

Unit (4) Trigonometric Functions

الوحدة (4) الدوال المثلثية

Lesson 4 – 1 Right Triangle Trigonometry

الدرس 4 – 1 حساب المثلثات قائمة الزوايا

- أ. إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة للمثلثات القائمة الزاوية
 ب. حل المثلثات القائمة الزاوية.

نواتج التعلم

منصة ألف								
ألف ALEF EDUCATION للتعليم								
النسب المثلثية	الدوال المثلثية	جيب الزاوية	جيب تمام	ظل الزاوية	قاطع تمام	قاطع تمام	ظل تمام	مقلوب الدوال المثلثية
Trigonometric ratios	Trigonometric functions	Sine	Cosine	Tangent	Cosecant	Secant	Cotangent	Reciprocal functions
الدوال المثلثية العكسية	معكوس الجيب	معكوس جيب تمام	معكوس ظل الزاوية	زاوية الارتفاع	زاوية الانخفاض	حل مثلث قائم الزاوية	Solve a Right Triangle	
Inverse Trigonometric functions	Inverse Sine	Inverse cosine	Inverse tangent	Angle of Elevation	Angle of depression			

المفردات الجديدة

45

44

الدروس:

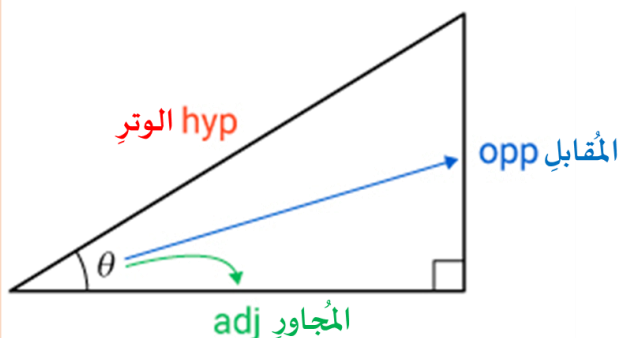
أولاً: قيم النسب المثلثية

تعريف الدوال الست المثلثية: في المثلث القائم الزاوية، تُشكل أطوال الأضلاع المُقابِلَة والمُجاوِرَة والوتر ست نسبٍ مُثلثية، والتي تُحدّد الدوال المثلثية الست بالنسبة إلى زاوية مرجعية حادة.

يُستخدم الحرف اليوناني ثيتا θ لتحديد زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية.

النسب المثلثية: النسب المُكوّنة من أضلاع مثلث قائم الزاوية (المُقابِل والمُجاوِر والوتر) بالنسبة إلى زاوية مرجعية، θ

المفهوم الأساسي النسب المثلثية

افترض أن θ زاوية حادة في مثلث قائم وبالتالي تكون النسب المثلثية الست لـ θ محددة على النحو الآتي:

$$\sin \theta = \frac{\text{المُقابِل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\csc \theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المُقابِل}} = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{المُجاوِر}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المُجاوِر}} = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{المُقابِل}}{\text{المُجاوِر}} = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{المُجاوِر}}{\text{المُقابِل}} = \frac{\text{adj}}{\text{opp}}$$

نصيحة دراسية

تذكر النسب المثلثية

طريقة التذكر

SOH-CAH-TOA هي الأكثر استخدامًا

لتذكر نسب cosine, sine و tangent.

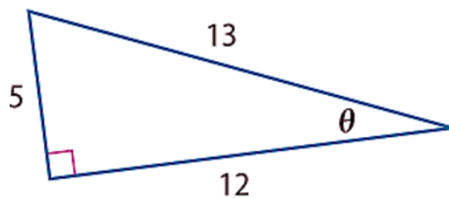
$$\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

تمارين صفحة 196 و 197

المثال (1) إيجاد قيم النسب المثلثية

أوجد قيم النسب المثلثية الست لـ θ .

1A)

$$\sin \theta =$$

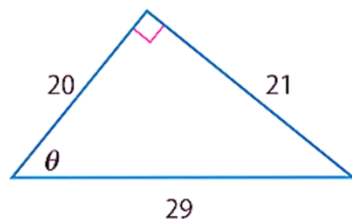
$$\csc \theta =$$

$$\cos \theta =$$

$$\sec \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$



1B)

$$\sin \theta =$$

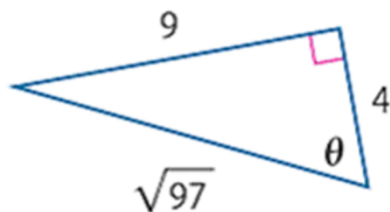
$$\csc \theta =$$

$$\cos \theta =$$

$$\sec \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$



1)

$$\sin \theta =$$

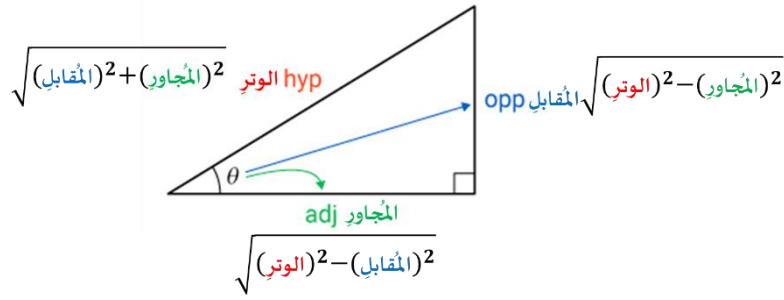
$$\csc \theta =$$

$$\cos \theta =$$

$$\sec \theta =$$

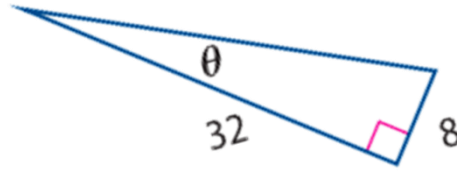
$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$



أوجد قيم النسب المثلثية الست لـ θ .

8)



$$\sin \theta =$$

$$\csc \theta =$$

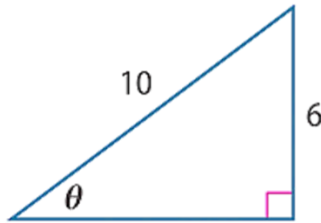
$$\cos \theta =$$

$$\sec \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$

7)



$$\sin \theta =$$

$$\csc \theta =$$

$$\cos \theta =$$

$$\sec \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$

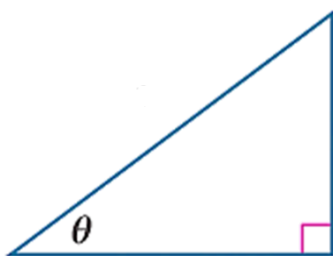
المثال (2) استخدام قيمة نسبة مثلثية ما لإيجاد قيم النسب المثلثية الأخرى

استخدم قيمة النسبة المثلثية المعطاة للزاوية الحادة θ لإيجاد القيم الدقيقة لقيم النسب المثلثية الخمس المتبقية لـ θ .

تمرين موجّه

2A)

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$



$$\sin \theta =$$

$$\csc \theta =$$

$$\cos \theta =$$

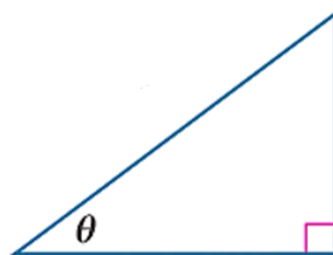
$$\sec \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$

12)

$$\sec \theta = 8$$



$$\sin \theta =$$

$$\csc \theta =$$

$$\cos \theta =$$

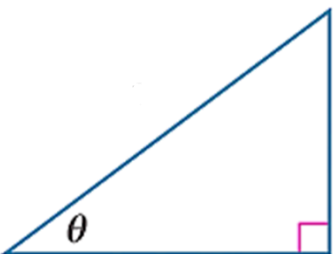
$$\sec \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$

15)

$$\cot \theta = 5$$



$$\sin \theta =$$

$$\csc \theta =$$

$$\cos \theta =$$

$$\sec \theta =$$

$$\tan \theta =$$

$$\cot \theta =$$

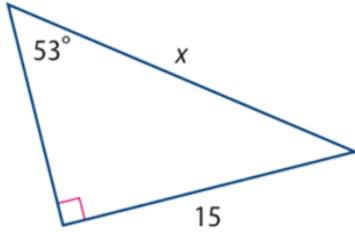
ثانياً: حل المثلثات قائمة الزاوية

يمكن استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع وقياسات زوايا المثلثات القائمة المجهولة.

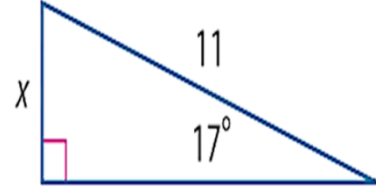
المثال (3) إيجاد طول الضلع المجهول

أوجد قيمة x . قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

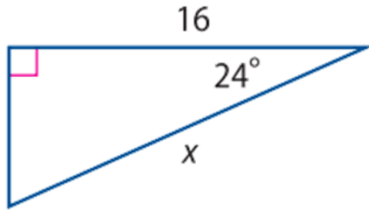
3A)



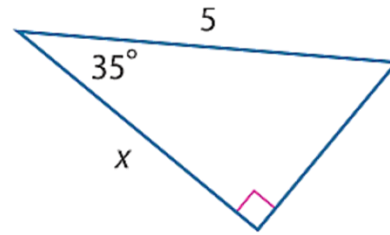
19)



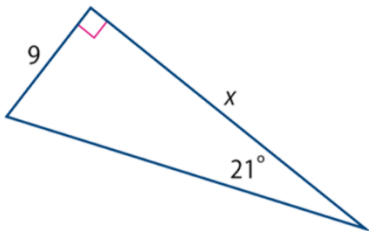
22)



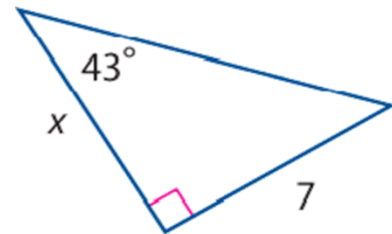
21)



3B)



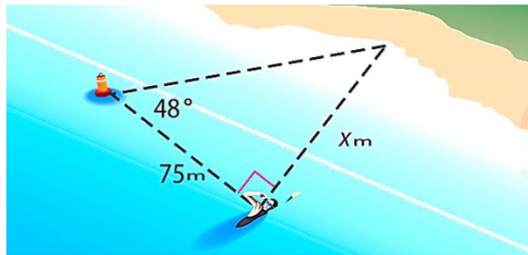
25)



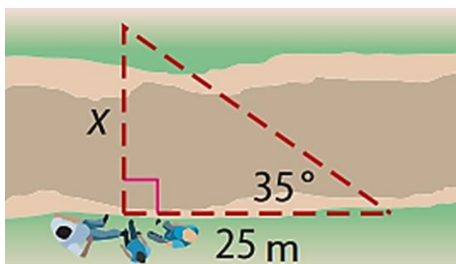
مثال (4) من الحياة اليومية إيجاد طول الضلع المجهول

تمرين موجه (4)

الألعاب الرياضية الثلاثية افترض أن متسابقا في الجزء الخاص بالسباحة من السباق عليه أن يسبح خلال المسار الممين جد المسافة التي يجب أن يسبحها المتسابق ليصل إلى الشاطئ.



(27) تسلق الجبال يجب أن يحدد فريق من المتسلقين عرض الوادي لتجهيز الأدوات اللازمة لعبوره. إذا سار المتسلقون 25m خلال الوادي من نقطة عبورهم، ونظروا إلى نقطة العبور من الجهة البعيدة للوادي بزاوية قدرها 35°، فكم يكون عرض الوادي؟



قراءة في الرياضيات

النسب المثلثية العكسية التعبير $\sin^{-1}x$ تتم قراءته كمعكوس $\sin x$.احرص ألا تخلط هذا الرمز بالرمز الخاص بالأسس السالبة: $\sin^{-1}x = \frac{1}{\sin x}$.

تعريف الدوال المثلثية العكسية

المفهوم الأساسي النسب المثلثية العكسية

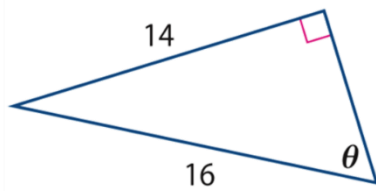
عندما تُعرف القيمة المثلثية للزاوية الحادة θ ، يُمكنك استخدام معكوس الدالة المثلثية (النسب المثلثية العكسية) المُقابلة لها لتحديد الزاوية.

مَعكوسِ الدالَّةِ المثلثيَّةِ	فإن	إذا كانت θ زاوية حادة
$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\text{المُقابل}}{\text{الوتر}}\right)$	$\theta = \sin^{-1}x$	$\sin\theta = x$
$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\text{المُجاور}}{\text{الوتر}}\right)$	$\theta = \cos^{-1}x$	$\cos\theta = x$
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\text{المُقابل}}{\text{المُجاور}}\right)$	$\theta = \tan^{-1}x$	$\tan\theta = x$

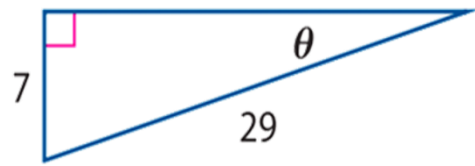
المثال (5) إيجاد قياس الزاوية المجهولة

استخدم النسب المثلثية لإيجاد قياس θ . قرب إلى أقرب درجة إن تطلب الأمر.

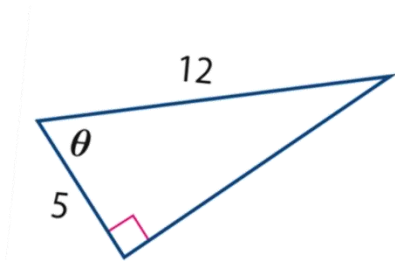
5A)



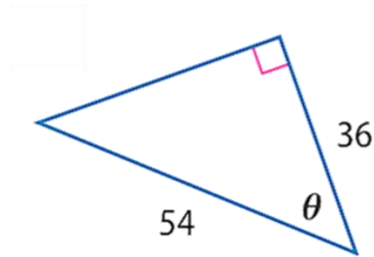
31)



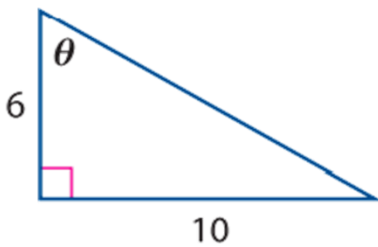
5B)



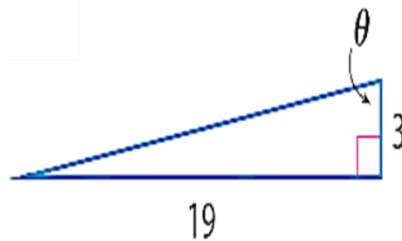
32)



25)



32)



يمكن استخدام النسب المثلثية ومعكوساتها من أجل حل مثلث قائم الزاوية ما يعني إيجاد قياسات جميع أضلاع وزوايا المثلث.

حلّ مثلث قائم الزاوية: إيجاد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع،

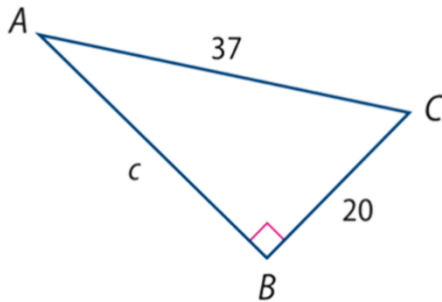
بالنظر إلى الزوايا وأطوال الأضلاع المعروفة في مثلث قائم الزاوية يمكن استخدام الدوال المثلثية، نظرية فيثاغورس، والزوايا المتتامّة.

المثال (8) حل مثلث قائم الزاوية.

حل كل مثلث. حوّل طول الضلع لأقرب جزء من عشرة، وحوّل قياس الزاوية إلى أقرب درجة.

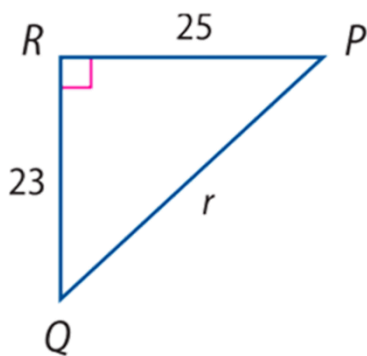
(1) قياسات جميع أطوال أضلاع المثلث

8A)



(2) قياسات جميع زوايا المثلث

49)



(1) قياسات جميع أطوال أضلاع المثلث

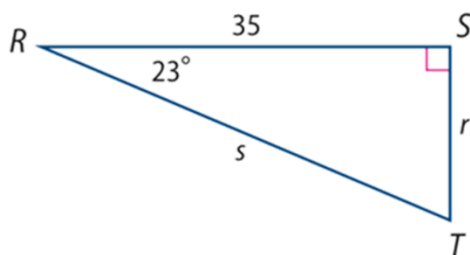
(2) قياسات جميع زوايا المثلث

المثال (8) حل مثلث قائم الزاوية.

حل كل مثلث. حوّل طول الضلع لأقرب جزء من عشرة، وحوّل قياس الزاوية إلى أقرب درجة.

(1) قياسات جميع زوايا المثلث

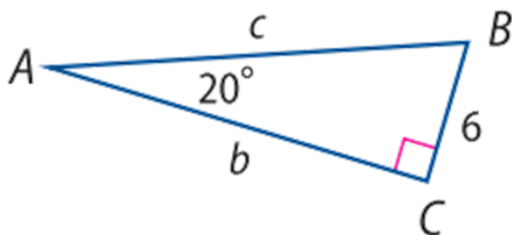
8B)



(2) قياسات جميع أطوال أضلاع المثلث

(1) قياسات جميع زوايا المثلث

47)



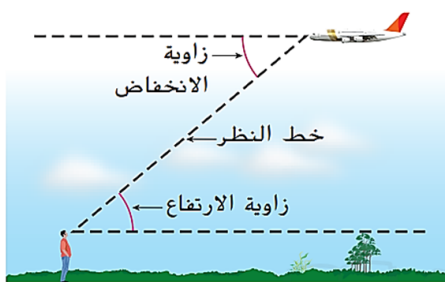
(2) قياسات جميع أطوال أضلاع المثلث

تستخدم بعض تطبيقات حساب المثلثات زاوية ارتفاع أو انخفاض

زاوية الارتفاع: هي زاوية يكونها خط أفقي وخط نظر المرء اقرب تجاه هدف أعلى منه

زاوية الانخفاض: هي زاوية يكونها خط أفقي وخط نظر المرء اقرب تجاه هدف أدنى منه

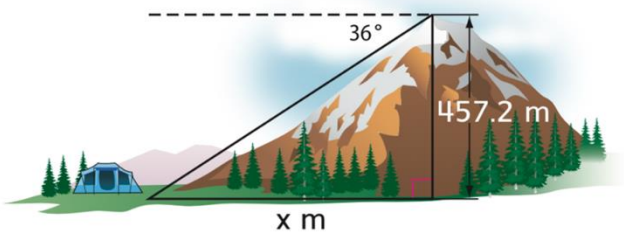
في الشكل تتطابق زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض لأنهما زاويتان داخليتان متبادلتان بين خطين متوازيين.



مثال (6) من الحياة اليومية استخدام زاوية الارتفاع

تمرين موجه (6)

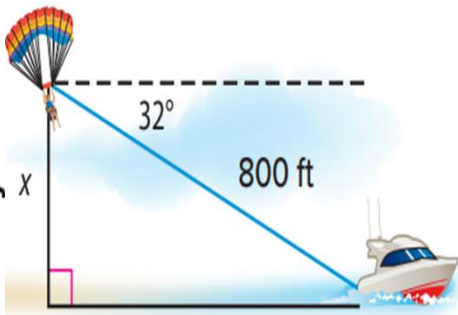
التخييم تسلقت مجموعة من المتسلقين قمة جبل تبلغ 457.2 متر خلال رحلتهم عندما ينظر المتسلقون للأسفل بزاوية انخفاض قدرها 36° . يمكنهم رؤية مخيمهم عن بعد. ما المسافة بين المخيم والمجموعة مُقَرَّباً الناتج لأقرب متر؟



(39) التزلج الهوائي قررت إيمان أن تجرب التزلج الهوائي، فتم ربطها بمظلة يجرها يخت.

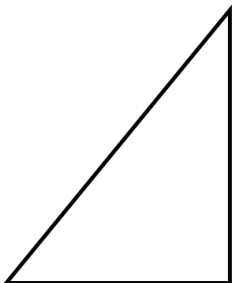
يربط مظلتها بالقارب حبل طوله $800m$ ، يتخذ أسفلها زاوية انخفاض قدرها 32° .

فكم كان ارتفاع إيمان فوق المياه؟



(41) قطار الملاهي على قطار ملاهي، يصعد المسار الذي يبلغ $114.3ft$ بزاوية ارتفاع قدرها 55° للقمة قبل أول وأعلى هبوط.

(a) ارسم مخططاً يمثل هذه الحالة.



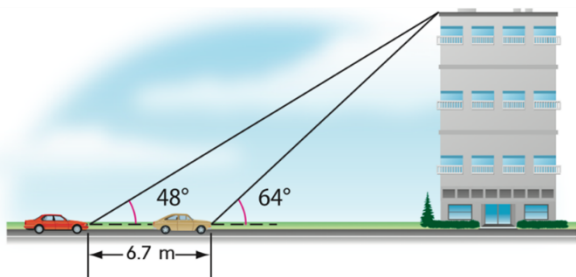
(b) حدد طول قطار الملاهي.

يمكن استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لمعرفة المسافات بين موقعين كما يمكن تعيين ارتفاع موضع ما إذا توفرت زاويتان معطتان من موضعي مراقبة مختلفين.

مثال (7) من الحياة اليومية استخدام زاويتي الارتفاع أو الانخفاض

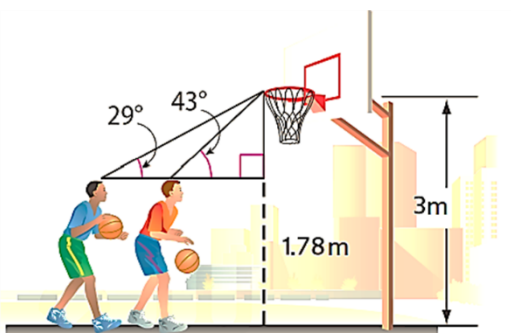
تمرين موجه (7)

مبان زاوية الارتفاع من السيارة لأعلى شقة بالمبنى هي 48° . إذا كانت زاوية الارتفاع من سيارة أخرى أمام السيارة الأولى مباشرة بمسافة 6.7 متراً هي 64° . فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟



(43) كرة السلة يبلغ طول كل من أحمد وعلي 1.78m . ينظر أحمد إلى مرمى كرة سلة ترتفع 3m

بزاوية ارتفاع قدرها 29° ، وينظر علي إلى المرمى بزاوية ارتفاع قدرها 43° . إذا كان علي يقف مباشرة أمام أحمد، فكم يبعد كلاهما عن الآخر؟

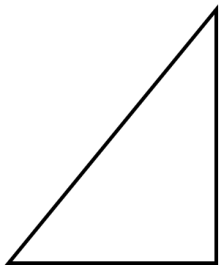


$$d = \frac{h}{\tan \theta_1} - \frac{h}{\tan \theta_2}$$

$$\theta_1 < \theta_2$$

- (45) المنارة تم رصد سفينتين من أعلى منارة طولها 47.5 قدماً. تقع السفينة الأولى في زاوية انخفاض قدرها 27° ،
والسفينة الثانية خلفها مباشرة في زاوية انخفاض قدرها 7° .

(a) ارسم مخططاً يمثل هذه الحالة.



(b) حدد المسافة بين السفينتين..

مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

- (84). تحليل الخطأ يعرف خالد ومحمد قيمة $\sin \theta = a$ وقد طلب منهما إيجاد قيمة $\csc \theta$.
يقول خالد إن هذا غير ممكن لكن محمد يخالفه الرأي. فهل أحدهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

The End
Thank
you