

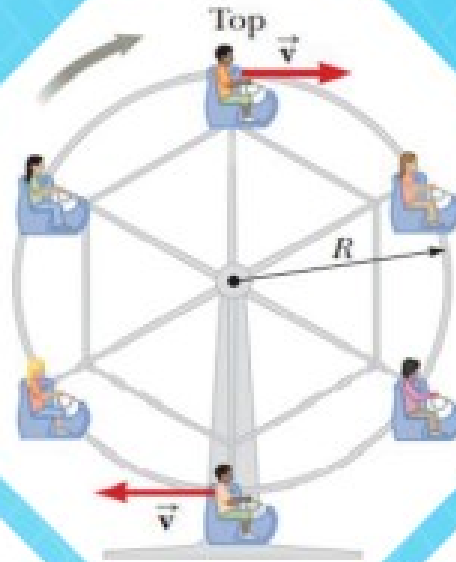
(نموذج إجابة)

المُيسّر في الفيزياء

الصف الحادي عشر
الكتاب الأول

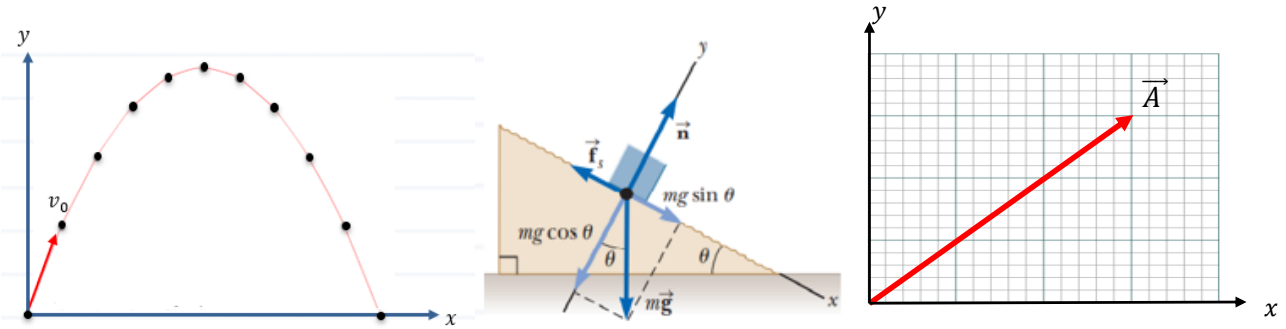
الفصل الدراسي الأول
2024 - 2025

إعداد معلم الفيزياء
محمد سعيد السكاف



الفصل الأول

حركة المقذوفات



الكميات العددية والكميات المتجهة

Vector and Scalar Quantities

الدرس 1-1

تقسم الكميات الفيزيائية إلى

كميات مشتقة

كميات أساسية

قارن بين الكميات الأساسية والكميات المشتقة كما في الجدول التالي

الكميات المشتقة	الكميات الأساسية	من حيث
هي كميات تشتق من كميات أخرى	هي كميات تعرف بذاتها ولا تشتق من كميات أخرى	التعريف
العجلة - السرعة - القوة	الطول - الكتلة - الزمن	أمثلة عليها

1. الكميات العددية والكميات المتجهة

تقسم الكميات الفيزيائية إلى

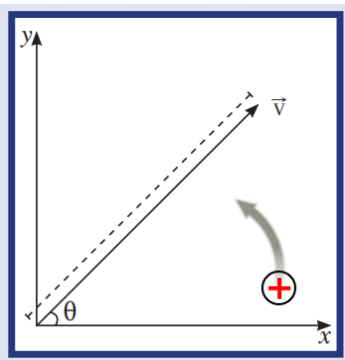
كميات متجهة

كميات عددية

قارن بين الكميات العددية (القياسية) والكميات المتجهة كما في الجدول التالي :

الكميات المتجهة	الكميات العددية	من حيث
الكميات التي تحتاج في تحديدها إلى الاتجاه الذي تأخذه بالإضافة إلى عدد يحدد مقدارها ووحدة قياس تميزها	الكميات التي يكفي لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة قياس تميز هذا المقدار	التعريف
الازاحة - السرعة المتجهة - العجلة	الكتلة - المسافة - الزمن	أمثلة عليها
جبر المتجهات	جبر الأعداد (الجبر الحسابي)	ماهي قواعد الجبر المعتمدة معها

ملاحظات :



1- تمثل الكميات المتجهة بسهم (شعاع) يظهر مقدار الكمية الممثلة واتجاهها

2- تكتب الكمية المتجهة بحرف يوضع فوقه سهم مثال $(\vec{V})$ لنميزه عن الكمية العددية

3- يحدد مقدار المتجه بعدد ووحدة قياس ويكتب بالشكل التالي $|\vec{V}|$

4- يحدد اتجاهه بالزاوية التي يصنعها مع محور الإسناد ويكون قياس الزاوية بدأ

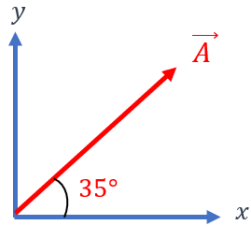
من الاتجاه الموجب لمحور السينات وبالعكس اتجاه دوران عقارب الساعة

5- يعبر عن الكمية المتجهة رياضيا كما يلي : $\vec{V} = (|\vec{V}|, \theta)$

من خلال المعلومات المدونة على الأشكال التالية عبر رياضيا عن المتجهات التالية:

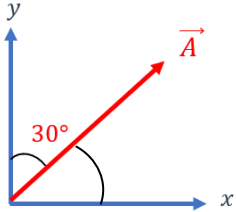
التمرين الأول: إذا علمت ان $|\vec{A}| = (6) \text{ units}$

$$\vec{A} = (6 \text{ units}, 35^\circ)$$



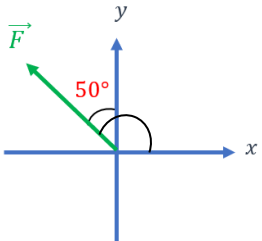
التمرين الثاني: إذا علمت ان $|\vec{A}| = (8) \text{ units}$

$$\vec{A} = (8 \text{ units}, 60^\circ)$$



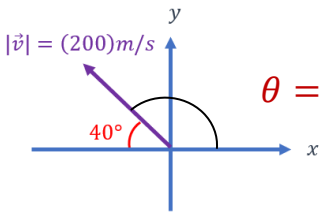
التمرين الثالث : إذا علمت ان $|\vec{F}| = 20 \text{ N}$

$$\vec{F} = (20 \text{ N}, 140^\circ)$$



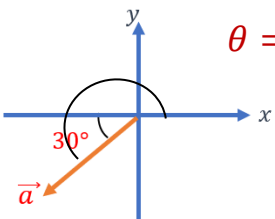
التمرين الرابع : إذا علمت ان $|\vec{v}| = 200 \text{ m/s}$

$$\vec{v} = (200 \text{ m/s}, 140^\circ)$$



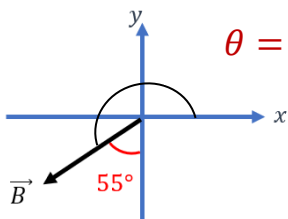
التمرين الخامس : إذا علمت ان $|\vec{a}| = 5 \text{ m/s}^2$

$$\vec{a} = (5 \text{ m/s}^2, 210^\circ)$$



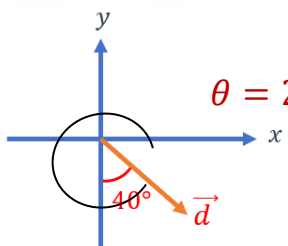
التمرين السادس: إذا علمت ان $|\vec{B}| = 5 \text{ units}$

$$\vec{B} = (5 \text{ units}, 215^\circ)$$



التدريب الثامن: إذا علمت ان $|\vec{d}| = 6 \text{ units}$

$$\vec{d} = (6 \text{ units}, 310^\circ)$$

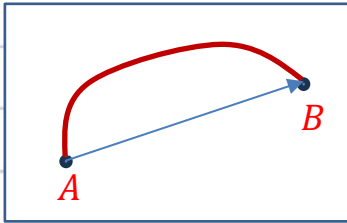


حل التمارين التالية:

1. إذا كانت سرعة الرياح الشمالية في نهار ما تساوي $(60)Km/h$ عبر رياضيا عن المتجه $\vec{v} = (60 Km/h, 90^\circ)$.
2. أثرت قوة $\vec{F} = (10N, 45^\circ)$ في جسم كتلته $(2.5) kg$ عبر عن متجه العجلة رياضيا $\vec{a} = (4m/s^2, 45^\circ)$.
 $a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2.5} = 4m/s^2$
3. إذا كان جسم يخضع لقوة $(20N)$ باتجاه الشمال عبر عن المتجه رياضيا $\vec{F} = (20N, 90^\circ)$.
4. قوة تؤثر على صندوق خشبي مقدارها $(5) N$ تدفعه إلى الغرب مثل متجه القوة رياضيا $\vec{F} = (5 N, 180^\circ)$.

1-1 الكميات المتجهة

تخضع الكميات المتجهة عند إجراء العمليات (الجمع - الطرح - الضرب) إلى جبر المتجهات



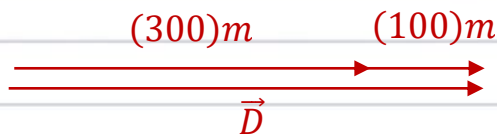
أ- **الازاحة:** هي المسافة الأقصر بين نقطة بداية الحركة ونقطة نهاية الحركة وباتجاه من نقطة البداية إلى نقطة النهاية

قارن بين الازاحة والمسافة كما في الجدول التالي:

المسافة	الازاحة	
طول المسار الذي يقطعه الجسم من بداية الحركة حتى نهايتها	المسافة الأقصر بين نقطة بداية الحركة ونقطة نهاية الحركة وباتجاه من نقطة البداية إلى نقطة النهاية	التعريف
عددية	متجهة	نوع الكمية

سؤال: احسب كلا من المسافة المقطوعة والازاحة الحادثة للجسم في الحالات التالية

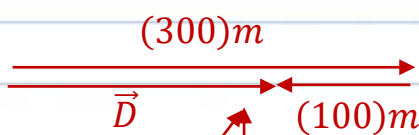
التطبيق الأول: تحرك جسم مسافة $(300)m$ شرقا ثم تحرك $(100)m$ بنفس الاتجاه



$$d = 300 + 100 = 400m$$

$$D = 300 + 100 = 400m. \therefore \vec{D} = 400m \text{ شرقا}$$

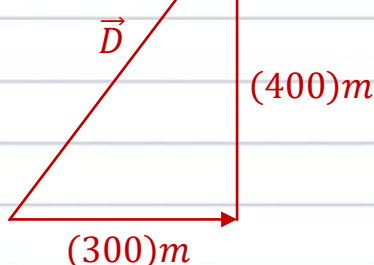
التطبيق الثاني: تحرك جسم مسافة $(300)m$ شرقا ثم تحرك $(100)m$ غربا



$$d = 300 + 100 = 400m$$

$$D = 300 - 100 = 200m. \therefore \vec{D} = 200m \text{ شرقا}$$

التطبيق الثالث: تحرك جسم مسافة $(300)m$ شرقا ثم تحرك $(400)m$ شمالا



$$d = 300 + 400 = 700m$$

$$D = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500m. \therefore \vec{D} = 500m \text{ شمال الشرق}$$

ملاحظات : إذا انطبقت بداية الحركة على نهايتها فإن الازاحة تساوي الصفر

وتتساوى الازاحة مع المسافة إذا تحرك الجسم بخط مستقيم وباتجاه واحد

(ب) السرعة المتجهة

قارن بين السرعة المتجهة والسرعة العددية كما في الجدول التالي:

السرعة العددية	السرعة المتجهة	
المسافة المقطوعة خلال وحدة الزمن	السرعة العددية باتجاه محدد	التعريف
عددية	متجهة	نوع الكمية
بالمقدار فقط	بالمقدار والاتجاه	كيف يعبر عنها

2. خصائص المتجهات

1-2 التساوي

يكون المتجهان متساويان عندما يشتركان بالاتجاه ويكون لهما نفس المقدار

2-2 النقل

سؤال: عدد عناصر المتجه :

- 1- المقدار
- 2- الاتجاه
- 3- نقطة التأثير

تقسم المتجهات

المتجهات المقيدة

المتجهات الحرة

ملاحظة : من الخواص الهندسية المهمة لبعض المتجهات هي خاصية النقل حيث يمكن نقل المتجه الحر من مكان

لآخر بشرط المحافظة على المقدار والاتجاه

قارن بين المتجهات الحرة والمتجهات المقيدة كما في الجدول التالي:

المتجهات المقيدة	المتجهات الحرة	من حيث
هي متجهات مقيدة بنقطة تأثير	هي متجهات يلزم لتحديد المقدار والاتجاه فقط ويمكن نقلها من مكان لآخر	التعريف
القوة	الازاحة - السرعة المتجهة	أمثلة عليها
لا يمكن	يمكن	إمكانية النقل

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما :

1- يمكن نقل متجه الازاحة ولا يمكن نقل متجه القوة

لأن الازاحة متجه حر والقوة متجه مقيد

2- تعتبر الازاحة متجه حر والقوة متجه مقيد

لأن له مقدار واتجاه فقط وغير مقيد بنقطة تأثير كالقوة فيمكن نقل الازاحة من مكان لآخر

قارن بين متجهي القوة والازاحة كما في الجدول التالي:

من حيث	الازاحة	القوة
نوع المتجه	حر	مقيد
عناصره كمتجه	المقدار - الاتجاه	المقدار - الاتجاه - نقطة تأثير
إمكانية النقل	يمكن	لا يمكن

2-3 جمع المتجهات (تركيب المتجهات)

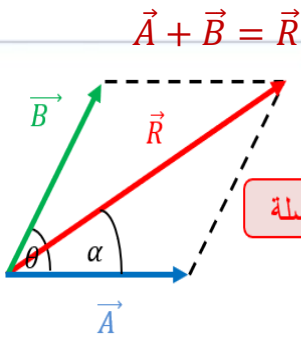
ملاحظة: بما أن للمتجهات مقدار واتجاه فهي تحتاج إلى عملية جبر المتجهات.

جمع المتجهات: هي يتم فيها الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد.

ملاحظة: لا يمكن إيجاد محصلة متجهين إلا إذا كانا يعملان على جسم واحد

ج - جمع المتجهات الغير متوازية والغير متعامدة

ب- بالطريقة الحسابية:



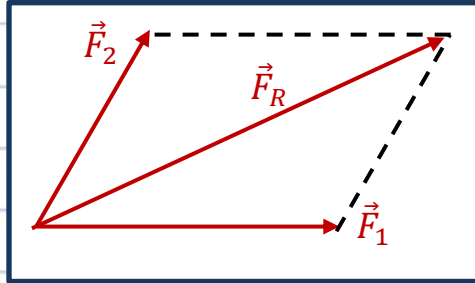
المقدار

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta)}$$

المحصلة

الاتجاه

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{B \sin \theta}{R}\right)$$



مثال: : تؤثر قوتان $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ في جسم فاذا كانت $(F_1 = 20 \text{ N})$ و

$(F_2 = 15 \text{ N})$ وتحصران بينهما زاوية (60°) اوجد مقدار واتجاه

المحصلة :

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}.$$

$$F_R = \sqrt{(20)^2 + (15)^2 + 2 \times 20 \times 15 \cos 60} = 30.41 \text{ N}.$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{F_2 \sin \theta}{F_R}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{15 \sin 60}{30.41}\right) = 25.28^\circ.$$

تدريب: متجهان متلاقيتان في نقطة مقدارهما $(A = 4 \text{ units})$ و $(B = 3 \text{ units})$ أوجد مقدار المحصلة في

الحالات التالية ثم أملأ الجدول التالي :

θ	0°	30°	60°	90°	120°	180°
$R(\text{units})$	7	6.7	6.08	5	3.6	1

بعد ملء الجدول نلاحظ أن

1- مقدار محصلة المتجهين متغير بالرغم من ثبات مقداري المتجهين

2- كلما زادت الزاوية المحصورة بين المتجهين تقل مقدار المحصلة

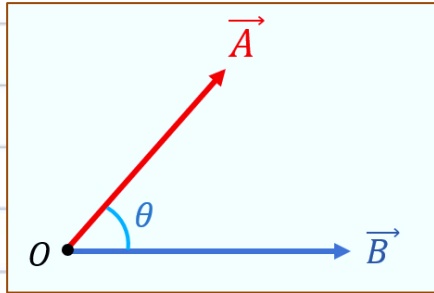
3- أكبر قيمة لمحصلة المتجهين عندما كانا باتجاه واحد أي $(\theta = 0)$

4- أصغر قيمة لمحصلة المتجهين عندما كانا باتجاهين متعاكسين أي $(\theta = 180^\circ)$

5- قيمة محصلة متجهين تقع في المجال التالي $(|A - B| \leq R \leq A + B)$

تمرين: تؤثر قوتان مقدارهما على الترتيب $|\vec{F}_1| = 6\text{ N}$, $|\vec{F}_2| = 10\text{ N}$ في جسم المطلوب أوجد أكبر مقدار $F_{Rmax} = 10 + 6 = 16\text{ N}$.
و أصغر مقدار لمحصلة القوتين :

$$F_{Rmin} = 10 - 6 = 4\text{ N}.$$



سؤال: متجهان $(\vec{A}, \vec{B})$ متلاقيان في مستوى عند النقطة (O) يحصران بينهما زاوية (θ) كما في الشكل المجاور ماذا سيحدث لكل من مقدار واتجاه المحصلة عند زيادة مقدار الزاوية المحصورة بين المتجهين حتى (180°) الحدث: تقل حتى تصبح أقل ما يمكن و يتغير اتجاه المحصلة التفسير: لأنه كلما زادت الزاوية يقل $\cos \theta$

عدد العوامل التي تتوقف عليها محصلة أي متجهين

1- مقدار كلا من المتجهين

2- الزاوية المحصورة بين المتجهين

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما:

1- بالرغم من عدم تغير مقادري متجهين إلا أن محصلتهما تتغير

لأن المحصلة تتوقف على الزاوية بين المتجهين

2- أكبر قيمة لمحصلة متجهين عندما تكون الزاوية بينهما صفر (المتجهان بنفس الاتجاه)

لأن $\cos 0 = 1$ وهذه أكبر قيمة له (لأن المحصلة هنا تساوي حاصل الجمع العددي للمتجهين)

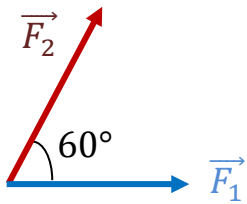
3- أصغر قيمة لمحصلة متجهين عندما تكون الزاوية بينهما (180°) (المتجهان متعاكسان بالاتجاه)

لأن $\cos 180 = -1$ وهذه أصغر قيمة له (لأن المحصلة هنا تساوي حاصل الطرح العددي للمتجهين)

4- لا يمكن لقيمة محصلة متجهين أن تكون أكبر من مجموعهما

لأن أكبر قيمة ل $\cos \theta$ هي الواحد

حل المسائل التالية



المسألة الأولى: تؤثر قوتان $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ في جسم فاذا كانت $(F_1 = 16\text{ N})$ و $(F_2 = 12\text{ N})$ وتحصران بينهما زاوية (60) اوجد مقدار واتجاه المحصلة :

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}.$$

$$F_R = \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + 2 \times 16 \times 12 \cos 60} = 24.33\text{ N}.$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{F_2 \sin \theta}{F_R} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{12 \sin 60}{24.33} \right) = 25.28^\circ.$$

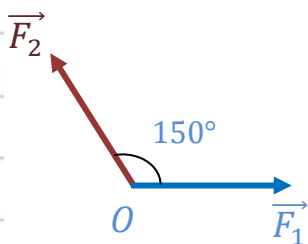
المسألة الثانية: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ قوتان متلاقيتان وفي مستوى واحد تؤثران على النقطة (O) احسب مقدار محصلة القوتين واتجاهها علما أن مقداريهما $(F_1 = 8\text{ N})$ و $(F_2 = 6\text{ N})$ ويحصران بينهما زاوية (150°)

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

$$F_R = \sqrt{(8)^2 + (6)^2 + 2 \times 8 \times 6 \cos 150} = 4.1\text{ N}.$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{F_2 \sin \theta}{F_R} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{6 \sin 150}{4.1} \right) = 47.02^\circ.$$

$$\vec{F}_R = (4.1\text{ N}, 47.02^\circ)$$

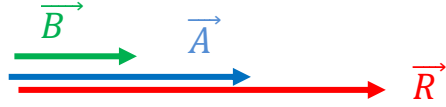


حالات خاصة

المتجهان متوازيان

باتجاه واحد

$$\theta = 0^\circ$$



المقدار

$$R = A + B$$

الاتجاه

باتجاه المتجهين

باتجاهين متعاكسين

$$\theta = 180^\circ$$



المقدار

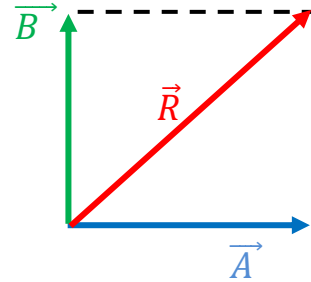
$$R = |A - B|$$

الاتجاه

باتجاه المتجه الأكبر

المتجهان متعامدان

$$\theta = 90^\circ$$



المقدار

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

الاتجاه

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

حل المسائل التالية :

المسألة الأولى : طائرة تطير بسرعة 100 km/h بالنسبة إلى الهواء المحيط بها باتجاه الشمال وافترضنا أن رياحا تهب من جهة الذيل باتجاه الشمال أيضا بسرعة 20 km/h أحسب:

1- السرعة المحصلة بالنسبة للأرض

$$\cdot v_R = v_1 + v_2 = 100 + 20 = 120 \text{ Km/h}$$

2- سرعة الطائرة إذا استدارت على شكل حرف U وتحركت بالاتجاه المعاكس

$$\cdot v_R = v_1 - v_2 = 100 - 20 = 80 \text{ Km/h}$$

3- سرعة الطائرة إذا استدارت بزاوية (90°) بالنسبة لاتجاه الرياح

$$\cdot v_R = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2} = \sqrt{(100)^2 + (20)^2} \approx 102 \text{ Km/h}$$

4- فسر فيزيائيا لماذا رغم عدم تغير سرعة محرك الطائرة إلا أن سرعة تحليقها بالنسبة للأرض تتغير

لأن سرعة تحليق الطائرة هي محصلة سرعتين هما سرعتها وسرعة الرياح التي تهب عليها

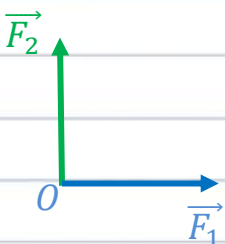
المسألة الثانية : $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ قوتان متعامدتان وفي مستوى واحد تؤثران على النقطة (O)

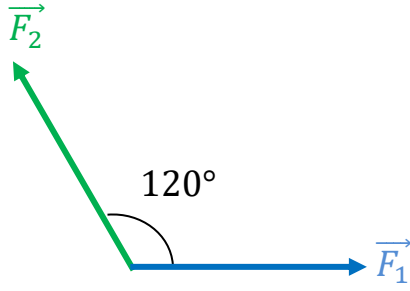
احسب مقدار محصلة القوتين واتجاهها علما أن مقداريهما $(F_1 = 30 \text{ N})$ و $(F_2 = 40 \text{ N})$

ثم عبر عن المحصلة رياضيا إذا علمت أن القوة الأولى باتجاه الموجب للمحور الأفقي

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ N}$$

$$\vec{F}_R = (50 \text{ N}, 53^\circ) \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_2}{F_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40}{30}\right) = 53.13^\circ.$$





المسألة الثالثة : $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ متجهان متلاقيان في النقطة O ويقعان في مستوى واحد مقداريهما $(F_1 = 20 \text{ N})$ و $(F_2 = 20 \text{ N})$ والزاوية المحصورة بينهما (120°) أحسب مقدار المحصلة

$$F_R = \sqrt{(20)^2 + (20)^2 + 2 \times 20 \times 20 \cos 120} = 20 \text{ N.}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{F_2 \sin \theta}{F_R} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{20 \sin 120}{20} \right) = 60^\circ$$

ملاحظة : يتساوى الجمع الاتجاهي لمتجهين مع حاصل الجمع العددي لمقدار

المتجهين عندما يكون المتجهين باتجاه واحد أي $(\theta = 0)$ ويكون في هذه الحالة : $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = v_1 + v_2$

حالات خاصة جدا : إذا كانت المتجهان متساويان بالمقدار $(A = B)$

$(\theta = 0)$	$(\theta = 120)$	$(\theta = 180)$	
$R = 2B = 2A$	$R = B = A$	صفر	المحصلة (R)

سؤال: متجهان $(\vec{A}, \vec{B})$ متلاقيان في مستوى عند النقطة (O) متساويان بالمقدار ومقدار كلا منهما (10 units)

أوجد مقدار محصلة المتجهين في الحالات التالية

1- المتجهان باتجاه واحد

$$. R = 2A = 2 \times 10 = 20 \text{ Units}$$

2- المتجهان متعاكسان بالاتجاه

$$. R = 0$$

3- المتجهان متعامدان

$$. R = \sqrt{2A^2} = \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2} \text{ Units}$$

4- المتجهان يحصران بينهما زاوية (120°)

$$. R = A = 20 \text{ Units}$$

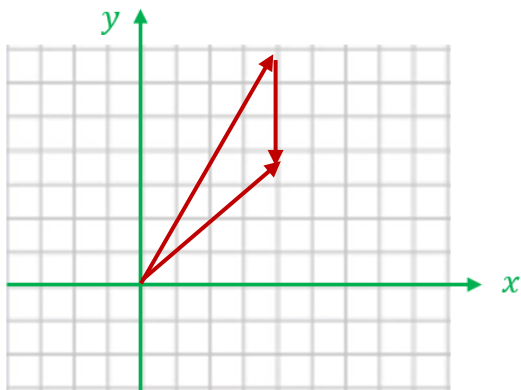


سؤال: متجهان متساويان بالمقدار ومتلاقيان في مستوى عند النقطة (O) وباتجاه واحد

ماذا سيحدث لمقدار المحصلة عند عكس اتجاه أحد المتجهين

الحدث: المحصلة تصبح صفرا

ملاحظة بعض المتجهات تتصل رأسا بذييل



مثال (4) : تحرك قارب الصيد من المرفأ ليقطع مسافة (10 Km)

باتجاه 30° شرق الشمال ثم (4 Km) إلى الجنوب المطلوب: مستخدما

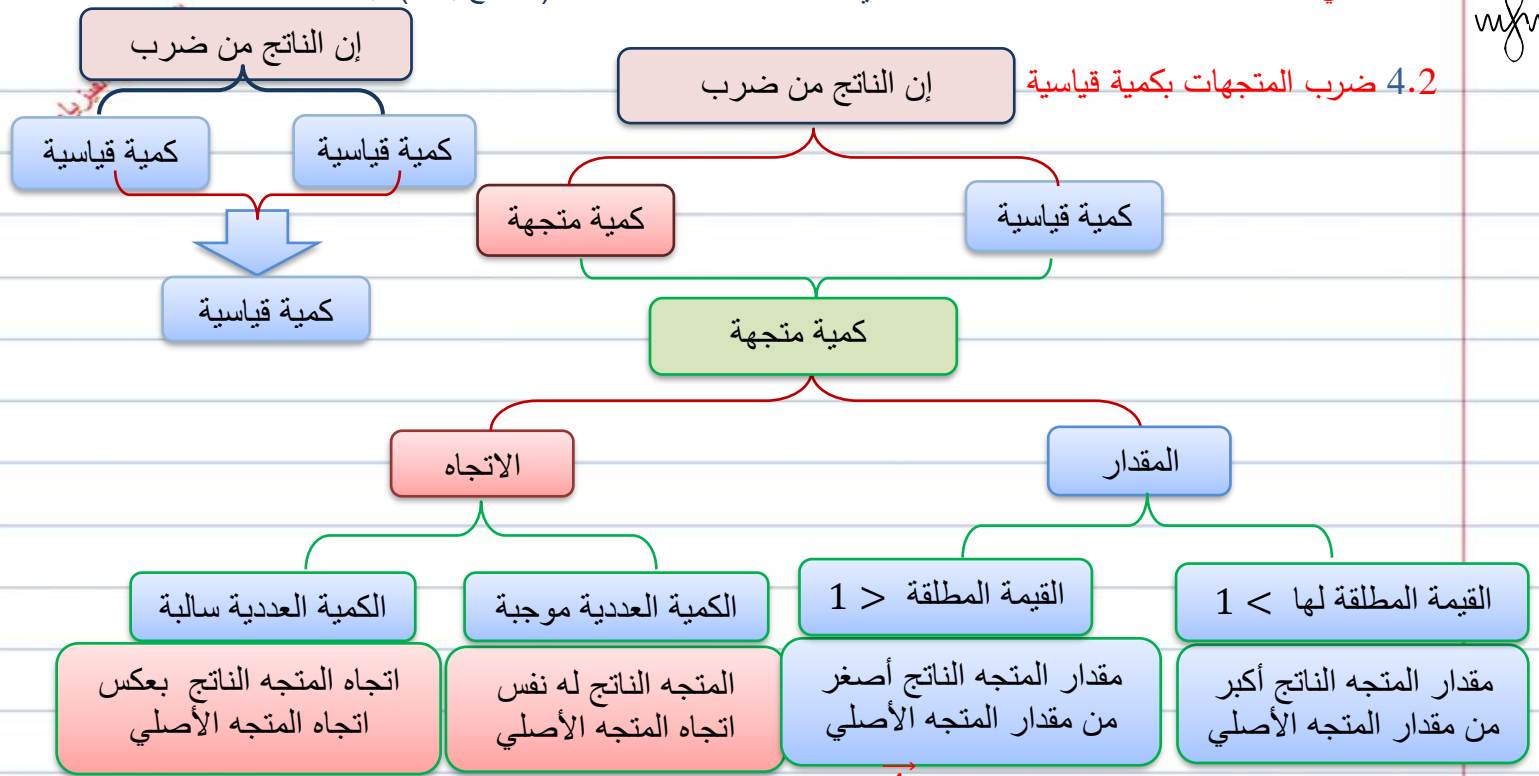
الطريقة الحسابية لجر المتجهات أحسب مقدار الازاحة المحصلة واتجاهها

$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2 \cos \theta}$$

$$F_R = \sqrt{(10)^2 + (4)^2 + 2 \times 10 \times 4 \cos 150} = 6.83 \text{ N.}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{D_2 \sin \theta}{D_R} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{4 \sin 150}{6.83} \right) = 17.02^\circ$$

4.2 ضرب المتجهات بكمية قياسية

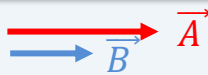


بفرض أنه لدينا هذا المتجه

$$\vec{B} = a \vec{A}$$

موجب

$$0 < a < 1$$



$$a = 1$$



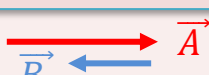
$$1 < a$$



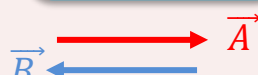
$$\vec{B} = a \vec{A}$$

سالب

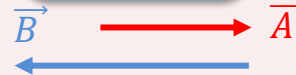
$$0 > a > -1$$



$$a = -1$$



$$-1 > a$$



تمرين: يعبر رياضياً عن المتجه $\vec{F} = ((20)N, 0^\circ)$ المطلوب عبر رياضياً عن المتجهات التالية :

$$-\vec{F} = ((20)N, 180^\circ)$$

$$-\vec{F} \quad -1$$

$$2\vec{F} = ((40)N, 0^\circ)$$

$$2\vec{F} \quad -2$$

$$-2\vec{F} = ((40)N, 180^\circ)$$

$$-2\vec{F} \quad -3$$

$$3\vec{F} = ((60)N, 0^\circ)$$

$$3\vec{F} \quad -4$$

$$-0.5\vec{F} = ((10)N, 180^\circ)$$

$$-0.5\vec{F} \quad -5$$

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما:

1- تعتبر القوة كمية متجهة لأنها تنتج من حاصل ضرب كمية عددية هي الكتلة في كمية متجهة هي العجلة

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

2- القوة دائما باتجاه العجلة

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

لأن الكتلة كمية عددية موجبة دائما

استنتاجات:

1- : ناتج ضرب المتجهات بكمية قياسية هو كمية متجهة حتما

2- ضرب المتجه بعدد سالب يعكس اتجاه المتجه الجديد بالنسبة للمتجه الأصلي

3- عندما نضرب متجه ب (1-) نحصل على متجه مساو للأول بالمقدار لكن يعاكسه بالاتجاه

4- ضرب المتجه بعدد قيمته المطلقة أكبر من الواحد فان مقدار المتجه الناتج يكون أكبر من المتجه الأصلي

3- ضرب المتجهات

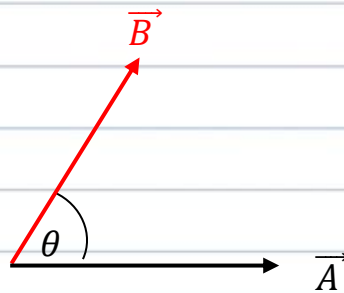
ينقسم ضرب المتجهات

الضرب الاتجاهي
(التقاطعي)

$$\vec{A} \times \vec{B}$$

الضرب القياسي
(العددي أو النقطي)

$$\vec{A} \cdot \vec{B}$$



3-1 الضرب القياسي

الضرب القياسي: هو حاصل ضرب متجه بمسقط المتجه الآخر عليه

نحسبه من خلال العلاقة:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\theta)$$

عدد العوامل التي يتوقف عليها مقدار حاصل الضرب العددي لمتجهين

1- مقدار كلا من المتجهين 2- الزاوية بين المتجهين

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما :

1. تسمية هذا النوع من الضرب بالضرب القياسي .

لأن الناتج كمية قياسية

2. الشغل يعتبر كمية عددية؟

لأنه ينتج من حاصل ضرب قياسي (عددي) لمتجهين هما القوة والازاحة

3. الضرب العددي (القياسي) عملية إبدالية

لأن الناتج كمية قياسية والضرب بين الكميات القياسية عملية إبدالية

مثال (5) : من المعلوم أن الشغل كمية فيزيائية تسببها قوة مؤثرة على جسم عند ازاحته مسافة على مساره ويعبر

عنها بالضرب القياسي لكل من متجه القوة $\vec{F}$ ومتجه الازاحة $\vec{X}$. استخدم الضرب القياسي لحساب الشغل الناتج عن

قوة مقدارها (50) N تصنع زاوية 60° مع متجه الازاحة أدت عند تطبيقها إلى ازاحة الجسم مسافة (10) m

$$W = \vec{F} \cdot \vec{X} = FX \cos(\theta) = 50 \times 10 \times \cos 60 = 250 \text{ N.m (J) أو}$$

2-3 ضرب الاتجاهي

يمثل الضرب الاتجاهي بالعلاقة التالية $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

الناتج هو كمية متجهة نحدده بالشكل التالي

ويمثل مساحة متوازي الأضلاع المكون من المتجهين

نحصل عليه من تطبيق العلاقة

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin(\theta)$$

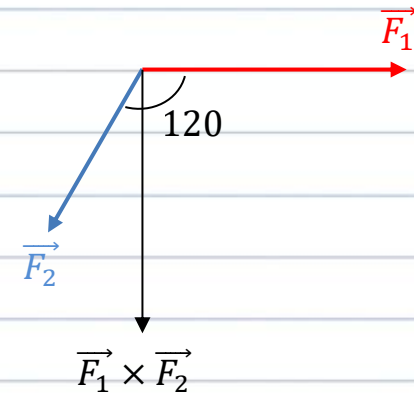
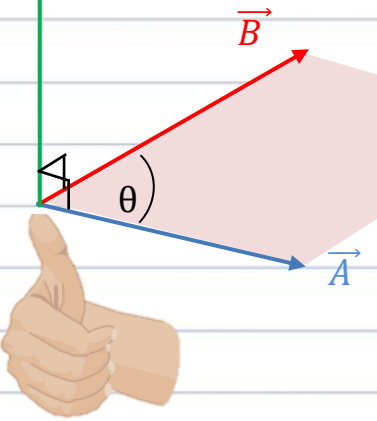
رأسي عمودي على المستوى المكون من المتجهين يحدد اتجاهه حسب قاعدة اليد اليمنى

ندور أصابع اليد اليمنى من المتجه الأول إلى المتجه الثاني عبر الزاوية الأصغر بين المتجهين لإشير الإبهام إلى اتجاه المتجه $\vec{C}$

المقدار

الاتجاه

قاعدة اليد اليمنى:



مثال: المتجهان $\vec{F}_1$ ومقداره 5 N و $\vec{F}_2$ ومقداره 4 N يحصران بينهما زاوية (120°) كما في الشكل المجاور احسب حاصل الضرب الاتجاهي $\vec{F}_1 \times \vec{F}_2$

$$\vec{F}_1 \times \vec{F}_2 = F_1 F_2 \sin(\theta) = 5 \times 4 \times \sin 120 = 17.32\text{ N}$$

عدد العوامل التي يتوقف عليها مقدار حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين

1- مقدار كلا من المتجهين 2- الزاوية بين المتجهين

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما:

1. يعتبر العزم كمية متجهة

لأنه ينتج من حاصل ضرب اتجاهي لمتجهي القوة والذراع

2. يعتبر الضرب الاتجاهي عملية غير إبدالية

لأن المتجه الناتج من $\vec{A} \times \vec{B}$ يعاكس بالاتجاه المتجه الناتج من $\vec{B} \times \vec{A}$

حالات خاصة

المتجهان متوازيان

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB = \text{Max}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 0$$

المتجهان متعامدان

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB = \text{Max}$$

قارن بين ضرب العددي والضرب الاتجاهي لمتجهين

من حيث	الضرب القياسي (النقطي)	الضرب الاتجاهي (التقاطعي)
نوع الكمية الناتجة من الضرب	عددية	متجهة
نوع العملية (إبداليه أم غير إبداليه)	إبداليه	غير إبداليه
العلاقة الرياضية	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\theta)$	$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin(\theta)$
أكبر قيمة للضرب	عندما يكون المتجهان متوازيان	عندما يكون المتجهان متعامدان
متى يكون الضرب صفرا	عندما يكون المتجهان متعامدان	عندما يكون المتجهان متوازيان

حل المسائل التالية :

مسألة (1) : متجهان متلاقيان في مستو فاذا كانت

($B = 9 \text{ units}$) و ($A = 12 \text{ units}$) وتحصران بينهما زاوية (127°) المطلوب :



$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

$$R = \sqrt{(12)^2 + (9)^2 + 2 \times 12 \times 9 \cos 127} = 9.74 \text{ units}.$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{B \sin \theta}{R} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{9 \sin 127}{9.74} \right) = 47.55^\circ.$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\theta) = 12 \times 9 \cos 127 = -65 \text{ units}^2$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta = 12 \times 9 \sin 127 = 86.25 \text{ units}^2$$

مسألة (2) : متجهان متلاقيان في مستو فاذا كانت ($B = 15 \text{ units}$) و ($A = 10 \text{ units}$) وتحصران بينهما زاوية (27°) المطلوب :

1- مساحة متوازي الأضلاع المحدد بالمتجهين

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta = 10 \times 15 \sin 27 = 68.09 \text{ units}^2$$

2- حاصل الضرب القياسي للمتجهين

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\theta) = 10 \times 15 \cos 27 = 133.65 \text{ units}^2$$

مسألة (3) : في الشكل المجاور متجهان ($\vec{A}$, $\vec{B}$) متعامدان وفي مستوى واحد متلاقيان في النقطة (O) إذا علمت أن ($A = 6 \text{ units}$) و ($B = 8 \text{ units}$) المطلوب

1- عبر عن المتجه المحصل رياضيا

$$R = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ units}$$

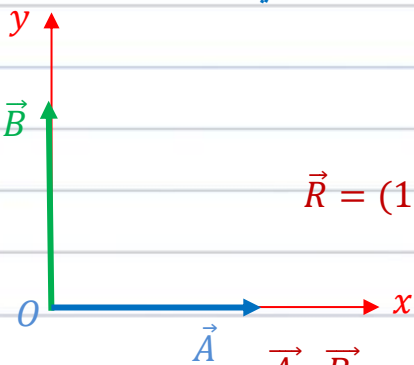
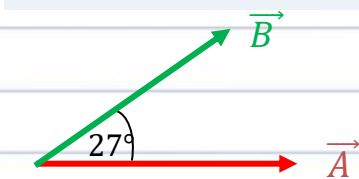
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{B}{A} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{8}{6} \right) = 53.13^\circ.$$

2- احسب مقدار حاصل الضرب العددي للمتجهين

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\theta) = 6 \times 8 \cos 90 = 0 \text{ units}^2$$

3- احسب مقدار حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta = 6 \times 8 \sin 90 = 48 \text{ units}^2$$



حل التمرين التالي: ثم املأ الجدول بما حصلت عليه من اجوبة ثم اجب عن الأسئلة التي تلي الجدول واستنتج:
لديك متجهان ($b = 6 \text{ units}$) و ($a = 8 \text{ units}$) تؤثران في جسم واحد أوجد حاصل الضرب الاتجاهي وحاصل الضرب العددي للمتجهين في الحالات التالية:

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	48	41.56	33.94	24	0	-24	-41.56	-48
$\vec{a} \times \vec{b}$	0	24	33.94	41.56	48	41.56	24	0

عزيزي الطالب بعد أن ملأت الجدول اجب عن الأسئلة التالية :

- 1- أكبر قيمة لمقدار حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين عندما تكون الزاوية بين المتجهين 90° .
- 2- أكبر قيمة لمقدار حاصل الضرب العددي لمتجهين عندما تكون الزاوية بين المتجهين 0° .
- 3- مقدار حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يساوي صفر عندما تكون الزاوية بين المتجهين 0° .
- 4- مقدار حاصل الضرب العددي لمتجهين يساوي الصفر عندما تكون الزاوية بين المتجهين 90° .
- 5- عندما يكون المتجهان متوازيان أي ($\theta = 0$) فان مقدار الضرب الاتجاهي $zero$ ومقدار الضرب العددي max .
- 6- عندما يكون المتجهان متعامدان أي ($\theta = 90^\circ$) فان مقدار حاصل الضرب الاتجاهي max مقدار حاصل الضرب العددي $zero$.

- 7- عندما يكون الضرب الاتجاهي قيمة عظمى فان الضرب العددي يكون $zero$.
- 8- يتساوى مقدار حاصل الضرب العددي مع مقدار حاصل الضرب الاتجاهي عندما تكون الزاوية بين المتجهين 45° .

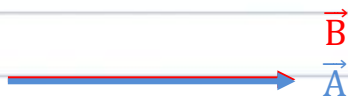
ملاحظة: لحساب الزاوية بين متجهين معلومي مقدار حاصل الضرب القياسي و مقدار حاصل الضرب الاتجاهي نستخدم العلاقة

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{\vec{A} \cdot \vec{B}} \right)$$

حالات خاصة جدا

عندما يكون المتجهان متساويان مقدارا : $|\vec{A}| = |\vec{B}|$

1- في اتجاه واحد



$$R = 2B = 2A$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 0$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A^2 = B^2 = max$$

2- في اتجاهين متعاكسين

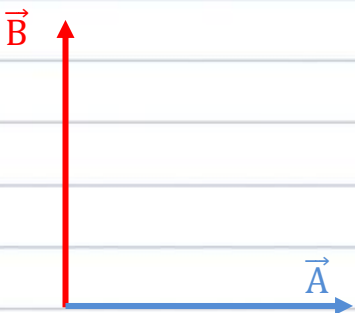


$$R = 0$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 0$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -A^2 = -B^2 = -max$$

3- متعامدان



$$R = A\sqrt{2}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = A^2 = B^2 = max$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

حل التمارين التالية:

التمرين الأول: لديك متجهان متساويان في المقدار و متلاقيان في نقطة في مستوى واحد وباتجاه واحد وكان حاصل جمعهما 10 units احسب مقدار حاصل ضربهما الاتجاهي (النقطي) وحاصل ضربهما العددي (النقطي)

$$R = 2A \Rightarrow 10 = 2A \Rightarrow A = 5 \text{ units}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta = 5 \times 5 \sin 0 = 0 \text{ units}^2$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\theta) = 5 \times 5 \cos 0 = 25 \text{ units}^2$$

التمرين الثاني: لديك متجهان متساويان في المقدار و متلاقيان في نقطة في مستوى واحد وباتجاه واحد وكان مقدار حاصل ضربهما العددي 36 units^2 احسب مقدار حاصل ضربهما الاتجاهي (النقطي) ومقدار محصلة المتجهين

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A^2 \Rightarrow 36 = A^2 \Rightarrow A = 6 \text{ units}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin 0 = 0 \text{ units}$$

$$R = 2A = 2 \times 6 = 12 \text{ units}$$

التمرين الثالث : لديك متجهان متساويان في المقدار و متلاقيان في نقطة في مستوى واحد ومتعامدان وكان مقدار ضربهما الاتجاهي 81 units^2 احسب حاصل ضربهما العددي (النقطي) ومقدار محصلة المتجهين

$$\vec{A} \times \vec{B} = A^2 \Rightarrow 81 = A^2 \Rightarrow A = 9 \text{ units}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos 90 = 0 \text{ units}$$

$$R = A\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \text{ units}$$

التمرين الرابع : لديك متجهان متساويان في المقدار و متلاقيان في نقطة في مستوى واحد وباتجاهين متعاكسين وكان مقدار ضربهما العددي 64 units^2 احسب حاصل ضربهما الاتجاهي ومقدار محصلة المتجهين

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -A^2 \Rightarrow -64 = -A^2 \Rightarrow A = 8 \text{ units}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin 180 = 0 \text{ units}$$

$$R = 0 \text{ units}$$

مراجعة الدرس 1-1

أولاً - عرّف الكمّيات العددية والكمّيات المتّجهة .

ثانياً - تسير سيارة شمالاً بسرعة عددية تساوي $(80)\text{km/h}$ بينما تسير سيارة أخرى جنوباً بسرعة $(80)\text{km/h}$. هل سرعتاهما المتّجهتان متساويتان؟ اشرح .

رابعاً - قوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ تؤثران على جسم فإذا علمت أن مقدار $F_1 = (3)\text{N}$ و $F_2 = (5)\text{N}$.

(أ) ما هو أكبر مقدار لمحصلة هاتين القوتين اعتماداً على اتّجاهيهما؟
(ب) ما هو أصغر مقدار لمحصلة هاتين القوتين اعتماداً على اتّجاهيهما؟

سادساً - $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قوتان متعامدتان . احسب حاصل ضربيهما ضرباً قياسياً .

سابعاً - في الشكل (16) القوتان $\vec{F}$ و $\vec{F}'$ موجودتان في مستوى واحد تحصران بينهما زاوية 30° .

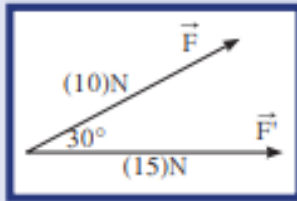
علماً أن $F = (10)\text{N}$ و $F' = (15)\text{N}$ ، أحسب مستخدماً الطريقة الحسابية لجبر المتّجهات:

$$\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}' \quad (\text{أ})$$

$$\vec{F} \cdot \vec{F}' \quad (\text{ب})$$

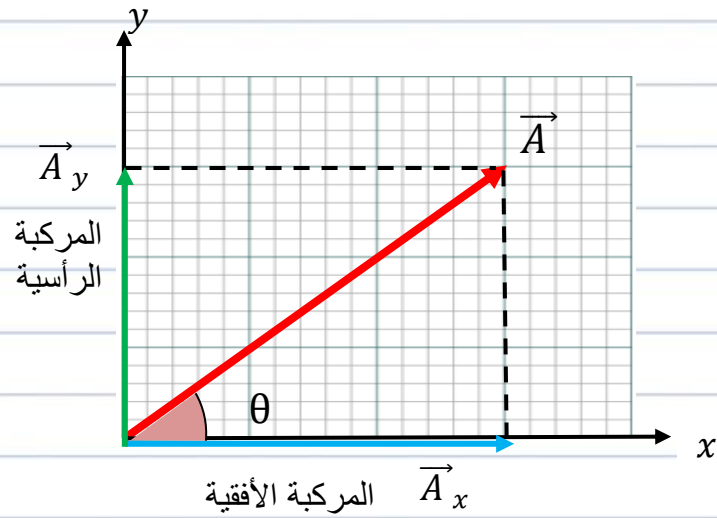
$$\vec{F} \times \vec{F}' \quad (\text{ج})$$

ثامناً - احسب حاصل ضرب المتّجهين $\vec{F}_2 \times \vec{F}_1$ إذا كانت القوتان متوازيتين .



(شكل 16)

1. تحليل المتجهات



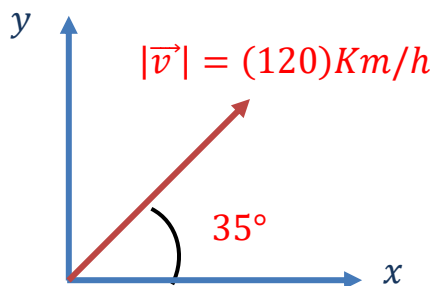
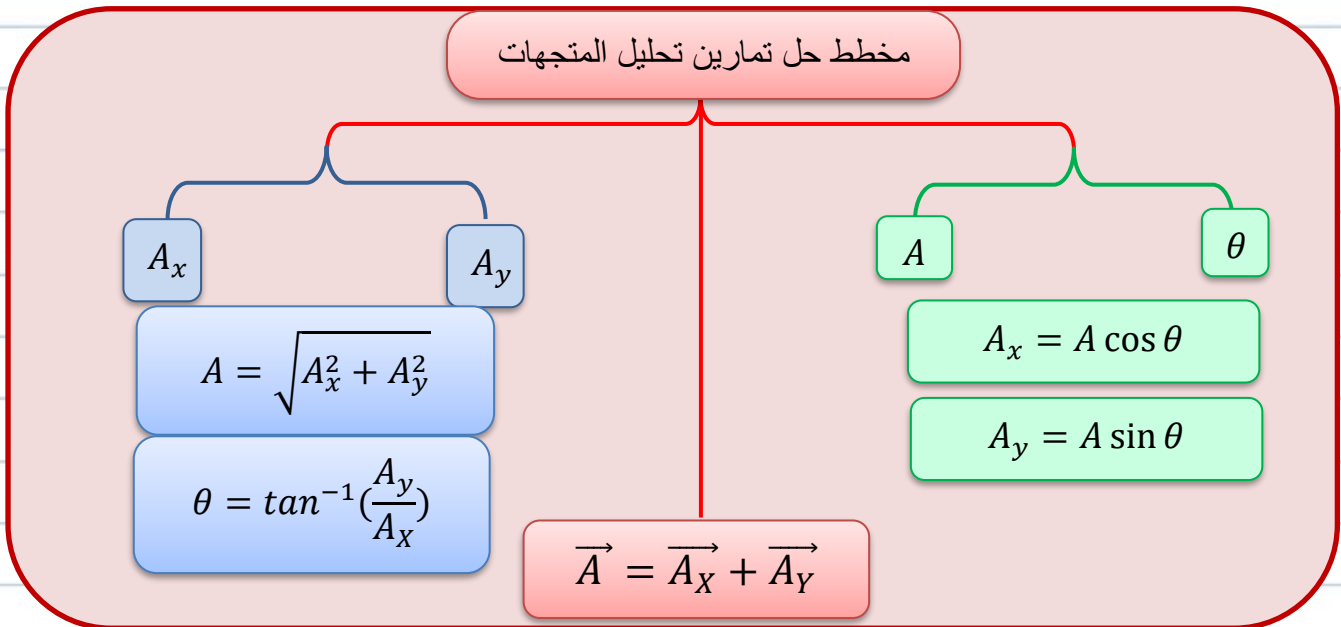
$$\cos \theta = \frac{A_x}{A} \Rightarrow A_x = A \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A \sin \theta$$

تحليل المتجه: هو عملية استبدال متجه ما بمتجهين متعامدين يسميان مركبتي المتجه بحيث يمثل المتجه المراد تحليله بمحصلة هذين المتجهين ويكون متحدا معهما بنقطة البداية .

ملاحظات :

- 1- محصلة مركبتي المتجه يمثل المتجه الأصلي
- 2- تحليل المتجهات هي العملية المعاكسة لجمع (تركيب المتجهات) وليس طرح المتجهات
- 3- يمثل المتجه المراد تحليله محصلة المركبتين الناتجتين من عملية التحليل المتعامد ويكون متحدا معهما في نقطة البداية

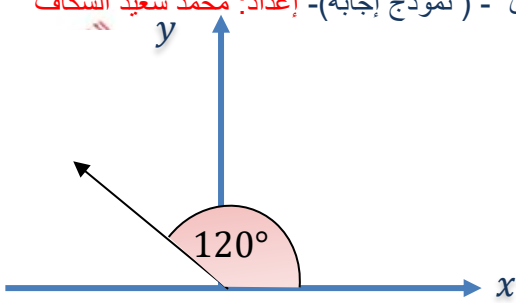


حل التمارين التالية

التمرين الأول : من خلال الشكل المجاور أوجد مركبتي السرعة الموضحة

$$v_x = v \cos \theta = 120 \cos 35 = 98.3 \text{ Km/h}$$

$$v_y = v \sin \theta = 120 \sin 35 = 68.82 \text{ Km/h}$$



التمرين الثاني: أوجد مركبتي متجه القوة $F = (50) N$

التي تميل بزاوية (120°) عن المحور x

$$F_x = F \cos \theta = 50 \cos 120 = -25 N$$

$$F_y = F \sin \theta = 50 \sin 120 = 43.3 N$$

التمرين الثالث: إذا كانت مركبتا العجلة

$$a_y = (-4) m/s^2, a_x = (3) m/s^2$$

أوجد مقدار واتجاه العجلة

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5 m/s^2$$

$$\vartheta = \tan^{-1} \left(\frac{a_y}{a_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) = 53.13^\circ$$

بما أن المتجه في الربع الرابع من الدائرة المثلثية فإن

$$\theta = 360 - 53.13^\circ = 306.87^\circ \text{ أو } \theta = -53.13^\circ$$

التمرين الرابع: من خلال الشكل المجاور أوجد مركبتي القوة الموضحة

$$F_x = F \cos \theta = 100 \cos 60 = 50 N$$

$$F_y = F \sin \theta = 100 \sin 60 = 86.6 N$$

التمرين الخامس: من خلال الشكل المجاور أوجد مقدار القوة الموضحة

$$F_x = F \cos \theta \Rightarrow 8 = F \cos 60 \Rightarrow F = 16 N$$

التمرين السادس: من خلال الشكل المجاور

أوجد مركبتي العجلة الموضحة

$$a_x = a \cos \theta = 6 \cos 220 = -4.59 m/s^2$$

$$a_y = a \sin \theta = 6 \sin 220 = -3.85 m/s^2$$

التمرين السابع: عبر رياضيا عن كل من متجه القوة ومركبتها

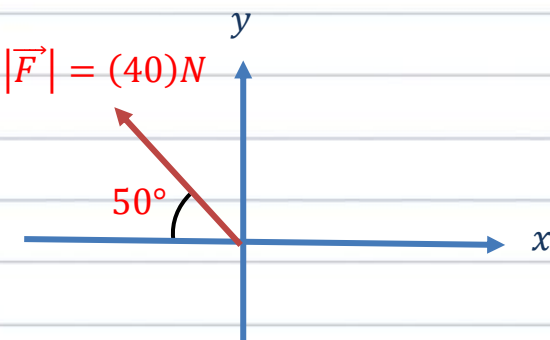
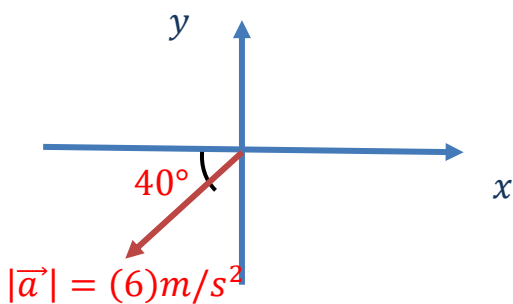
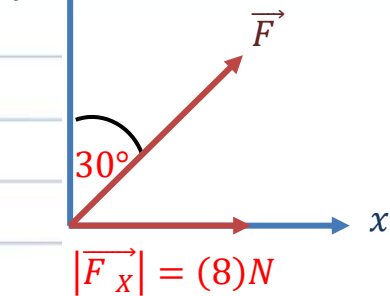
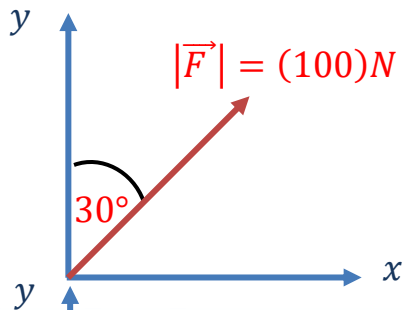
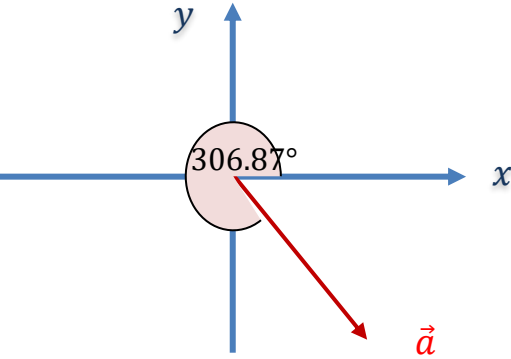
$$\vec{F} = ((40)N, 130^\circ)$$

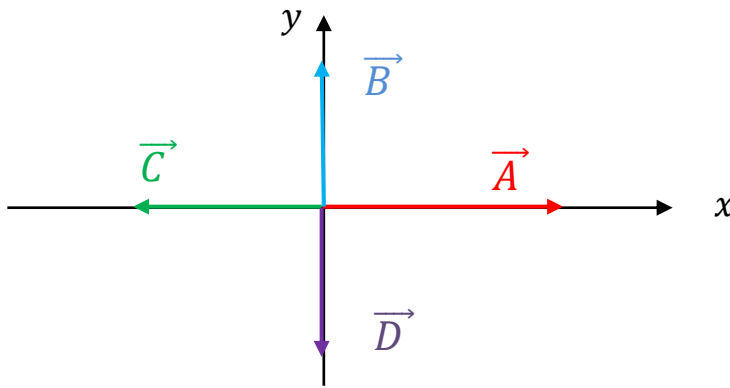
$$F_x = F \cos \theta = 40 \cos 130 = -25.71 N$$

$$\vec{F}_x = ((25.71)N, 180^\circ)$$

$$F_y = F \sin \theta = 40 \sin 130 = 30.64 N$$

$$\vec{F}_y = ((30.64)N, 90^\circ)$$





التمرين الثامن : المتجهات الأربعة متساوية و

مقدار كل منها 4 Units أوجد مساقطها

$$A_x = A \cos \theta = 4 \cos 0 = 4 \text{ N}$$

$$A_y = A \sin \theta = 4 \sin 0 = 0 \text{ N}$$

$$B_x = B \cos \theta = 4 \cos 90 = 0 \text{ N}$$

$$B_y = B \sin \theta = 4 \sin 90 = 4 \text{ N}$$

$$C_x = C \cos \theta = 4 \cos 180 = -4 \text{ N}$$

$$C_y = C \sin \theta = 4 \sin 180 = 0 \text{ N}$$

$$D_x = D \cos \theta = 4 \cos 270 = 0 \text{ N}$$

$$D_y = D \sin \theta = 4 \sin 270 = -4 \text{ N}$$

ملاحظات

1- إذا كان المتجه موازي للمحور أو منطبق عليه فإن قيمة مركبة المتجه على المحور الموازي تساوي مقدار المتجه الأصلي

2- لا يمكن لمتجه أن تكون قيمة أي من مركبتيه أكبر من قيمة المتجه الأصلي

3- إذا كانت الزاوية بين المتجه ومحور السينات (45°) فإن قيمة المركبتين متساويتين فالنسبة بينهما تساوي الواحد

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما:

1- لا يمكن لمتجه أن تكون قيمة أي من مركبتيه أكبر من قيمة المتجه الأصلي

لأن أكبر قيمة ل $\sin \theta$ او $\cos \theta$ هي الواحد

2- إذا كانت الزاوية بين المتجه ومحور السينات (45°) فإن قيمة المركبتين متساويتين

لأن $\sin 45 = \cos 45$

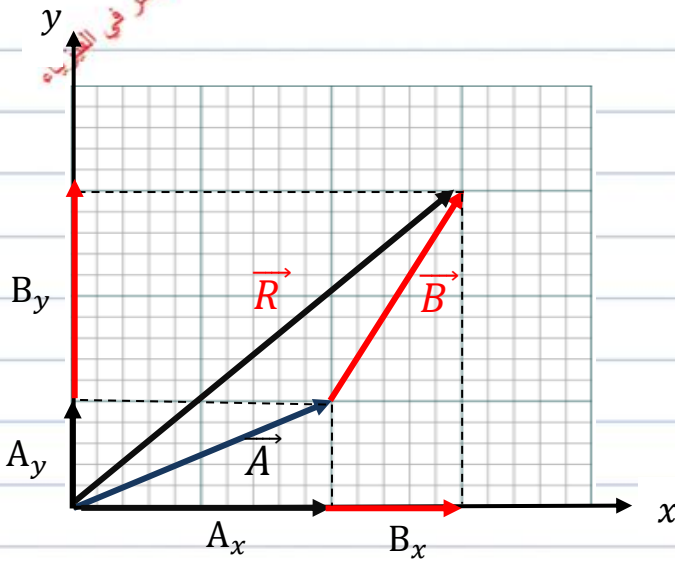
3- لماذا تعتبر عملية تحليل المتجهات هي العملية المعاكسة لجمع (تركيب) المتجهات

لأنه في تحليل المتجهات نستعويض عن متجه واحد بمتجهين على عكس جمع المتجهات نستعويض عن متجهين بمتجه واحد

حدد الزوايا بالدرجات مع الاتجاه الموجب لمحور الإسناد xx' التي تكون من أجلها العبارات المذكورة صحيحة

0°	المركبة الأفقية مساوية لمقدار المتجه الأصلي
90°	المركبة الرأسية مساوية لمقدار المتجه الأصلي
180°	المركبة الأفقية مساوية لمقدار المتجه الأصلي وبالاتجاه السالب لمحور الإسناد
45°	المركبة الأفقية للمتجه الأصلي تساوي المركبة الرأسية لهذا المتجه

1.1 إيجاد المحصلة بتحليل المتجهات



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$$

$$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

ملاحظة: إذا كان $\vec{A}_x$ و $\vec{B}_x$ بنفس الاتجاه تجمع وبالعكس تطرح وبنفس الأسلوب مع المحور y

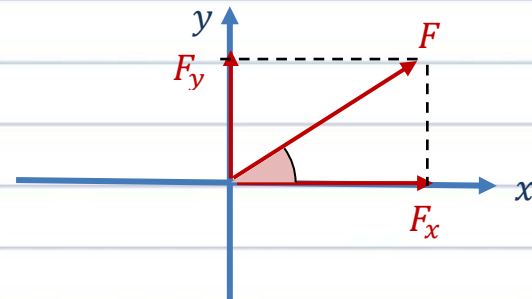
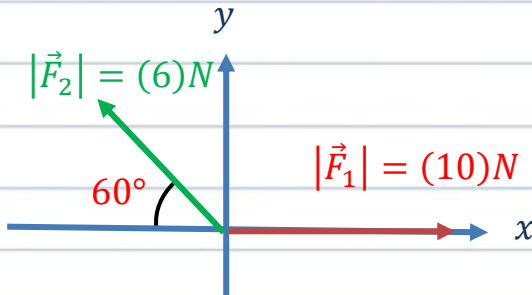
مسائل متدرجة

المسألة (1):

تؤثر على الحلقة في الشكل المجاور قوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ المطلوب:

1- احسب مقدار محصلة القوى المؤثرة على الحلقة مستخدماً تحليل المتجهات

2- احسب اتجاه المحصلة



F_y	F_x	F
$10 \sin 0 = 0N$	$10 \cos 0 = 10N$	F_1
$6 \sin 120 = 3\sqrt{3}N$	$6 \cos 120 = -3N$	F_2
$3\sqrt{3}N$	$7N$	F_{eq}

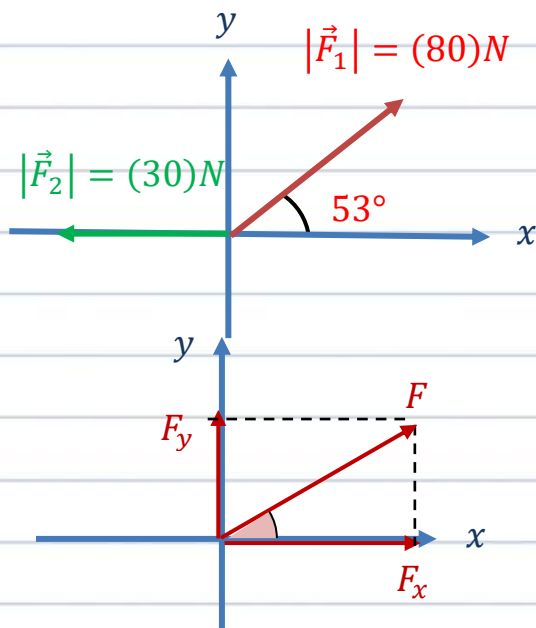
$$F_{eq} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(7)^2 + (3\sqrt{3})^2} = 8.71N$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{|F_y|}{|F_x|} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}}{7} \right) = 36.58^\circ$$

المسألة (2):

تؤثر على الحلقة في الشكل المجاور قوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ المطلوب:

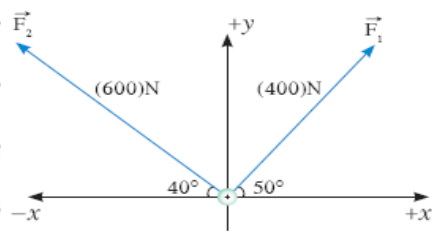
1- احسب مقدار محصلة القوى المؤثرة على الحلقة مستخدماً تحليل المتجهات ثم احسب اتجاه المحصلة



F_y	F_x	F
$80 \sin 53 = 63.89N$	$80 \cos 53 = 48.14N$	F_1
$30 \sin 180 = 0$	$30 \cos 180 = -30N$	F_2
$63.89N$	$18.14N$	F_{eq}

$$F_{eq} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(18.14)^2 + (63.89)^2} = 66.41N$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{|F_y|}{|F_x|} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{63.89}{18.14} \right) = 74.14^\circ$$



المسألة (3): تؤثر على الحلقة في الشكل المجاور قوتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$

1- احسب مقدار محصلة القوى المؤثرة على الحلقة مستخدما تحليل المتجهات

2- احسب اتجاه المحصلة

F_y	F_x	F
$400 \sin 50 = 306.41N$	$400 \cos 50 = 257.11N$	F_1
$600 \sin 140 = 385.67N$	$600 \cos 140 = -459.6N$	F_2
$692.09N$	$-202.51N$	F_{eq}

$$F_{eq} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-202.51)^2 + (692.09)^2} = 721.1N$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{|F_y|}{|F_x|} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{692.09}{202.51} \right) = 73.7^\circ$$

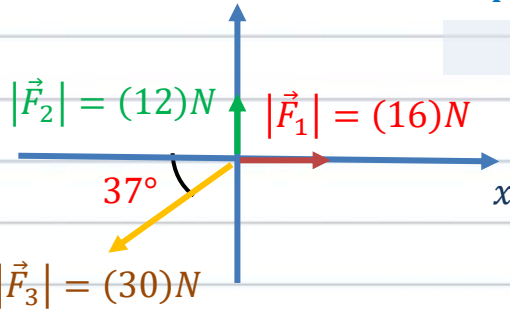
المتجه المحصل يميل بزاوية $\theta = 180 - 73.7 = 106.3^\circ$ عن الاتجاه

الموجب للمحور الأفقي

المسألة (4): تؤثر على الحلقة في الشكل المجاور ثلاث قوى $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$

1- احسب مقدار محصلة القوى المؤثرة على الحلقة مستخدما تحليل المتجهات

2- احسب اتجاه المحصلة



F_y	F_x	F
$16 \sin 0 = 0$	$16 \cos 0 = 16N$	F_1
$12 \sin 90 = 12N$	$12 \cos 90 = 0$	F_2
$30 \sin 217 = -18.05$	$30 \cos 217 = -23.96N$	F_3
$-6.05N$	$-7.95N$	F_{eq}

$$F_{eq} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-7.95)^2 + (-6.05)^2} = 10 N$$

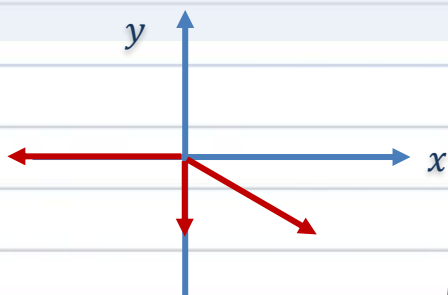
$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{|F_y|}{|F_x|} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{6.05}{7.95} \right) = 37.3^\circ$$

المتجه المحصل يميل بزاوية $\theta = 180 + 37.27 = 217.3^\circ$ عن الاتجاه

الموجب للمحور الأفقي

المسألة (5): جسم نقطي تؤثر فيه ثلاث قوى $F_1 = (6)N$ غربا و $F_2 = (2)N$ جنوبا و $F_3 = (3)N$ باتجاه

(60°) شرق الجنوب أحسب محصلة القوى مقدارا واتجاها



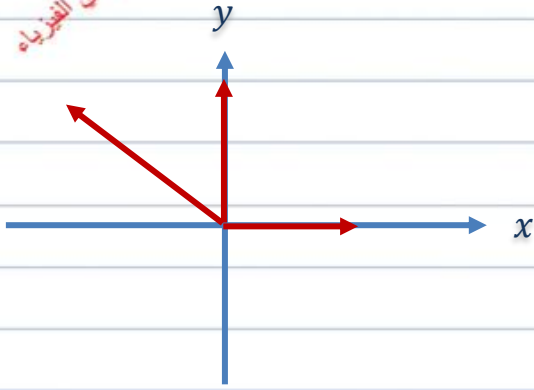
F_y	F_x	F
$6 \sin 180 = 0$	$6 \cos 180 = -6N$	F_1
$2 \sin 270 = -2N$	$2 \cos 270 = 0$	F_2
$3 \sin 330 = -1.5N$	$3 \cos 330 = 2.6N$	F_3
$-3.5N$	$-3.4N$	F_{eq}

$$F_{eq} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-3.4)^2 + (-3.5)^2} = 4.87N$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{|F_y|}{|F_x|} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3.5}{3.4} \right) = 45.83^\circ$$

المتجه المحصل يميل بزاوية $\theta = 180 + 45.83 = 225.83^\circ$ عن الاتجاه الموجب للمحور الأفقي

المُيسَّر في الفيزياء



المسألة (6) جسم نقطي تؤثر فيه ثلاث قوى $\vec{F}_1 = (9, 0^\circ)$

و $\vec{F}_2 = (12, 90^\circ)$ و $\vec{F}_3 = (8, 120^\circ)$

أحسب محصلة القوى مقداراً واتجاهاً

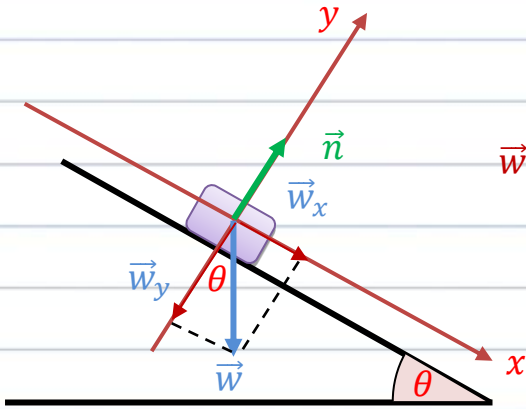
F_y	F_x	F
$9 \sin 0 = 0$	$9 \cos 0 = 9$	F_1
$12 \sin 90 = 12$	$12 \cos 90 = 0$	F_2
$8 \sin 120 = 4\sqrt{3}N$	$8 \cos 120 = -4N$	F_3
$18.92N$	$5N$	F_{eq}

$$F_{eq} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5)^2 + (18.92)^2} = 19.56N$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{|F_y|}{|F_x|} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{18.92}{5} \right) = 75.19^\circ$$

فسر لماذا جمع المتجهات بطريقة تحليل المتجهات أسهل من الطريقة الحسابية

لأن عملية التحليل تجعل مركبتا المتجهات على محور واحد فيسهل عملية جمع المركبات وإيجاد المتجه المحصل وبالتالي نستطيع جمع أكثر من متجهين بسهولة



$$\vec{W} \begin{cases} \vec{W}_x \\ \vec{W}_y \end{cases}$$

جسم يتحرك على مستوى مائل

$$w_x = w \sin \theta = mg \sin \theta$$

$$w_y = w \cos \theta = mg \cos \theta$$

القوة المسببة للحركة هي مركبة الوزن الموازية للمسار

رد الفعل يساوي عددياً المركبة الرأسية للوزن w_y

حل التمارين التالية

تمرين (1) : جسم وزنه $(100N)$ موضوع على سطح مستوى أملس يميل على

الأفق بزاوية (30°) والمطلوب احسب :

1- مقدار مركبتي الوزن

$$w_x = w \sin \theta = 100 \sin 30 = 50N$$

$$w_y = w \cos \theta = 100 \cos 30 = 86.6N$$

2- قوة رد فعل المستوى على الجسم

$$n = w_y = 86.6N$$

تمرين (2) : جسم كتلته $(50) Kg$ موضوع على سطح مستوى أملس يميل على

الأفق بزاوية (37°) والمطلوب احسب :

1- مقدار مركبتي الوزن

$$w_x = mg \sin \theta = 50 \times 10 \sin 37 = 300.9N$$

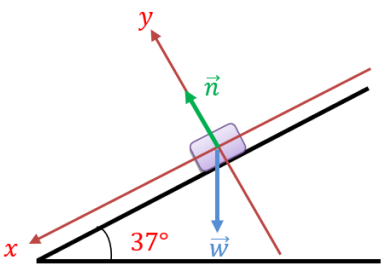
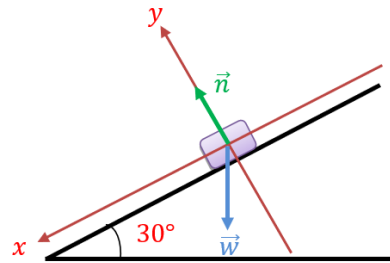
$$w_y = mg \cos \theta = 50 \times 10 \cos 37 = 399.31N$$

2- قوة رد فعل المستوى على الجسم.

$$n = w_y = 399.31N$$

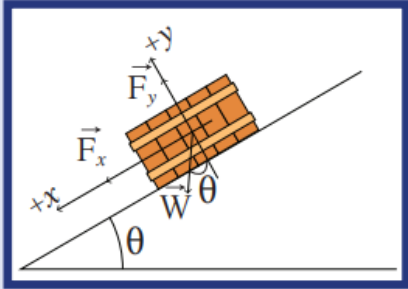
$$w_x = 300.9N$$

3- القوة المسببة للحركة.

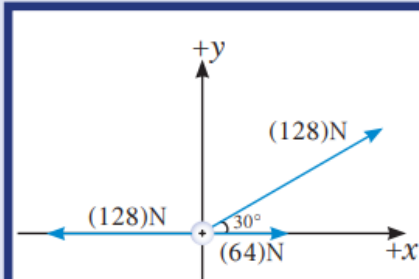


مراجعة الدرس 1-2

أولاً - هل المتجه بزاوية 45° مع المحور الأفقي أكبر أم أصغر من مركبتيه الرأسية والأفقية؟ وما هي نسبة الواحد إلى الآخر؟
 ثانياً - ما مقدار الزاوية مع المحور الأفقي والتي تجعل:
 (أ) المركبة الأفقية مساوية لمقدار المتجه الأصلي؟
 (ب) المركبة الرأسية مساوية لمقدار المتجه الأصلي؟
 (ج) المركبة الأفقية مساوية لمقدار المتجه الأصلي واتجاهها معاكس؟
 ثالثاً - يستقرّ جسم كتلته 50kg على سطح مائل بزاوية 30° مع الخطّ الأفقي. علماً أنّ عجلة الجاذبية $g = 10\text{m/s}^2$ ، أحسب مقدار مركبتي الوزن بالنسبة إلى المحورين x و y الموضّحين في الشكل (20).
 رابعاً - استخدم تحليل المتجهات لحساب محصلة القوى المؤثرة على الحلقة في الشكل (21).



(شكل 20)

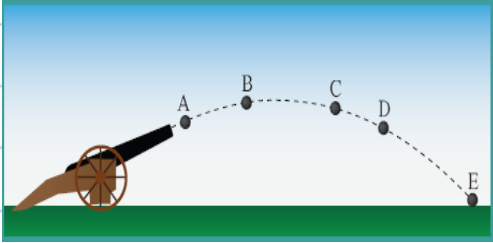


(شكل 21)

1. مسار حركة القذيفة

تعريف المقذوفات: هي أجسام تقذف أو تطلق في الهواء وتتعرض لقوة جاذبية الأرض

ملاحظات:



1- تتبع المقذوفات مسارا منحنيا بالقرب من سطح الأرض

2- تتم دراسة حركة المقذوفات بتحليلها على مركبتين

3- شكل مسار حركة المقذوفات عبارة عن قطع مكافئ عند اهمال مقاومة الهواء

2. مركبتا حركة القذيفة

المركبة الأفقية لحركة القذيفة : تماثل حركة كرة متدحرجة

فنقطع مسافات متساوية خلال أزمنة متساوية أي حركة

مستقيمة منتظمة السرعة

ما تفسير ذلك :

لأنه لا توجد قوة تؤثر بالاتجاه الأفقي فإن $w_x = 0$

المركبة الرأسية لحركة القذيفة :

هي حركة معجلة تشبه تماما السقوط الحر فتزداد المسافة المقطوعة كل فترة تالية

ما تفسير ذلك : لأن الوزن يعمل بالاتجاه الرأسي فكامل الوزن يؤثر بالاتجاه الرأسي مما يجعل حركة المحور الرأسي

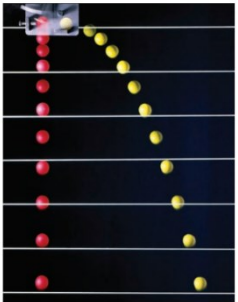
حركة معجلة بخط مستقيم

ملاحظة : الحركة الأفقية للقذيفة والحركة الرأسية غير مترابطتين (أنيتين)

علل تتبع المقذوفات مسارا منحنيا ؟

لأنها حركة مركبة من حركتين حركة بخط مستقيم وبسرعة منتظمة بالاتجاه الأفقي وحركة معجلة بخط مستقيم

بالاتجاه الرأسي



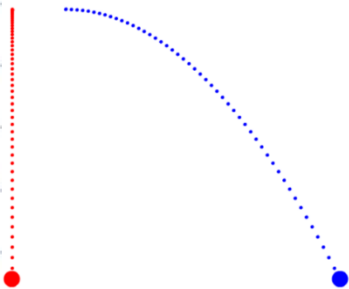
نشاط : لدينا كرتان موجودتان بنفس الارتفاع عن سطح الأرض اسقطت الكرة الأولى بدون سرعة

ابتدائية (سقوطا حرا) والثانية قذفت بسرعة أفقية بنفس اللحظة ماذا تتوقع أن يحدث

الحدث : يصلان معا

ما تفسير ذلك :

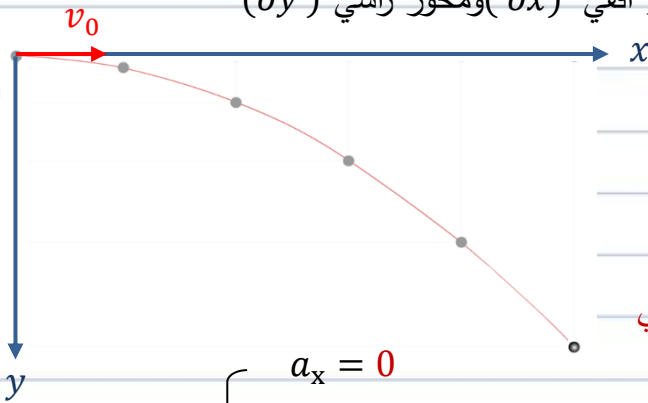
لأن الكرتان تتحركان بنفس مقدار العجلة وهي عجلة الجاذبية الأرضية



القذف الأفقي

لدراسة الحركة سوف نحلل الحركة على محورين متعامدين محور أفقي (ox) ومحور رأسي (oy)

من خلال تحليل متجه السرعة الابتدائية



$$v_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

نلاحظ أن : لا يوجد مركبة للسرعة الابتدائية على المحور الرأسي

من خلال تحليل العجلة نستنتج أن :

حركة المسقط على (ox) هي: مستقيمة منتظمة السرعة

علل ذلك : لعدم وجود قوى تعمل بالاتجاه الأفقي

حركة المسقط على (oy) هي: مستقيمة منتظمة العجلة

علل ذلك : لأن الوزن يعمل بالاتجاه الرأسي

من تحليل متجه السرعة نلاحظ أن السرعة

ثابتة المقدار على المحور : (ox)

متغيرة المقدار على المحور : (oy)

نجد ان المسافة التي يقطعها الجسم المقذوف خلال أزمنة متساوية:

على المحور الأفقي تكون : مسافات متساوية خلال ازمدة متساوية

على المحور الرأسي تكون : مسافات متزايدة خلال ازمدة متساوية

ملاحظات

حركة المسقط على (oy) مستقيمة معجلة بانتظام

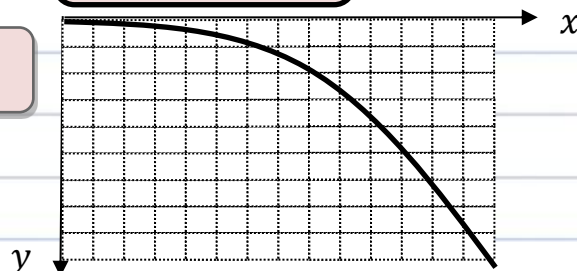
$$v_y = gt \quad 1$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2 \quad 2$$

$$v_y^2 = 2g \Delta y \quad 3$$

$$\Delta y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

معادلة المسار :



حركة المسقط على (ox) مستقيمة منتظمة السرعة

$$v_x = v_{0x} = v_0 = const$$

$$x = v_0 t \quad 4$$

خلاصة :

إن حركة القذيفة هي مركبة حركة منتظمة السرعة على المحور الأفقي وحركة منتظمة العجلة على المحور الرأسي

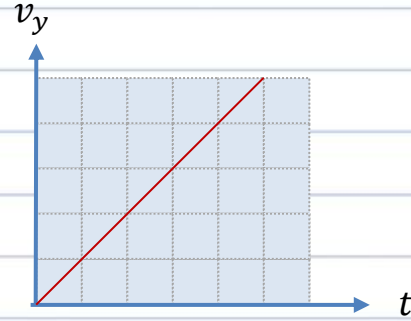
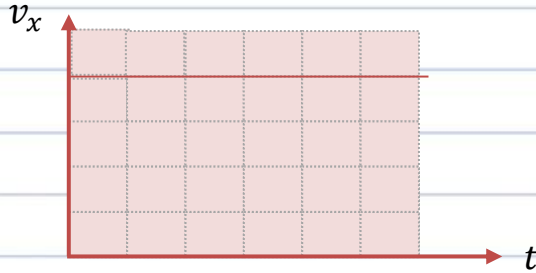
نشاط : لنفرض أن جسم قذف بسرعة أفقية مقدارها $(40) m/s$

وتم تسجيل القيم التالية الموجودة في الجدول

المطلوب

ارسم العلاقات البيانية التالية

t (s)	0	1	2	3	4
v_x	40	40	40	40	40
v_y	0	10	20	30	40
v	40	41.23	44.72	50	56.56



سؤال : صف ماذا يحدث للسرعة ومركباتها

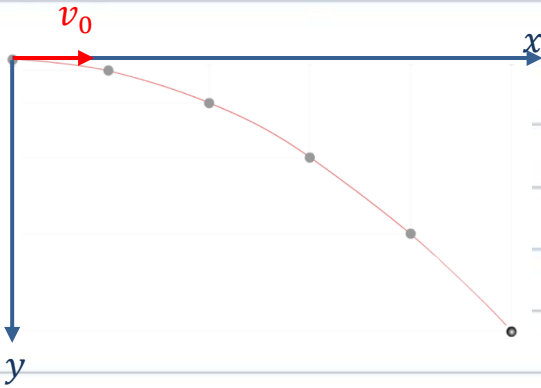
عند الانتقال من نقطة القذف إلى الوصول للهدف

الحدث :

1- المركبة الأفقية للسرعة: لا تتغير

2- المركبة الرأسية للسرعة: تزداد

3- السرعة الكلية للجسم : تزداد



المقذوفات الأفقية

ملاحظات لحل المسائل :

oy

$$v_y = g t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_{0x} = v_0 = \text{const}$$

$$v_y = g t$$

ox

$$x = v_0 t$$

(1) لحساب سرعة القذيفة بعد زمن:

1- المركبة الأفقية للسرعة بعد زمن تساوي السرعة الابتدائية

2- نحسب المركبة الرأسية للسرعة بعد زمن من خلال العلاقة:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

المقدار

السرعة

الاتجاه

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

$$x = v_0 t$$

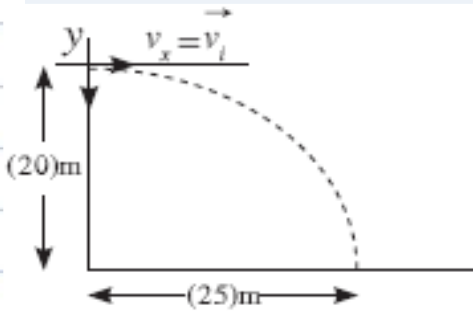
(x, y)

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

(2) لحساب موقع الجسم بعد زمن معين نستخدم :

حل المسائل التالية :

المسألة الأولى: رمي جسم من ارتفاع $m(20)$ عن سطح الأرض وبسرعة أفقية مقدارها (v) وكانت إزاحة الكرة الأفقية تساوي $m(25)$ بإهمال مقاومة الهواء المطلوب احسب :



1- زمن وصول الجسم إلى الأرض

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 2 s$$

2- احسب مقدار (v)

$$x = v_0 t \Rightarrow 25 = v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 12.5 m/s$$

المسألة الثانية: رمي جسم من ارتفاع $m(500)$ عن سطح الأرض وبسرعة أفقية $m/s(20)$ المطلوب:

1- الزمن اللازم للوصول للأرض

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 500 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 10 s$$

2- المسافة الأفقية التي يقطعها الجسم.

$$x = v_0 t = 20 \times 10 = 200m$$

3- مقدار واتجاه السرعة الكلية للجسم التي يصل بها للأرض:

$$v_y = g t = 10 \times 10 = 100m/s$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + 100^2} \approx 102m/s$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{100}{20} \right) = 78.7^\circ$$

المسألة الثالثة: قذف جسم من ارتفاع ما عن سطح الأرض وبسرعة أفقية $m/s(20)$ وعندما وصل إلى الأرض كانت إزاحته الأفقية تساوي $m(40)$ المطلوب:

1- الزمن اللازم للوصول للأرض

$$x = v_0 t \Rightarrow 40 = 20t \Rightarrow t = 2s$$

2- الارتفاع الذي قذف منه.

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 20m$$

3- موقع الجسم بعد ثانية من بدء الحركة

$$x = v_0 t = 20 \times 1 = 20 m$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5 m$$

موقع الجسم $(20, 5)$

4- سرعة الجسم بعد ثانية من بدء الحركة

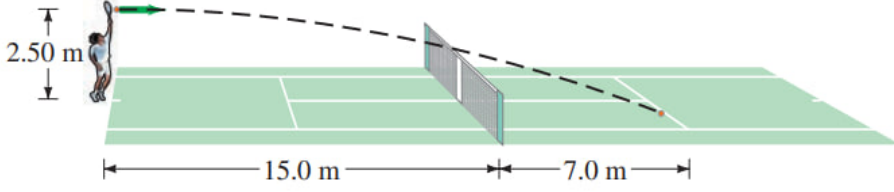
$$v_y = g t = 10 \times 1 = 10m/s$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} \approx 22.36 m/s$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{10}{20} \right) = 26.56^\circ$$

5- سرعة الجسم على المحور الرأسي التي يصل بها الجسم للأرض. $v_y = g t = 10 \times 2 = 20m/s$

المسألة الرابعة: في لعبة التنس الأرضي يقوم لاعب بتنفيذ ضربة الارسال من خط الملعب ويضرب الكرة بقوة تجعلها



تتطلق بسرعة أفقية (v_0) من ارتفاع

2.5 m عن الأرض فعندما تصل الأرض

تلامس خط الملعب المبين بالشكل المجاور

فاعتمادا على المعطيات في الشكل

المطلوب أحسب

1- الزمن اللازم لوصول الكرة إلى الأرض

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 2.5 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 0.7 \text{ s}$$

2- السرعة التي قذفت بها الكرة

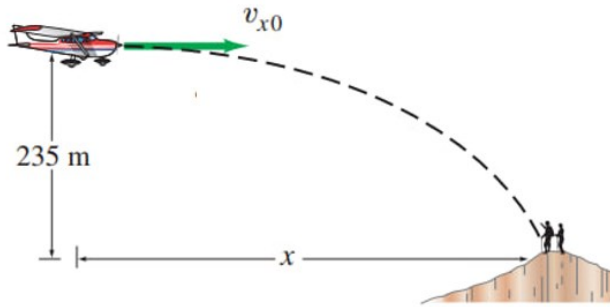
$$x = v_0 t \Rightarrow 22 = v_0 \times 0.7 \Rightarrow v_0 = 31.42 \text{ m/s}$$

3- معادلة المسار

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \Rightarrow y = \frac{10}{2 \times 31.42^2} x^2 \Rightarrow y = 5 \times 10^{-3} x^2$$

4- ارتفاع الخط العلوي من الشبكة عن الأرض علما أن الكرة مست الشبكة من الأعلى قبل أن تلامس الأرض

$$y = 5 \times 10^{-3} x^2 = 5 \times 10^{-3} \times 15^2 = 1.125 \text{ m}$$



المسألة الخامسة: تطير طائرة بخط مستقيم وبسرعة أفقية

منتظمة مقدارها 146 m/s في مهمة القاء مساعدات

لأشخاص عالقين على قمة جبل والطائرة تطير على ارتفاع

235 m عن المستوى الأفقي المار من قمة الجبل المطلوب

احسب

1- المسافة الأفقية (x) بين نقطة اسقاط المساعدات من الطائرة والأشخاص العالقين لتصل عندهم تماما

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \Rightarrow 235 = \frac{10}{2 \times 146^2} x^2 \Rightarrow x \approx 1001 \text{ m}$$

2- الزمن اللازم لتصبح الطائرة مباشرة فوق الأشخاص العالقين بفرض أنه حافظ على نفس السرعة

$$x = v_0 t \Rightarrow 1001 = 146 \times t \Rightarrow t = 6.85 \text{ s}$$

3- الزمن اللازم لوصول المساعدات للأشخاص العالقين

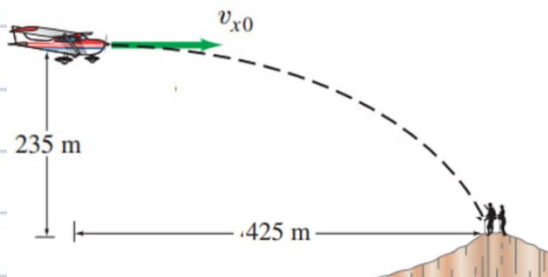
$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 235 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 6.85 \text{ s}$$

4- ماذا تستنتج

الزمن نفسه فحركة المسقط على (ox) هي حركة منتظمة السرعة وتماثل حركة الطائرة

5- لو أراد الطيار أن يلقي المساعدات كما في الشكل المجاور كم يجب

ان تكون سرعته



$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \Rightarrow 235 = \frac{10}{2 \times v_0^2} (425)^2 \Rightarrow v_0 \approx 62 \text{ m/s}$$

1. حركة قذيفة أطلقت بزاوية :

تحليل متجه السرعة الابتدائية :

$$v_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \theta \\ v_{0y} = v_0 \sin \theta \end{cases}$$

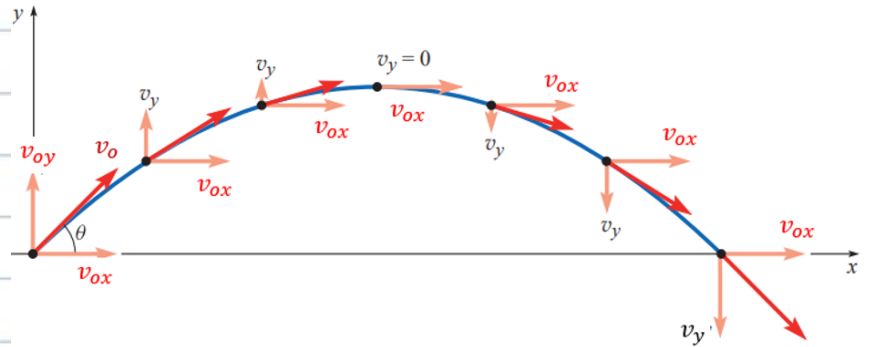
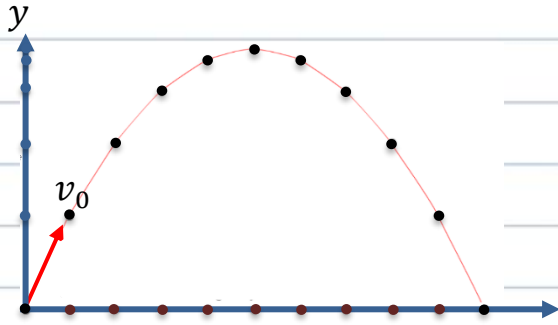
تحليل متجه العجلة والوزن :

$$a \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad w \begin{cases} w_x = 0 \\ w_y = mg \end{cases}$$

من خلال تحليل متجه العجلة نستنتج أن :

حركة المسقط على (Ox) هي: منتظمة السرعة عل ذلك: لعدم وجود قوة على المحور الأفقي

حركة المسقط على (Oy) هي: منتظمة العجلة ... عل ذلك : لأن الحركة تتم بتأثير قوة ثابتة هي وزن الجسم

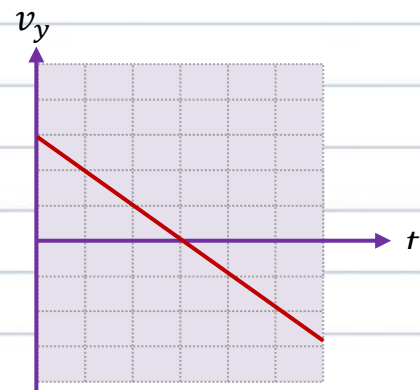


$$\begin{cases} x = (v_0 \cos \theta)t \\ y = (v_0 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$v \begin{cases} v_x = v_0 \cos \theta \\ v_y = (v_0 \sin \theta) - gt \end{cases}$$

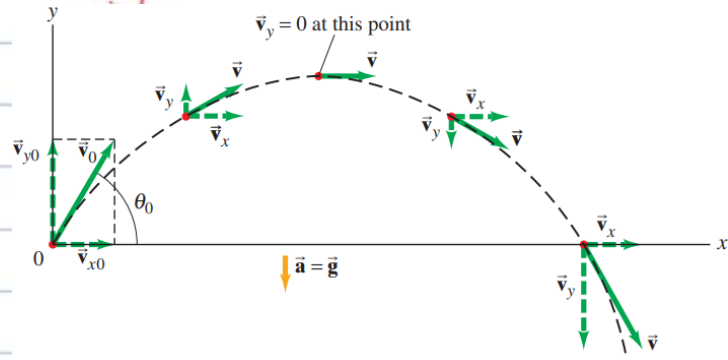
نشاط : لنفرض أن جسم قذف بسرعة m/s (60) بزاوية مع الأفق (30)

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
v_x	$30\sqrt{3}$	$30\sqrt{3}$	$30\sqrt{3}$	$30\sqrt{3}$	$30\sqrt{3}$	$30\sqrt{3}$	$30\sqrt{3}$
v_y	30	20	10	0	-10	-20	-30
V	60	55.6	52.9	$30\sqrt{3}$	52.9	56.6	-60



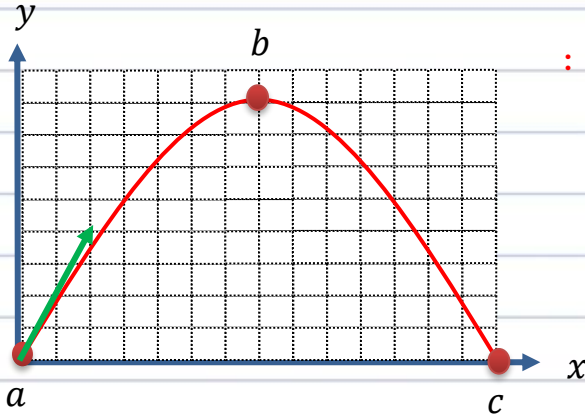
ارسم الخط البياني للعلاقة بين المركبة الأفقية للسرعة مع الزمن

ارسم الخط البياني للعلاقة بين المركبة الرأسية للسرعة مع الزمن



ملاحظات حول القذف بزاوية مع الأفق

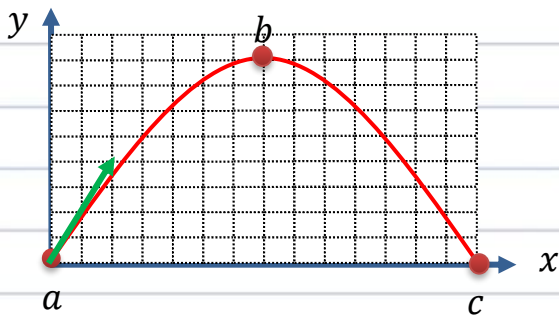
- 1- المركبة الأفقية للسرعة ثابتة المقدار دائما
- 2- المركبة الرأسية تقل إلى أن تصبح صفرا عند أقصى ارتفاع ثم تغير اتجاهها وتزداد قيمتها
- 3- السرعة الكلية تقل حتى تصبح أقل ما يمكن عند أقصى ارتفاع وفي هذه الحالة تكون مساوية للمركبة الأفقية للسرعة الابتدائية ثم تغير اتجاهها وتزداد بالمقدار



ماذا يحدث لكل من سرعة الجسم ومركبتي السرعة في كل مما يلي :

- 1- عند انتقال المقذوف من النقطة (a) إلى النقطة (b) فإن
 - أ- مقدار المركبة الأفقية لسرعة الجسم لا تتغير
 - ب- مقدار المركبة الرأسية لسرعة الجسم تقل
 - ت- مقدار سرعة الجسم تقل
- 2- عند انتقال المقذوف من النقطة (b) إلى النقطة (c) فإن
 - أ- مقدار المركبة الأفقية لسرعة الجسم لا تتغير
 - ب- مقدار المركبة الرأسية لسرعة الجسم تزداد
 - ت- مقدار سرعة الجسم تزداد
- 3- المواضع التي تكون فيها سرعة الجسم أكبر ما يمكن هي (a) (c)

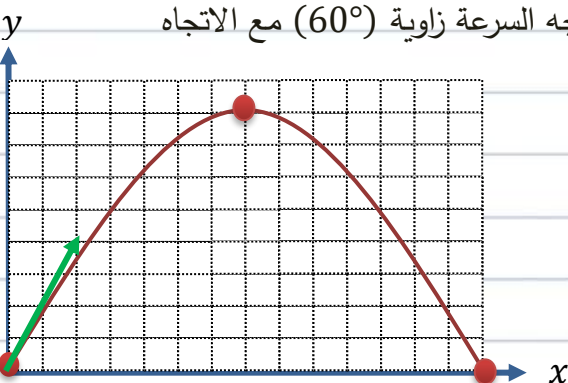
تمرين : اطلق جسم بسرعة ابتدائية يصنع متجه السرعة زاوية (θ) مع الأفق المطلوب اختر الإجابة الصحيحة وضع حولها دائرة :



$ v_a $	$<, >, =$	$ v_b $	1.
$ v_c $	$<, >, =$	$ v_b $	2.
$ v_c $	$<, >, =$	$ v_a $	3.
$ v_{xa} $	$<, >, =$	$ v_{xb} $	4.
$ v_{xc} $	$<, >, =$	$ v_{xb} $	5.
$ v_{xc} $	$<, >, =$	$ v_{xa} $	6.

تمرين : اطلق جسم بسرعة ابتدائية مقدارها 20 m/s يصنع متجه السرعة زاوية (60°) مع الاتجاه

الموجب للمحور الأفقي (ox) المطلوب



- 1- المركبة الأفقية للسرعة الابتدائية.
- 2- المركبة الأفقية للسرعة عند أقصى ارتفاع 10 m/s .
- 3- سرعة الجسم عند أقصى ارتفاع 10 m/s .
- 4- المركبة الرأسية للسرعة عند أقصى ارتفاع 0 m/s .

1-3 معادلة المسار:

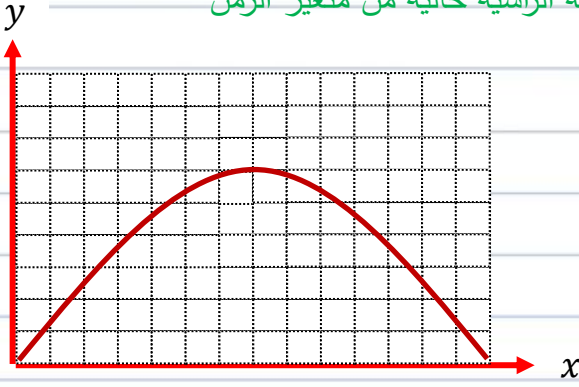
معادلة المسار: هي علاقة بين مركبة الحركة الأفقية ومركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن

معادلة المسار تعطي بالعلاقة التالية :

$$y = (\tan \theta)x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2$$

ارسم العلاقة البيانية التي تربط بين (x) و (y)

ما هو شكل المسار: **قطع مكافئ**



عندما تكون زاوية الاطلاق

$$0^\circ < \theta < 90^\circ$$

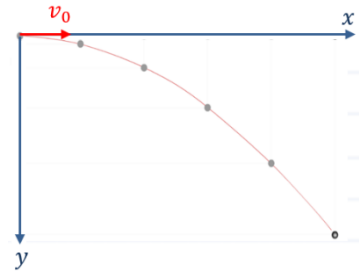
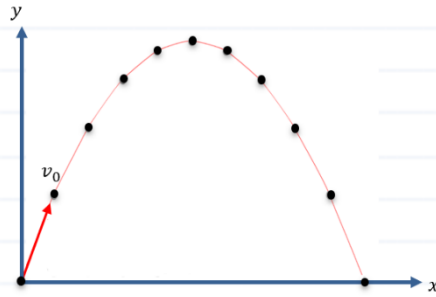
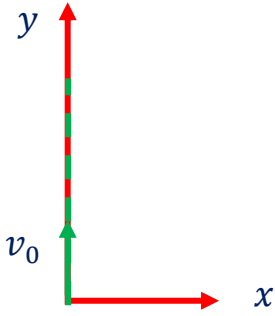
$$(\theta = 90^\circ)$$

$$(\theta = 0^\circ)$$

شكل المسار خطاً رأسياً

شكل المسار قطع مكافئ

شكل المسار نصف قطع مكافئ



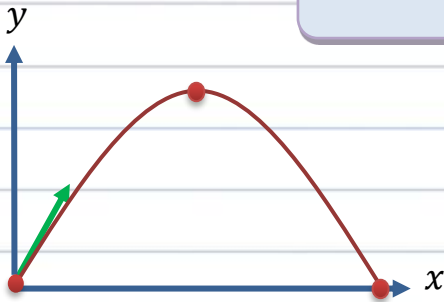
2-3 أقصى ارتفاع :

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

العلاقة التي تعطي الزمن اللازم للوصول إلى أقصى ارتفاع لمقذوف بزاوية مع الأفق :

$$h_{max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g}$$

العلاقة التي تعطي أقصى ارتفاع لمقذوف بزاوية مع الأفق :



عدد العوامل التي يتوقف عليها الزمن اللازم للوصول إلى أقصى ارتفاع يصل

اليه المقذوف بزاوية مع الأفق

عدد العوامل التي يتوقف عليها أقصى ارتفاع يصل اليه المقذوف بزاوية مع

الأفق

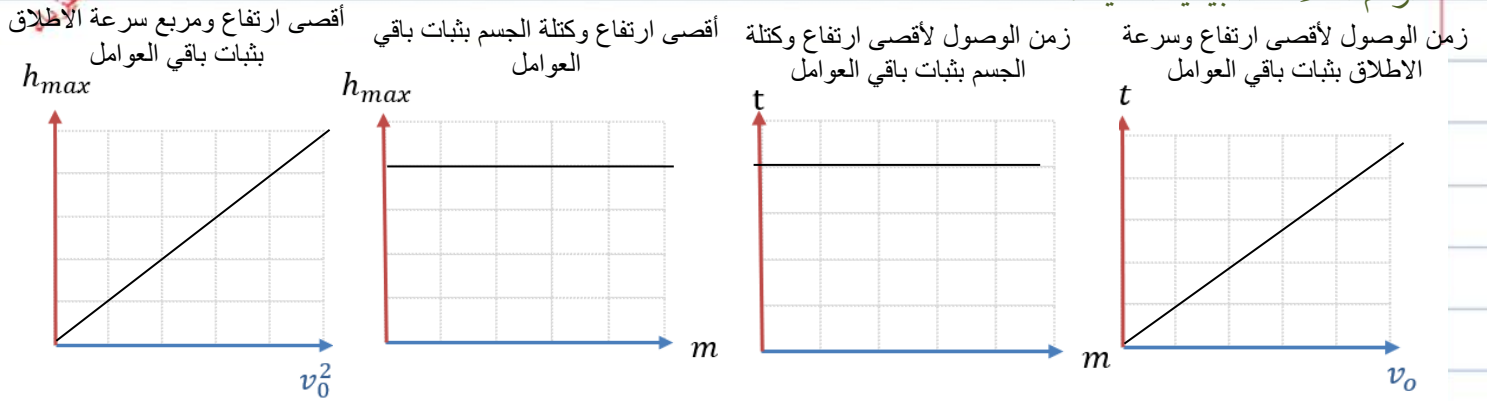
1- سرعة الاطلاق 2- زاوية الاطلاق 3- عجلة الجاذبية

علل الزمن اللازم للوصول لأقصى ارتفاع يساوي الزمن اللازم للانتقال من أقصى ارتفاع إلى المرور من النقطة

المقابلة لنقطة القذف

لأن الحركة صعوداً وهبوطاً بنفس مقدار العجلة وهي عجلة الجاذبية الأرضية

ارسم العلاقات البيانية التالية :



حل المثال التالي: قذف جسم من سطح الأرض بسرعة ابتدائية $(20) \text{ m/s}$ وبزاوية (45°) مع المحور الأفقي ليعود للأرض احسب أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن مستوى القذف وكذلك الزمن اللازم لبلوغ هذا الارتفاع ابتداء من لحظة القذف

$$h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g} = \frac{(20 \sin 45)^2}{2 \times 10} = 10 \text{ m}$$

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{20 \sin 45}{10} = 1.41 \text{ s}$$

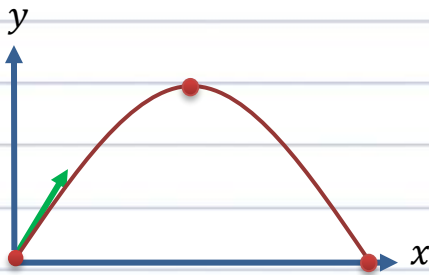
ماذا سيحدث لأقصى ارتفاع عند زيادة السرعة الابتدائية إلى المثلين بثبات باقي العوامل

يزداد أربع مرات

3-3 المدى

المدى: هو المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة بين نقطة الإطلاق ونقطة الوصول على الخط الأفقي المار بنقطة الإطلاق

العلاقة التي تعطي المدى لجسم قذف بسرعة تصنع زاوية مع الأفق

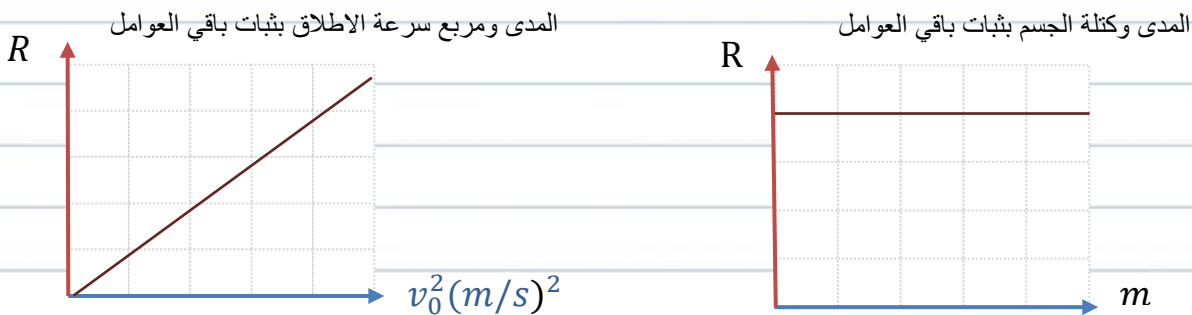


$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

عدد العوامل التي يتوقف عليها مدى المقذوف بزاوية مع الأفق

1- سرعة الإطلاق 2- زاوية الإطلاق 3- عجلة الجاذبية

ارسم العلاقات البيانية التالية :

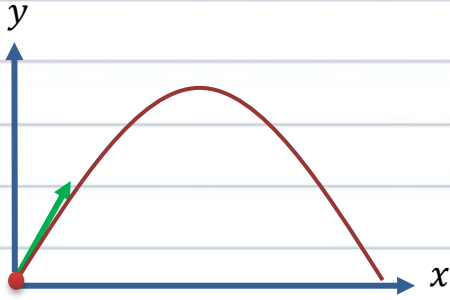


ماذا تستنتج :

المدى وأقصى ارتفاع والزمن اللازم للتخليق لا تتوقف على كتلة الجسم عند إهمال مقاومة الهواء

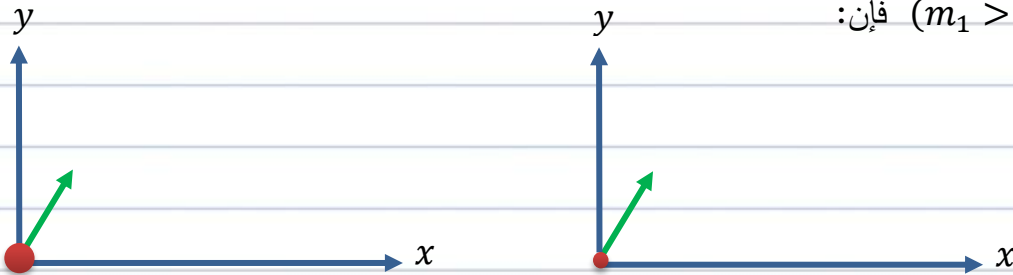
سؤال: قذف جسم في مجال الجاذبية الأرضية بسرعة ابتدائية تصنع زاوية مع الأفق ماذا يحدث لكل من المدى وأقصى ارتفاع يصل إليه الجسم المقذوف وزمن التحليق في حال زدنا مقدار السرعة الابتدائية مع المحافظة على زاوية الاطلاق

الحدث:



- أ- المدى : **يزداد**
- ب- أقصى ارتفاع **يزداد**
- ت- زمن التحليق : **يزداد**

سؤال: قذف جسمان مختلفان في الكتلة من نفس المكان بنفس مقدار السرعة الابتدائية ونفس زاوية القذف علما أن $(m_1 > m_2)$ فإن:



R_1	$<, >, =$	R_2	1.
h_{max1}	$<, >, =$	h_{max2}	2.

ماذا سيحدث للمدى عند زيادة السرعة الابتدائية إلى المثلين مع الحفاظ على باقي العوامل

الحدث : يزداد أربع مرات

التفسير : لأن المدى يتناسب طرديا مع مربع السرعة الابتدائية بثبات زاوية الاطلاق

تم اجراء تجربة لقذف جسم بزاوية مع الأفق على سطح الأرض بإهمال مقاومة الهواء وسجلنا النتائج الذي حصلنا عليها تخيل أننا أعدنا التجربة على سطح القمر ماذا سيحدث لكل من مقدار المدى ومقدار أقصى ارتفاع

الحدث : يكون مقدار المدى و أقصى ارتفاع في التجربة على سطح القمر أكبر من التجربة على سطح الأرض

التفسير : لأن المدى وأقصى ارتفاع يتناسب عكسيا مع عجلة الجاذبية بثبات باقي العوامل وعجلة الجاذبية على القمر أقل من قيمتها على الأرض

حل المثال التالي: أطلق جسم بسرعة ابتدائية 100 m/s وبزاوية (40°) مع الأفق من النقطة $(0, 0)$

بإهمال مقاومة الهواء **المطلوب:**

1- أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن مستوى القذف

$$h_{max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g} = \frac{(100 \sin 40)^2}{2 \times 10} = 206.58 \text{ m}$$

2- المدى

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = \frac{100^2 \times \sin(2 \times 40)}{10} = 984.8 \text{ m}$$

3- الزمن اللازم للوصول إلى أقصى ارتفاع

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{100 \sin 40}{10} = 6.42 \text{ s}$$

العلاقة بين زاوية الإطلاق (θ) والمدى الأفقي (R)

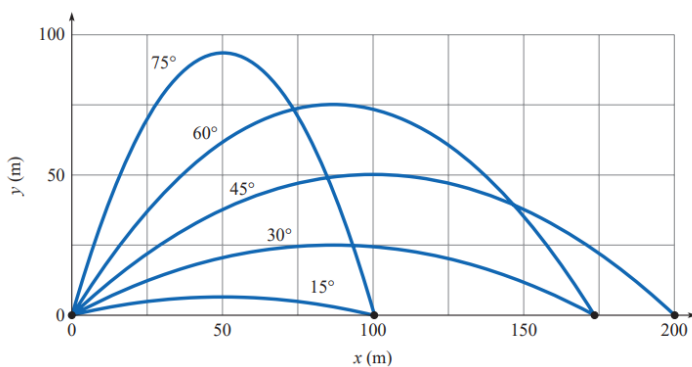
بعد اجراء تجربة قذف جسم بسرعة ابتدائية $v_0 = (44.3) \text{ m/s}$ بعدة زوايا كانت النتائج كما بالجدول التالي

الزمن الكلي لقطع المدى	أقصى ارتفاع	المدى	المركبة الرأسية للسرعة الابتدائية	المركبة الأفقية للسرعة الابتدائية	θ
$t' = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$	$h_{max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g}$	$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$	$v_{0y} = v_0 \sin \theta$	$v_{0x} = v_0 \cos \theta$	θ
2.29	6.57	98.12	11.46	42.79	15
4.43	24.53	169.95	22.15	38.37	30
6.26	49.04	196.2	31.32	31.32	45
7.67	73.59	169.95	38.37	22.15	60
8.55	91.55	98.12	42.79	11.46	75
8.86	98.12	0	44.3	0	90

من خلال النتائج التي حصلنا عليها نستنتج انه كلما ازدادت زاوية الاطلاق فإن :

- 1- المركبة الأفقية للسرعة الابتدائية تقل.....
- 2- المركبة الرأسية للسرعة الابتدائية تزداد.....
- 3- زمن تحليق المقذوف يزداد.....
- 4- أقصى ارتفاع يزداد.....
- 5- المدى الذي يصل اليه المقذوف

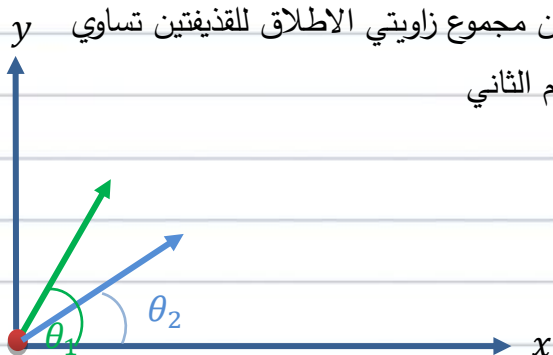
θ	0°	45°	90°
R		max	يقل



6- أكبر مدى عندما تكون زاوية القذف (45°)

7- إذا كان مجموع زاويتي الاطلاق للجسم المقذوف بنفس السرعة (90°) فإنه يكون لهما نفس المدى

سؤال : قذف جسمان من نفس المكان بنفس مقدار السرعة الابتدائية وكان مجموع زاويتي الاطلاق للقذيفتين تساوي (90°) وكانت زاوية الإطلاق للجسم الأول أكبر من زاوية الإطلاق للجسم الثاني أي ($\theta_1 > \theta_2$) فإن:

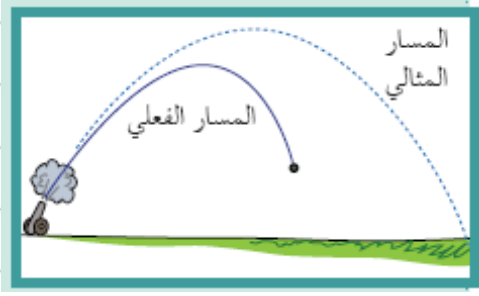


R_1	$<, >, (=)$	R_2	3.
h_{max1}	$<, >, (=)$	h_{max2}	4.

ماذا يحدث لشكل المسار ومدى و سرعة المقذوف בזاوية مع الأفق عندما يصل إلى الهدف :

عندما يكون مقاومة الهواء غير مهمة في المقذوفات

الحدث:



أ- شكل المسار يصبح ... قطع مكافئ غير حقيقي

ب- السرعة: تقل أو تتباطأ السرعة أو تختلف

ت- المدى يقل

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما

1. إذا كان مجموع زاويتي الإطلاق للجسم المقذوف بنفس السرعة (90°) فإنه يكون لهما نفس المدى.

لأنه بثبات سرعة الاطلاق وبما أن $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$ فإذا كان $\theta_1 = 90^\circ - \theta_2$ فإن

حسب قواعد المثلثات $\sin(180 - x) = \sin x$

$$\sin 2\theta_1 = \sin(180 - 2\theta_2) = \sin 2\theta_2$$

2. كلما زادت زاوية الإطلاق للقذيفة يزداد الارتفاع .

لأن أقصى ارتفاع يتناسب طرديا مع مربع جيب زاوية الاطلاق $h_{max} \propto \sin^2 \theta$

3. أكبر مدى عندما تكون زاوية الإطلاق (45°)

لأن $\sin 2 \times 45 = 1$ وهذه أكبر قيمة للجيب وبالتالي $R = \frac{v_0^2}{g}$ وهي أكبر قيمة للمدى

4. عندما يكون مقاومة الهواء غير مهمة يتناقص مدى القذيفة ويصبح المسار قطعاً مكافئاً غير حقيقي

5. بوجود مقاومة الهواء فإن القذيفة ستصل إلى ارتفاع أقل من حالة القذف بدون وجود مقاومة الهواء وستكون سرعتها

عند الهدف أقل من السرعة التي قذفت بها

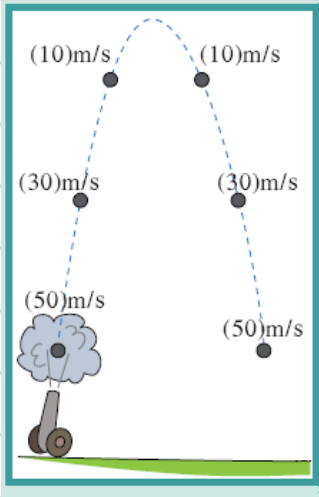
بسبب ضياع جزء من الطاقة نتيجة الاحتكاك مع الهواء

6. في حالة اهمال مقاومة الهواء فإن سرعة القذيفة عند ارتفاعات متساوية تكون متساوية لكن

باتجاه معاكس وتصل للأرض بنفس مقدار السرعة التي قذفت بها لكن باتجاه معاكس

لأن الحركة صعودا وهبوطا بنفس مقدار العجلة وبالتالي مقدار تغير السرعة التي تفقدها

القذيفة صعودا كل ثانية تكسبها هبوطا كل ثانية



ملاحظات لحل المسائل

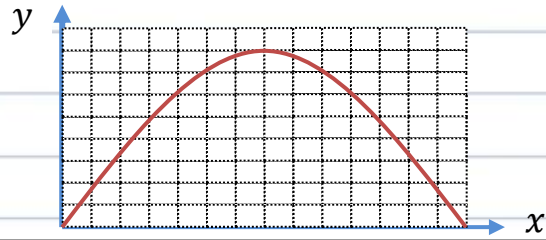
حركة المسقط على (oy) مستقيمة معجلة

القوانين

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \theta) t \quad 1$$

$$v_y = -gt + (v_0 \sin \theta) \quad 2$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta)^2 - 2g y \quad 3$$



حركة المسقط على (ox) مستقيمة منتظمة السرعة

القوانين

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta = \text{const}$$

$$\Delta x = (v_0 \cos \theta) t \quad 4$$

1- لحساب مركبتا السرعة الابتدائية

السرعة الابتدائية

المركبة الأفقية $v_{0x} = v_0 \cos \theta$

المركبة الرأسية $v_{0y} = v_0 \sin \theta$

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

2- لحساب الزمن اللازم للوصول أقصى ارتفاع بالنسبة لمستوى القذف

$$t' = 2t = 2 \frac{v_0 \sin \theta}{g} \quad 3$$

3- لحساب الزمن اللازم للوصول المدى (زمن التحليق)

$$h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g}$$

4- حساب ارتفاع الذروة أو أقصى ارتفاع عن مستوى القذف نستخدم

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

5- لحساب المدى الأفقي (أقصى مسافة أفقية) (بعد الهدف) نستخدم:

6- لحساب سرعة القذيفة بعد زمن

نحسب مركبتا السرعة

المركبة الأفقية

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta = \text{const}$$

المركبة الرأسية

$$v_y = -gt + (v_0 \sin \theta)$$

السرعة

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

المقدار

الاتجاه

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \theta) t$$

$$x = (v_0 \cos \theta) t$$

7- لحساب موقع الجسم بعد زمن نستخدم :

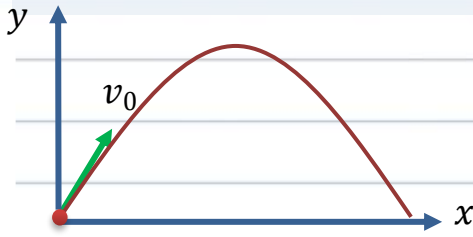
$$y = (\tan \theta) x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2$$

8- لمعرفة المسافة الأفقية بمعلومية الارتفاع أو العكس نستخدم معادلة

المسار

حل المسائل التالية :

المسألة الأولى: أطلق جسم بسرعة ابتدائية 30 m/s وبزاوية (37°) مع الأفق من النقطة $(0, 0)$ بإهمال مقاومة الهواء المطلوب:



1- الزمن اللازم للوصول إلى أقصى ارتفاع

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{30 \sin 37}{10} = 1.8 \text{ s}$$

2- المدى

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = \frac{30^2 \times \sin(2 \times 37)}{10} = 86.51 \text{ m}$$

3- أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن مستوى القذف

$$h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g} = \frac{(30 \sin 37)^2}{2 \times 10} = 16.2 \text{ m}$$

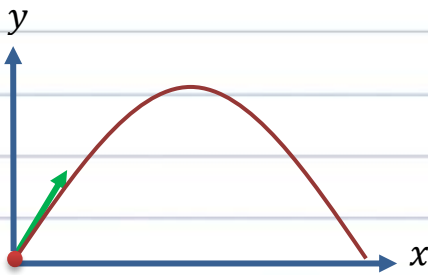
4- أكتب معادلة المسار

$$y = (\tan \theta)x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2$$

$$y = (\tan 37)x - \left(\frac{10}{2 \times 30^2 \cos^2 37} \right) x^2$$

$$y = (0.753)x - (8.71 \times 10^{-3})x^2$$

المسألة الثانية : أطلق جسم بسرعة ابتدائية 20 m/s وبزاوية (53°) مع الأفق من النقطة $(0, 0)$ بإهمال مقاومة الهواء المطلوب أحسب:



1- أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم عن مستوى القذف

$$h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g} = \frac{(20 \sin 53)^2}{2 \times 10} = 12.75 \text{ m}$$

2- المدى

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = \frac{20^2 \times \sin(2 \times 53)}{10} = 38.45 \text{ m}$$

3- الزمن اللازم للوصول إلى أقصى ارتفاع

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{20 \sin 53}{10} = 1.59 \text{ s}$$

4- سرعة الجسم بعد ثانيتين من الاطلاق

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta = 20 \cos 53 = 12 \text{ m/s}$$

$$v_y = -gt + (v_0 \sin \theta) = -10 \times 2 + 20 \sin 53 = -4 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(12)^2 + (-4)^2} = 12.65 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{4}{12} \right) = 18.43^\circ$$

5- ارتفاع القذيفة عن مستوى القذف عندما يكون البعد الأفقي لمسقط القذيفة الأفقي عن نقطة القذف 8 m

$$y = (\tan \theta)x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2$$

$$y = (\tan 53) \times 8 - \left(\frac{10}{2 \times 20^2 \cos^2 53} \right) \times 8^2 = 8.4 \text{ m}$$

المسألة الثالثة : أطلقت قذيفة بزاوية (60°) مع المحور الأفقي من النقطة $(0, 0)$ وبسرعة ابتدائية

$v_0 = (20) \text{ m/s}$ أهمل مقاومة الهواء المطلوب:

1- أكتب معادلة المسار $y = (\tan \theta)x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta}\right)x^2$

$$y = (\tan 60^\circ)x - \left(\frac{10}{2 \times 20^2 \cos^2 60^\circ}\right)x^2$$

$$y = (1.732)x - \left(\frac{1}{20}\right)x^2$$

2- أحسب الزمن الذي تحتاجه للوصول إلى أقصى ارتفاع

$$t = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{20 \sin 60}{10} = \sqrt{3} \text{ s}$$

3- استنتج أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة

$$h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g} = \frac{(20 \sin 60)^2}{2 \times 10} = 15 \text{ m}$$

4- أحسب المدى الأفقي الذي تبلغه القذيفة علما أنها اصطدمت بالأرض عند نقطة تقع على الخط المار بنقطة القذف

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = \frac{20^2 \times \sin(2 \times 60)}{10} = 34.64 \text{ m}$$

5- سرعة الجسم عند أقصى ارتفاع يصل اليه

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta = 20 \cos 60 = 10 \text{ m/s}$$

6- أحسب متجه السرعة لحظة اصطدام القذيفة بالأرض

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta = 20 \cos 60 = 10 \text{ m/s}$$

$$v_y = -gt + (v_0 \sin \theta) = -10 \times (2 \times \sqrt{3}) + 20 \sin 60 = -17.32 \text{ m/s}$$

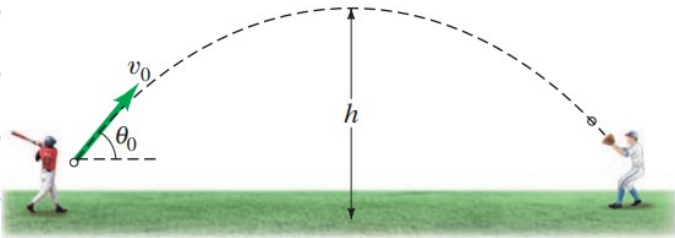
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(10)^2 + (-17.32)^2} = 20 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{17.32}{10} \right) = 60^\circ$$

7- حدد موقع الجسم بعد زمن قدره $(0.5) \text{ s}$ $(5\text{m}, 7.41\text{m})$

$$x = (v_0 \cos \theta)t = (20 \times \cos 60) \times 0.5 = 5 \text{ m}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \theta)t = -\frac{1}{2} \times 10 \times 0.5^2 + (20 \sin 60) \times 0.5 = 7.41 \text{ m}$$



المسألة الرابعة: يضرب لاعب البيسبول الكرة من ارتفاع

$(1.2) \text{ m}$ من سطح الأرض بقوة تجعلها تتطلق بسرعة

ابتدائية $(25) \text{ m/s}$ وبزاوية (75°) مع الأفق ليمسكها

لاعب في الطرف المقابل بعد زمن قدره $(4.82) \text{ s}$ المطلوب:

1- أقصى ارتفاع تصل اليه الكرة عن سطح الأرض.

$$h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g} + y_0 = \frac{(25 \sin 75)^2}{2 \times 10} + 1.2 = 30.35 \text{ m}$$

2- ارتفاع يد اللاعب الآخر عن سطح الأرض لحظة امساكه بالكرة

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \theta)t + y_0$$

$$y = -\frac{1}{2} \times 10 \times 4.82^2 + (25 \sin 75) \times 4.82 + 1.2 = 1.43 \text{ m}$$

3- أوجد المسافة الأفقية التي ستقطعها الكرة من لحظة اطلاق الكرة حتى تصل يد اللاعب

$$x = v_0 \cos(\theta)t = 25 \cos(75) \times 4.82 = 31.05 \text{ m}$$

مراجعة الدرس 1-3

يُعتبر تأثير الهواء مهملاً في الأسئلة التالية .

أولاً - ماذا يمثل مدى مسار القذيفة؟

ثانياً - بم تُميَّز النقطة الأعلى في مسار قذيفة أُطلقت بزاوية θ بالنسبة إلى المحور الأفقي؟

ثالثاً - أُطلقت قذيفتان لهما كتلتان مختلفتان m_1 و m_2 ، إذا علمت أن $(m_1 < m_2)$ ، بالسرعة الابتدائية نفسها v_0 وبزاوية θ بالنسبة إلى المحور الأفقي نفسه . قارن بين مدى المسار والارتفاع الأعلى الذي تبلغه كلّ قذيفة من القذيفتين .

رابعاً - في إطار مباراة إطلاق السهم، أرسل أحد المتبارين السهم بسرعة ابتدائية v_0 قيمتها $(50)\text{m/s}$ ، وذلك لكي يصل إلى هدفه الموجود على مسافة $(80)\text{m}$. علماً بأن مركز الهدف هو على المستوى الأفقي نفسه مع يد المتباري، وبإهمال تأثير الهواء،

(أ) حدّد قيمة زاوية θ بالنسبة إلى المحور الأفقي لكي يتمكن المتباري من إصابة مركز الهدف الموجود على بعد $(80)\text{m}$.

(ب) إذا تمّ الإطلاق بزاوية 9° (دائماً بالنسبة إلى المحور الأفقي) .

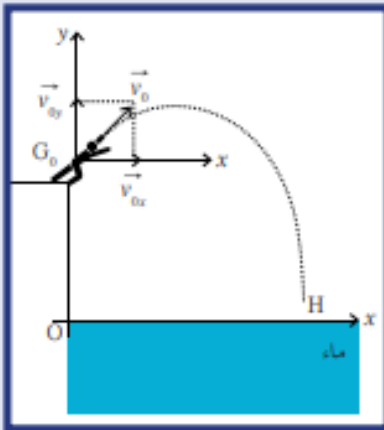
أحسب قيمة المسافة الأفقية التي قطعها السهم . هل يصل السهم إلى الهدف؟ قيم إجابتك .

خامساً - لدراسة حركة مركز الثقل لغطّاس خلال قفزه إلى الماء عن خشبة (شكل 37)، نفترض أن الغطّاس ترك الخشبة في اللحظة صفر $(t = 0)$ بسرعة ابتدائية v_0 وبزاوية قدرها 40° بالنسبة إلى المحور الأفقي . في لحظة الإنطلاق، كان الغطّاس في النقطة G_0 ، التي ترتفع $(6)\text{m}$ عن سطح الماء $(y_0 = 6\text{m}, x_0 = 0)$.

(أ) إذا كانت أعلى نقطة يصل إليها الغطّاس هي على مسافة $(1)\text{m}$ من

مستوى الإطلاق، احسب سرعة الغطّاس الابتدائية v_0 .

(ب) أكتب معادلة المسار لحركة مركز ثقل الغطّاس .



(شكل 37)

تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربع الواقع أمام العبارة الصحيحة في كل مما يلي:

1. تحدّد الكمية المتجهة:
 - ☐ مقدار ووحدة قياس
 - ☐ اتجاه ومقدار ووحدة قياس
 - ☐ اتجاه ووحدة قياس ونقطة تطبيق
 - ☐ اتجاه ومقدار ونقطة تأثير ووحدة قياس
2. تحدّد الكمية العددية:
 - ☐ مقدار ووحدة قياس
 - ☐ اتجاه ومقدار ووحدة قياس
 - ☐ اتجاه ونقطة تأثير ووحدة قياس
 - ☐ اتجاه ومقدار ونقطة تأثير ووحدة قياس
3. المركبة الأفقية لمتجه قوة مقداره $5N$ يميل بزاوية 60° مع المحور الرأسي بوحدة N تساوي:
 - ☐ (4.333)
 - ☐ (2.5)
 - ☐ (3)
 - ☐ (4)
4. المركبة الرأسية لمتجه قوة مقداره $5N$ يميل بزاوية 60° مع المحور الأفقي بوحدة N تساوي:
 - ☐ (4.333)
 - ☐ (2.5)
 - ☐ (3)
 - ☐ (4)

تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

1. ما الفرق بين السرعة العددية والسرعة المتجهة؟
3. تحلق طائرة بسرعة 80 km/h . هل تتوقع أن تصبح سرعتها أكبر أو أقل من 80 km/h إذا هبت عليها رياح اتجاهها عمودي على اتجاه طيرانها؟
4. احسب مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن متجهين الإزاحة D_1 ومقداره 4 m والمتجه D_2 ومقداره 6 m علماً أنهما يحصران في ما بينهما زاوية 150° .

تحقق من مهاراتك

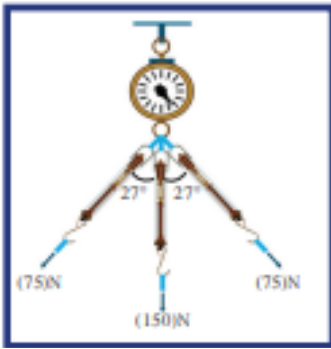
حلّ المسائل التالية:

1. (أ) استخدم طريقة الرسم البياني ومقياس رسم مناسب لتجد المحصلة v_R (مقدار واتجاه) لمتجهي السرعة المتلاقين في النقطة O ، علماً أن مقدار $v_1 = 5 \text{ m/s}$ ومقدار $v_2 = 5 \text{ m/s}$ ، ويحصران بينهما زاوية مقدارها 120° .
- (ب) أوجد المحصلة $\vec{v}_R$ (مقدار واتجاه) مستخدماً الطريقة الحسابية.
- (ج) مثل هذه السرعة رياضياً.
- (د) قارن بين نتائج الطريقتين.

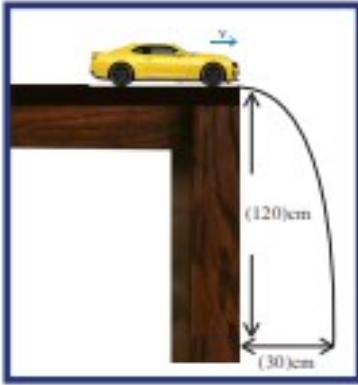
الطلب أ- والطلب د معلق

مراجعة الفصل 1

40

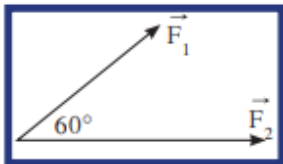


2. حلقة جهاز ميزان زنبركي يتم شدّها بواسطة ثلاثة حبال بقوى مختلفة، كما يوضح الشكل المقابل.
أوجد مقدار المحصلة التي سيقراها الميزان الزنبركي.



4. دفع ولد سيارته عن حافة طاولة ارتفاعها 120 cm لتسقط وتصلطم بالأرض عند نقطة تبعد أفقيًا 30 cm عن الطاولة
كما هو موضح في الشكل المقابل.
(أ) أحسب الزمن الذي تحتاجه السيارة لتصلطم بالأرض.
(ب) أحسب سرعة السيارة لحظة انطلاقها مبتعدة عن سطح الطاولة.
(ج) أحسب مقدار سرعتها واتجاهها لحظة اصطدامها بالأرض. (علماً أنّ $g = 10 \text{ m/s}^2$)

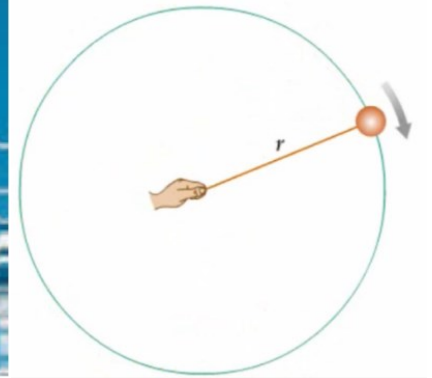
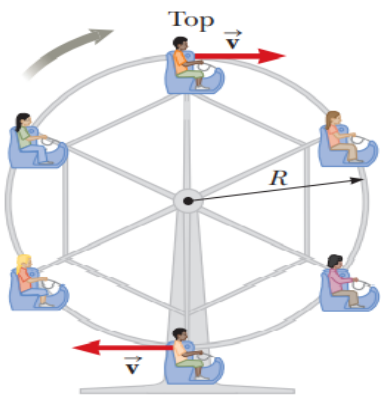
5. أطلقت قذيفة بزاوية 30° مع المحور الأفقي من النقطة $O (0,0)$ بسرعة ابتدائية $v_0 = 30 \text{ m/s}$. أهمل مقاومة الهواء.
(أ) أكتب معادلة المسار للقذيفة.
(ب) أحسب الزمن الذي تحتاجه للوصول إلى أقصى ارتفاع.
(ج) أحسب مقدار أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة.
(د) أحسب المدى الأفقي الذي تبلغه القذيفة علماً أنّها اصطدمت مع الأرض بنقطة تقع على الخط المار بنقطة القذف.
(هـ) أحسب متجه السرعة لحظة اصطدامها بالأرض.

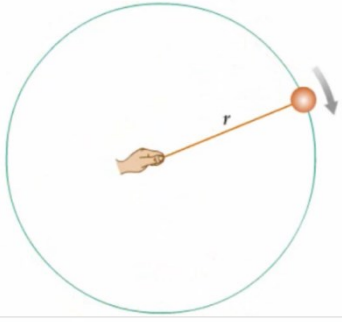


7. المتجهان $\vec{F}_1$ ومقداره 3 N و $\vec{F}_2$ ومقداره 4 N ، يحصران بينهما زاوية 60° وموجودان في المستوى نفسه كما في الشكل المقابل.
(أ) احسب حاصل الضرب القياسي للمتجهين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$.
(ب) احسب حاصل الضرب الاتجاهي $\vec{F}_1 \times \vec{F}_2$ وحدد عناصر متجه المحصلة $\vec{F}$ ومثله بيانياً.
(ج) احسب حاصل الضرب الاتجاهي $\vec{F}_2 \times \vec{F}_1$ وحدد عناصر متجه المحصلة $\vec{F}$ ، ومثله بيانياً
(د) ما العلاقة بين المتجهين $\vec{F}$ و $\vec{F}$ ؟

الفصل الثاني

الحركة الدائرية





نشاط : نأخذ جسماً ونربطه بطرف خيط ثم نجعله يدور

ما شكل المسار: **دائري**

هل ستتغير المسافة بين محور الدوران والجسم

لا تتغير

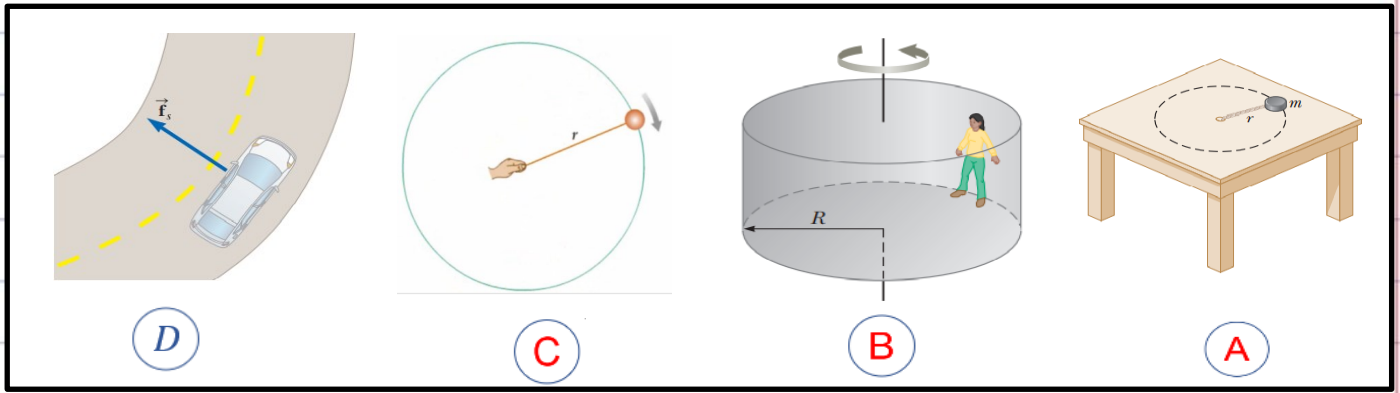
الحركة الدائرية: حركة الجسم على مسار دائري حول مركز دوران مع المحافظة على

مسافة ثابتة منه

الحركة الدائرية المنتظمة: هي حركة الجسم على مسار دائري بسرعة ثابتة القيمة.

1. الدوران المحوري والدوران المداري

من خلال التدقيق في الأشكال المرفقة والتي تمثل اجسام تدور أجب عن الأسئلة التالية:



1- حدد موضع محور الدوران لكل جسم

2- عرف محور الدوران: هو الخط المستقيم الذي تتم حوله الحركة الدائرية

3- ما هي الأجسام التي محور دورانها ينتمي لها وماذا نسمي هذه الحركة ؟

الأجسام هي (B) حركة مغزلية

4- ما هي الأجسام التي محور دورانها لا ينتمي لها وماذا نسمي هذه الحركة ؟

الأجسام هي (A) و (C) و (D) و الرجل في (B) تسمى حركة مدارية

محور الدوران: الخط المستقيم الذي تحدث حوله الحركة الدائرية

محور دوران خارجي

الخط المستقيم الذي يستقر خارج الجسم والذي تحدث حوله الحركة الدائرية، أي محور الدوران يقع خارج الجسم.

محور دوران داخلي

الخط المستقيم الذي يستقر داخل الجسم والذي تحدث حوله الحركة الدائرية، أي محور الدوران يستقر داخل الجسم.

قارن بين الحركة الدائرية المحورية (المغزلية) والحركة المدارية

من حيث	الحركة الدائرية المحورية (المغزلية)	الحركة المدارية
التعريف	هي الحركة التي تتم حول محور ينتمي للجسم (محور دوران داخلي)	هي الحركة التي تتم حول محور دوران لا ينتمي للجسم (محور دوران خارجي)
نوع المحور	داخلي	خارجي
مثال عليها	حركة الأرض حول نفسها	حركة الأرض حول الشمس

اعطي تفسيراً علمياً سليماً لكل مما يلي:

1- تعتبر حركة الساقية الدوارة حركة دائرية محورية (حركة مغزلية) بينما تعتبر حركة الركاب في الساقية الدوارة حركة مدارية :

لأنها تدور حول محور دوران داخلي على خلاف حركة الركاب حيث تتم حول محور دوران خارجي



2- لماذا تخضع الأرض لنوعي الحركة الدائرية (المدارية و المحورية) لأنها تدور حول نفسها حيث محور الدوران داخلي (حركة محورية) وتدور في نفس الوقت حول محور دوران خارجي حول الشمس (حركة مدارية)



مناقشة : وضعت حشرة على طرف منضدة دوارة حول محور عمودي على

مستوى المنضدة ومار من منتصفها

فإن حركة المنضدة تعتبر محورية.....

علل ذلك : لأن محور الدوران داخلي

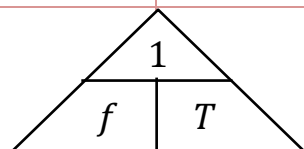
وحركة الحشرة تعتبر مدارية.....

علل ذلك : لأن محور الدوران خارجي

التردد والزمن الدوري في الحركة الدائرية المنتظمة

قارن بين التردد والزمن الدوري

من حيث	الزمن الدوري	التردد
الرمز	T	f
التعريف	هو الزمن اللازم لإنجاز دورة كاملة	عدد الدورات الكاملة التي ينجزها الجسم خلال وحدة الزمن
وحدة القياس	الثانية	الهرتز
العلاقة الرياضية	$T = \frac{t}{N}$	$f = \frac{N}{t}$



حل التمارين التالية :

التمرين الأول: جسم يعمل (50) دورة خلال عشر ثوان المطلوب احسب

1- تردد الجسم

$$f = \frac{N}{t} = \frac{50}{10} = 5 \text{ Hz}.$$

2- الزمن الدوري

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ s}$$

التمرين الثاني : جسم تردده 20 Hz احسب زمنه الدوري

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ s}$$

التمرين الثالث : الزمن الدوري لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة s (0.5) احسب تردد الجسم بوحدة الهرتز

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.5} = 2 \text{ Hz}$$

2. الإزاحة الزاوية

الحركة : هي تغير موقع الجسم بالنسبة للزمن

ملاحظة : يمكن ان نصف حركة جسم على مسار دائري بأن $|\vec{CM}|$

(r, θ) نستعين بالزاوية التي تحرك بها ومن خلال موقع الجسم

نحدد الإحداثيات (x, y)

حيث : $(x_M = r \cos(\theta), y_M = r \sin(\theta))$

علل استخدام الزاوية في الحركة الدائرية يكفي لتحديد موقع الجسم

لأنه في الحركة الدائرية نصف القطر ثابت

الإزاحة الزاوية (θ) : الزاوية التي تقاس بين الخط المرجعي و الخط

المر بالנקطة و المركز .

ملاحظات :

1- الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$ تكفي لوصف الحركة الدائرية للنقطة M

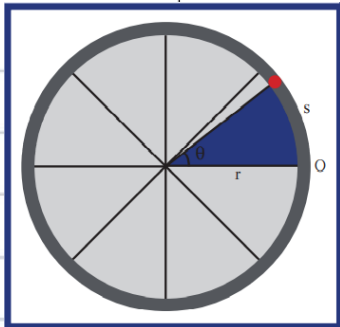
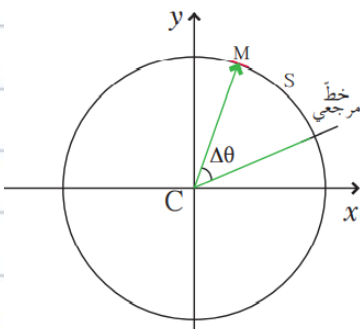
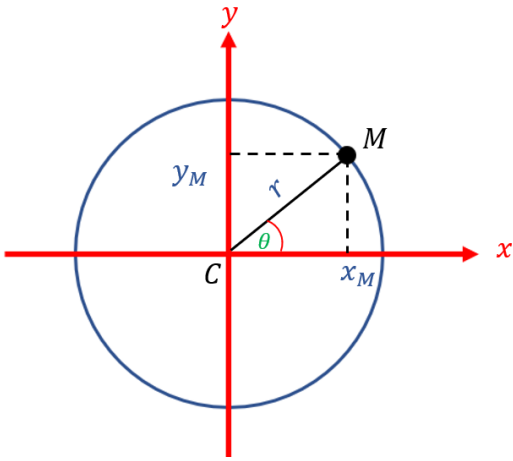
خلال فترة زمنية على المسار الدائري

2- الإزاحة هي (θ) عندما تكون $(\theta_0 = 0 \text{ rad})$

3- تقاس الزوايا عادة بالدرجات Degree ($^\circ$) والدرجة تساوي (60) دقيقة

والدقيقة تساوي (60) ثانية

4- وحدة قياس الزوايا في النظام الدولي للوحدات (SI) هي الراديان (rad)

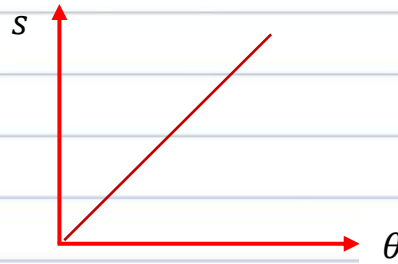


$$\theta^\circ \times \frac{\pi}{180} \rightarrow \theta \text{ rad}$$

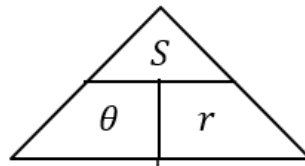
$$\theta = \frac{s}{r}$$

إذا قطع جسم قوساً من دائرة فإن الزاوية المركزية تعطى بالعلاقة :

ارسم العلاقة بين الإزاحة الخطية مع الإزاحة الزاوية لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة



ميل الخط البياني يمثل نصف القطر



$$\theta = 2\pi N$$

الإزاحة الزاوية

$$\theta = \frac{s}{r}$$

الإزاحة الخطية

$$s = 2\pi N r$$

إذا دار الجسم دورة واحدة

زاوية دائرة

$$\theta = 2\pi$$

$$N = 1$$

$$L = 2\pi r$$

محيط دائرة

ملاحظة : في العلاقات السابقة يجب أن تكون الزاوية مقدرة بالراديان

حل التمارين التالية :

التمرين (1) : يدور جسم في مسار دائري نصف قطره cm (20) احسب بالدرجات الزاوية المركزية التي يمسيها نصف القطر عندما يقطع مسافة تساوي cm (10)

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{10}{20} = 0.5 \text{ rad} = 0.5 \times \frac{180}{\pi} = 28.64^\circ$$

التمرين (2) : يدور جسم في مسار دائري نصف قطره m (2.5) فيمسح نصف القطر زاوية مقدارها rad (2) احسب مقدار الإزاحة الخطية الحاصلة للجسم

$$s = \theta r = 2 \times 2.5 = 5m$$

التمرين (3) : من خلال المعطيات المدونة على الشكل احسب طول القوس الذي

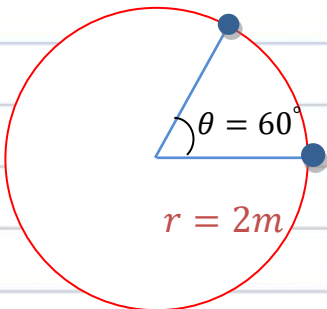
$$s = \theta r = \frac{60 \times \pi}{180} \times 2 = 2.09 m$$

التمرين (4) : جسم يتحرك حركة دائرية نصف قطر مساره m (4) فيعمل خمس دورات احسب المسافة التي يقطعها الجسم

$$s = 2\pi N r = 2\pi \times 5 \times 4 = 40\pi m$$

التمرين (5) : جسم يتحرك على مسار دائري نصف قطره cm (10) فخلال ربع دورة احسب الزاوية المركزية التي يمسيها نصف القطر

$$\theta = 2\pi N = 2\pi \times 0.25 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$



التمرين (6) : دراجة نارية نصف قطر عجلتها 50 cm تتحرك بخط مستقيم فتقطع مسافة 31.4 m احسب عدد الدورات التي انجزتها عجلة الدراجة

$$s = 2\pi Nr \Rightarrow 31.4 = 2\pi \times N \times 0.5 \Rightarrow N = 10 \text{ rev}$$

التمرين (7) : دراجة نارية نصف قطر عجلة الدراجة 70 cm تتحرك بخط مستقيم تدور عجلتها خمس دورات كاملة احسب المسافة التي قطعتها الدراجة.

$$s = 2\pi Nr = 2\pi \times 5 \times 0.7 = 7\pi \text{ m}$$

حل المثال التالي: يقف حكم مباراة الركض في منتصف المسار الدائري المخصص للسباق على بعد 200 m من لاعب يقف على الخط المرجعي باتجاه الشرق ويستعد للركض بالاتجاه الدائري الموجب كما في الشكل ركض اللاعب على المسار حتى نهاية النقطة التي تقع على شمال الحكم على المحور الرأسي المطلوب

1- المسافة التي قطعها اللاعب

$$s = 2\pi Nr = 2\pi \times 0.25 \times 200 = 100\pi \text{ m}$$

2- كم تكون المسافة لو كان على اللاعب إكمال دورة كاملة

$$s = 2\pi Nr = 2\pi \times 1 \times 200 = 400\pi \text{ m}$$

3. السرعة في الحركة الدائرية

سؤال: أيهما يتحرك أسرع في لعبة داوهر الخيل الخشبية الحصان القريب من الحاجز الخارجي أم القريب من الحاجز الداخلي

القريب من الحاجز الخارجي

1.3 السرعة في الحركة الدائرية

تعريف السرعة الخطية (العديّة) :

طول القوس الذي يقطعه الجسم من محيط الدائرة في وحدة الزمن

صفات السرعة الخطية في الحركة الدائرية :

1- متغيرة الاتجاه لحظيا

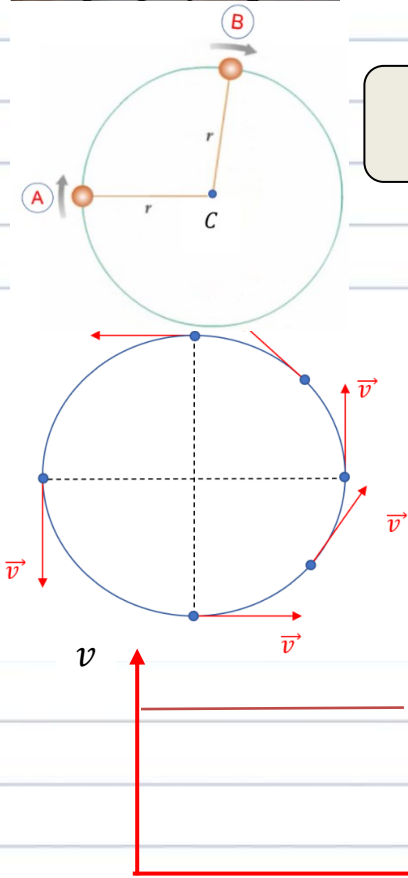
2- مماسة للدائرة عند كل نقطة

3- عمودية على نصف القطر

علل تسمى السرعة الخطية أيضاً السرعة المماسية :

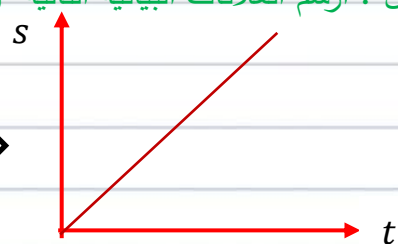
لأنها تمس المسار في كل لحظة

سؤال : ارسم العلاقات البيانية التالية و ماذا يمثل ميل المنحني إن وجد ؟



المُيسّر في الفيزياء

الميل يمثل السرعة الخطية

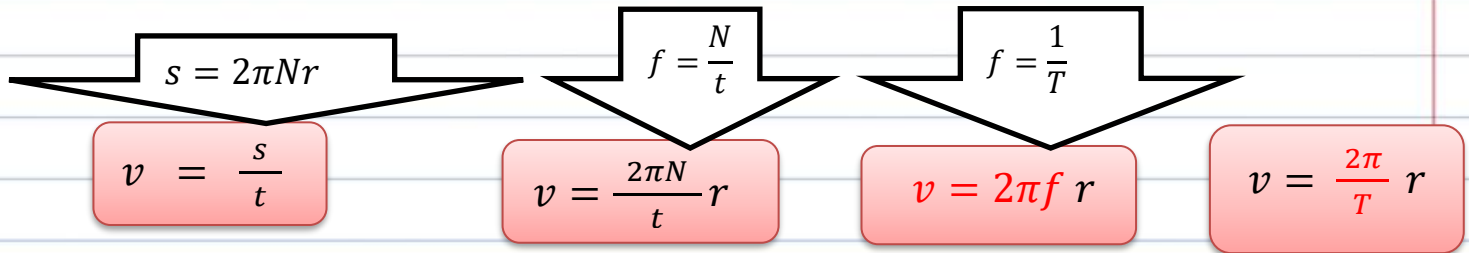


العلاقة بين السرعة الخطية والزمن لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة

العلاقة بين الإزاحة الخطية مع الزمن لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة

عدد العوامل التي تتوقف عليها السرعة الخطية في الحركة الدائرية

1- طول القوس 2- الزمن



حل التمارين التالية :

1- يتحرك جسم حركة دائرية فيقطع مسافة من محيط الدائرة مقدارها cm (50) خلال s (10) احسب مقدار سرعة الجسم الخطية

$$v = \frac{s}{t} = \frac{0.5}{10} = 0.05 m/s .$$

2- يتحرك جسم حركة دائرية نصف قطر المسار الدائري cm (80) بتردد Hz (4) احسب مقدار سرعة الجسم الخطية

$$v = 2\pi f r = 2\pi \times 4 \times 0.8 = 20.1 m/s$$

3- يتحرك جسم حركة دائرية نصف قطر المسار الدائري cm (20) والزمن الدوري للحركة s (0.5) احسب مقدار سرعة الجسم الخطية .

$$v = \frac{2\pi}{T} r = \frac{2\pi}{0.5} \times 0.2 = 2.51 m/s$$

4- تدير بنت جسما على محيط دائرة وبسرعة خطية منتظمة فإذا كان نصف قطر الدائرة cm (50) وأكملت البنت (30) دورة خلال ربع دقيقة احسب مقدار السرعة الخطية

$$v = 2\pi f r = 2\pi \frac{N}{t} r = 2\pi \times \frac{30}{15} \times 0.5 = 2\pi m/s .$$

2.3 السرعة الدائرية (الزاوية) (ω) :

السرعة الدائرية (الزاوية):

مقدار الزاوية المركزية التي يمسحها نصف القطر خلال وحدة الزمن

تعطى بالعلاقة

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

يمكن حساب معدل السرعة الدائرية من العلاقة :

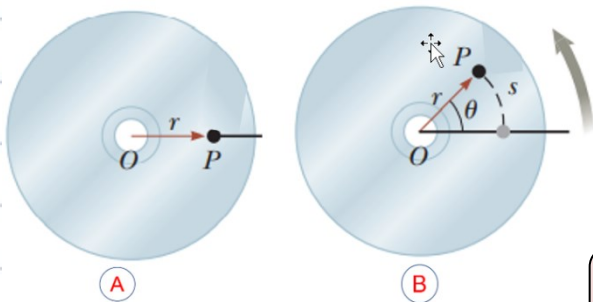
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

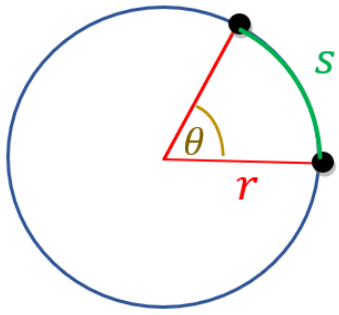
عدد العوامل التي تتوقف عليها السرعة الزاوية

1- مقدار الزاوية المركزية التي يمسحها نصف القطر 2- الزمن اللازم

صفات السرعة الزاوية

- تقاس بوحدة (rad/s)
- السرعة الزاوية كمية متجهة
- هي عبارة عن متجه منطبق على محور الدوران وعمودي على مستوى الحركة
- ملاحظة : من الشائع التعبير عن السرعة الدائرية بالدورة المدارية في الدقيقة





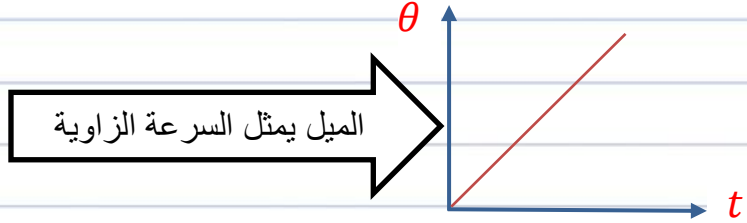
المُيسّر في الفيزياء

الراديان: زاوية مركزية طول قوسها يساوي طول نصف قطرها

ملاحظة: $\pi \text{ (rad)} = 180^\circ$ و $(1 \text{ rad} \approx 57.32^\circ)$

$$\boxed{\text{rev/min}} \times \frac{2\pi}{60} \rightarrow \boxed{\text{rad/sec}}$$

ارسم العلاقات البيانية التالية



الميل يمثل السرعة الزاوية

العلاقة بين السرعة الزاوية مع الزمن لجسم
يتحرك حركة دائرية منتظمة

العلاقة بين الإزاحة الزاوية مع الزمن لجسم
يتحرك حركة دائرية منتظمة

$$\theta = 2\pi N$$

$$f = \frac{N}{t}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{t}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

حل التمارين التالية :

- 1- يتحرك جسم حركة دائرية نصف قطر المسار 50 cm فيمسح نصف القطر زاوية مقدارها $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ خلال 10 s احسب مقدار سرعة الجسم الزاوية

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{\pi}{3}}{10} = 0.1 \text{ rad/s} .$$

- 2- يتحرك جسم حركة دائرية نصف قطر المسار 2 m فيمسح نصف القطر زاوية مقدارها 30° خلال 5 s احسب مقدار سرعة الجسم الزاوية

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{30 \times \pi}{180}}{5} = 0.1 \text{ rad/s} .$$

- 3- يتحرك جسم حركة دائرية نصف قطر المسار الدائري 2 m بتردد 4 Hz احسب مقدار سرعة الجسم الزاوية

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 4 = 8\pi \text{ rad/s}$$

- 4- يتحرك جسم حركة دائرية نصف قطر المسار الدائري 20 cm والزمن الدوري للحركة 0.5 s احسب مقدار سرعة الجسم الزاوية

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \text{ rad/s} .$$

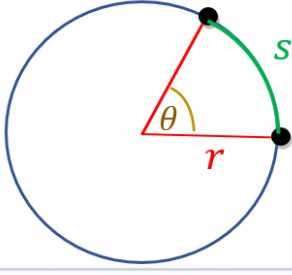
- 5- تدير بنت جسما على محيط دائرة وبسرعة خطية منتظمة فإذا كان نصف قطر الدائرة 50 cm وأكملت البنت 30 دورة خلال ربع دقيقة احسب مقدار السرعة الزاوية

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi \times \frac{30}{15} = 4\pi \text{ rad/s} .$$

4. العلاقة بين السرعة المماسية والسرعة الدائرية

العلاقة التي تربط السرعة الزاوية بالسرعة الخطية لجسم يتحرك حركة دائرية

$$v = \omega r$$



حل التمرين التالي : يتحرك جسم حركة دائرية منتظمة نصف قطر المسار $m(5)$

ويتحرك بسرعة زاوية مقدارها 2 rad/s احسب مقدار سرعة الجسم الخطية

$$v = \omega r = 2 \times 5 = 10 \text{ m/s} .$$

قارن بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية

السرعة الزاوية	السرعة الخطية	وجه المقارنة
مقدار الزاوية المركزية التي يمسحها نصف القطر خلال وحدة الزمن	طول القوس المقطوع من الدائرة خلال وحدة الزمن	التعريف
rad/s	m/s	وحدة القياس في النظام الدولي للوحدات

ملاحظات:

أ- تطبق العلاقة $v = \omega r$ على النظام الدوار فحسب مثل القرص الجاسئ الدائري أو القضيب الجاسئ

لأن السرعة الزاوية (الدائرية) متساوية لجميع نقاط السطح الدوار لأن لها معدل الدوران

نفسه ولا يمكن تطبيقها على الكواكب لأن لكل كوكب سرعة دائرية مختلفة عن الآخر

ب- تتعلق السرعة المماسية والسرعة الدائرية الوحدة بالأخرى

ت- كلما زادت السرعة الدائرية تزداد السرعة الخطية

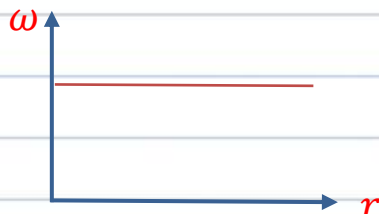
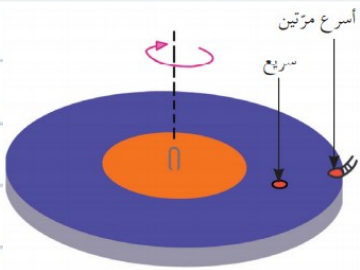
ث- يمكن التعبير عن السرعة الدائرية بالدورة المدارية في الدقيقة (RPM) .

ج- السرعة الدائرية (ω) تتناسب طرديا مع السرعة المماسية $v = \omega . r$.

ح- السرعة المماسية عند مركز دوران المسطح الدائري تساوي الصفر وتزداد قيمتها كلما ابتعدنا عن المركز لأنها تعتمد

على (r) , لكن السرعة الدائرية (ω) ثابتة لا تتغير قيمتها بتغير (r)

ارسم العلاقات البيانية التالية



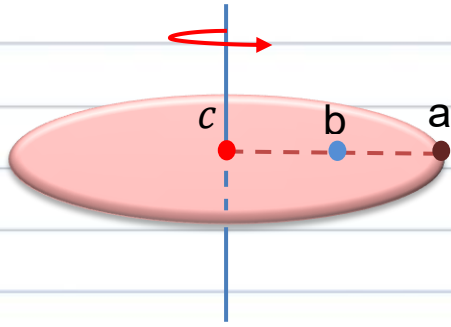
العلاقة بين السرعة الخطية مع بعد النقطة عن محور الدوران لجسم جاسئ يتحرك حركة دورانية منتظمة

العلاقة بين السرعة الزاوية مع بعد النقطة عن محور الدوران لجسم جاسئ يتحرك حركة دورانية منتظمة

العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية لجسم يتحرك حركة دائرية بثبات نصف القطر

سؤال: لديك قرص تسجيل الفوتوغرافي كانت تدور فتتجز مئة دورة خلال ثلاث دقائق المطلوب :

1- احسب معدل السرعة الدائرية للقرص بوحدة الدورة في الدقيقة ثم حولها لوحدة rad/s



$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{100}{3} = 33.33 \text{ rev/min} .$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \times 100}{3 \times 60} = 3.59 \text{ rad/s} .$$

2- قارن بين السرعة الدورانية للنقاط الثلاثة وفسر ما توصلت إليه

متساوية لأن لجميع نقاط القرص الجاسئ لهم نفس معدل الدوران

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما

1. السرعة المماسية عند مركز دوران المسطح الدائري تساوي الصفر لكن توجد

سرعة دورانية

لأن $(r = 0 \Rightarrow v = \omega \times 0 = 0)$ وتوجد سرعة دورانية لأن لجميع نقاط المسطح الدوار نفس معدل الدوران

2. تزداد السرعة المماسية للمسطح الدائري كلما ابتعدت النقطة عن مركز الدوران لكن السرعة دورانية لا تتغير

لأن لجميع نقاط المسطح الدوار نفس السرعة الدورانية والسرعة الخطية تتناسب طرديا مع بعد النقطة عن محور

الدوران

3. في أي نظام جاسئ تكون السرعة الدائرية نفسها على الرغم من أن السرعة المماسية (الخطية) تتغير

لأن لجميع نقاط القرص الجاسئ نفس معدل الدوران والسرعة الخطية تعتمد على بعد النقطة عن محور الدوران

4. فسر لماذا لجميع الأجزاء الصلبة للعبة دوارة الخيل الخشبية والمنضدة الدوارة السرعة الزاوية ذاتها

لأن لجميع نقاط القرص الجاسئ نفس معدل الدوران



وضح ماذا يحدث في الحالات التالية :

1. لمقدار السرعة الخطية (المماسية) ومقدار السرعة الزاوية لنقاط القرص الدوار (نظام جاسئ) بتغيير بعدها عن المركز

الحدث : السرعة الزاوية لا تتغير و السرعة الخطية تتغير

التفسير : لأن لجميع نقاط القرص الدوار نفس السرعة الدورانية والسرعة الخطية تتناسب طرديا مع بعد النقطة عن

محور الدوران

2. لمقدار السرعة الخطية لكتلة صغيرة موجودة عند منتصف المسافة بين محور قرص يدور وحافته في الحالات التالية:

أ- زدنا السرعة الزاوية للمثلين

الحدث: تزداد للمثلين

التعليل: بثبات بعد النقطة عن محور الدوران فإن $(v \propto \omega)$

ب- جعلنا النقطة تصبح عند الحافة

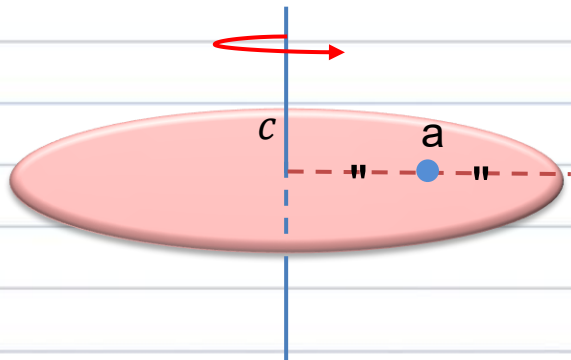
الحدث: تزداد للمثلين

التعليل: بثبات السرعة الزاوية فإن $(v \propto r)$

ت- زدنا السرعة الزاوية للمثلين وجعلنا النقطة تصبح عند الحافة:

الحدث: تزداد أربع مرات

$$\text{التعليل: } \frac{v_2}{v_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \times \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2\omega_1}{\omega_1} \times \frac{2r_1}{r_1} = 4$$



حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: في لعبة دوارة الخيل التي تدور بسرعة دائرية منتظمة تساوي دورة واحدة كل (45) ثانية يجلس ولدان على حصانين الأول يبعد m (2) عن محور الدوران والثاني m (4) عن محور الدوران والمطلوب



1- احسب السرعة الدائرية للولدين

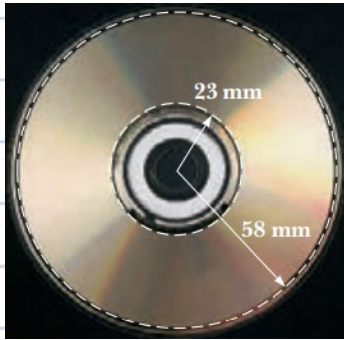
$$\omega_1 = \omega_2 = 2\pi f = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi \times \frac{1}{45} \approx 0.14 \text{ rad/s} .$$

2- السرعة الخطية لكل ولد

$$v_1 = \omega r_1 = 0.14 \times 2 = 0.28 \text{ m/s} .$$

$$v_2 = \omega r_2 = 0.14 \times 4 = 0.56 \text{ m/s} .$$

المسألة الثانية: يدور قرص مدمج في جهاز الاستريو بسرعة دورانية ثابتة تساوي (200) دورة في الدقيقة



1- احسب الزمن الذي يحتاجه ليقوم بدورة واحدة

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{200} = 0.3 \text{ s} .$$

2- احسب السرعة الخطية لنقطة موجودة على القرص تبعد cm (23) عن مركز

الدوران ونقطة تبعد cm (56)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.3} = 20.94 \text{ rad/s} .$$

$$v_1 = \omega r_1 = 20.94 \times 0.23 = 4.81 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \omega r_2 = 20.94 \times 0.56 = 11.72 \text{ m/s} .$$

المسألة الثالثة: إطار دراجة نصف قطره cm (50) يدور بسرعة (30) دورة في الدقيقة أحسب



1- أحسب مقدار السرعة الزاوية لأي نقطة موجودة على حافة الإطار

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 30}{60} = \pi \text{ rad/s} .$$

2- احسب السرعة الزاوية لنقطة (M) موجودة على بعد cm (10) من محور الدوران

$$\omega = \pi \text{ rad/s} .$$

3- احسب السرعة الخطية للنقطة (M)

$$v = \omega r = \pi \times 0.1 = 0.314 \text{ m/s} .$$

المسألة الرابعة: تتحرك كتلة نقطية على محيط دائرة نصف قطرها cm (20) بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة

فتنتقل من النقطة (A) إلى النقطة (B) خلال ثانيتين مستقيداً من المعلومات على الشكل المطلوب أحسب :

1- مقدار السرعة الزاوية التي تحركت بها الكتلة النقطية

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{\pi \times 225}{180}}{2} = 1.96 \text{ rad/s} .$$

2- مقدار السرعة الخطية التي تحركت بها الكتلة النقطية

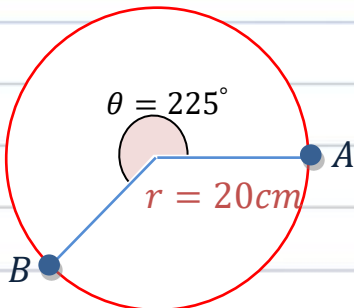
$$v = \omega r = 1.96 \times 0.2 = 0.392 \text{ m/s} .$$

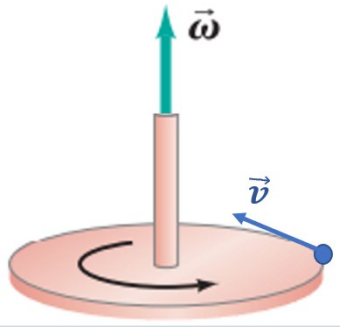
3- مقدار الزاوية المركزية التي سيمسحها نصف القطر خلال ثلاث ثوان .

$$\theta = \omega t = 1.96 \times 3 = 5.88 \text{ rad} .$$

4- الزمن اللازم لإنجاز دورة واحدة كاملة .

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1.96} = 3.2 \text{ s} .$$





إعداد: محمد سعيد السكاف

العجلة الخطية و العجلة الزاوية

في الحركة الدائرية يمكن التعبير عن:

سرعة الجسم باستخدام السرعة الخطية أو السرعة الزاوية $v = \omega \cdot r$

عجلة الجسم باستخدام العجلة الخطية أو العجلة الزاوية

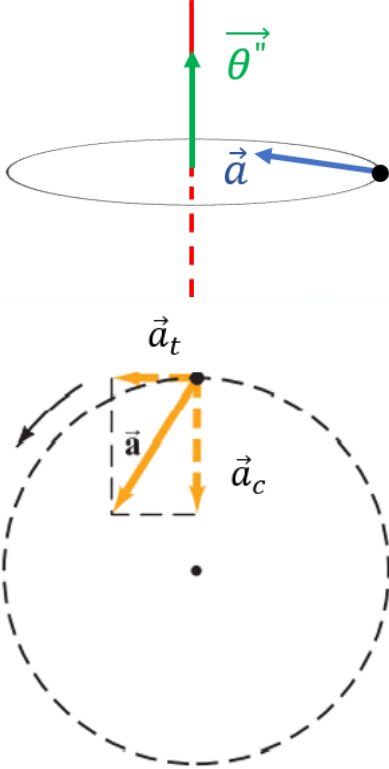
العجلة

العجلة الزاوية
($\vec{\theta}''$)

العجلة الخطية
($\vec{a}$)

العجلة المركزية
($\vec{a}_c$)

العجلة المماسية
($\vec{a}_t$)



1.5 العجلة الخطية :

العجلة الخطية : التغير في متجه السرعة الخطية كل ثانية

تحسب باستخدام العلاقة

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

عل تعتبر العجلة كمية متجهة

لأنها مشتق كمية متجهة هي السرعة خلال الزمن

تحلل إلى مركبتين متعامدتين :

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$

عجلة مماسية (a_t) :

1- لها اتجاه السرعة الخطية وتكون مماسة للمسار

2- تتغير قيمتها بتغير مقدار السرعة المماسية وتعطى بالعلاقة :

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

عجلة مركزية (a_c) :

1- هي عمودية على المركبة المماسية

2- تتجه نحو مركز المسار وتعطى بالعلاقات التالية :

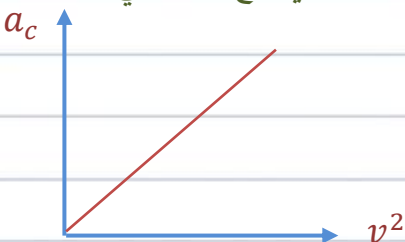
$$a_c = \omega^2 r$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

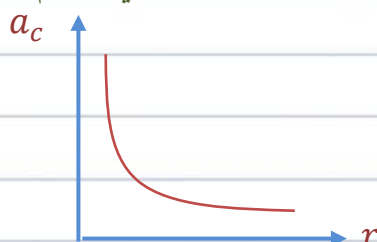
عدد العوامل التي تتوقف عليها العجلة المركزية

1- السرعة الخطية 2- نصف قطر المسار

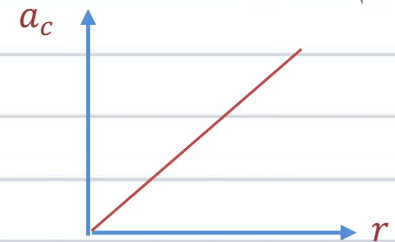
ارسم الخطوط والمنحنيات البيانية المعبرة عن تغير العجلة المركزية لجسم يتحرك حركة دائرية مع كل مايلي:



مع مربع السرعة الخطية بثبات
نصف القطر



مع نصف القطر بثبات
السرعة الخطية



مع نصف القطر بثبات
السرعة الزاوية

سؤال: جسم كتلته (m) يتحرك حركة دائرية منتظمة نصف قطر مسارها (r) بسرعة مقدارها (v)
صف ماذا يحدث لمقدار العجلة المركزية في الحالات التالية

1- زدنا مقدار السرعة الخطية للمثلين مع تثبيت نصف القطر

الحدث: يزداد أربع مرات

التفسير: لأن $a_c \propto v^2$

2- زدنا نصف قطر المسار الدائري للمثلين مع تثبيت مقدار السرعة الخطية

الحدث: يقل للنصف

التفسير: لأن $a_c \propto \frac{1}{r}$

3- زدنا كلا من مقدار السرعة الخطية للمثلين ونصف القطر للمثلين

الحدث: يزداد للمثلين

التفسير: لأن $\frac{a_{c2}}{a_{c1}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{2v_1}{v_1}\right)^2 \times \frac{r_1}{2r_1} = 2$

4- استبدلنا الجسم بآخر كتلته مثلي كتلة الجسم الأول وحافظنا على نصف قطر المسار الدائري ومقدار السرعة الخطية

الحدث: لا يتغير

التفسير: لا توجد علاقة بين العجلة المركزية والكتلة

قارن بين العجلة المماسية والعجلة المركزية في الحركة الدائرية

من حيث	العجلة المركزية	العجلة المماسية
الرمز	a_c	a_t
العلاقة الرياضية	$a_c = \frac{v^2}{r}$	$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
منشأها (سبب توليدها)	تغير اتجاه متجه السرعة الخطية	تغير مقدار متجه السرعة الخطية
الاتجاه	نحو مركز المسار	مماس للدائرة مع اتجاه السرعة الخطية (الحركة تسارع) عكس اتجاه السرعة الخطية (الحركة تباطؤ)

حل المسألة التالية : تتحرك كتلة نقطية على محيط دائرة نصف قطرها cm (50) حركة دائرية منتظمة فتنجز
(1800) دورة خلال ثلاث دقائق المطلوب أحسب :

1- تردد الحركة

$$f = \frac{N}{t} = \frac{1800}{3 \times 60} = 10 \text{ Hz}$$

2- السرعة الزاوية للكتلة

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10 = 20\pi \text{ rad/s}$$

3- السرعة الخطية

$$v = \omega r = 20\pi \times 0.5 = 10\pi \text{ m/s}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(10\pi)^2}{0.5} = 1973.92 \text{ m/s}^2$$

4- العجلة المركزية

5.2 العجلة الزاوية :

العجلة الزاوية : : تغير السرعة الزاوية خلال وحدة الزمن (أي معدل تغير السرعة الزاوية)

❖ تحسب باستخدام العلاقة

❖ تقاس بوحدة (rad/s^2) .

$$\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

قارن بين العجلة الزاوية والعجلة الخطية

من حيث	العجلة الزاوية	العجلة الخطية
الرمز	θ''	a
العلاقة الرياضية	$\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$
وحدة القياس	rad/s^2	m/s^2
سبب وجودها (منشأها)	تغير متجه السرعة الزاوية	تغير متجه السرعة الخطية

6 . العجلة والحركة الدائرية المنتظمة

العجلة في الحركة الدائرية

العجلة الزاوية
 $\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

العجلة الخطية
 $\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

العجلة المركزية
 $a_c = \frac{v^2}{r}$

العجلة المماسية
 $(a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t})$

العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة

السرعة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة ثابتة المقدار والاتجاه

السرعة الخطية في الحركة الدائرية المنتظمة ثابتة المقدار متغيرة الاتجاه

العجلة الزاوية
 $\theta'' = \frac{\Delta\omega=0}{\Delta t} = 0$

العجلة المركزية
 $a_c = \frac{v^2}{r} = const$

العجلة المماسية
 $a_t = \frac{\Delta v=0}{\Delta t} = 0$

العجلة الخطية

$\vec{a} = \vec{a}_c = const$

قارن بين مقدار العجلة الزاوية ومقدار العجلة الخطية في الحركة الدائرية المنتظمة

من حيث	العجلة الزاوية	العجلة الخطية
المقدار	صفر	ثابت

قارن بين مقدار العجلة المركزية ومقدار العجلة المماسية في الحركة الدائرية المنتظمة

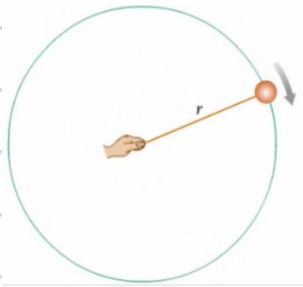
من حيث	العجلة المركزية	العجلة المماسية
المقدار	ثابت	صفر

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما

- 1- بالرغم من أن السرعة الخطية في الحركة الدائرية المنتظمة ثابتة المقدار إلا أن الحركة معجلة والعجلة لا تساوي الصفر لأن اتجاه السرعة متغير لحظيا والعجلة الخطية تنتج من تغير متجه السرعة الخطية خلال الزمن
- 2- العجلة المماسية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي الصفر لأن مقدار السرعة الخطية ثابت وبالتالي تغير مقدار السرعة صفر
- 3- إن العجلة الوحيدة الموجودة في الحركة الدائرية المنتظمة هي العجلة المركزية لأن متجه السرعة الخطية ثابت المقدار فلا تتولد عجلة مماسية بينما متغير الاتجاه لذلك تتولد عجلة مركزية
- 4- العجلة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي الصفر لأن السرعة الزاوية ثابتة المقدار فتغيرها صفر

حل المسائل التالية

المسألة الأولى: كرة كتلتها $g (150)$ مربوطة بطرف خيط تدور بحركة دائرية منتظمة على مسار دائري نصف قطره يساوي $cm (60)$ تصنع دورتين كاملتين في الثانية الواحدة.



1- أحسب مقدار السرعة الخطية للكرة

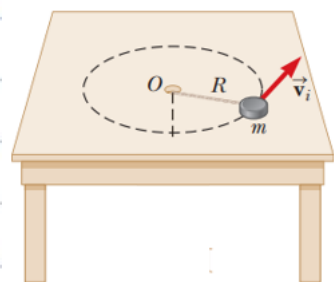
$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi Nr}{t} = \frac{2\pi \times 2 \times 0.6}{1} = 7.54 m/s$$

$$v = 2\pi fr = 2\pi \times 2 \times 0.6 = 7.54 m/s$$

2- أحسب العجلة المركزية

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(7.54)^2}{0.6} = 94.75 m/s^2$$

المسألة الثانية: جسم كتلته $g (50)$ يتحرك على محيط دائرة قطرها $cm (40)$ حركة دائرية منتظمة فإذا كان الجسم يستغرق $s (5)$ لعمل عشر دورات احسب :



1- تردد الحركة .

$$f = \frac{N}{t} = \frac{10}{5} = 2 Hz$$

2- السرعة الزاوية.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 2 = 4\pi rad/s$$

3- السرعة الخطية.

$$v = \omega r = 4\pi \times 0.2 = 0.8\pi m/s$$

4- العجلة المركزية

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(0.8\pi)^2}{0.2} = 31.58 m/s^2$$

مراجعة الدرس 1-2

أولاً - عرّف الإزاحة الزاوية .

ثانياً - ما الفرق بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية؟

ثالثاً - عند مسافة معينة من محور الدوران ، كيف تتغير السرعة الخطية (أو المماسية) بتغير السرعة الزاوية؟

رابعاً - جسم يتحرك بسرعة منتظمة على مسار دائري نصف قطره 10m . إذا رُسم قوسًا كما في الشكل (49) ، أحسب:

(أ) الإزاحة الزاوية للجسم .

(ب) السرعة الزاوية لحركة الجسم إذا استغرقت الإزاحة ثانيين .

خامساً - قرص يدور حول مركزه بسرعة 600 دورة في الدقيقة .

(أ) أحسب السرعة الزاوية لأي نقطة على حافة القرص .

(ب) أحسب السرعة الخطية v لهذه النقطة إذا كان نصف قطر القرص 40cm .

سادساً - كتلة مقدارها 2kg تدور بسرعة دائرية (زاوية) قدرها

5rad/s على مسار دائري نصف قطره 1m .

(أ) أحسب سرعتها الخطية .

(ب) أحسب العجلة المركزية .

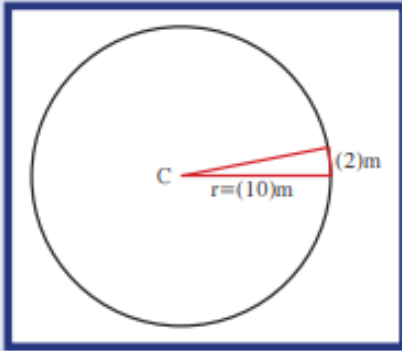
سابعاً - يدور جسم مربوط بخيط في دائرة قطرها 240cm بسرعة

زاوية بحيث تعمل 30 دورة في الدقيقة (شكل 50) .

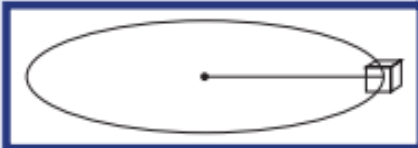
(أ) أحسب سرعته الخطية .

(ب) أحسب عدد الدورات التي يصنعها الجسم خلال دقيقتين .

(ج) احسب مقدار العجلة المماسية والعجلة الزاوية والعجلة المركزية .



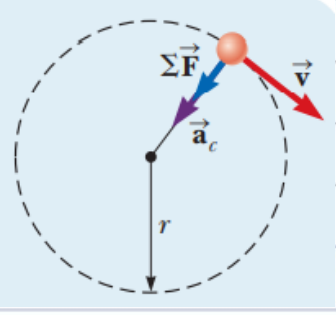
(شكل 49)



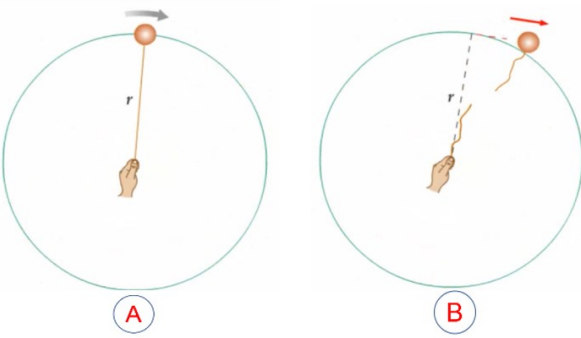
(شكل 50)

القوة الجاذبة المركزية Centripetal Force

الدرس 2-2



بالرغم من أن مقدار السرعة الخطية في الحركة الدائرية المنتظمة ثابتة المقدار إلا أن الجسم يمتلك عجلة أعطي تفسيراً علمياً سليماً بسبب تغير اتجاه السرعة الخطية فتتولد العجلة

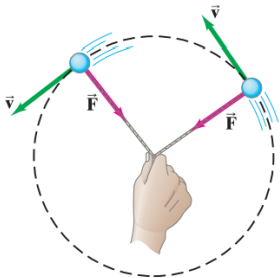


1. القوة الجاذبة المركزية:

ماذا سيحدث للجسم المربوط بخيط ويتحرك حركة دائرية عند افلات الخيط كما في الشكل المجاور
الحدث : ينطلق الجسم بخط مستقيم وبسرعة ثابتة
التعليل :

بسبب تلاشي القوة الجاذبة المركزية المسؤولة عن الحركة الدائرية

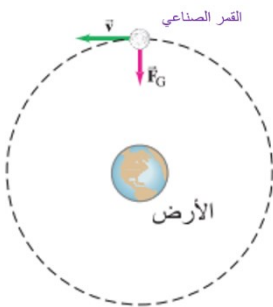
ماذا نستنتج : ليتحرك الجسم حركة دائرية لا بد أن يكون الجسم خاضعاً لقوة جاذبة مركزية
القوة الجاذبة المركزية :



هي القوة التي تسبب الحركة الدائرية للكتلة ويكون اتجاهها دائماً نحو مركز الدائرة .

2. أنواع القوة الجاذبة المركزية :

ملاحظة: كل قوة تكون عمودية على المسار الدائري للجسم المتحرك تسمى قوة جاذبة مركزية



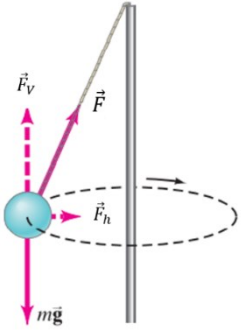
قوة الجاذبية الأرضية قوة جاذبة مركزية تجعل القمر يدور حولها في مدار شبه دائري.



قوة التجاذب الكهربائية بين النواة والإلكترونات قوة جاذبة مركزية تجعل الإلكترونات تدور حول النواة.



قوة الاحتكاك بين عجلات السيارة والأرض قوة جاذبة مركزية تمنع السيارة من الانزلاق على المسار الدائري



3. مقدار القوة الجاذبة المركزية :

عدد القوى المؤثرة على كتلة مربوطة بخيط تدور في مسار دائري كما في الشكل المجاور

1- قوة الشد 2- وزن الكرة

ما هي القوة الجاذبة المركزية ؟

المركبة الأفقية لقوة الشد

علل المركبة الرأسية لقوة الشد تساوي الوزن

لأنه لا توجد حركة في المستوى الرأسي وبالتالي محصلة القوى على المحور الرأسي يساوي الصفر

العلاقة التي تعطي القوة الجاذبة المركزية لكتلة مثبتة في نهاية خيط وتحرك حركة دائرية

$$F_c = ma_c$$

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \quad \leftarrow \quad a_c = \frac{v^2}{r} \quad \leftarrow \quad a_c = \omega^2 r \quad \rightarrow \quad F_c = m\omega^2 r$$

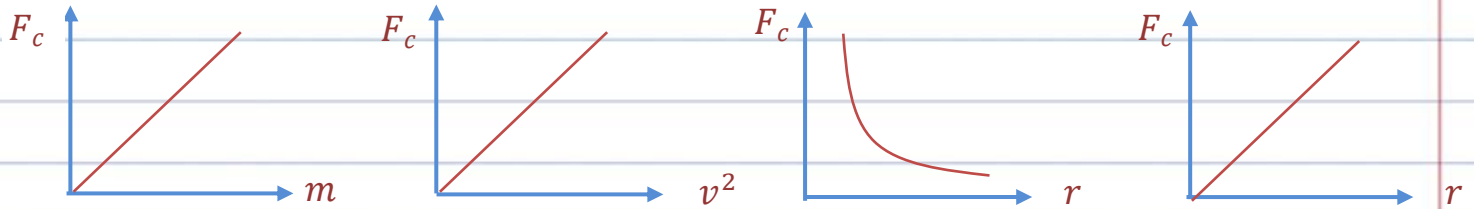
نستنتج أن القوة الجاذبة المركزية هي :

القوة أو محصلة لعدة قوى مؤثرة على جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة تكسبه تسارعا مركزيا وتتناسب القوة الجاذبة المركزية تناسباً طردياً مع كلا من مربع السرعة الخطية و كتلة الجسم و تتناسب عكسياً مع نصف قطر المسار

عدد العوامل التي تتوقف عليها القوة الجاذبة المركزية

1- كتلة الجسم 2- السرعة الخطية 3- نصف قطر المسار

ارسم الخطوط أو المنحنيات البيانية التالية المعبرة عن تغير القوة الجاذبة المركزية في الحركة الدائرية بتغير كلا مما يلي



مع كتلة الجسم بثبات باقي العوامل

مع مربع السرعة الخطية بثبات باقي العوامل

مع نصف القطر بثبات السرعة الخطية وكتلة الجسم

مع نصف القطر بثبات السرعة الزاوية وكتلة الجسم

حل التمارين التالية :

1- يتحرك جسم كتلته 0.2 Kg حركة دائرية منتظمة نصف قطر المسار 50 cm بعجلة مركزية مقدارها

4 m/s^2 احسب مقدار القوة الجاذبة المركزية المؤثرة في الجسم

$$F_c = ma_c = 0.2 \times 4 = 0.8\text{ N}.$$

2- يتحرك جسم كتلته 4 Kg حركة دائرية منتظمة نصف قطر المسار 50 cm بسرعة خطية مقدارها

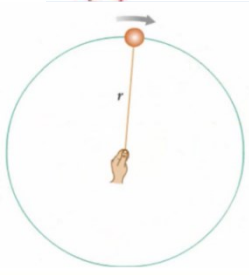
10 m/s احسب مقدار القوة الجاذبة المركزية المؤثرة في الجسم

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = 4 \times \frac{10^2}{0.5} = 800\text{ N}.$$

3- يتحرك جسم كتلته 0.1 Kg حركة دائرية منتظمة قطر مساره 0.4 m بتردد مقداره 10 Hz احسب مقدار

القوة الجاذبة المركزية المؤثرة في الجسم

$$F_c = m\omega^2 r = m(2\pi f)^2 r = 0.1 \times (2\pi \times 10)^2 \times 0.2 = 78.95\text{ N}.$$



حل المسألة التالية : تدور كرة حديدية كتلتها 0.8 Kg مربوطة بخيط طوله 1.5 m في دائرة أفقية وكانت قوة الشد المؤثرة تساوي 12 N المطلوب احسب

1- سرعة الكرة الخطية

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 12 = 0.8 \times \frac{v^2}{1.5} \Rightarrow v = 4.74 \text{ m/s} .$$

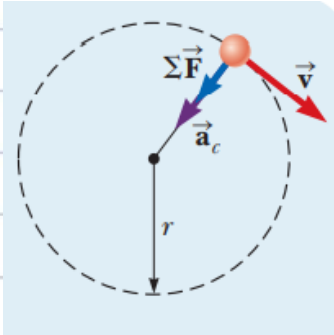
2- السرعة الزاوية للكرة

$$v = \omega r \Rightarrow 4.74 = \omega \times 1.5 \Rightarrow \omega = 3.16 \text{ rad/s} .$$

3- إذا علمت أن الخيط سينقطع إذا كانت قوة الشد عليه 15 N كم يجب أن يكون أقصر طول للخيط يجب استخدامه

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 15 = 0.8 \times \frac{4.74^2}{r'} \Rightarrow r' = 1.2 \text{ m} .$$

سؤال : جسم كتلته (m) يتحرك حركة دائرية منتظمة نصف قطر مسارها (r) بسرعة مقدارها (v)



صف ماذا يحدث لمقدار القوة الجاذبة المركزية في الحالات التالي

1- زدنا مقدار السرعة الخطية للمثلين مع تثبيت نصف القطر

الحدث: يزداد أربع مرات

التفسير: لأن $F_c \propto v^2$

2- زدنا نصف قطر المسار الدائري للمثلين مع تثبيت السرعة الخطية

الحدث: يقل للنصف

التفسير: لأن $F_c \propto \frac{1}{r}$

3- زدنا كلا من مقدار السرعة الخطية للمثلين ونصف القطر للمثلين

الحدث: يزداد للمثلين

$$\frac{F_{c2}}{F_{c1}} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{2v_1}{v_1} \right)^2 \times \frac{r_1}{2r_1} = 2 \text{ لأن}$$

4- استبدلنا الجسم بآخر كتلته مثلي كتلة الجسم الأول وحافظنا على نصف قطر المسار الدائري والسرعة الخطية

الحدث: تزداد إلى المثلين

التفسير: لأن $F_c \propto m$

ملاحظة: تؤدي القوة الجاذبة المركزية الدور الأساسي في عمليات الطرد المركزي.

أعطي تفسيراً علمياً لكل مما يلي

1- لماذا تتحرك الملابس داخل الغسالة الأوتوماتيكية في مسار دائري

بسبب خضوعها لقوة جاذبة مركزية كبيرة من الحوض

2- كيف يخرج الماء من الملابس المبللة في حوض غسالة الأوتوماتيك

لأن القوة الجاذبة المركزية لا تؤثر على قطرات الماء كون قطرات الماء صغيرة

فتخرج من الفتحات لأن قطرات الماء حسب القانون الأول لنيوتن تميل إلى

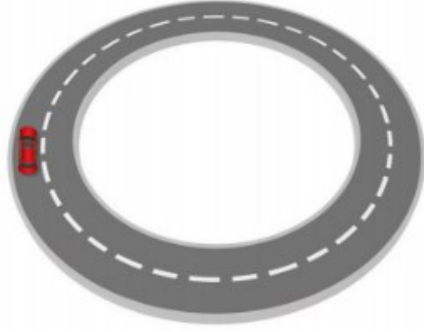
التحرك بالقصور الذاتي في مسار مستقيم

ملاحظة: في الغسالة الأوتوماتيكية القوة تؤثر على الملابس لا على الماء ويخرج الماء من الغسالة لأنه يميل للتحرك

بقصوره الذاتي حسب قانون نيوتن الأول



حل التمارين التالية :



- 1- سيارة كتلتها 1500 kg تتحرك بسرعة منتظمة على طريق دائري نصف قطره 50 m أحسب القوة المركزية المؤثرة على السيارة إذا أكملت خمس دورات خلال 314 s

$$F_c = m\omega^2 r = m(2\pi f)^2 r = m(2\pi \frac{N}{t})^2 r = .$$

$$1500 \times (2\pi \times \frac{5}{314})^2 \times 50 = 750.76\text{ N}$$

- 2- يطير طيار بطائرته الصغيرة بسرعة 56.6 m/s في مسار دائري نصف قطره 188.5 m احسب كتلة الطائرة إذا علمت أن القوة الجاذبة المركزية اللازمة لإبقائها على مسارها تساوي $(1.89 \times 10^4)\text{ N}$

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 1.89 \times 10^4 = m \frac{56.6^2}{188.5} \Rightarrow m = 1112\text{ kg} .$$



- 3- حتى تستدير طائرة كتلتها 3000 kg في مسار دائري نصف قطره 900 m تحتاج لتحافظ على حركتها الدائرية إلى قوة جاذبة مركزية مقدارها 20000 N احسب مقدار سرعتها أثناء تحليقها

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 20000 = 3000 \times \frac{v^2}{900} \Rightarrow v = 77.45\text{ m/s} .$$

- 4- يتحرك ولد على دراجته بسرعة 10 m/s على مسار دائري علما أن كتلة الدراجة والولد تساوي 80 kg والقوة الجاذبة المركزية المسببة للدوران تساوي 350 N احسب نصف قطر المسار

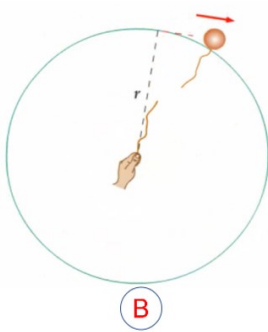
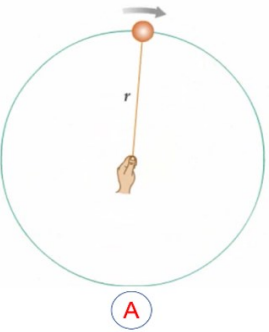
$$F_c = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 350 = 80 \times \frac{10^2}{r} \Rightarrow r = 22.85\text{ m} .$$

4. زوال القوة الجاذبة المركزية :

نشاط : خذ جسما واربطه في خيط واجعله يدور حول رأسك بسرعة ثابتة وفي لحظة معينة اقطع الخيط أو أفلته

الملاحظة : الجسم سينطلق بخط مستقيم وباتجاه المماس عند موقع افلاته

التفسير : اعتمادا على القانون الأول لنيوتن عند ازالة القوة الجاذبة المركزية تصبح محصلة القوى المؤثرة عليه صفرا أي لا توجد أي قوة تغير اتجاه سرعته وبالتالي يبقى في مساره ويتابع حركته بحركة خطية منتظمة



5. تطبيقات حول القوة الجاذبة المركزية في الحياة العملية :

1.5 الانزلاق على المنعطفات الأفقية :

عدد القوى التي تؤثر على السيارة أثناء دورانها على منعطف دائري أفقي

1- وزن السيارة 2- رد فعل الطريق على السيارة 3- قوة الاحتكاك

- لتدور أو تتعطف سيارة كتلتها (m) بأمان على طريق أفقي يجب ان تكون هناك قوة جاذبة مركزية

- القوة التي تسبب دوران السيارة على مسار أفقي هي قوة الاحتكاك

$$f = \mu N$$

معامل الاحتكاك (μ) : هو النسبة بين قوة الاحتكاك (f) وقوة رد الفعل (N)

$$\mu = \frac{f}{N}$$

يُعبّر عنه رياضياً بالعلاقة:

حل التمرين التالي : سيارة كتلتها 1000 kg تتعطف على مسار دائري قطره

100 m على طريق أفقية بسرعة 14 m/s (14) حيثما لزم اعتبر أن $g = 10 \text{ m/s}^2$

هل تستطيع السيارة الالتفاف أم أنها ستتزلق في الحالتين التاليتين

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = 1000 \times \frac{14^2}{50} = 3920 \text{ N} .$$

1- معامل الاحتكاك بين الطريق والسيارة والطريق جاف $\mu_1 = 0.66$

$$f_1 = \mu_1 N = \mu_1 mg = 0.66 \times 1000 \times 10 = 6600 \text{ N}$$

تدور لأن قوة الاحتكاك أكبر من القوة اللازمة لدوران السيارة على هذا المسار

2- معامل الاحتكاك بين الطريق والسيارة في يوم ماطر $\mu_2 = 0.25$

$$f_2 = \mu_2 N = \mu_2 mg = 0.25 \times 1000 \times 10 = 2500 \text{ N}$$

لا تدور لأن قوة الاحتكاك أصغر من القوة اللازمة لدوران السيارة على هذا المسار

ماذا نستنتج :

السيارة تدور

$$f \geq F_c = \frac{mv^2}{r} > f$$

السيارة لا تدور

إن أقصى سرعة آمنة يمكن لسيارة أن تتعطف بها بأمان على طريق دائري أفقي تعطى بالعلاقة : $v_{max} = \sqrt{r g \mu}$

السيارة تدور

$$v \leq \sqrt{r g \mu} < v$$

السيارة لا تدور

أعد حل التمرين باستخدام أقصى سرعة آمنة

$$v_{max1} = \sqrt{r g \mu_1} = \sqrt{50 \times 10 \times 0.66} = 18.16 \text{ m/s}$$

الحالة الأولى تدور لأن سرعة السيارة على المنعطف أقل من أقصى سرعة آمنة على هذا المنعطف

$$v_{max2} = \sqrt{r g \mu_2} = \sqrt{50 \times 10 \times 0.25} = 11.18 \text{ m/s}$$

الحالة الثانية لا تدور لأن سرعة السيارة على المنعطف أكبر من أقصى سرعة آمنة على هذا المنعطف

ما هو شرط السرعة لتدور المركبة

أن تكون قوة الاحتكاك أكبر أو تساوي القوة الجاذبة المركزية اللازمة لدوران المركبة أو (سرعة المركبة أصغر أو

تساوي أكبر سرعة آمنة لدوران المركبة)

عدد العوامل التي تتوقف عليها أقصى سرعة آمنة لسيارة تتحرك على مسار دائري

1- نصف قطر المسار 2- قيمة معامل الاحتكاك بين الإطارات والطريق 3- عجلة الجاذبية

ملاحظة : أقصى سرعة آمنة لسيارة تسير على طريق دائري أفقي لا تتوقف على كتلة السيارة

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما

1- تكثر الحوادث في الأيام الممطرة

لأن قوة الاحتكاك بين الإطارات و الطريق تكون صغيرة مما يقلل أقصى سرعة آمنة

2- تجعل الطرق خشنة عند المنعطفات الدائرية؟

لزيادة قوة الاحتكاك لتكون السرعة الآمنة أكبر وحتى لا تنزلق السيارة

3- لجميع السيارات السرعة الآمنة ذاتها على المنعطفات الدائرية (بفرض أن معامل الاحتكاك ذاته)

لأن السرعة الآمنة لا تتوقف على كتلة الجسم

حل المسائل التالية : حيثما لزم اعتبر أن $g = 10 \text{ m/s}^2$

المسألة الأولى: سيارة كتلتها 2000 kg تتعطف على مسار دائري نصف قطره 80 m على طريق أفقية فإذا

علمت ان معامل الاحتكاك بين الطريق وعجلات السيارة يساوي $\mu = 0.6$

1- قيمة رد فعل الطريق على السيارة

$$.N = w = mg = 2000 \times 10 = 20000 \text{ N}$$

2- أحسب مقدار قوة الاحتكاك

$$.f = \mu N = 0.6 \times 20000 = 12000 \text{ N}$$

3- كم هي أقصى سرعة آمنة للسيارة بحيث لا تنزلق

$$. v_{max} = \sqrt{r g \mu} = \sqrt{80 \times 10 \times 0.6} = 21.9 \text{ m/s}$$

4- إذا علمت أن سرعة السيارة عند دخولها للمنعطف كانت 24 m/s

أ- هل ستتوقف السيارة أم ستجنح

ستجنح (لا تدور) لأن سرعة السيارة أكبر من أقصى سرعة آمنة

ب- كم يجب ان يكون أقل معامل احتكاك بين إطارات السيارة والطريق لتدور أمان

$$.f = F_c \Rightarrow \mu mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu g = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu \times 10 = \frac{24^2}{80} \Rightarrow \mu = 0.72$$

المسألة الثانية:: تدخل سيارة كتلتها 1600 kg منعطفا دائريا أفقيا نصف قطره 40 m بسرعة 10 m/s

فإذا كان معامل الاحتكاك (0.36) المطلوب أحسب

1- قيمة قوة الاحتكاك

$$.f = \mu mg = 0.36 \times 1600 \times 10 = 5760 \text{ N}$$

2- القوة الجاذبة المركزية للسيارة وهل ستدور أم تجنح

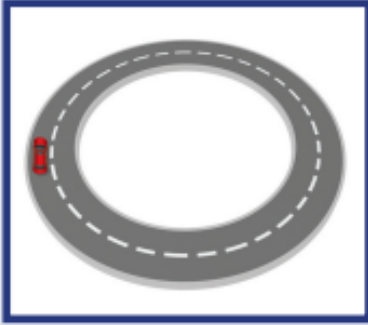
$$. F_c = m \frac{v^2}{r} = 1600 \times \frac{10^2}{40} = 4000 \text{ N} .$$

السيارة

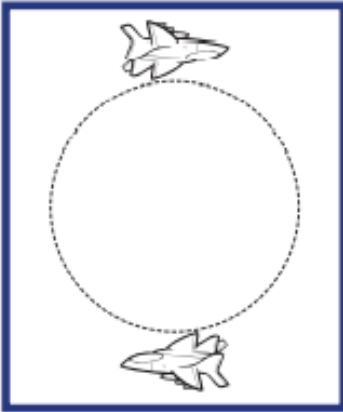
3- كم قيمة أصغر معامل احتكاك بين إطارات السيارة والطريق لتكون سرعة السيارة هي أقصى سرعة آمنة

$$. v_{max} = \sqrt{r g \mu} \Rightarrow 10 = \sqrt{40 \times 10 \times \mu} \Rightarrow \mu = 0.25$$

مراجعة الدرس 2-2



(شكل 60)



(شكل 61)

أولاً - عند جعل كتلة مثبتة في نهاية خيط تدور في مسار دائري، ما اتجاه القوة المؤثرة على الكتلة؟

ثانياً - سيارة كتلتها 1000 kg تتحرك على مسار دائري نصف قطره يساوي 32.5 m (شكل 60). إذا كان مقدار القوة الجاذبة المركزية على السيارة 2500 N ، أحسب السرعة المماسية للسيارة.

ثالثاً - يجلس ولد كتلته 25 kg على بعد 1.1 m من محور دوران الأرجوحة الدوارة التي تتحرك بسرعة 1.25 m/s .

(أ) أحسب العجلة المركزية للولد.

(ب) أحسب محصلة القوى الأفقية التي تؤثر على الولد.

رابعاً - ما هي السرعة القصوى التي يمكن أن يقود بها السائق سيارته التي كتلتها 1500 kg بحيث يستطيع أن ينعطف على مسار دائري نصف قطره 70 m على طريق أفقية، علماً أن معامل الاحتكاك السكوني بين العجلات والطريق يساوي 0.8 ؟

خامساً - أحسب مقدار القوة الجاذبة المركزية التي تحتاجها طائرة كتلتها 4000 kg أثناء تحليقها بسرعة 50 m/s على مسار دائري قطره 360 m لتحافظ على حركتها الدائرية على هذا المسار (شكل 61).

سابعاً - سيارة كتلتها 1350 kg تنعطف بسرعة 50 km/h على مسار دائري أفقي قطره 400 m .

(أ) أحسب العجلة المركزية للسيارة.

(ب) أحسب مقدار القوة الجاذبة المركزية.

(ج) ما هو مقدار أصغر معامل الاحتكاك بين العجلات والطريق، والذي يسمح للسيارة بالالتفاف بدون انزلاق؟

تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربع الواقع أمام العبارة الصحيحة في كلِّ ممَّا يلي:

1. تتحرَّك كتلة نقطية على مسار دائري نصف قطره يساوي $m(25)$ بزاوية 30° ، فإنَّ المسافة التي تقطعها الكتلة على المسار بوحدة m تساوي:

☐ (7.5)

☐ (13)

☐ (1.2)

☐ (750)

2. الإزاحة الزاوية التي تقطعها كتلة نقطية عندما تتحرَّك على مسار دائري نصف قطره $m(100)$ مسافة $m(157)$ تساوي:

☐ 1.57°

☐ 60°

☐ 90°

☐ 30°

3. تسير سيارة كتلتها $kg(1000)$ على مسار دائري قطره $m(300)$ بسرعة خطية ثابتة المقدار تساوي $m/s(25)$ ، فإنَّ الزمن الذي تحتاجه السيارة لتكمل دورة كاملة بوحدة s يساوي:

☐ (1.04)

☐ (37.68)

☐ (25.12)

☐ (18.84)

4. القوة الجاذبة المركزية التي تحفظ السيارة على مسارها الدائري في السؤال السابق بوحدة N تساوي:

☐ (83.3)

☐ (830)

☐ (3802)

☐ (4166.6)

تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

1. هل دوران الطفل الجالس على الخيل في لعبة دَوَّارة الخيل هو دوران محوري أم دوران مداري؟ علِّل إجابتك.

2. يتحرَّك قطار على قضيبين. أيّ قضيب يكون أكبر عند مسار منحنٍ، القضيب الداخلي أم الخارجي؟ اشرح.

تحقق من مهاراتك

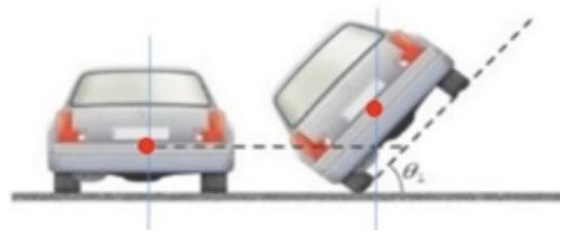
حلّ المسائل التالية:

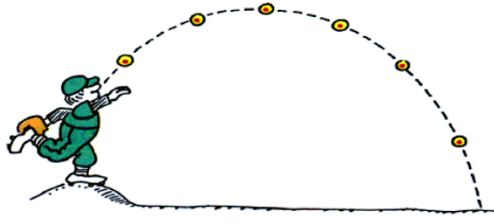
1. كتلة صغيرة موجودة عند منتصف المسافة بين محور قرص مدمج وحافته . ماذا سيحدث لسرعة النقطة الخطية:
(أ) إذا تضاعفت السرعة الزاوية؟
(ب) إذا وجدت النقطة عند حافة القرص المدمج؟
(ج) إذا تضاعفت السرعة الزاوية ووجدت النقطة عند حافة القرص المدمج؟
2. تدور كرة حديدية كتلتها 1 kg مربوطة بحبل طوله 2 m في دائرة أفقية بسرعة تساوي 2 m/s . أحسب:
(أ) قوة الشد التي تحدثها الكرة على الحبل .
(ب) إذا علمت أنّ الحبل قد ينقطع إذا كانت قوة الشدّ عليه تساوي 1.8 N . كم يساوي طول الحبل الأقصر الذي يمكن استخدامه؟
4. أحسب عدد دورات عجلة درّاجة قطرها 70 cm عندما تقطع الدراجة مسافة 22 m .

أسئلة مراجعة

الفصل الثالث

مركز الثقل



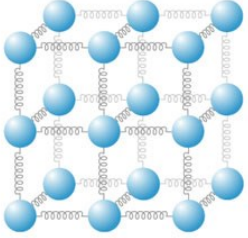


سؤال : من خلال التدقيق بالشكل المجاور صف حركة الكرة
الوصف: تتبع مساراً منتظماً على شكل قطع مكافئ



سؤال : من خلال التدقيق بالشكل المجاور صف حركة مضرب البيسبول
الوصف: يدور حول نقطة معينة ترسم حركتها مساراً على شكل قطع مكافئ
باقي أجزاء المضرب لا تتبع هذا المسار

ماذا نستنتج: تعتبر حركة المضرب حركة مركبة من محصلة حركتين
أ- حركة دورانية لجميع نقاط المضرب حول نقطة تسمى مركز ثقل المضرب
ب- حركة انتقالية في الهواء يبدو فيه ثقل المضرب مركز في هذه النقطة
(مركز الثقل)



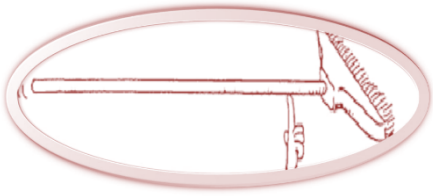
1. تعريف مركز الثقل

ثقل الجسم : هو القوة التي يخضع لها الجسم بسبب جذب الأرض له
أما مركز ثقل الجسم

1- هو نقطة تأثير محصلة القوى المؤثرة على كل جزء من أجزاء الجسم

2- هو نقطة تأثير ثقل الجسم

3- هو نقطة توازن الجسم



سؤال : ماذا يحدث عندما نطبق قوة على الجسم في مركز

ثقله بحيث تكون معاكسة لقوة ثقله بالاتجاه ومساوية لها بالمقدار

الحدث: سيتوازن الجسم مهما كان وضعه

التفسير: لأن مجموع القوى التي يخضع لها الجسم أصبحت منعدمة (محصلة القوى عليه صفر)

مركز ثقل الجسم : النقطة التي تقع عند الموضع المتوسط لثقل الجسم الصلب المتجانس



مركز ثقل الأجسام متمثلة التكوين

مركز ثقل أجسام
تتكون من أكثر من مادة

مثال

مطرقة



مواد مختلفة
الكثافة

غير منتظمة الشكل

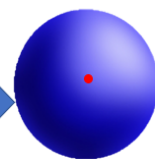


منتظمة الشكل

مثال

مضرب كرة القاعدة

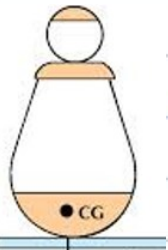
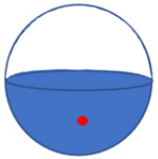
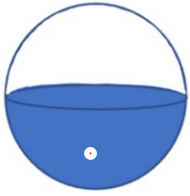
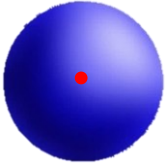
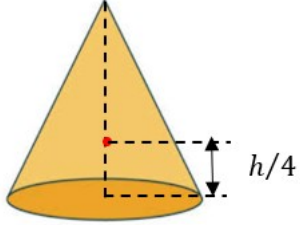
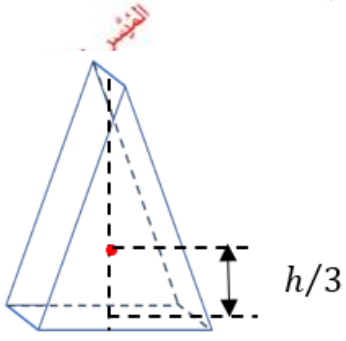
كرة القاعدة



يكون أقرب إلى الجزء الأثقل

يكون أقرب إلى الجزء الأثقل

يقع عند المركز الهندسي



سؤال : حدد موضع مركز ثقل الأجسام التالية مفسرا ذلك

1- قطعة رخامية مثلثة الشكل

موقع مركز الثقل:

يقع على الخط المار بمركز المثلث ورأسه وعلى بعد من القاعدة ثلث الارتفاع
التفسير : لأن معظم أجزاء الجسم أقرب إلى القاعدة

2- مخروط مصمت

موقع مركز الثقل:

يقع على الخط المار بمركز الهرم ورأسه وعلى بعد من القاعدة ربع الارتفاع
التفسير : لأن معظم أجزاء الجسم أقرب إلى القاعدة

3- كرة مصمتة

موقع مركز الثقل : في المركز الهندسي

التفسير : لأنها جسم منتظم الشكل متماثل التكوين (متجانس)

4- مضرب كرة القاعدة

موقع مركز الثقل : أقرب إلى الجزء الأثقل

التفسير : لأنه جسم غير منتظم الشكل

5- مطرقة

موقع مركز الثقل : أقرب إلى الجزء الأثقل (الجزء الحديدي)

التفسير : لأنه جسم غير متماثل التكوين ومكون من أكثر من مادة

6- كرة ملئت حتى منتصفها بالرصاص

موقع مركز الثقل : لا يقع على المركز الهندسي ويكون أقرب إلى الجزء الأثقل

التفسير : لأنها تتكون من أكثر من مادة مختلفة

سؤال : لديك كرة مجوفة ملئت حتى منتصفها بمعادن الرصاص

1- ماذا يحدث عندما تهتز

الحدث : تتوقف عن الاهتزاز

التفسير : لأن مركز ثقلها عند أسفل مستوى ممكن

2- إذا جعلنا هذه الكرة على شكل لعبة مهرج ماذا نلاحظ عند ازاحتها عن الوضع العمودي

الملاحظة: تعود إلى الوضع العمودي

2. مسار مركز ثقل الجسم

ماذا نلاحظ عندما نرمي مفتاح إنكليزي على سطح أفقي أملس ونصور لقطات متتابعة من الأعلى

نلاحظ أن : المفتاح ينزلق أثناء دورانه على نفسه ونقطة واحدة

منه هي مركز الثقل تتحرك بخط مستقيم وبسرعة ثابتة وباقي

أجزاء الجسم تتحرك حركة دورانية حول مركز الثقل

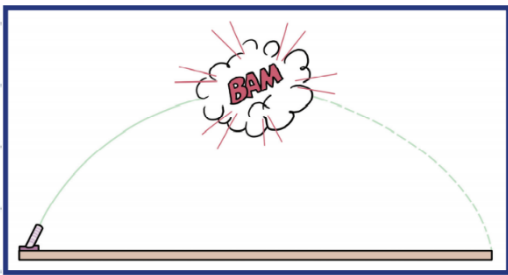
علل مركز ثقل الجسم المتحرك على نضد(مضمار) هوائي يقطع مسافات متساوية خلال أزمنة متساوية لأنه يتحرك حركة مستقيمة منتظمة حيث محصلة القوى عليه تساوي الصفر

ملاحظة: تعتبر حركة أي جسم غير متجانس (مفتاح إنكليزي) ينزلق أثناء دورانه على سطح أفقي هي محصلة حركة في خط مستقيم لمركز ثقل الجسم وحركة دورانية لباقي أجزاء الجسم حول مركز ثقلها قارن بين مركز ثقل جسم غير متجانس وباقي أجزاء الجسم من حيث :

وجه المقارنة	مركز الثقل	باقي أجزاء الجسم
الحركة	بخط مستقيم وبسرعة منتظمة	دورانية حول مركز الثقل
المسار	منتظم	غير منتظم

قارن بين رمي جسم غير متجانس في الهواء و على سطح أفقي أملس من حيث :

وجه المقارنة	حركة مركز الثقل	حركة باقي أجزاء الجسم
رمي مفتاح إنكليزي على سطح أفقي أملس	بخط مستقيم وبسرعة منتظمة	دورانية حول مركز الثقل
رمي مفتاح إنكليزي في الهواء	تتحرك في الهواء وترسم قطع مكافئ	دورانية حول مركز الثقل



سؤال: صف حركة مركز ثقل مقذوف قبل الانفجار وبعده

قطع مكافئ

علل تسلك مركز ثقل الألعاب النارية الصاروخية مساراً منتظماً على شكل قطع مكافئ قبل الانفجار وبعده وبإهمال مقاومة الهواء فإن الشظايا تحتفظ بمركز الثقل نفسه كما لو أن الانفجار لم يحدث

لأن قوى الانفجار قوى داخلية لا تغير من مركز ثقل الجسم

مراجعة الدرس 3-1

أولاً - عرّف مركز الثقل لجسم .

ثانياً - لماذا لا يقع مركز ثقل مضرب كرة القاعدة على نقطة الوسط للمضرب؟

ثالثاً - ما الجزء من الجسم الذي سيتبع مسار قطع مكافئ عند دوران الجسم في الهواء أو سيتبع خطاً مستقيماً أثناء انزلاق الجسم على سطح أملس؟

رابعاً - هل ينطبق مركز الثقل دائماً على المركز الهندسي للجسم؟ أعط أمثلة تعلّل إجاباتك .

خامساً - صف حركة مركز ثقل مقذوف قبل انفجاره في الهواء وبعده .

ملاحظات هامة

- 1- في الحركة الانتقالية لا نعر انتباها لأبعاد الجسم ونفترض أن أي جسم يمكن تمثيله بنقطة هي مركز ثقله لكن لا يمكن فعل ذلك مع الحركات المركبة من حركة دورانية وخطية وذلك لأن كل نقاط الجسم في الحركة الانتقالية (الخطية) يكون لها نفس السرعة الخطية وهي سرعة مركز الثقل بينما هذا لا ينطبق على الحركة المركبة
- 2- اعتبار الجسم نقطة (جسيم نقطي) هو حالة خاصة لا ينطبق على حركة الأجسام المركبة من حركة انتقالية وحركة دورانية .

3- مركز الثقل يمكن تسميته مركز الكتلة إذا نظرنا إليها ككتلة تتفاعل مع كتلة الأرض

4- مركز الكتلة ومركز الثقل مفهومين قريبين من بعضهما البعض يمكن استخدام أحدهما مكان الآخر في بعض الحالات

1. تعريف مركز الكتلة

مركز الكتلة : هو الموضع المتوسط لكل جميع الجزيئات التي يتكون منها الجسم

2. الفرق بين مركز الكتلة ومركز الثقل

مركز الكتلة و مركز الثقل مفهومان يمكن استخدام احدهما مكان الآخر في الأجسام الصغيرة والقريبة من سطح الأرض ولا يمكن في الأجسام الكبيرة

علل لما يأتي تعليلا علميا سليما



1. يكون هناك فرق بسيط بين مركز الكتلة ومركز الثقل في الأجسام الكبيرة جدا والمباني العالية بسبب اختلاف قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة على جزء من الجسم عن تلك المؤثرة على جزء آخر
2. مركز ثقل المركز التجاري العالمي والذي يبلغ ارتفاعه (541) سيكون أسفل مركز كتلته لأن قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة على الأجزاء السفلية منه اكبر من قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة على الأجزاء العلوية

3. يمكن استخدام أي من المصطلحين مركز الثقل أو مركز الكتلة كلا مكان الآخر في تعاملاتنا حتى مع المباني العالية

لأن المسافة بين مركز الثقل ومركز الكتلة حتى في المباني العالية صغيرة جدا بحدود المليمتر

الأجسام الغير متجانسة

مركز الكتلة أقرب إلى المنطقة التي تحوي كتلة أكبر



مطرقة حديدية

الأجسام المتجانسة: التي تتوزع كتلتها بشكل متجانس ولا تتغير كثافتها من نقطة لأخرى
مركز الكتلة يقع عند المركز الهندسي

إذا كان الجسم مفرغ



حلقة دائرية

نقطة خارج الجسم

إذا كان الجسم ممتلئا



قرص مصمت

نقطة مادية من الجسم

مثال

سؤال : حدد موضع مركز كتلة الأجسام التالية مفسرا ذلك

1- قرص مصمت



موقع مركز الكتلة : نقطة مادية من الجسم وتقع في المركز الهندسي

التفسير : لأنه جسم منتظم الشكل وممتلئ ومتجانس ولا تتغير كثافته من نقطة لأخرى

2- كرة مصمته



موقع مركز الكتلة : نقطة مادية من الجسم وتقع في المركز الهندسي

التفسير : لأنها جسم منتظم الشكل وممتلئ ومتجانس ولا تتغير كثافته من نقطة لأخرى

3- حلقة مفرغة :



موقع مركز الكتلة : نقطة لا مادية من الجسم وتقع في المركز الهندسي

التفسير : لأنه جسم منتظم الشكل ومفرغ ومتجانس ولا تتغير كثافته من نقطة لأخرى

4- مطرقة



موقع مركز الكتلة: أقرب إلى الجزء الحديدي

التفسير : لأنه جسم غير متجانس يتكون من أكثر من مادة وغير منتظم الشكل

ملاحظة : يمكن تطبيق ما درسناه سابقا عن حركة مركز الثقل على مركز الكتلة

فحركة مفتاح الإنكليزي الذي ألقى في الهواء بحيث يصنع حركة دورانية حول نفسه

أثناء حركته يمثل بحركة مركز الكتلة



قارن بين مركز كتلة كرة مجوفة وكرة مصمته من حيث :

وجه المقارنة	كرة مجوفة	كرة مصمته
مركز الكتلة نقطة مادية من الجسم	لا	نعم

قارن بين الأجسام الصغيرة و الأجسام الكبيرة من حيث :

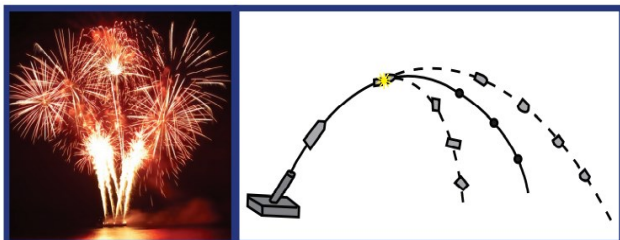
وجه المقارنة	الأجسام الصغيرة	الأجسام الكبيرة جدا
التطابق بين مركز الكتلة ومركز الثقل	يتطابقان	لا يتطابقان

صف شكل مسار مركز كتلة الألعاب النارية قبل الانفجار وبعده

على شكل قطع مكافئ

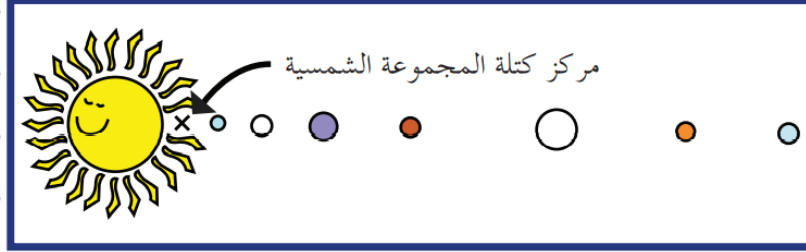
كيف ستتحرك الشظايا بعد الانفجار

قطوع مكافئة جديدة



3. مركز الكتلة وتأرجح النجوم

1. لا تدور كواكب المجموعة الشمسية حول مركز الشمس، بل حول مركز كتلة المجموعة الشمسية
2. مركز كتلة المجموعة الشمسية ينطبق تقريباً على مركز الشمس عندما تكون الكواكب مبعثرة في جميع الاتجاهات
3. إذا اصطفت جميع الكواكب على خط مستقيم من جانب واحد بالنسبة للشمس فعندها سيبتعد مركز كتلة المجموعة الشمسية مسافة (800) ألف كيلو متر عن سطح الشمس وعن مركز الشمس (1.5) مليون كيلو متر



يلاحظ علماء الفلك أثناء مراقبتهم للنجوم أنها تتأرجح في الفراغ حول مركز كتلتها ما هو الاستنتاج الذي توصل إليه العلماء من خلال هذا التأرجح

توجد كواكب تدور حول النجم

علل لما يأتي تعليلاً علمياً سليماً

- 1- لمنع اهتزاز إطارات السيارة أثناء دورانها توضع قطع رصاص في الجزء المعدني من الإطار لجعل مركز الكتلة عند محور الدوران

- 2- تبدو حركة الدوران للمراقب البعيد على شكل تأرجح بسيط للشمس بين نقطتين لأنها تدور حول مركز كتلة المجموعة الشمسية القرب جداً من مركز كتلة الشمس

مراجعة الدرس 2-3

أولاً - عرّف مركز الكتلة .

ثانياً - متى ينطبق مركز كتلة الجسم مع مركز الثقل؟

ثالثاً - عند دراسة مركز الكتلة لأجسام مختلفة ، يتبيّن لنا أنّ مركز الكتلة في بعض الأجسام يكون نقطة مادية موجودة على الجسم ، ويكون في أجسام أخرى نقطة غير موجودة على الجسم . أعط أمثلة توضّح فيها الحاليتين .

رابعاً - في بعض الحالات لا ينطبق مركز الثقل مع مركز الكتلة . أعط مثلاً توضّح فيه هذه الحالة و اشرح السبب في ذلك .

خامساً - يلاحظ علماء الفلك أثناء مراقبتهم للنجوم أنّها تتأرجح في الفراغ حول مركز كتلتها . ما هو الاستنتاج الذي توصل إليه العلماء من خلال هذا التأرجح؟

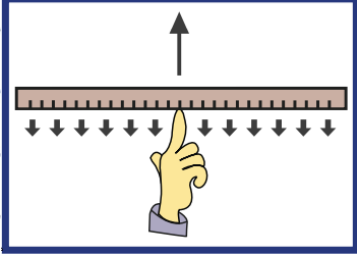
تحديد موضع مركز الكتلة أو مركز الثقل Determining the Position of the Center of Mass or Center of Gravity

1. مركز ثقل وتوازن الجسم

- ❖ نقطة توازن الجسم هي نقطة مركز الثقل المادية الموجودة على الجسم.
- ❖ مركز الثقل لجسم ما هو نقطة ارتكاز محصلة قوى الجاذبية المؤثرة على الجسم.

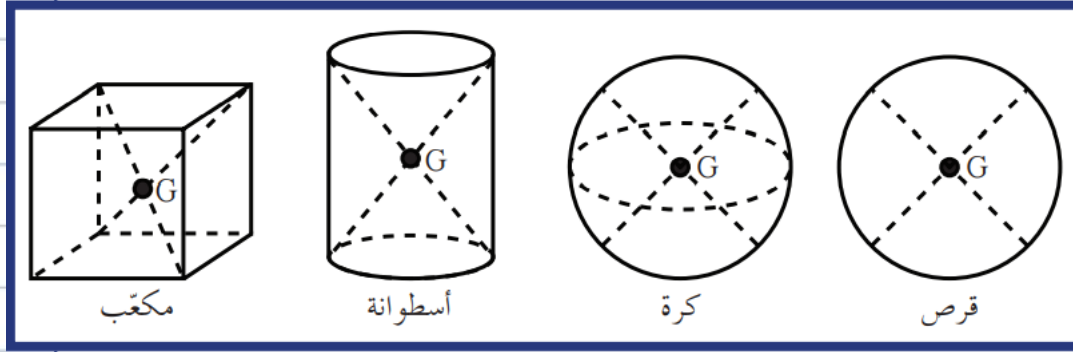
فسر سبب اتزان المسطرة الموضحة بالشكل المجاور

لأن مجموع القوى التي يخضع لها الجسم أصبحت منعدمة (محصلة القوى عليه صفر)
حيث تخضع الساق لوزنها وهو مركز عند مركز الثقل و لرد فعل عند المركز أيضا كما
يظهره الشكل



2. مركز ثقل الأجسام منتظمة الشكل

في الأجسام المنتظمة يكون مركز الثقل أو مركز الكتلة منطبقا على مركزه الهندسي مثل
(مسطرة - الكرة - المكعب - الأسطوانة متوازي مستطيلات)



مركز ثقل الجسم المنتظم

نقطة ليست مادية تقع خارج الجسم
إذا كان الجسم موقعا

مثال

حلقة دائرية - كرة مفرغة



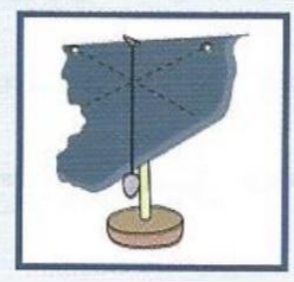
نقطة مادية داخل الجسم
إذا كان الجسم ممتلئا وغير موقعا

مثال

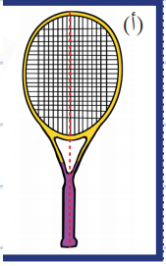
القرص - مسطرة



3. مركز ثقل الأجسام غير المنتظمة



إن تحديد مركز ثقل الأجسام غير المنتظمة ليس بالسهولة بمكان فنحن نحتاج إلى تجربة عملية لذلك حيث نقوم بتعليق الجسم من نقطة منه وندعه يستقر فإن مركز الثقل سيقع على الخط العمودي أسفل نقطة التعليق وقد يكون عند نقطة التعليق لذلك نحن حددنا خطا يقع مركز الثقل عند إحدى هذه النقاط ولنحدد موقعه بالضبط نكرر الخطوة مع نقطة أخرى فتكون نقطة تقاطع الخطين هي مركز الثقل



كيف يمكن تحديد مركز ثقل مضرب التنس ولماذا
يتم تحديده بالطريقة التجريبية لأنه جسم غير منتظم الشكل وغير متجانس

مركز ثقل الجسم غير المنتظم

نقطة ليست مادية تقع خارج الجسم
إذا كان الجسم مفرغا

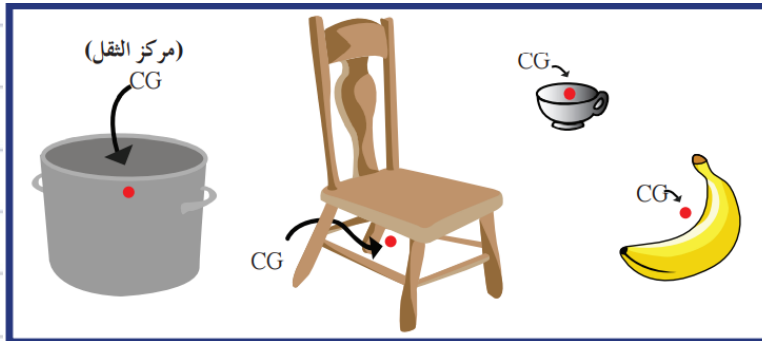
مثال

فنجان

قد تكون نقطة مادية داخل الجسم أو خارجه إذا
كان الجسم ممتلئا وغير مفرغ

مثال

مضرب الكرة - موزة

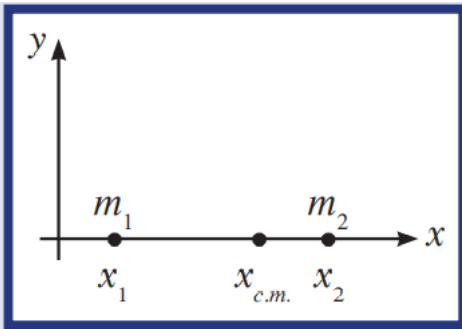


4. حساب موقع مركز كتلة جسمين نقطيين

نأخذ كتلتين نقطيتين (m_1, m_2) على المحور السيني كما في الشكل المجاور

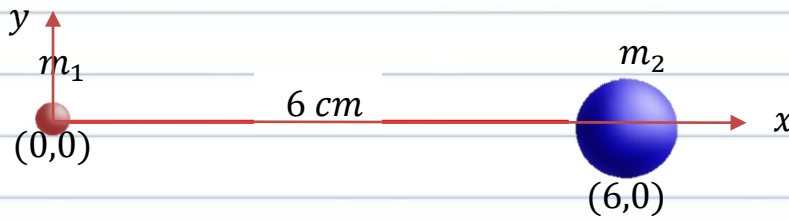
ونعوض احداثيات الكتلتين في العلاقة التالية

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: $m_1 = (2) Kg$ و $m_2 = (8) Kg$ كتلتان نقطيتان على محور السينات تبعدان الواحدة عن الأخرى $6 cm$ (6) احسب أين يقع مركز كتلة الجسمين



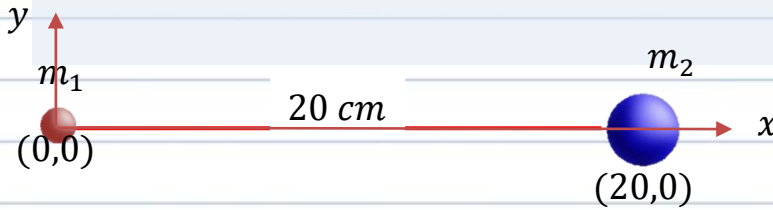
$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{cm} = \frac{2 \times 0 + 8 \times 6}{2 + 8}$$

$$x_{cm} = 4.8 cm$$

موقع مركز الثقل : $(4.8 cm, 0)$

المسألة الثانية: كتلتان نقطيتان $(m_1 = 2 Kg, m_2 = 3 Kg)$ على محور السينات يبعدان عن بعضهما مسافة $20 cm$ (20) أحسب أين يقع مركز كتلة الجسمين



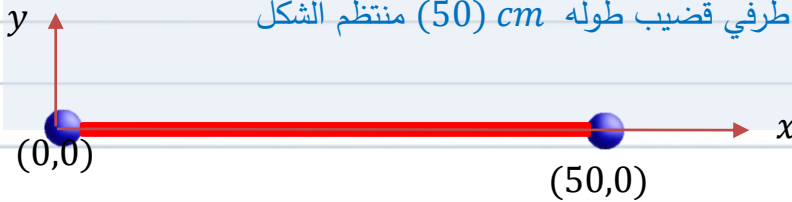
$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{cm} = \frac{2 \times 0 + 3 \times 20}{2 + 3}$$

$$x_{cm} = 12 cm$$

موقع مركز الثقل : $(12 cm, 0)$

المسألة الثالثة : وضعت كتلتان متساويتان على طرفي قضيب طوله $50 cm$ منتظم الشكل ومهمل الكتلة أوجد موقع مركز كتلة النظام

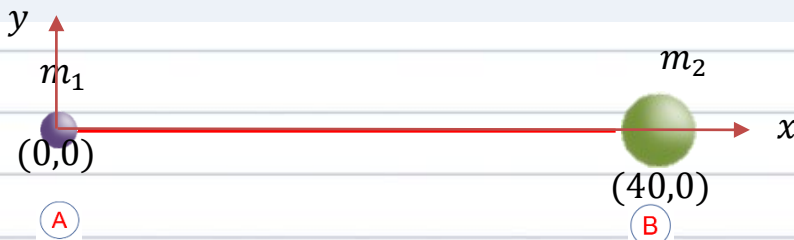


$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{cm} = \frac{m \times 0 + m \times 50}{2m} = 25 cm$$

موقع مركز الثقل : $(25 cm, 0)$

المسألة الرابعة: وضع جسمان نقطيان كتلتاهما $(m_B = (100) g, m_A = (300) g)$ على التوالي على النقطة A, B حيث $(AB = (40) cm)$ حدد موضع مركز كتلة النظام بالنسبة إلى النقطة A



$$x_{cm} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

$$x_{cm} = \frac{300 \times 0 + 100 \times 40}{300 + 100}$$

$$x_{cm} = 10 cm$$

موقع مركز الثقل : $(10 cm, 0)$

5. مركز كتلة عدة كتل موجودة في مستوى واحد

لنأخذ مجموعة من الكتل النقطية $(m_1, m_2, m_3, m_4, \dots)$
محدد موضعها في المستوي بمتجهات الموقع التالي $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4, \dots)$
ونستخدم العلاقات التالية لتحديد مركز الكتلة

1- متجه مركز الكتلة

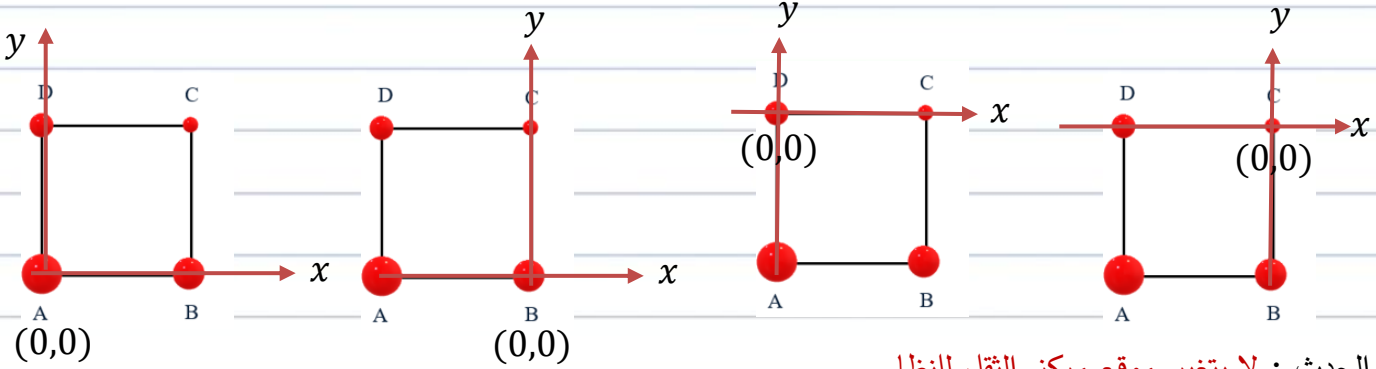
$$\vec{R}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

2- يمكن حساب مركبات مركز الكتلة

سؤال : لديك نظام مؤلف من أربع كتل مختلفة تم توزيعها على رؤوس مربع ماذا يحدث لموقع مركز الكتلة
1- إذا غيرنا اختيار محاور الإحداثيات كما في الشكل :



الحدث : لا يتغير موقع مركز الثقل للنظام

التفسير: لأن اختيار محور الإحداثيات لا يغير من توزيع الكتل

1- إذا غيرنا توزيع الكتل كما في الشكل المجاور :

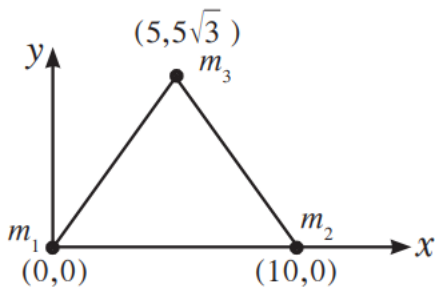
2- الحدث : يتغير موقع مركز الثقل للنظام

3- التفسير: لأن اختلاف توزيع الكتل يغير من موقع مركز الثقل

نستنتج أن :

موقع مركز الكتلة لا يعتمد على طريقة اختيار محاور الإحداثيات، بل على توزيع الجسيمات المؤلفة للنظام

حل المسائل التالية:



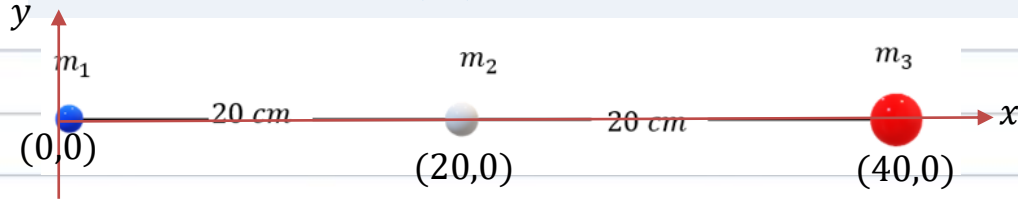
المسألة الأولى: أوجد موضع مركز كتلة ثلاث كتل $m_1 = (1)Kg$ و $m_2 = (2)Kg$ و $m_3 = (3)Kg$ موضوعة على رأس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $cm (10)$

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 10 + 3 \times 5}{1 + 2 + 3} = 5.83cm$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 0 + 3 \times 5\sqrt{3}}{1 + 2 + 3} = 4.33cm$$

موقع مركز الثقل : $(5.83 cm, 4.33cm)$

المسألة الثانية: وضعت ثلاث كتل نقطية ($m_1 = 20g, m_2 = 40g, m_3 = 60g$) على استقامة واحدة على محور السينات تفصل بينهما مسافة 20 cm المطلوب



1- حدد موقع مركز الكتلة للنظام

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{20 \times 0 + 40 \times 20 + 60 \times 40}{20 + 40 + 60} = 26.66 \text{ cm}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{20 \times 0 + 40 \times 0 + 60 \times 0}{1 + 2 + 3} = 0 \text{ cm}$$

موقع مركز الثقل : $(26.66 \text{ cm}, 0 \text{ cm})$

2- حدد موقع مركز كتلة النظام إذا وضعت الكتل على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 20 cm

$$y_3 = 20 \sin 60 = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$x_3 = 20 \cos 60 = 10 \text{ cm}$$

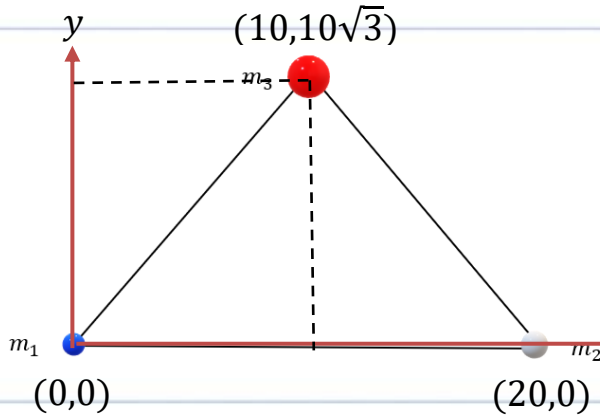
$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{cm} = \frac{20 \times 0 + 40 \times 20 + 60 \times 10}{20 + 40 + 60} = 11.66 \text{ cm}$$

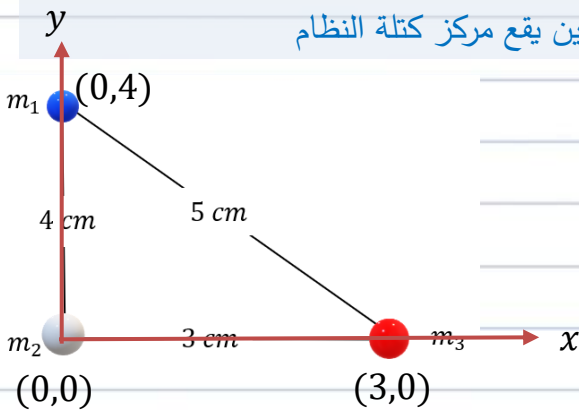
$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{cm} = \frac{20 \times 0 + 40 \times 0 + 60 \times 10\sqrt{3}}{20 + 40 + 60} = 8.66 \text{ cm}$$

موقع مركز الثقل : $(11.66 \text{ cm}, 8.66 \text{ cm})$



المسألة الثالثة: وضعت ثلاث كتل نقطية ($m_1 = 2 \text{ Kg}, m_2 = 3 \text{ Kg}, m_3 = 5 \text{ Kg}$) على رؤوس مثلث قائم الزاوية المبين على الشكل المجاور أحسب أين يقع مركز كتلة النظام



$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{cm} = \frac{2 \times 0 + 3 \times 0 + 5 \times 3}{2 + 3 + 5} = 1.5 \text{ cm}$$

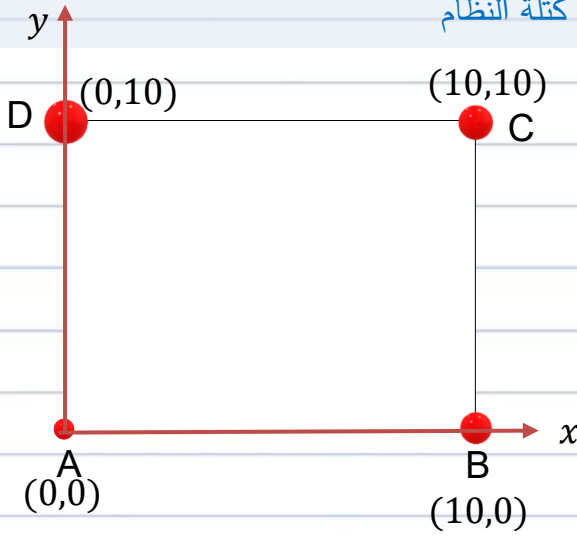
$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{cm} = \frac{2 \times 4 + 3 \times 0 + 5 \times 0}{2 + 3 + 5} = 0.8 \text{ cm}$$

موقع مركز الثقل : $(1.5 \text{ cm}, 0.8 \text{ cm})$

المسألة الرابعة: وضعت أربع كرات كتلة كل منها

$m_A = 1 \text{ Kg}$ و $m_B = 2 \text{ Kg}$ و $m_C = 4 \text{ Kg}$ و $m_D = 6 \text{ Kg}$ على رؤوس مربع طول ضلعه 10 cm كما في الشكل المجاور والمطلوب أوجد إحداثيات مركز كتلة النظام



$$x_{cm} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C + m_D x_D}{m_A + m_B + m_C + m_D}$$

$$x_{cm} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 10 + 4 \times 10 + 6 \times 0}{1 + 2 + 4 + 6} = 4.61 \text{ cm}$$

$$y_{cm} = \frac{m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C + m_D y_D}{m_A + m_B + m_C + m_D}$$

$$y_{cm} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 0 + 4 \times 10 + 6 \times 10}{1 + 2 + 4 + 6} = 7.69 \text{ cm}$$

موقع مركز الثقل : $(4.61 \text{ cm}, 7.69 \text{ cm})$

مراجعة الدرس 3-3

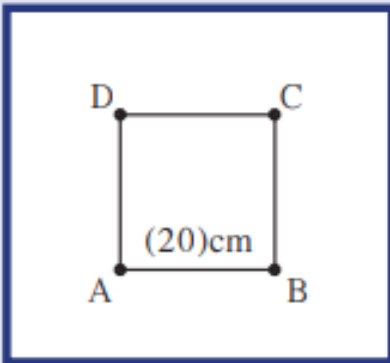
أولاً - أذكر مثالاً لجسم يكون مركز ثقله عند نقطة لا تحتوي على أي مادة.

ثانياً - هل يمكن وجود أكثر من مركز ثقل لجسم واحد؟ علّل إجابتك.

ثالثاً - كيف يمكن تعيين موضع مركز الكتلة لجسم غير منتظم الشكل؟

خامساً - أحسب موضع مركز الكتلة لنظام مؤلف من أربع كتل:

$m_A = (1) \text{ kg}$ و $m_B = (2) \text{ kg}$ و $m_C = (3) \text{ kg}$ و $m_D = (4) \text{ kg}$ ، موزعة على أطراف مربع طول ضلعه 20 cm ومهملة الكتلة كما في الشكل (95).



(شكل 95)

تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربع الواقع أمام العبارة الصحيحة في كلِّ متابلي:

1. كتلتان نقطيتان $m_1 = (500)g$ و $m_2 = (100)g$ تبعدان الواحدة عن الأخرى $(30)cm$. فإنَّ موضع مركز الكتلة يقع:
 - ☐ بين m_1 و m_2 ، والأقرب إلى m_1 داخل القطعة بينهما.
 - ☐ عند متوسط المسافة بين m_1 و m_2 .
 - ☐ بين m_1 و m_2 ، والأقرب إلى m_2 داخل القطعة بينهما.
 - ☐ على الخطَّ الحامل للكتلتين لجهة m_1 وخارج القطعة بينهما.
2. موقع مركز الكتلة لكتلتين m_A و m_B يبعدان الواحدة عن الأخرى L ، وحيث $m_A > m_B$ يُحدَّد بالنسبة إلى نقطة إسناد على الكتلة A بالعلاقة:

$$x_{CG} = \frac{L \cdot m_A}{m_B} \quad \square$$

$$x_{CG} = \frac{L \cdot m_B}{m_A} \quad \square$$

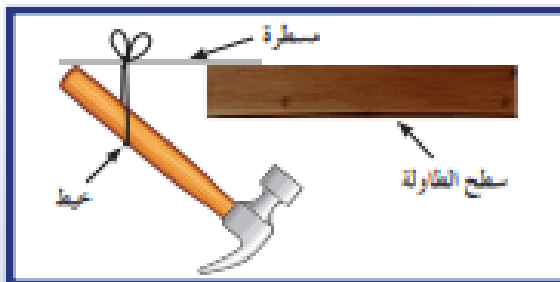
$$x_{CG} = \frac{L \cdot m_A}{m_A + m_B} \quad \square$$

$$x_{CG} = \frac{L \cdot m_B}{m_A + m_B} \quad \square$$

تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

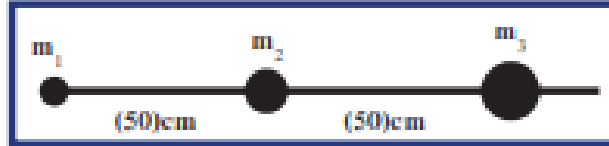
1. لمنع اهتزاز إطارات السيارات أثناء دورانها، توضع قطع رصاص في الجزء المعدني من الإطار. أين يقع مركز ثقل الإطار المثزن؟
2. علق مطرقة في مسطرة غير مثبتة كما في الشكل المقابل، اشرح سبب عدم سقوط المطرقة والمسطرة.



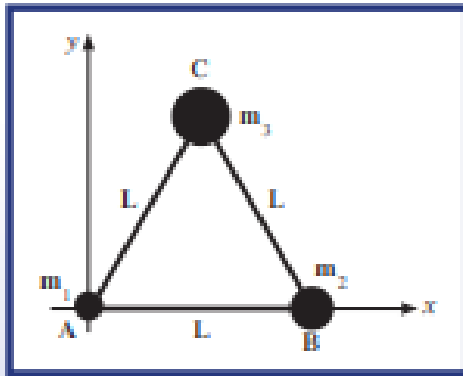
تحقق من مهاراتك

حل المسائل التالية:

1. كتلتان نقطيتان $m_1 = (200)g$ و $m_2 = (400)g$ موضوعتان على محور السينات، وتبعدان الواحدة عن الأخرى $(50)cm$. احسب أين يقع مركز كتلة الجسمين؟
2. ثلاث كتل نقطية $m_1 = (10)g$ و $m_2 = (20)g$ و $m_3 = (30)g$. احسب أين يقع مركز الكتلة:
 - (أ) إذا وُضعت على خطٍّ مستقيم، وتبعد الواحدة عن الأخرى $(50)cm$ كما في الشكل (126).



(شكل 126)



(شكل 127)

- (ب) إذا وُضعت على رؤوس مثلث متساو الأضلاع، طول ضلعه L ، بحيث نضع m_1 على الرأس A و m_2 على الرأس B و m_3 على الرأس C ، علماً بأن A هي نقطة ارتكاز المحورين المتعامدين Ax و Ay (شكل 127).