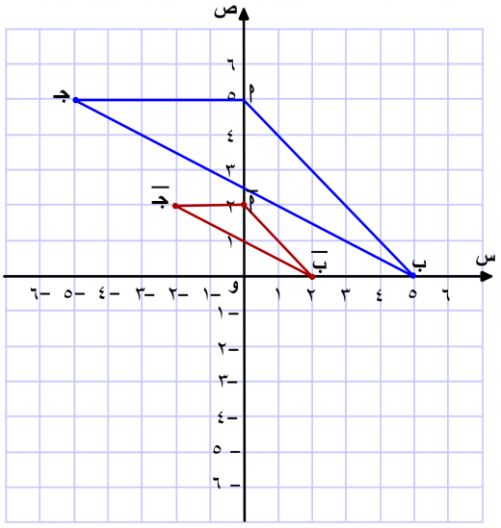
(أ) ب(٤ ، ٨) ، ب′(١ ، ٢)

$م = \frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$

(ب) ب جـ = ٣سم ، ب′جـ′ = ٢٧سم

$م = \frac{٢٧}{٣} = \frac{٩}{١} = ٩$

(٤) ارسم Δ ا ب جـ الذي رؤوسه هي: ا (٠ ، ٥) ، ب(٥ ، ٠) ، جـ(-٥ ، ٥)، ثم ارسم صورته بتكبير ت$\left(و ، \frac{٢}{٥}\right)$



ا(٠ ، ٥) ت$\left(و ، \frac{٢}{٥}\right)$ ا'(٠ ، ٢)

ب(٥ ، ٠) ت$\left(و ، \frac{٢}{٥}\right)$ ب'(٢ ، ٠)

جـ(-٥ ، ٥) ت$\left(و ، \frac{٢}{٥}\right)$ جـ'(-٢ ، ٢)

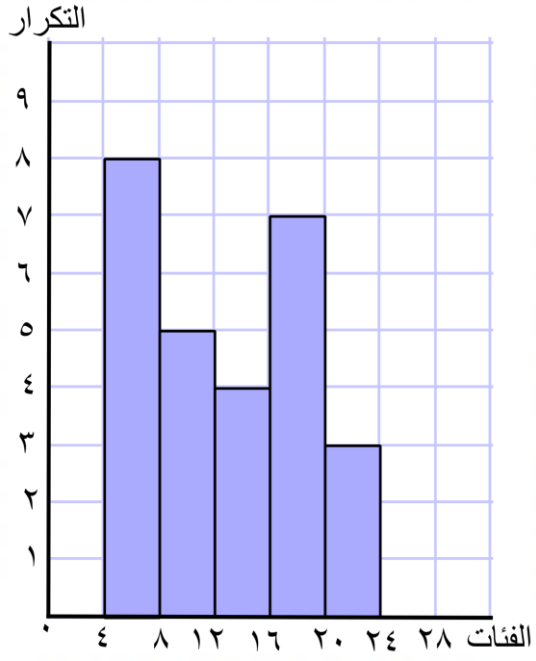
---

(٥) من الجدول التكراري الآتي:

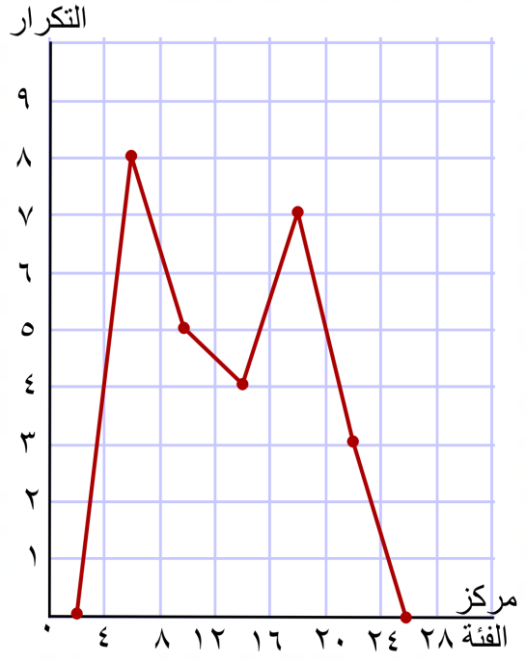
الفئة	-٤	-٨	-١٢	-١٦	-٢٠
التكرار	٨	٥	٤	٧	٣
مركز الفئة	٦	١٠	١٤	١٨	٢٢

(أ) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات.

(ب) مثل البيانات السابقة بمدرج تكراري.



(ج) مثل البيانات السابقة بمضلع تكراري.

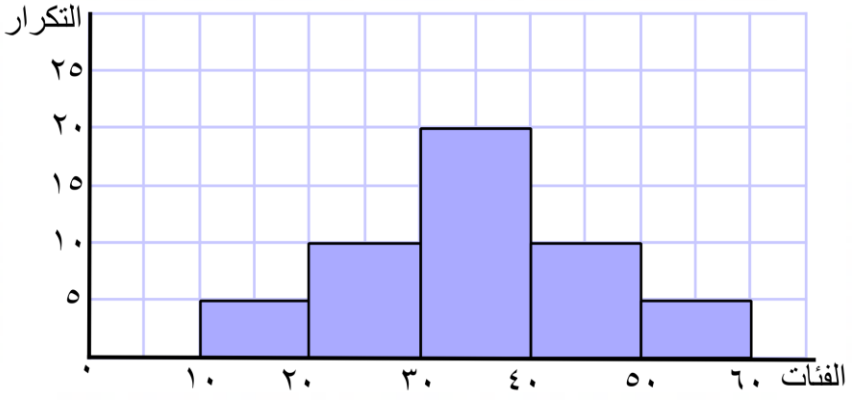


(٦) من الجدول التكراري الآتي:

الفئة	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠
التكرار	٥	١٠	٢٠	١٠	٥
مركز الفئة	١٥	٢٥	٣٥	٤٥	٥٥

(أ) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات.

(ب) مثل البيانات السابقة بمدرج تكراري.

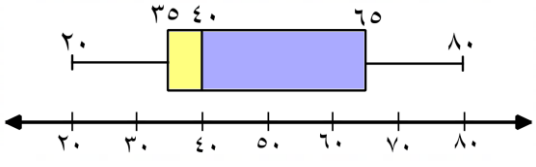


(ج) مثل البيانات السابقة بمضلع تكراري.



---

(٧) يبين مخطط الصندوق ذي العارضتين مجموعة من البيانات، أوجد كلاً مما يلي:



(أ) المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

= ٨٠ – ٢٠ = ٦٠

(ب) الوسيط = ٤٠

(ج) الأرباعي الأدنى = ٣٥

(د) الأرباعي الأعلى = ٦٥

(٨) جاءت أوزان عدد من متعلمي الصف التاسع بالكيلوجرام كما يلي:

٦٥ ، ٥٧ ، ٥٩ ، ٦١ ، ٥٠ ، ٦٧ ، ٦٤ ، ٦٦ ، ٦٠ ، ٦٣ ، ٦٩

الترتيب: ٥٠ ، ٥٧ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٩

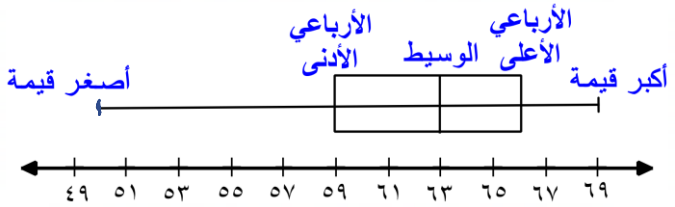
أوجد كلاً من:

(أ) الوسيط = ٦٣

(ب) الأرباعي الأدنى = ٥٩

(ج) الأرباعي الأعلى = ٦٦

(د) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.



---

(٩) أوجد احتمال وقوع الأحداث التي ترجيحها كالآتي:

(أ) ١ : ٧

احتمال (الحدث) = $\frac{١}{٨}$

(ب) ٦ : ٥

احتمال (الحدث) = $\frac{٦}{١١}$

---

(١٠) يحتوي كيس على ٨ كرات زرقاء و٣ كرات خضراء و٤ كرات حمراء وكرة واحدة بيضاء. سحبت كرة واحدة عشوائياً.

أوجد كلاً مما يلي:

(أ) ل(زرقاء) = $\frac{٨}{١٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(ب) ل(بيضاء) = $\frac{١}{١٦}$

(ج) ل(ليست خضراء) = $\frac{٨+٤+١}{١٦}$ = $\frac{١٣}{١٦}$

(د) ترجيح(سحب كرة زرقاء) = $\frac{٨}{٨}$ = $\frac{١}{١}$ = ١ : ١

(هـ) ترجيح(سحب كرة حمراء) = $\frac{٤}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$ = ١ : ٣