

١١  
الصف الحادي عشر علمي  
الفصل الدراسي الثاني



الاختبار التقويمي الثاني  
للمصف 11 ع



2 - 9 إثبات صحة متطابقات مثلثية

3 - 9 حل معادلات مثلثية

4 - 9 متطابقات المجموع والفرق

5 - 9 متطابقات ضعف الزاوية ونصفها



اسم الطالب: \_\_\_\_\_

أولا : الأسئلة الموضوعية : \_\_\_\_\_ (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

$$\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$$

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$\sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right)$  تساوي:

(a)  $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$

(b)  $\frac{1}{2} (\sin x + \cos x)$

(c)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

(d)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$

اثبت صحة المتطابقة :

ثانيا: أسئلة المقال:

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

السؤال الأول :

الحل:

$$\text{الحرف لاسر} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \cdot \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x} = \frac{\cancel{\cos x} (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x} \quad \text{الحرف لاسر}$$

الحرف لاسر متساوية

السؤال الثاني

$$2 \cos x = -\sqrt{3} \quad \text{حل المعادلة :-}$$

الحل :-

$$2 \cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

بعض  $\alpha \sim \alpha$  هي زاوية، لا متعادلة لزاوية  $x$

$$\cos \alpha = |\cos x| = \left| -\frac{\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \cos x < 0$$

$x$  تقع في الربع الثاني

أو

$x$  تقع في الربع الثالث

$$x = (\pi + \alpha) + 2k\pi$$

$$x = (\pi - \alpha) + 2k\pi$$

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$$

$$x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{:- حل المعادلة}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

أولا : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

حل المعادلة  $\sin x = \frac{1}{2}$  هو:  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  ، حيث  $k$  عدد صحيح. (a) (b)

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

حلول المعادلة:  $2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$  على الفترة  $[0, 2\pi)$  هي:

(a)  $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$

(b)  $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$

(c)  $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

(d)  $\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

ثانيا: أسئلة المقال: اثبت صحة المتطابقة :

$$\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$$

السؤال الأول :

الحل:

$$\text{اليمين} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{1}$$

$$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x$$

$$= \tan^2 x \cdot \sin^2 x = \text{اليمين}$$

السؤال الثاني إذا كان  $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$  ,  $\sin \theta = \frac{-12}{13}$

أوجد :  $\sin 2\theta$

الحل:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$= 2 \left( \frac{-12}{13} \right) \cdot \left( \frac{5}{13} \right)$$

$$= \frac{-120}{169}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \left( \frac{-12}{13} \right)^2} = \pm \frac{5}{13}$$

$\theta$  تقع في الربع الرابع

$$\cos \theta = + \frac{5}{13}$$

العام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م  
الفصل الدراسي الثاني

الاختبار التقويمي الثاني  
للصف 11 ع

قسم الرياضيات

الصف: 11ع/

اسم الطالب:

أولاً : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظللّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

حلول المعادلة  $\sin x \tan^2 x = \sin x$  على الفترة  $(0, \pi)$  هي:  $\frac{\pi}{4}$  و  $\frac{3\pi}{4}$  (b) (a)

(٢) ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$2 \cos^2 \frac{x}{2}$  تساوي:

(a)  $\frac{1+\cos x}{2}$

(b)  $1 + \cos x$

(c)  $1 + \cos 2x$

(d)  $\frac{1-\cos 2x}{2}$

ثانياً: أسئلة المقال:

اثبت صحة المتطابقة :  $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2\csc^2 x$

السؤال الأول:

الحل:

$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$  =  $\frac{1+\cos x + 1-\cos x}{1-\cos^2 x}$

توصيف مقام

$\frac{2}{\sin^2 x}$

$= 2 \csc^2 x$  =  $\frac{2}{\sin^2 x}$

∴ الطرفان متساويان.

Mr. Shokry

## السؤال الثاني

إذا كان:  $\sin \theta = \frac{-3}{5}$ ,  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\tan(2\theta) \quad (2)$$

الحل:

$$\textcircled{1} \sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - (-\frac{4}{5})}{2}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$\theta$  ضيقا  $\Rightarrow \frac{\theta}{2}$  ضيقا

$$\sin \frac{\theta}{2} = + \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\textcircled{2} \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \left(\frac{3}{4}\right)}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{4}{5}$$

$\theta$  تقع في ربع 3

$$\cos \theta = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{-3}{5} \div \frac{-4}{5} = \frac{3}{4}$$

قسم الرياضيات \_\_\_\_\_  
الاختبار التقويمي الثاني \_\_\_\_\_  
العام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م \_\_\_\_\_  
الصف: 11ع/ \_\_\_\_\_  
للفصل الدراسي الثاني \_\_\_\_\_  
اسم الطالب: \_\_\_\_\_

أولاً : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

إذا كان  $\sin x + \cos x = 0$  فإن  $x$  تقع في الربع:

(a) الأول (b) الأول أو الثالث (c) الثالث (d) الثاني أو الرابع

ثانياً: أسئلة المقال: أثبت صحة المتطابقة:

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

السؤال الأول:

الحل:

اليسر =  $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$  توصية بتمام

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \cdot \sin x}$$

$$= \frac{1}{\cos x \cdot \sin x} = \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x}$$

$$= \sec x \cdot \csc x = \text{اليسر}$$

Mr. Shokry

م. شوقي



## السؤال الثاني

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \text{إذا كان}$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13}, \quad \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \quad \text{أوجد كلاً مما يلي:}$$

$$(1) \sin(\alpha + \beta)$$

$$(2) \tan 2\beta$$

الحل:

$$\textcircled{1} \sin(\alpha + \beta) =$$

$$= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{-12}{13} + \frac{-5}{13} \cdot \frac{3}{5} = \frac{-69}{65}$$

$$\textcircled{2} \tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta}$$

$$\tan 2\beta = \frac{2 \left( \frac{5}{12} \right)}{1 - \left( \frac{5}{12} \right)^2}$$
$$= \frac{120}{119}$$

$$\sin \beta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$$

$$\sin \beta = \pm \sqrt{1 - \left( \frac{-12}{13} \right)^2}$$

$$\sin \beta = \pm \frac{5}{13}$$

ب تقع في ربع ③

$$\sin \beta = -\frac{5}{13}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \left( \frac{4}{5} \right)^2}$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

ا تقع في ربع ①

$$\cos \alpha = +\frac{3}{5}$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{-5}{13} \div \frac{-12}{13} = \frac{5}{12}$$

## قسم الرياضيات

العام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م

الاختبار التقويمي الثاني

الفصل الدراسي الثاني

للف 11 ع

الصف: 11ع/

اسم الطالب:

أولا : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

$$\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right) \text{ تساوي:}$$

(a)  $1 + \tan h$

(b)  $\frac{1 - \tan h}{1 + \tan h}$

(c)  $\frac{1 + \tan h}{1 - \tan h}$

(d)  $1 - \tan h$

ثانيا: أسئلة المقال:

اثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$$

السؤال الأول:

الحل:

$$\frac{\tan^2 x}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x \cdot \sin x} = \frac{\sin x}{\cos x \cdot \cos x}$$

$$= \tan x \cdot \sec x = \text{مطلوب}$$

الطرفان متساويان

Mr. Shokry

السؤال الثاني حل المعادلة :  $3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$

الحل :

$$5 \sin \theta - \sin \theta = 3$$

$$4 \sin \theta = 3 \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{4}$$

بغض أن  $\alpha$  هي زاوية الحاد الزاوية  $\theta$

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{3}{4} \approx 0.84$$

$$\sin \theta > 0$$

② تقع في الربع

$$\theta = (\pi - \alpha) + 2k\pi$$

$$\theta = (\pi - 0.84) + 2k\pi$$

$$\theta \approx 2.30 + 2k\pi$$

أو

① تقع في الربع

$$\theta = \alpha + 2k\pi$$

$$\theta \approx 0.84 + 2k\pi$$

$$\theta \approx 0.84 + 2k\pi$$

∴ الحل

$$\theta \approx 2.30 + 2k\pi$$

$$, k \in \mathbb{Z}$$

قسم الرياضيات \_\_\_\_\_ الاختبار التقويمي الثاني \_\_\_\_\_ العام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م  
 الصف: 11ع/ \_\_\_\_\_ للصف 11 ع \_\_\_\_\_ الفصل الدراسي الثاني  
 اسم الطالب: \_\_\_\_\_

أولاً : الأسئلة الموضوعية : \_\_\_\_\_ ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

(a)

(b)

إذا كان  $\sin x + \cos x = 0$  فإن  $x$  تقع في الربع: الثاني أو الرابع

ثانياً: أسئلة المقال: \_\_\_\_\_ اثبت صحة المتطابقة : \_\_\_\_\_  
 $\frac{\tan x}{\sec x - 1} = \frac{\sec x + 1}{\tan x}$  \_\_\_\_\_ السؤال الأول :  
 الحل: \_\_\_\_\_

$$\text{الطرف الأيسر} = \frac{\tan x}{\sec x - 1} \cdot \frac{\sec x + 1}{\sec x + 1}$$

$$= \frac{\tan x \cdot (\sec x + 1)}{\sec^2 x - 1}$$

$$\frac{\cancel{\tan x} \cdot (\sec x + 1)}{\cancel{\tan^2 x}} = \frac{\sec x + 1}{\tan x} \quad \text{الطرف الأيمن}$$

∴ الطرفان متساويان

Mr. Shokry

السؤال الثاني إذا كان  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  ،  $\cos \beta = \frac{24}{25}$  حيث  $\alpha$  ،  $\beta$  زاويتين حادتين أوجد كلاً مما يلي :

(1)  $\cos(\alpha - \beta)$

(2)  $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

الحل:

$\therefore \alpha$  و  $\beta$  زاويتا حادة  $\therefore$  تقع في الربع الأول

①  $\cos(\alpha - \beta) =$

$= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

$\frac{4}{5} \cdot \frac{24}{25} + \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{25} = \frac{117}{125}$

$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$   
 $= \pm \sqrt{1 - (\frac{3}{5})^2}$

$\cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$

$\cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$

$\alpha$  في الربع ①

②  $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \cos \beta = \frac{24}{25}$

طريقة أخرى

$\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) =$

$\sin \frac{\pi}{2} \cos \beta - \sin \beta \cos \frac{\pi}{2}$

$= (1) \cdot \frac{24}{25} - (\frac{7}{25})(0) = \frac{24}{25}$

$\sin \beta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$   
 $= \pm \sqrt{1 - (\frac{24}{25})^2}$

$\sin \beta = \pm \frac{7}{25}$  و  $\beta$  في الربع ①

$\sin \beta = \frac{7}{25}$

قسم الرياضيات \_\_\_\_\_ الاختبار التقويمي الثاني \_\_\_\_\_ العام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م  
الصف: 11ع/ \_\_\_\_\_ للصف 11 ع \_\_\_\_\_ الفصل الدراسي الثاني  
اسم الطالب: \_\_\_\_\_

أولاً : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)  $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$\cos \frac{\pi}{8}$  تساوي:

(a)  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

(b)  $\sqrt{2} - 1$

(c)  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$

(d)  $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$

ثانياً: أسئلة المقال:

السؤال الأول : اثبت صحة المتطابقة :

$(\cos x)(\tan x + \sin x \cot x) = \sin x + \cos^2 x$

الحل:

$$\text{الطرف الأيسر} = \cos x \left( \frac{\sin x}{\cos x} + \cancel{\sin x} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{\sin x}} \right)$$

$$= \cancel{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cancel{\cos x}} + \cos x \cdot \cos x$$

$$= \sin x + \cos^2 x = 1$$

الطرف الأيمن =

Mr. Shokry

السؤال الثاني

$$\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

حل المعادلة :

الحل :

بفرض أن  $\alpha$  هي زاوية إسقاط للزاوية  $x$

$$\alpha = \sin^{-1} \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = 60 = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \sin x < 0$$

④  $x$  تقع في الربع

$$x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi$$

$$x = (2\pi - \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

أو

③  $x$  تقع في الربع

$$x = (\pi + \alpha) + 2k\pi$$

$$x = (\pi + \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$$

$$x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{أو}$$

$$x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

$\therefore$  صيغة

$$k \in \mathbb{Z}$$

أولا : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

$$\cos(h + \frac{\pi}{2}) = -\cos h$$

(a)

(b)

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3} \text{ تساوي:}$$

(a)  $\cos \frac{4\pi}{21}$

(b)  $\sin \frac{4\pi}{21}$

(c)  $\cos \frac{10\pi}{21}$

(d)  $\sin \frac{10\pi}{21}$

ثانيا: أسئلة المقال:

السؤال الأول: حل المعادلة :  $\cos x = -\frac{1}{2}$  حيث  $0 \leq x < 2\pi$

الحل:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

نعرف أن  $\alpha$  هي زاوية الاضداد للزاوية  $x$

$$\cos \alpha = |\cos x| = |-\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\frac{1}{2}) = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos x < 0$$

٣ تقع في الربع

أو

٢ تقع في الربع

$$\begin{aligned} \therefore x &= \pi + \alpha \\ x &= \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \pi - \alpha \\ x &= \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

$$\frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

Mr. Shokry

$$x = \frac{2\pi}{3} \text{ , } x = \frac{4\pi}{3}$$

∴ حل المعادلة



السؤال الثاني: أثبت صحة المتطابقة:  $\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} - \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \tan x \cdot \sec x$

الحل:

$$\text{الطرف الأول} = \frac{(1 + \sin x)^2 - (1 - \sin x)^2}{(1 - \sin x) \cdot (1 + \sin x)}$$

$$= \frac{1 + 2\sin x + \sin^2 x - (1 - 2\sin x + \sin^2 x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{1 + 2\sin x + \sin^2 x - 1 + 2\sin x - \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{4\sin x}{\cos^2 x} = \frac{4\sin x}{\cos x \cdot \cos x}$$

$$= 4 \tan x \cdot \sec x \quad \text{اليمين}$$

∴ الطرفان متساويان

العام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م  
الفصل الدراسي الثاني

الاختبار التقويمي الثاني  
للفصل 11 ع

قسم الرياضيات

الصف: 11ع/

اسم الطالب:

أولاً : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

\_\_\_\_\_  $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$  تمثل متطابقة. (a) (b)

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

المقدار:  $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$  متطابق مع المقدار:

(a)  $\sin x \tan x$

(b)  $\sin x \sec^2 x$

(c)  $\cos x \sec^2 x$

(d)  $\sin x \csc x$

ثانياً: أسئلة المقال:

حل المعادلة:  $\sqrt{2} \cos x = 1$

السؤال الأول :

الحل:

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

نريد أن نجد زاوية الاضداد للزاوية  $x$

$$\cos \alpha = |\cos x| = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45 = \frac{\pi}{4}$$

$$\cos x > 0$$

$x$  تقع في الربع الأول

أو

$x$  تقع في الربع الأول

$$x = 2\pi - \alpha + 2k\pi$$

$$x = (2\pi - \frac{\pi}{4}) + 2k\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = \alpha + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

∴ حل المعادلة

Mr. Shokry

$$x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$k \in \mathbb{Z}$

## السؤال الثاني

$$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \text{إذا كان}$$

$$(1) \sin 2\theta$$

$$(2) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{فأوجد}$$

الحل:

$$\begin{aligned} (1) \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) &= \cos \theta \cos \frac{\pi}{3} - \sin \theta \sin \frac{\pi}{3} \\ &= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ثلاثة برح، ثابت

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:  
أولا : الأسئلة الموضوعية :

$3 \sin x = \sin(3x)$  تمثل متطابقة. (a) (b)

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

المقدار:  $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$  متطابق مع المقدار:

- (a)  $-4 \sin x \cos x$  (b) 2  
(c) -2 (d)  $4 \sin x \cos x$

ثانيا: أسئلة المقال:  
حل المعادلة:  $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$

السؤال الأول :

الحل:

$$(\cos x + 2)(\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x + 2 = 0$$

$$\cos x = -2 \text{ مرفوض}$$

$$-2 \notin [-1, 1]$$

أو

$$\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -1$$

زاوية رابعة

$$x = \pi + 2k\pi$$

∴ حل المعادلة

$$x = \pi + 2k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

السؤال الثاني  
إذا كان  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  فاوجد :  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

$$\cos \theta = -\frac{3}{5}$$

$$\tan 2\theta \quad (2)$$

$$\sin \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) \quad (1)$$

الحل :

$$\textcircled{1} \sin \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \sin \theta \cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \cos \theta$$

$$= \frac{4}{5} \cdot (0) - (1) \cdot \left( -\frac{3}{5} \right) = \frac{3}{5}$$

$$\sin \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= -\sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = -\cos \theta$$

$$= -\left( -\frac{3}{5} \right) = \frac{3}{5}$$

ملاحظة

$$\sin \theta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

$$= \pm \sqrt{1 - \left( -\frac{3}{5} \right)^2}$$

$$= \pm \frac{4}{5}$$

توقع من برج الثاني

$$\sin \theta = +\frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{4}{5} \div -\frac{3}{5}$$

$$\tan \theta = -\frac{4}{3}$$

$$\textcircled{2} \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \left( -\frac{4}{3} \right)}{1 - \left( -\frac{4}{3} \right)^2}$$

$$= \frac{24}{7}$$

أولاً : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

تمثل متطابقة.  $\sec x - \cos x = \tan x \sin x$

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

المقدار:  $\tan^2 x - \sin^2 x$  متطابق مع المقدار:

(a)  $\tan^2 x$

(b)  $\cot^2 x$

(c)  $\tan^2 x \sin^2 x$

(d)  $\cot^2 x \cos^2 x$

ثانياً: أسئلة المقال:  
السؤال الأول: إذا كان :  $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$  ,  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد  $\sin 2\theta$

الحل:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$= 2 \left( \frac{-1}{\sqrt{2}} \right) \cdot \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= 1$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \pm \sqrt{1 - \left( \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)^2}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

نستعمل برح , ثابت

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

السؤال الثاني حل المعادلة :  $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$  ,  $x \in [0, 2\pi)$

الحل:

$$2 \cos \theta \sin \theta - \sin \theta = 0$$

$$\sin \theta (2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\sin \theta = 0$$

$\theta$  زاوية رتيبة

$$\theta = 0$$

$$\theta = \pi$$

$$2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$2 \cos \theta = 1$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

بفرض  $\alpha$  هي زاوية برضا  $\cos \theta = \frac{1}{2}$

$$\cos \alpha = 1 \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos \theta > 0$$

∴  $\theta$  تقع في الربع ① أو  $\theta$  تقع في الربع ④

$$\theta = 2\pi - \alpha$$

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{5\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3} \in [0, 2\pi)$$

$$\theta = 0$$

$$\theta = \pi$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{5\pi}{3}$$

∴ حل المعادلة

$$\theta \in \{0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$$

أولاً : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

$$\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = 14$$

(٢) - ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\cos 94^\circ \cos 18^\circ + \sin 94^\circ \sin 18^\circ \text{ تساوي:}$$

(a)

$$\cos 112^\circ$$

(b)

$$\cos 76^\circ$$

(c)

$$\sin 112^\circ$$

(d)

$$\sin 76^\circ$$

ثانياً: أسئلة المقال:

$$\tan x = 1 \text{ حل المعادلة:}$$

السؤال الأول :

الحل:

بفرض  $\alpha \sim x$  هي زاوية حادة و  $\alpha$  هي زاوية حادة

$$\tan \alpha = |\tan x| = |1| = 1$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1) = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan x > 0 \therefore$$

$x$  تقع في الربع الأول أو في الربع الثالث

$\tan x$  دالة دورية دورتها  $\pi$

$$\tan(\pi + x) = \tan x \therefore$$

$$x = \alpha + k\pi \text{ حل المعادلة}$$

Mr. Shokry

$$k \in \mathbb{Z} ,$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$



## السؤال الثاني

أثبت صحة المتطابقة:  $2 \cos 2\theta = 4 \cos^2 \theta - 2$

الحل:

$$\text{الطرف الأيسر} = 2 \cos 2\theta$$

$$= 2 (2 \cos^2 \theta - 1)$$

$$= 4 \cos^2 \theta - 2 = \text{الطرف الأيمن}$$

∴ الطرفان متساويان

قسم الرياضيات \_\_\_\_\_  
 الاختبار التقويمي الثاني \_\_\_\_\_  
 العام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م \_\_\_\_\_  
 الفصل الدراسي الثاني \_\_\_\_\_  
 الصف: 11ع/ \_\_\_\_\_  
 للصف 11ع \_\_\_\_\_  
 اسم الطالب: \_\_\_\_\_

أولاً : الأسئلة الموضوعية : \_\_\_\_\_ (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)  $\cos 6x = \cos^2 3x - 1$

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$  تساوي:

(a)  $\cos \frac{4\pi}{21}$  (b)  $\sin \frac{4\pi}{21}$

(c)  $\cos \frac{10\pi}{21}$  (d)  $\sin \frac{10\pi}{21}$

ثانياً: أسئلة المقال: أثبت صحة المتطابقة:  $\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = (\csc x - \cot x)^2$

السؤال الأول:

الحل:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \cdot \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x} = \frac{(1 - \cos x)^2}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)} \\ &= \frac{(1 - \cos x)^2}{1 - \cos^2 x} \\ &= \frac{(1 - \cos x)^2}{\sin^2 x} = \left( \frac{1 - \cos x}{\sin x} \right)^2 \\ &= \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)^2 = (\csc x - \cot x)^2 \end{aligned}$$

## السؤال الثاني

$$\sin \theta \cos \theta - \cos \theta = 0 \quad \text{حل المعادلة:}$$

الحل:

$$\cos \theta (\sin \theta - 1) = 0$$

$$\cos \theta = 0$$

$\theta$  زاوية ربعية

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\sin \theta - 1 = 0$$

$$\sin \theta = 1$$

$\theta$  زاوية ربعية

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad \theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \quad \therefore \text{حل المعادلة}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

أولا : الأسئلة الموضوع (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)  $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$

(٢) ظلّ الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كان:  $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ,  $\cos \theta = \frac{-7}{25}$  فإن  $\cos \frac{\theta}{2}$  يساوي:

(a)  $\frac{2}{5}$

(b)  $\frac{-2}{5}$

(c)  $\frac{-3}{5}$

(d)  $\frac{3}{5}$

ثانيا: أسئلة المقال:

أثبت صحة المتطابقة:  $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$

السؤال الأول:

الحل: 
$$\frac{\sin^2 \theta + (1 + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta}$$

تدوير المقام

(1)  

$$= \frac{\sin^2 \theta + 1 + 2 \cos \theta + \cos^2 \theta}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta}$$

$$= \frac{1 + 1 + 2 \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta} = \frac{2 + 2 \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta}$$

$$= \frac{2(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$$

∴ الطرفان متساويان

السؤال الثاني حل المعادلة :  $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

الحل:

$$(2\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$$

$$2\sin x + 1 = 0$$

$$2\sin x = -1$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

نعرف أن  $\alpha$  زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية  $x$

$$\alpha = \sin^{-1} \left| -\frac{1}{2} \right| = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

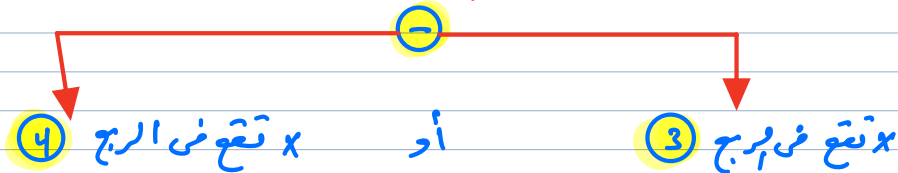
$$\sin x - 2 = 0$$

$$\sin x = 2$$

مرفوض

$$2 \notin [-1, 1]$$

$$\sin x < 0$$



$$x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi$$

$$x = (2\pi - \frac{\pi}{6}) + 2k\pi$$

$$x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = (\pi + \alpha) + 2k\pi$$

$$x = (\pi + \frac{\pi}{6}) + 2k\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

∴ حل المعادلة

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

أولا : الأسئلة الموضوعية : (١) ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّ (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

حل المعادلة  $\tan x = -\sqrt{3}$  هو:  $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$  حيث  $k$  عدد صحيح. (a) (b)

المقدار:  $\tan^2 x - \sin^2 x$  متطابق مع المقدار:  $\tan^2 x \sin^2 x$  (a) (b)

ثانيا: أسئلة المقال:

السؤال الأول: حل المعادلة:  $5\sin \theta - 3 = \sin \theta$  حيث  $0 \leq \theta < 2\pi$

الحل:

$$5\sin \theta - \sin \theta = 3$$

$$4\sin \theta = 3 \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{4}$$

نبحث عن  $\alpha$  من زاوية الأساس لزاوية  $\theta$

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{3}{4} \approx 0.84$$

$$\sin \theta > 0$$



$\theta$  تقع في الربع الثاني

$$\theta = \pi - \alpha$$

$$\theta = \pi - 0.84$$

$\theta$  تقع في الربع الأول

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = 0.84 \in [0, \pi)$$

$$\theta = 2.30 \in [0, 2\pi)$$

Mr. Shokry

∴ الحلان

$$\theta = 0.84 \text{ , } \theta = 2.30$$

السؤال الثاني إذا كانت:  $180^\circ < \theta < 270^\circ$  ،  $\sin \theta = -\frac{24}{25}$  ، فأوجد

$$\sin 2\theta , \cos \frac{\theta}{2} , \tan \frac{\theta}{2}$$

الحل:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\sin 2\theta = 2 \left(-\frac{24}{25}\right) \cdot \left(-\frac{7}{25}\right)$$

$$= \frac{336}{625}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \frac{7}{25}}{2}} = \pm \frac{3}{5}$$

∴  $\theta$  تقع في ربع ثانياً

∴  $\frac{\theta}{2}$  في ربع أولي

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} =$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \left(-\frac{7}{25}\right)}{1 + \left(-\frac{7}{25}\right)}} = \pm \frac{4}{3}$$



$$\tan \frac{\theta}{2} = -\frac{4}{3}$$

Mr. Shokry

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{24}{25}\right)^2}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{7}{25}$$

∴  $\theta$  في ربع ③

$$\cos \theta = -\frac{7}{25}$$