سر التفوق

ملخص ونظريات

11 علمي

الفصل الدراسي الثاني

أ / شكري الجميعي



ملخص محاضرة ١١ علمي

مستر الشوقة
أ/ شوكي

تساوي عددين مركبين

$x+yi = a+bi$

الجزء الحقيقي = الجزء الحقيقي
$x = a$

الجزء التخيلي = الجزء التخيلي
$y = b$

الجمع والطرح
الضرب والقسمة

$M(a,b)$ ⟷ $z = a+bi$

الصورة الديكارتية — الصورة الجبرية

- مرافق العدد المركب $z = a+bi$ هو العدد المركب $\bar{z} = a-bi$
- المعكوس الضربي $z^{-1} = \dfrac{\bar{z}}{a^2+b^2}$

- خواص المرافق:
  - $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$
  - $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
  - $\left(\overline{\bar{z}_1}\right) = z_1$
  - $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$, $z_2 \neq 0$

Mr. Shokry

الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية

يمكن التحويل بين الإحداثيات القطبية (r,θ) والإحداثيات الديكارتية (x,y) باستخدام:

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$

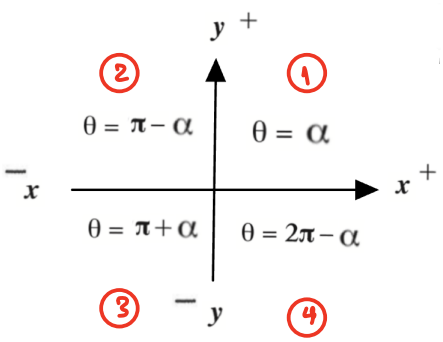
يمكن التحويل بين الإحداثيات الديكارتية (x,y) والإحداثيات القطبية (r,θ) باستخدام:

(1) $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

(2) نفرض أن α زاوية الإسناد

$$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right|$$

(3) تحديد الربع.



الصورة المثلثية:

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

إذا كانت $\theta \in [0, 2\pi)$ أو $0^\circ \leqslant \theta < 360^\circ$ فتسمى السعة في هذه الحالة **بالسعة الأساسية**.

حل المعادلات

القانون

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Mr. Shokry

التمثيل البيانى للدوال المثلثية

$y = a \sin bx$

السعة $= |a|$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|}$

ربع الدورة $= \frac{\text{الدورة}}{4}$

x	0	ربع الدورة			الدورة
y	0	a	0	$-a$	0

اجمع ربع الدورة

$y = a \cos bx$

السعة $= |a|$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|}$

ربع الدورة $= \frac{\text{الدورة}}{4}$

x	0	ربع الدورة			الدورة
y	a	0	$-a$	0	a

اجمع ربع الدورة

$y = a \tan bx$

السعة ليس لها سعة

الدورة $= \frac{\pi}{|b|}$

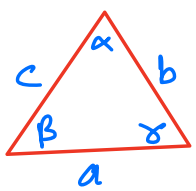
ربع الدورة $= \frac{\text{الدورة}}{4}$

x	نصف الدورة	ربع الدورة	0	ربع الدورة	نصف الدورة
y	غير معرف	$-a$	0	a	غير معرف

مساحة المثلث قاعدة هيرون

مساحة المثلث بمعلومية ضلعين وقياس الزاوية بينهم

= $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب أى ضلعين فى جيب (sin) الزاوية بينهم



المساحة $A = \frac{1}{2} a \cdot b \sin\gamma$

$A = \frac{1}{2} a \cdot c \sin\beta$

$A = \frac{1}{2} b \cdot c \sin\alpha$

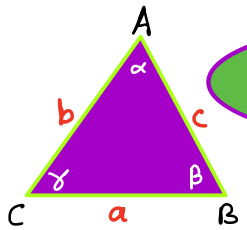
قاعدة هيرون كما يلي

1. نصف المحيط $S = \frac{a+b+c}{2}$

2. المساحة $A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

Mr. Shokry

قانون الجيب



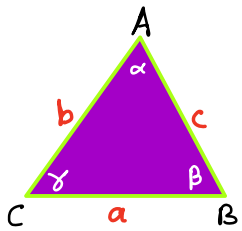
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

يستخدم عندما يكون المعطي

① قياس زاويتين وطول ضلع

② طولي ضلعين وقياس زاوية مقابلة لأحدهما

قانون جيب التمام



لمعرفة قياس الزوايا

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\right)$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right)$$

لمعرفة طول ضلع

$$a = \sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\alpha}$$

$$b = \sqrt{a^2+c^2-2ac\cos\beta}$$

$$c = \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$$

أكبر زاوية في المثلث تقابل أكبر ضلع

أصغر زاوية في المثلث تقابل أصغر ضلع

يستخدم عندما يكون المعطي

① أطوال الأضلاع الثلاثة

② طولي ضلعين وقياس زاوية المحصورة بينهما

Mr. Shokry

إثبات صحة المتطابقة

سر التفوقة

١٢ عكس

$\sin^2x + \cos^2x = 1$ ⟵ $1-\cos^2x = \sin^2x$ ، $1-\sin^2x = \cos^2x$

$\tan^2x+1 = \sec^2x \Rightarrow \tan^2x = \sec^2x-1$

$\cot^2x+1 = \csc^2x \Rightarrow \cot^2x = \csc^2x-1$

$(1-\cos x)(1+\cos x) = 1-\cos^2x \Rightarrow \sin^2x$

$(1+\cos x)(1+\cos x) = (1+\cos x)^2 \Rightarrow 1+2\cos x+\cos^2x$

$\frac{1}{\sin x} = \csc x$ $\quad$ $\frac{1}{\cos x} = \sec x$ $\quad$ $\frac{1}{\tan x} = \cot x$

$\tan x = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\quad$ $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

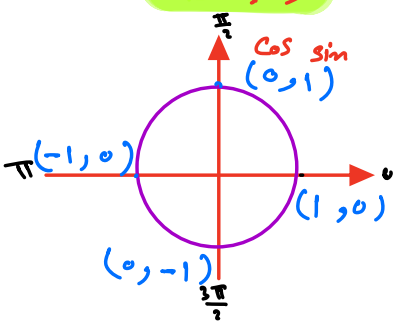
توحيد المقام $\quad \frac{x}{y} \pm \frac{A}{B} = \frac{x\cdot B \pm A\cdot y}{y\cdot B}$

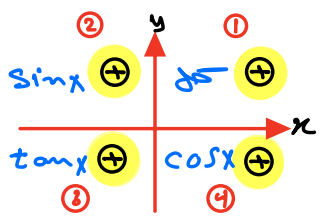
حل المعادلة المثلثية

$\sin x = 0$ أو 1 أو -1

$\cos x = 0$ أو 1 أو -1

دائرة ربعية





الحلول تكون على الصورة

$x = (\pi-\alpha)+2k\pi$ $\quad$ $x = \alpha+2k\pi$

$x = (\pi+\alpha)+2k\pi$ $\quad$ $x = (2\pi-\alpha)+2k\pi$

$k \in Z$

Mr. Shokry

المتطابقات

المجموع والفرق

① $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$

② $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

③ $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$

ضعف الزاوية

① $\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$

② $\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$= 1 - 2\sin^2\alpha$

$= 2\cos^2\alpha - 1$

③ $\tan(2\alpha) = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

نصف الزاوية

① $\sin\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$

② $\cos\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$

③ $\tan\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

مستر/ محمد الشكرى

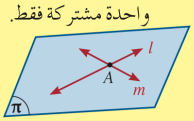
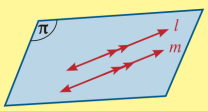
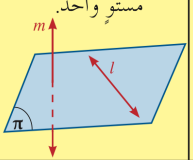
Mr Shokry

هندسة الفضاء

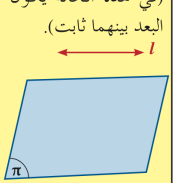
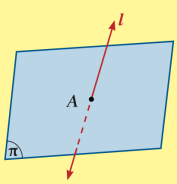
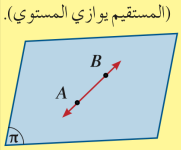
حالات تعيين المستوي في الفضاء

- أي ثلاث نقاط مختلفة ليست على استقامة واحدة تعيّن مستويًا واحدًا فقط.
- أي مستقيم ونقطة خارجة عنه يعيّنان مستويًا واحدًا فقط.
- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويًا واحدًا فقط.
- أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستويًا واحدًا فقط.

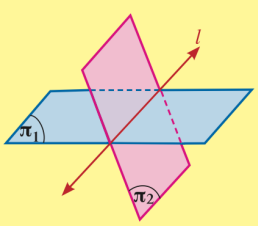
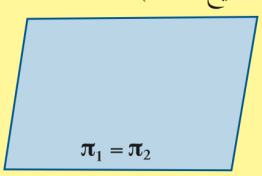
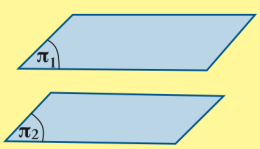
أوضاع المستقيمات في الفضاء

a متقاطعان	b متوازيان	c متخالفان
إذا وقعا في مستوٍ واحد وكان بينهما نقطة واحدة مشتركة فقط.	إذا وقعا في مستوٍ واحد وكانا غير متقاطعين.	إذا كان لا يحويهما مستوٍ واحد.
		
$\vec{l} \cap \vec{m} = \{A\}$	$\vec{l} \subset \pi$, $\vec{m} \subset \pi$, $\vec{l} \cap \vec{m} = \phi \Rightarrow \vec{l} \parallel \vec{m}$	$\vec{l} \subset \pi$, $m \not\subset \pi$ $\Rightarrow \vec{l} \cap \vec{m} = \phi$
مستقيمان متقاطعان	مستقيمان متوازيان	مستقيمان متخالفان

أوضاع مستقيم ومستوٍ في الفضاء

a صفر نقطة مشتركة:	b نقطة مشتركة واحدة:	c نقطتان مختلفتان مشتركتان على الأقل
المستقيم موازٍ للمستوي (في هذه الحالة يكون البعد بينهما ثابت).	المستقيم يقطع المستوي.	المستقيم يقع بكامله (بتمامه) في المستوي (المستقيم يوازي المستوي).
		
$\vec{l} \cap \pi = \phi \Rightarrow \vec{l} \parallel \pi$	$\vec{l} \cap \pi = \{A\}$	$\overrightarrow{AB} \cap \pi = \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \subset \pi$ $\therefore \overrightarrow{AB} \parallel \pi$

أوضاع مستويين في الفضاء

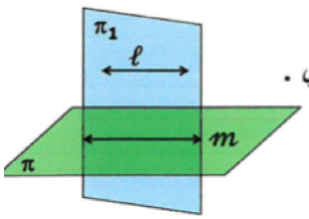
a المستويان متقاطعان في مستقيم.	b المستويان منطبقان (يشتركان في جميع النقاط).	c المستويان متوازيان (لا توجد نقاط مشتركة بينهما).
		
$\pi_1 \cap \pi_2 \neq \phi \Rightarrow \pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$	$\pi_1 = \pi_2 \Rightarrow \pi_1 \parallel \pi_2$	$\pi_1 \cap \pi_2 = \phi \Rightarrow \pi_1 \parallel \pi_2$

Mr. Shokry

نظريات هندسة الفضاء

نظرية (1)

إذا وازي مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوي فإنه يوازي المستوي .

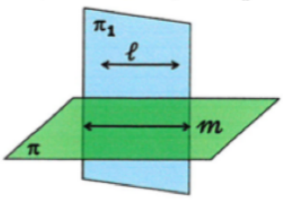


$$\left.\begin{array}{l}\overleftrightarrow{\ell} \;//\; \overleftrightarrow{m} \\ \overleftrightarrow{m} \subset \pi\end{array}\right\} \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} \;//\; \pi$$

نظرية (2)

تفيد في اثبات توازي مستقيمين

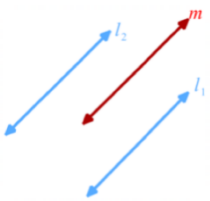
إذا وازى مستقيم مستويا، فكل مستو مار بالمستقيم و يقطع المستوي، يقطعه في مستقيم موازٍ للمستقيم المعلوم .



$$\left.\begin{array}{l}\because \overleftrightarrow{\ell} \;//\; \pi \\ \overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_1 \\ \pi_1 \cap \pi = \overleftrightarrow{m}\end{array}\right\} \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} \;//\; \overleftrightarrow{m}$$

نظرية (3)

المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفضاء متوازيان.



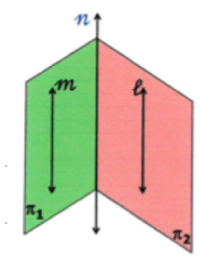
$$\because \overleftrightarrow{l_1} \;//\; \overleftrightarrow{m} \;,\; \overleftrightarrow{l_2} \;//\; \overleftrightarrow{m}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{l_1} \;//\; \overleftrightarrow{l_2}$$

نتيجة (1)

إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان ،

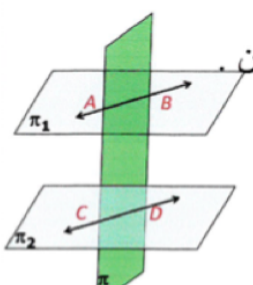
فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .



$$\left.\begin{array}{l}\overleftrightarrow{\ell} \;//\; \overleftrightarrow{m} \;, \\ \overleftrightarrow{m} \subset \pi_1 , \\ \overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_2 \\ \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{n}\end{array}\right\} \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} \;//\; \overleftrightarrow{m} \;//\; \overleftrightarrow{n}$$

نظرية (4)

إذا قطع مستو مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين .



$$\left.\begin{array}{l}\pi_2 \;//\; \pi_1 \\ \pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB} \\ \pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}\end{array}\right\} \Rightarrow \overleftrightarrow{AB} \;//\; \overleftrightarrow{CD}$$

Mr. Snokry

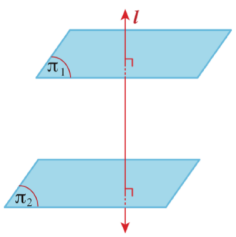
تعريف: إذا كان $\pi \perp l$ فإن l عموديًا على كل المستقيمات في المستوي π

نظرية (5)

المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديًا على مستويهما.

نظرية (6)

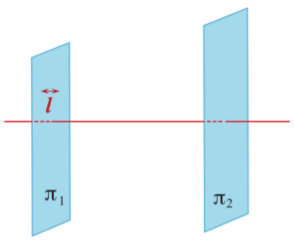
إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستويين مختلفين، فإنهما يكونان متوازيان.



$$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_1 \\ \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_2 \end{array}\right\} \pi_1 \ // \ \pi_2$$

نظرية (7)

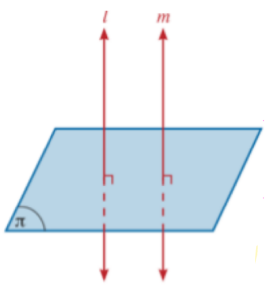
إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين، فإنه يكون عموديا على المستوى الأخر.



$$\left.\begin{array}{l} \pi_1 \ // \ \pi_2 \\ \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_1 \end{array}\right\} \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_2$$

نظرية (8)

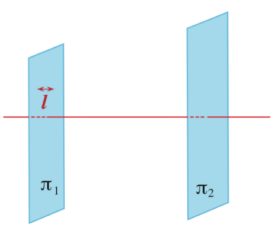
المستقيمان العموديان على مستو متوازيان.



$$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi \\ \overleftrightarrow{m} \perp \pi \end{array}\right\} \overleftrightarrow{\ell} \ // \ \overleftrightarrow{m}$$

نظرية (9)

إذا توازى مستقيمان أحدهما عموديا على مستو كان المستقيم الأخر عموديا على المستوى أيضا.



$$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{\ell} \ // \ \overleftrightarrow{m} \\ \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi \end{array}\right\} \overleftrightarrow{m} \perp \pi$$

سر التفوق
أ/ شكرى
Mr. Shokry