



10

الصف العاشر الرياضيات

مذكرة التقوية والمتابعة
للدراسة اليومية

ادرس صح

جميع روابط التواصل



أ. نبيل
الهاشمي



خواص نظام الأعداد الحقيقية

مثال (١)

حدد أيًا من الأعداد التالية عددًا نسبيًا وأيها عددًا غير نسبي.

أ $\frac{18}{5}$

ب $\sqrt{41}$

ج $0,333\dots$

د $1,010010001\dots$

حاول أن تحل

١ حدد أيًا من الأعداد التالية عددًا نسبيًا وأيها عددًا غير نسبي: $\frac{\sqrt{4}}{3}$, $\overline{4}$, 1 , π .

خواص نظام الأعداد الحقيقية

مثال (٢)

أعط خمسة أعداد حقيقية بين ٣,١٤ ، ٣,١٥ .

حاول أن تحل

٢ أعط ستة أعداد حقيقية بين ١,٤١٤ ، ١,٤١٥ .

مثال (٣)

اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية:

د $(-\infty, 4]$ ج $(2, -\infty)$ ب $[4, 5]$ أ $(-1, 3]$

خواص نظام الأعداد الحقيقية

حاول أن تحل

٣ اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية:

ب $(-\infty, 3]$

أ $(-2, 1)$

٤ مثل كلاً مما يلي على خط الأعداد:

ب $(-\infty, 5] \cup (1, \infty)$

أ $(2, \infty) \cup (-3, \infty)$

كراسة التمارين

حدد أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأي منها عدد غير نسبي.

١ 4 ٢ π ٣ $-\sqrt{4}, 0$

استخدم رمز علاقة $<$ أو $>$ أو $=$ لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

٤ $3, 14$ π ٥ $0, 14$ $\sqrt{10}$ ٦ $0, 3$ $\sqrt{3}, 0$

٧ اكتب أربعة أعداد بين العددين $5, 13$ ، $5, 14$.

خواص نظام الأعداد الحقيقية

كراسة التمارين

في التمارين (٢٠-٢٢) أجب بصح أو خطأ.

٢٠ العدد $\bar{4}$ ، 0 هو عدد غير نسبي.

٢١ إذا كانت $b \geq 1$ فإن العدد $1 - b \geq 0$.

٢٢ العدد الحقيقي 163 ، 5 يقع بين العددين الحقيقيين 16 ، 5 ، 17 ، 5 .

في التمارين (١-٣) حدد أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأي منها عدد غير نسبي.

٣ $0, \bar{6}$

٢ 0

١ $\sqrt{6}$

٤ مثل الأعداد التالية على خط أعداد.

0 ، $4 -$ ، 2 ، $2 -$ ، $2 \frac{1}{2}$ ، $4 \frac{2}{3}$.

في التمارين (٥-٨) استخدم رمز علاقة $<$ أو $>$ أو $=$ لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

٥ $0, 8 \square \frac{4}{5}$

٦ $0, 727374 \square 0, 737373$

٨ $0, \bar{6} \square \frac{2}{3}$

٧ $\sqrt{5} - \square \sqrt{3}$

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني
$[5, 3-]$			
		$8 \geq s > 4$	
$[1-, \infty-)$			
$(\infty, 4)$			

حل المتباينات

مثال (١)

أوجد مجموعة حل المتباينة $7 > 2 - x$ ومثل الحلول بيانيًا على خط الأعداد، ثم تحقق من صحة الحل.

حاول أن تحل

١ أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد لكل مما يلي:

أ ص - $4 \leq 1$ ب $12 \geq x - 5$

حل المتباينات

مثال (٣)

أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{س}{٢} > ١$ ، ومثل الحلول بيانيًا على خط الأعداد.

حاول أن تحل

٣ أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{ب}{٤} \leq ١$ ، ومثل الحلول بيانيًا على خط الأعداد.

حل المتباينات

مثال (٥)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $2(m + 2) - 3m \leq 1$ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

حاول أن تحل

٥ أوجد مجموعة حل المتباينة ثم مثل الحل على خط الأعداد: أ $3(s + 4) + 5s \geq 2$.

ب $3 - 1 \geq 2s > 3$

حل المتباينات

مثال (٧)

أوجد مجموعة حل المتباينة $٦س - ١٥ < ٤س + ١$ ومثل الحل على خط الأعداد.

حاول أن تحل

٧ أوجد مجموعة حل المتباينات التالية، ومثلها على خط الأعداد إن أمكن.

أ $٢(٢س - ٨) < ٤س + ٢$ ب $٣س + ٧ < ٣(س - ٣)$

حل المتباينات

حاول أن تحل

٨ هل المتباينتان $2س < 1 - 2س$ ، $2س > 1 - 2س$ لهما مجموعة الحل نفسها؟ فسر إجابتك.

كراسة التمارين

في التمارين (١-٣) حل كلاً من المتباينات التالية. مثل الحل على خط الأعداد.

١ $24س \leq 8 -$



٢ $8ك - 15 < 73$



٣ $6س - 13 > 6(س - 2)$



حل المتباينات

كراسة التمارين

في التمرينين (٦، ٧) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية. مثل الحل على خط الأعداد.

٦ $17 - 12 \leq 5(3 - 7) - 15$



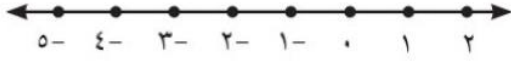
٧ $6(2 - 1) \leq 12 + 3$



حل المتباينات

كراسة التمارين

في التمارين (٦-٨) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية، ثم مثل الحل على خط الأعداد.



٦ $12 + (2 - 8) \leq 3 - 2$

٧ $3 > 5 + 2$ س

٨ $3 \geq 27 - (3 - 1)$ س



القيمة المطلقة

تعريف:

لكل عدد حقيقي s يكون:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ إذا كان } s < 0 \\ \bullet \text{ إذا كان } s = 0 \\ \bullet \text{ إذا كان } s > 0 \end{array} \right\} = |s|$$

ليكن $a, b \in \mathbb{R}$

١ $|a| \geq 0$

٢ $|a| = |-a|$

٣ $|a| \times |b| = |a \times b|$

٤ $\frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right|$ ، حيث $b \neq 0$

٥ $|a| \leq |a|$

٦ $|a - b| = |b - a|$

مثال (١)

أعد تعريف $|s|$ - ٤ دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

زعتار
EDUWAVE

القيمة المطلقة

حاول أن تحل

١ أعد تعريف كلّ مما يلي دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

أ |س + ٣|

ب |٤ - ٢س|



القيمة المطلقة

- ١ إذا كان x عددًا حقيقيًا موجبًا فإن حل المعادلة $|x| = x$ هو: $x = x$ أو $x = -x$ وتكون مجموعة الحل $\{x, -x\}$.
- ٢ إذا كان x عددًا حقيقيًا سالبًا فإن المعادلة $|x| = x$ مجموعة حلها $\emptyset$.
- ٣ إذا كان $x = 0$ فإن $|x| = x$ مجموعة حلها $\{0\}$.

مثال (٢)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|2x - 3| = 7$ ، ثم تحقق من صحة الحل.



القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٢ أوجد مجموعة حل كلٍّ من المعادلتين، ثم تحقق من صحة الحل.

أ $8 = |5س + 3|$

ب $0 = |2س - 1|$



القيمة المطلقة

مثال (٣)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $٠ = ٣ + |١ + ٢س|$

.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة: $٠ = |٤ + ٢س| + ٥$

.....

.....

.....

.....

مثال (٤)

أوجد مجموعة حل المعادلة $١١ = ٥ - |٣ + ٢س|$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٤ أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين:

ب $٠ = ٣ + |٤ - ٥س|$

أ $٠ = ٦ - |٤ + ٣س|$



القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٤ أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين:

ب $|5s - 4| + 3 = 0$

أ $|3s^2 + 4| - 6 = 0$



القيمة المطلقة

مثال (٥)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|م + ١| = |م - ٣|$



القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٥ أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين التاليتين:

ب $|س - ٥| = |س - ٧|$

أ $|ص - ٥| = |٢ص + ٣|$



القيمة المطلقة

مثال (٦)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|٣ + س| = ٣ - س - ٢$

حاول أن تحل

٦ أوجد مجموعة حل المعادلة: $|٤س - ١| = س + ٢$.

القيمة المطلقة

كراسة التمارين

في التمارين (١-٦) أوجد مجموعة حل كل معادلة.

$$١ \quad |٢ - ٣ - ٢|س = ١٤$$

$$٢ \quad |س + ٤| + ٢٣ = ١٧$$



القيمة المطلقة

كراسة التمارين

في التمارين (١-٦) أوجد مجموعة حل كل معادلة.

$$٣ \quad |س - ١| = ٥س + ١٠$$

$$٤ \quad |٥س + ٥| = ٢س + ٥$$



القيمة المطلقة

كراسة التمارين

في التمارين (١-٦) أوجد مجموعة حل كل معادلة.

٥ $|٢س - ٣| = |س + ١|$

كراسة التمارين

٧ أعد تعريف كلاً مما يلي دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

(أ) $|س + ٢|$

(ب) $|١ - س| + ٣$

القيمة المطلقة

ليكن p عددًا حقيقيًا موجبًا.

١ $|s| \geq p$ تكافئ $s \geq p$ أو $s \leq -p$

٢ $|s| \leq p$ تكافئ $s \leq p$ أو $s \geq -p$

مثال (٧)

أوجد مجموعة حل المتباينة $|2s + 1| + 4 \geq 12$ ، ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

حاول أن تحل

٧ أوجد مجموعة حل المتباينة $|\frac{1}{4}s - \frac{4}{5}| > 6$ ، ومثل مجموعة الحل على خط أعداد.

القيمة المطلقة

مثال (٨)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $2|3m - 4| - 1 < 5$ ، ومثل الحل على خط الأعداد.

حاول أن تحل

٨ أوجد مجموعة حل المتباينة: $|\frac{3}{4} - s| \leq \frac{7}{8}$ ومثل الحل على خط الأعداد.

القيمة المطلقة

كراسة التمارين

في التمارين (٩-١٢) أوجد مجموعة حل كل متباينة، ثم مثل الحل على خط الأعداد.



٩ $|م + ٣| < ٧$



١٠ $|ص - ٤| \leq ١٢$



القيمة المطلقة

كراسة التمارين

في التمارين (٩-١٢) أوجد مجموعة حل كل متباينة، ثم مثل الحل على خط الأعداد.



١١ $15 > 3 + |6 - 3|$

١٢ $9 \geq |3 + 2| - 4$



القيمة المطلقة

كراسة التمارين

١٤ الاختيار من متعدد: أحد حلول المعادلة $|س - ٣| = س - ٣$ هو:

(أ) ٣ - (ب) ٠

(ج) ١ - (د) ٣

١٠ مجموعة حل المعادلة $|س٣ - ٢| = س٣ - ٢$ هي:

(أ) $(\frac{٢}{٣}, \infty +)$ - (ب) $(\frac{٢}{٣}, \infty +)$

(ج) $(\frac{٢}{٣}, \infty -)$ - (د) $(\frac{٢}{٣}, \infty -)$

١١ حل المتباينة $|\frac{س - ٣}{٢}| > ٤$ هو:

(أ) $٥ - > س > ١١$ - (ب) $١١ > س > ٥ -$

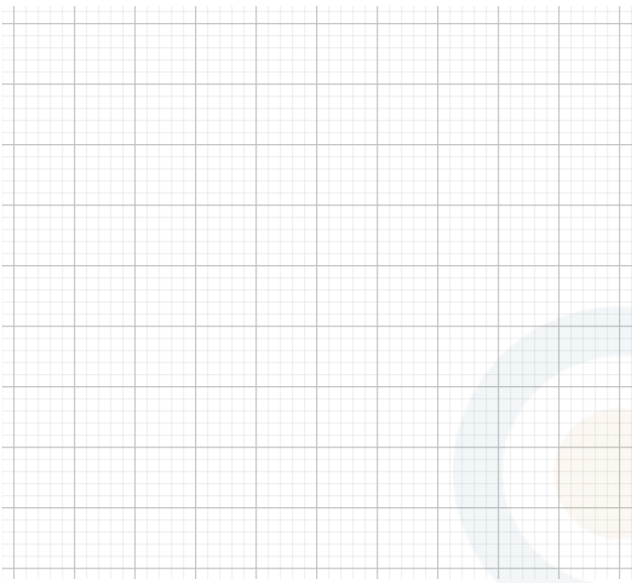
(ج) $١١ > س > ٥$ - (د) $١١ > س > ١ -$

EDUWAVE

دالة القيمة المطلقة

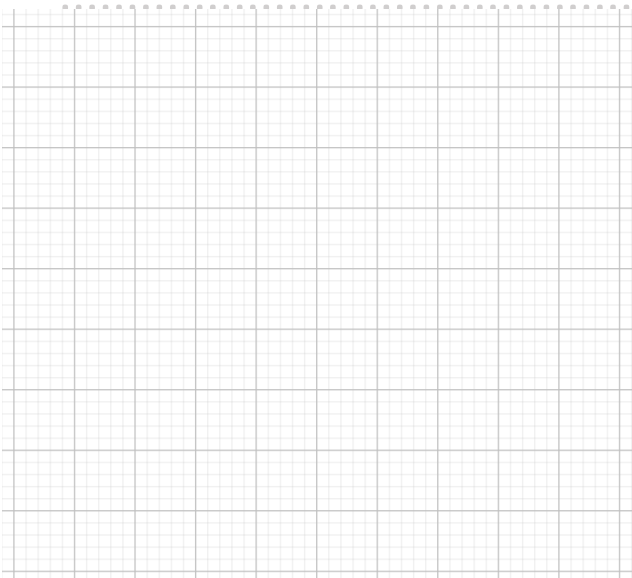
مثال (١)

ارسم بيانيًا الدالة: $y = |2x + 4|$.



حاول أن تحل

١ ارسم بيانيًا الدالة: $y = -|2x + 3|$.



دالة القيمة المطلقة

مثال (٤)

ارسم بيان كل من الدالتين: $|س| = ص$ ، $|س| = ص - ٢$.
صف كيف يرتبط الرسم البياني للدالة $|س| = ص - ٢$ بالرسم البياني للدالة $|س| = ص$.



دالة القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٤ لكل زوج من الدوال، قارن بين الرسمين البيانيين. صف كيف يتم الانتقال من الرسم البياني الأول إلى الثاني.

أ $y = |x|$ ، $y = |x| - 4$

ب $y = |x| - 3$ ، $y = |x| + 3$

دالة القيمة المطلقة

مثال (٥)

لكل من الدالتين، حدّد دالة المرجع وارسم بيانها، ثم ارسم كل من الدالتين بياناً مستخدماً الانسحاب

أ ص = |س| + ٣ ب ص = -|س| + ٢

دالة القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٥ استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة $y = |x + 5|$.

مثال (٦)

لكل من الدالتين، حدّد قيمة مسافة الانسحاب ل ثم ارسم بياناً كل دالة مستخدماً الإزاحة، معتبراً دالة المرجع $y = |x|$

ب $y = |x - 3|$

أ $y = |x + 2|$

دالة القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٦ استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة $y = |x + \frac{5}{2}|$.

مثال (٧)

لكل من الدالتين، حدد قيمة مسافة الانسحاب ل، ثم ارسم بيانيًا كل دالة مستخدمًا الإزاحة، معتبرًا دالة المرجع $y = |x|$.

ب $y = |x - 4|$

أ $y = |x + 4|$

دالة القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٧ لكلّ من الدالتين، حدد دالة المرجع وقيمة مسافة الانسحاب ل، ثم ارسم بيانياً كل دالة مستخدماً الانسحاب.

٤ ص = - |س - ٢| .

ب. ص = -|س + ۳|.

دالة القيمة المطلقة

مثال (۸)

ارسم بيانياً كلّاً من الدالتين:

❶ $ص = ۱ + |س - ۲|$

ب. $ص = -|س + ۳| - ۲$

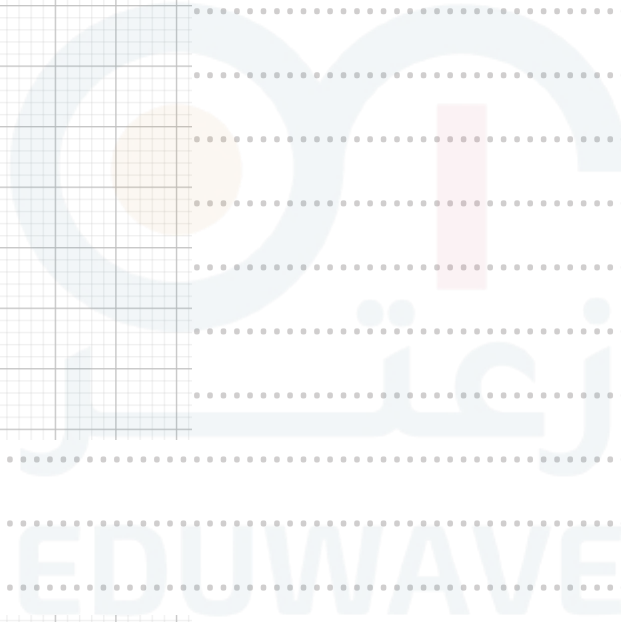
دالة القيمة المطلقة

حاول أن تحل

٨ استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة:

ب $ص = -|س - ٥| - ٣$

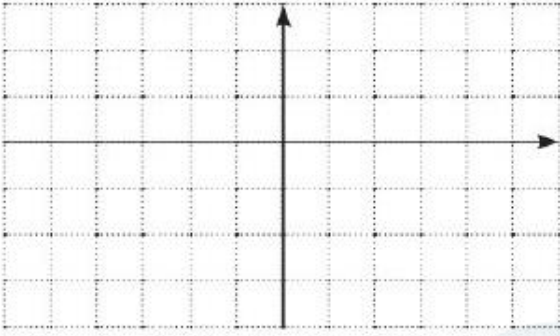
أ $ص = |س + ٤| + ٣$



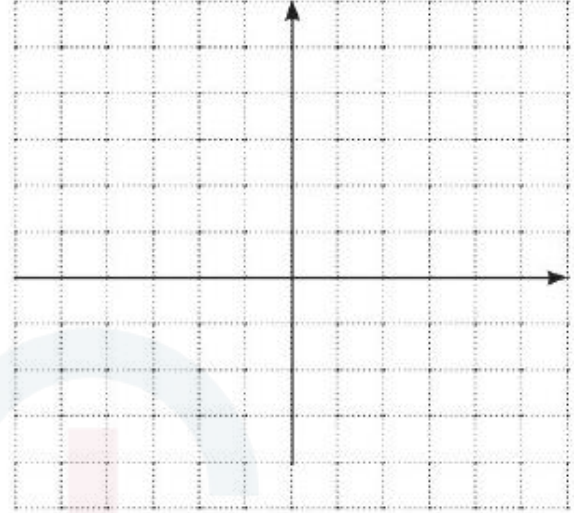
دالة القيمة المطلقة

كراسة التمارين

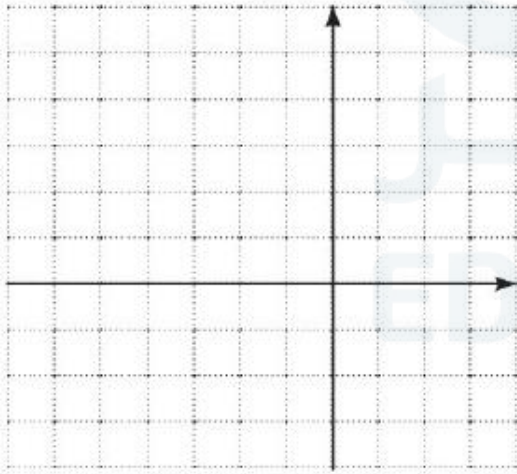
١٤ ص = $|س| - ٢$



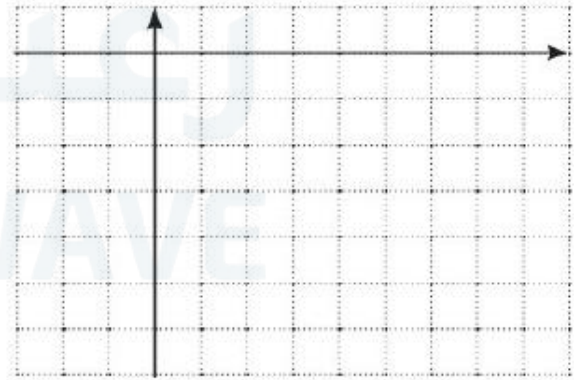
١٣ ص = $|س| - ٤$



١٦ ص = $|٢ + س| - ٣$



١٥ ص = $||س| - ٤|$



حل نظام معادلتين خطيتين

مثال (٢)

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} 2س - ص = 13 \\ 3س + ص = 7 \end{cases}$

حل:

حاول أن تحل

٢ استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} 2س + 3ص = 11 \\ 2س - 4ص = 10 \end{cases}$

حل نظام معادلتين خطيتين

مثال (٣)

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} 3 = 3ص + 2س \\ 14 = 5ص - 3س \end{cases}$

حاول أن تحل

٣ استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} 12 = 3ص + 2س \\ 13 = 5ص - 3س \end{cases}$

حل نظام معادلتين خطيتين

مثال (٤)

استخدم طريقة التعويض لحل النظام $\begin{cases} 1 = 3 - 2 \\ 5 = 2 - 3 \end{cases}$

حاول أن تحل

٤ حل النظام $\begin{cases} 3 + 2 = 3 \\ 6 = 4 - 5 \end{cases}$ مستخدمًا طريقة التعويض.

حل نظام معادلتين خطيتين

كراسة التمارين

في التمارين (١١ - ١٣) لكل نظام مما يلي، اختر طريقة الحل التي تراها الأفضل لإيجاد مجموعة الحل.

$$\left. \begin{array}{l} ٥ = ٣س - ص \\ ٢ + ٤س = ص \end{array} \right\} \textcircled{١١}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٤ = ٣س - ص \\ ٦ - ٢س = ٥ص \end{array} \right\} \textcircled{١٢}$$

$$\left. \begin{array}{l} ١ + ٣س = ص \\ ٥ - س = ص \end{array} \right\} \textcircled{١٣}$$

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (١)

أوجد مجموعة حلّ المعادلة: $x^2 + 10x - 16 = 0$ بإكمال المربع.

حاول أن تحل

١ حلّ المعادلة: $x^2 - 8x - 15 = 0$ بإكمال المربع.

حل معادلات من الدرجة الثانية

القانون العام لحل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد:
حل المعادلة: $اس^2 + ب س + ج = ٠$ ، حيث $ا \neq ٠$ هو: $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ ا ج}}{٢ ا}$

مثال (٢)

حل المعادلة: $س^2 + ١٠ س - ١٦ = ٠$ باستخدام القانون.
ثم تحقق من صحة الناتج باستخدام التحليل.



حل معادلات من الدرجة الثانية

حاول أن تحل

٢ باستخدام القانون، أوجد مجموعة حل المعادلة:

أ $s^2 - 6s + 5 = 0$

ب $s(s - 2) = 7$



حل معادلات من الدرجة الثانية

حاول أن تحل

٢ باستخدام القانون، أوجد مجموعة حل المعادلة:

أ $s^2 - 6s + 5 = 0$

ب $s(s - 2) = 7$



حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (٣)

حلّ المعادلة: $٢س^٢ + ٤س - ٧ = ٠$

حاول أن تحل

٣ أوجد مجموعة حلّ المعادلة: $٤س^٢ = ١٣س - ٩$

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (٥)

حدد نوع جذري المعادلة: $x^2 + 2x - 3 = 0$ وتحقق من نوع الجذرين جبريًا

حاول أن تحل

٥ حدد نوع جذري المعادلة: $x^2 - 5x + 2 = 0$ ، تحقق من الحل جبريًا

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (٦)

أوجد نوع جذري المعادلة: $٤س^٢ + ٤س + ١ = ٠$. وتحقق من نوع الجذرين جبريًا

حاول أن تحل

٦ حدد نوع جذري المعادلة: $١٠س^٢ + ١٠س + ٢٥ = ٠$

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (٧)

حدد نوع جذري المعادلة: $x^2 + 2x + 5 = 0$

حاول أن تحل

٧ حدد نوع جذري المعادلة: $x^2 - 5x + 7 = 0$

حل معادلات من الدرجة الثانية

المميز	نوع جذري المعادلة	التمثيل البياني للدالة
$\Delta < 0$ (عدد موجب)	الجذران حقيقيان (مختلفان)	$\Delta = 4b^2 - 4ac$ $a \neq 0$ b س + c ج حيث $a \neq 0$
$\Delta = 0$ (عدد موجب)	الجذران حقيقيان متساويان	$\Delta = 4b^2 - 4ac$ $a \neq 0$ b س + c ج حيث $a \neq 0$
$\Delta > 0$ (عدد سالب)	جذران غير حقيقيين	$\Delta = 4b^2 - 4ac$ $a \neq 0$ b س + c ج حيث $a \neq 0$

١ إذا كانت إشارة معامل a موجبة يكون المنحنى بالشكل $\cup$.

٢ إذا كانت إشارة معامل a سالبة يكون المنحنى بالشكل $\cap$.

إذا كان جذرا المعادلة: $ax^2 + bx + c = 0$ هما m ، n
فإن: $m + n = -\frac{b}{a}$ ، $m \times n = \frac{c}{a}$

المعادلة على الصورة: $ax^2 + (m+n)x - m \times n = 0$

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (٨)

بدون حل المعادلة، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: $3س^2 + 2س - 3 = 0$ إذا وجد.

حاول أن تحل

٨ بدون حل المعادلة، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: $4س^2 - 9س + 3 = 0$ إذا وجد.

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (٩)

إذا كان مجموع جذري المعادلة: $2س^2 + ب س - ٥ = ٠$ يساوي ١. فأوجد قيمة ب، ثم حل المعادلة.

حاول أن تحل

٩ إذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة: $٢س^2 - ٥س + ٢ = ٠$ يساوي $\frac{2}{3}$. فأوجد قيمة ب، ثم حل المعادلة.

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (١٠)

أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣، ٥.

حاول أن تحل

١٠ إذا كان جذرا المعادلة $x^2 - 5x + 6 = 0$ هما ل، م فكون معادلة تربيعية جذراها ٢، ٢م.

حل معادلات من الدرجة الثانية

مثال (١١)

أوجد ثلاث معادلات تربيعية جذرا كل منها ٣، ٥.

حاول أن تحل

١١ أوجد معادلتين تربيعيتين جذرا كل منهما: -٣، -٤.

حل معادلات من الدرجة الثانية

كراسة التمارين

في التمارين (٨ - ١١) لكل معادلة مما يلي:

(أ) أوجد قيمة المميز Δ .

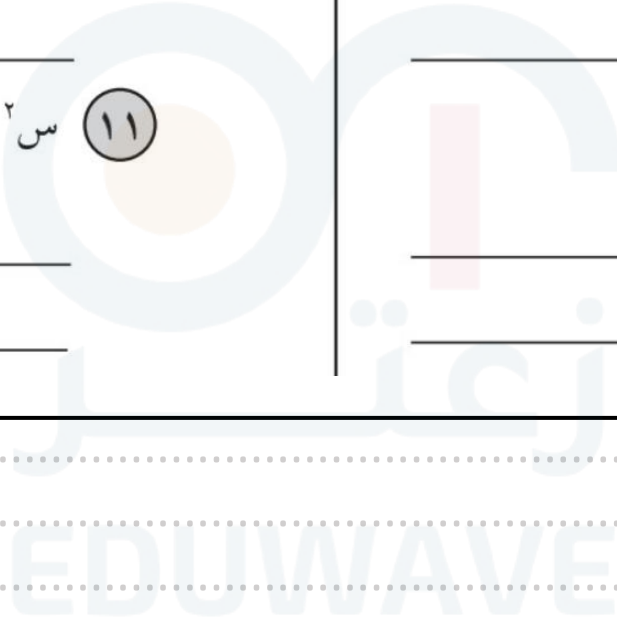
(ب) حدّد إن كانت الجذور حقيقية أم غير حقيقية.

٩) $x^2 - 4x - 5 = 0$

١١) $x^2 = 8x - 16$

٨) $x^2 + 4x + 5 = 0$

١٠) $2x^2 + 7x - 6 = 0$



حل معادلات من الدرجة الثانية

كراسة التمارين

في التمارين (١٢-١٩) أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

$$١٣) \quad ٠ = ٧ - ٥س + ٢س^٢$$

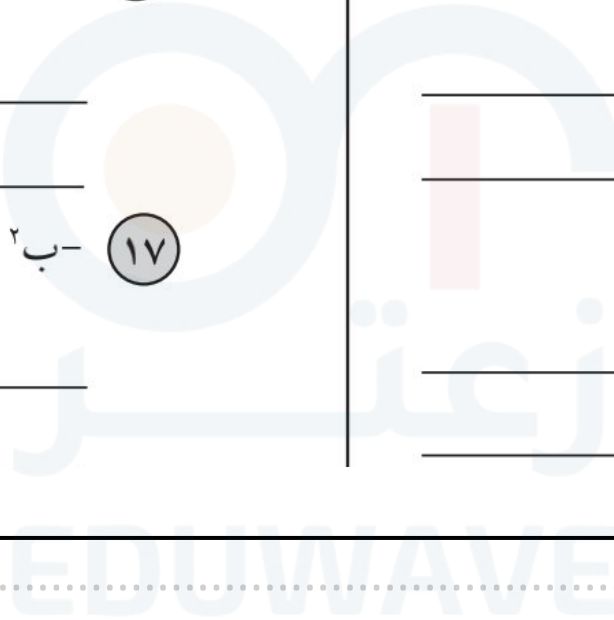
$$١٥) \quad ٢ = (٤ - م٣) م$$

$$١٧) \quad ٠ = ٧ - ٥ب + ٢ب^٢$$

$$١٢) \quad ٠ = ٤ + س - ٢س^٢$$

$$١٤) \quad م٣ = ٢م$$

$$١٦) \quad ٦ - م٢ = ٢م$$



حل معادلات من الدرجة الثانية

كراسة التمارين

٢٢ بدون حل المعادلة أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: $x^2 + 8x + 12 = 0$

٢٣ اكتب معادلة تربيعية يكون جذراها:

(أ) ٢، ٣

(ب) ٠، $\frac{1}{4}$

(ج) $\frac{2}{3}$ (جذر مكرر).

٢٥ لتكن المعادلة $x^2 + 6x + 5 = 0$ ، جذراها ل، م

اكتب معادلة تربيعية يكون جذراها:

(أ) ٢، ٢

(ب) ١ + ل، ١ + م

الزوايا وقياساتها

دعنا نفكر ونتناقش

١ - الزاوية: Angle

تعلمنا سابقاً أن الزاوية هي اتحاد شعاعين لهما نقطة بداية واحدة تسمى «رأس الزاوية»، والشعاعان هما ضلعوا الزاوية.

الزاوية الموجهة Oriented Angle

في الشكل المقابل، رأس الزاوية هو نقطة و، وضلعوا الزاوية هما $\vec{OM}$ و $\vec{OB}$ ونرمز للزاوية بالرمز: $\angle MOB$ وتسمى الزاوية في هذه الحالة بالزاوية الموجهة ويرمز لها أيضاً $(\vec{OM}, \vec{OB})$ ويسمى $\vec{OM}$ الضلع الأساسي أو الضلع الابتدائي، و $\vec{OB}$ الضلع النهائي لها.

الزاوية الموجهة الموجبة: The Positive Oriented Angle

إذا كان الضلع الابتدائي هو $\vec{OM}$ والضلع النهائي لها هو $\vec{OB}$ كما في الشكل المقابل، فإن قياس الزاوية في هذه الحالة يكون موجباً.

الزاوية الموجهة السالبة: The Negative Oriented Angle

إذا كان الضلع الابتدائي هو $\vec{OM}$ والضلع النهائي هو $\vec{OB}$ كما في الشكل المقابل، فإن قياس الزاوية في هذه الحالة يكون سالباً.

تكون الزاوية الموجهة موجبة إذا كان الانتقال من الضلع الابتدائي $\vec{OM}$ إلى الضلع النهائي $\vec{OB}$ عكس اتجاه دوران عقارب الساعة، وتكون سالبة إذا كان الانتقال من $\vec{OM}$ إلى $\vec{OB}$ مع اتجاه دوران عقارب الساعة.

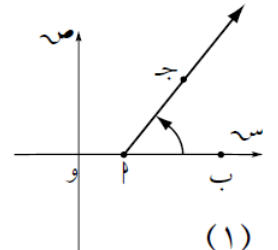
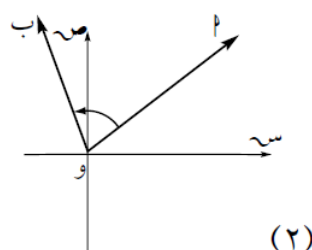
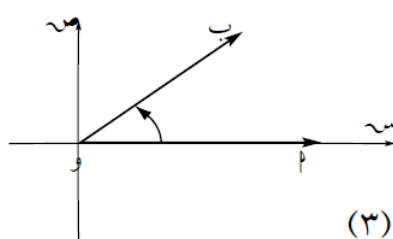
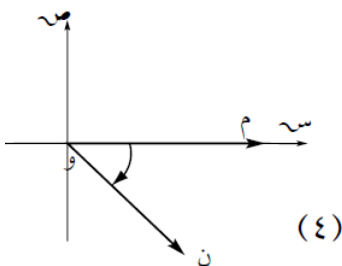
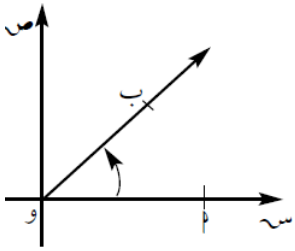
الزاوية الموجهة في الوضع القياسي: The Angle in the Standard Position

تكون الزاوية الموجهة في الوضع القياسي إذا كان الضلع الابتدائي لها ينطبق على الجزء الموجب من محور السينات ورأسها نقطة الأصل كما في الشكل المقابل.

في الأشكال التالية:

أ) سمّ الضلع الابتدائي والضلع النهائي، واذكر إذا كان قياس الزاوية سالباً أو موجباً.

ب) حدّد الزوايا الموجهة التي في وضع قياسي.

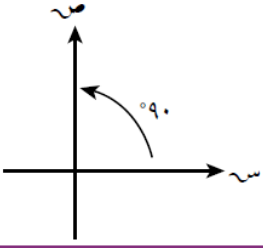


الزوايا وقياساتها

Quarter Angle

الزاوية الربعية

هي زاوية موجهة في الوضع القياسي ينطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الإحداثيات مثل الزوايا $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ أو $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.



مثال (١)

أوجد $\frac{7}{8}$ الزاوية القائمة بالقياس الستيني. (بالدرجات والدقائق)

حاول أن تحل

١ اكتب كلاً مما يلي بالقياس الستيني.

ب ٦٢٥ , ٠ الزاوية القائمة

أ $\frac{7}{32}$ الزاوية القائمة

الزوايا وقياساتها

مثال (٢)

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد $\frac{5}{11}$ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني

حاول أن تحل

٢ استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد $\frac{3}{7}$ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني.

الزوايا وقياساتها

تعريف:

القياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة = $\frac{\text{طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية}}{\text{طول نصف قطر هذه الدائرة}}$ ويرمز إليه بالرمز هـ.

فإذا رمزنا إلى طول القوس بالرمز (ل) وإلى طول نصف القطر بالرمز نـ.

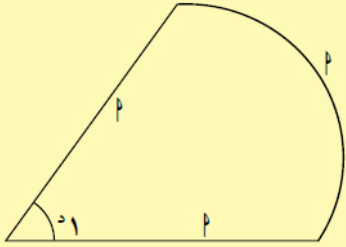
فإن $\text{هـ} = \frac{\text{ل}}{\text{ن}}$ ومنها $\text{ل} = \text{هـ} \times \text{ن}$

وحدة قياس الزوايا لهذا النوع من القياس تسمى الراديان ويرمز لها بالرمز (راديان).

Radial Angle

تعريف الزاوية النصف قطرية:

هي زاوية مركزية في دائرة تحصر قوسًا طوله يساوي طول نصف قطر هذه الدائرة. وقياس الزاوية نصف القطرية يساوي ١ راديان (راديان).



مثال (٣)

عؤد زاوية مركزية في دائرة طول نصف قطرها ٤ سم. أوجد طول القوس ع د الذي تحصره هذه الزاوية إذا كان:

أ) $\text{عؤد} = \left(\frac{3}{4}\right)^\circ$ ب) $\text{عؤد} = (3, 14)^\circ$

EDUWAVE

الزوايا وقياساتها

حاول أن تحل

٣ دائرة طول نصف قطرها ٦ سم. أوجد طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها

أ (١, ٢)° ب (١, ٥٧)°

قانون: إذا كان لدينا زاوية قياسها الدائري هـ وقياسها الستيني س° فإن:

$$\frac{\pi}{180} \times \text{س}^\circ = \text{هـ}^\circ$$

$$\frac{180}{\pi} \times \text{هـ}^\circ = \text{س}^\circ$$

$$\frac{\text{س}^\circ}{180} = \frac{\text{هـ}^\circ}{\pi}$$

أمثلة

٤ زاوية قياسها ٥°، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة.

أمثلة

٤ زاوية قياسها ٥°، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة.

أمثلة

٤ زاوية قياسها ٥°، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة.

الزوايا وقياساتها

حاول أن تحل

٤ أوجد بدلالة π القياس الدائري للزوايا التي قياساتها:

د 150°

ج 225°

ب 300°

أ 45°

حاول أن تحل

٥ أوجد القياس الستيني للزوايا التالية:

د $\frac{\pi}{5}$

ج $3,35^\circ$

ب $0,75^\circ$

أ $\pi \times \frac{5}{8}$

حاول أن تحل

٦ أوجد القياس الستيني للزوايا التالية:

د $\frac{\pi}{4}$

ج $\frac{\pi}{6}$

ب $\frac{\pi}{3}$

أ $\frac{\pi}{2}$

الزوايا وقياساتها

مثال (٧)

ارسم كلاً من الزوايا الموجهة التالية في الوضع القياسي، ثم حدّد الزوايا الربعية منها.

ب -270°

أ 150°

د $\frac{\pi^3}{2}$

ج $\frac{\pi^3}{4}$



الزوايا وقياساتها

حاول أن تحل

٧ حدّد الزوايا الربعية من بين الزوايا التالية: π ، 250° ، $\frac{\pi}{7}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، 330° .

مثال (٨)

زاوية قياسها $23^\circ 18' 85''$ ، أوجد القياس الدائري لهذه الزاوية مقرباً الناتج إلى رقمين عشريين.

الزوايا وقياساتها

كراسة التمارين

في التمارين (١٤-١٦) أجب بصح أو خطأ.

١٤) ٦٢٥°, الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني ١١٢'٣٠°.

١٥) الزاوية المركزية ع و د قياسها ٧٥°, في دائرة طول قطرها ٨ سم. فإن طول القوس ع د الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم.

١٦) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi}{9}$ تقع في الربع الرابع.

في التمارين (١-٣) اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).

١) ٩٠° ٢) ٣٠٠° ٣) ٢٧٠°

في التمارين (٤-٦) اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:

٤) π ٥) $\frac{\pi}{6}$ ٦) $\frac{\pi}{6}$

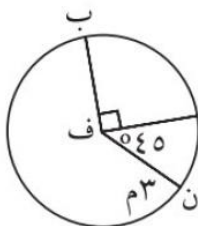
في التمرينين (٧، ٨) إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (س) والزاوية التي يدورها الترس (θ)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:

٧) س = ٢، ١ مم، $\theta = \frac{\pi}{3}$

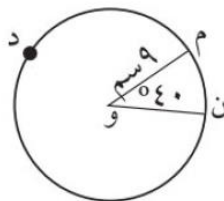
٨) س = ١٦ سم، $\theta = \frac{\pi}{6}$

٩) أوجد طول القوس.

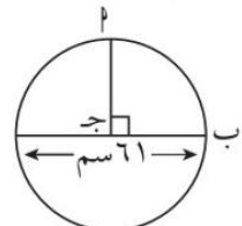
(ج) ن ب



(ب) م د ن



(أ) أ ب

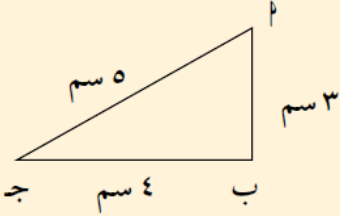


النسب المثلثية ومقلوباتها

٢- جيب الزاوية: Sine of the Angle

في المثلث قائم الزاوية: نسبة طول الضلع المقابل للزاوية الحادة إلى طول الوتر تسمى جيب الزاوية. ويرمز لها بالرمز (جا) بالإنكليزية (sin).

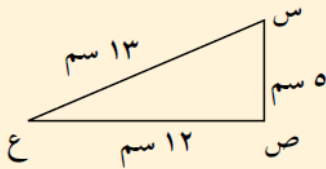
جيب الزاوية = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$



مثال (١)

في الشكل المقابل:

أثبت أن المثلث ا ب ج قائم الزاوية في ب، ثم أوجد جا ا، جاج.



حاول أن تحل

- ١ أ) أثبت أن المثلث س ص ع قائم في ص.
- ب) أوجد جاس، جاع.

النسب المثلثية ومقلوباتها

Cosine of the Angle

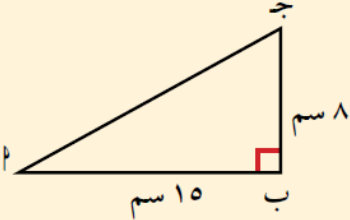
٣- جيب تمام الزاوية:

المجاور

جيب تمام الزاوية = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

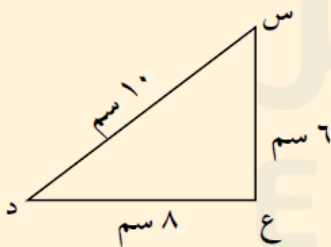
في المثلث قائم الزاوية: نسبة طول الضلع المجاور للزاوية الحادة، إلى طول الوتر تسمى ويرمز لها بالرمز (جتا) وبالإنكليزية (cos).

مثال (٢)



Δ ا ب ج قائم في ب، أوجد كلاً من: ا ج، ج ا، جتا ا، جتا ج، جتا ج. ماذا تستنتج؟

حاول أن تحل



- ٢ أ أثبت أن المثلث س ع د قائم الزاوية في ع.
- ب أوجد كلاً من: ج ا (س)، جتا (س)، ج ا (د)، جتا (د).
- ج ماذا تلاحظ بالنسبة إلى النسب المثلثية للزاويتين س، د.

النسب المثلثية ومقلوباتها

$$\text{قنا} = \frac{1}{\text{جتا}} : \text{جتا} \neq 0$$

$$\text{قتا} = \frac{1}{\text{جا}} : \text{جا} \neq 0$$

$$\text{قنا} \times \text{جتا} = 1$$

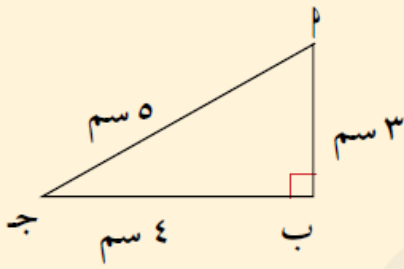
$$\text{قنا} = \frac{1}{\text{جتا}} \iff$$

$$\text{قتا} \times \text{جا} = 1$$

$$\text{قتا} = \frac{1}{\text{جا}} \iff$$

مثال (٣)

في الشكل المقابل أوجد جاج، جتاج، قاج، قتاج.



حاول أن تحل

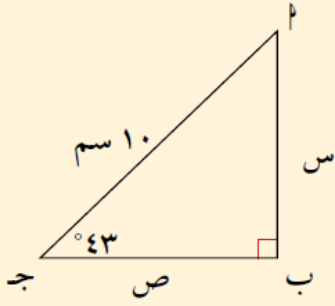
٣ ا ب ج مثلث فيه: ا ب = ٧ سم، ب ج = ٢٤ سم، ا ج = ٢٥ سم.
أثبت أن Δ ا ب ج قائم الزاوية، ثم أوجد جاج، جتاج، قاج، قتاج.

النسب المثلثية ومقلوباتها

استخدام الآلة الحاسبة

مثال (٤)

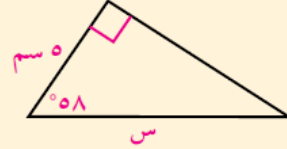
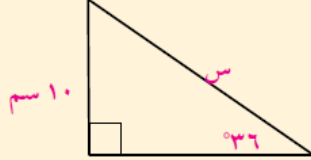
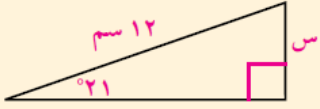
في الشكل المجاور، أوجد s ، v



النسب المثلثية ومقلوباتها

حاول أن تحل

٤ أوجد قيمة s لأقرب جزء من عشرة.



النسب المثلثية ومقلوباتها

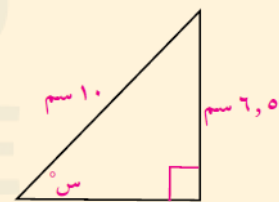
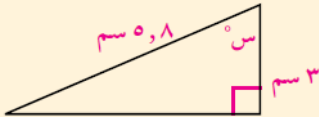
مثال (٦)



في الشكل المقابل، احسب $\hat{L}$ لأقرب درجة.

حاول أن تحل

٦ أوجد قيمة $\hat{S}$ لأقرب درجة.



النسب المثلثية ومقلوباتها

كراسة التمارين

في التمرينين (٩، ١٠) اختر الإجابة الصح.

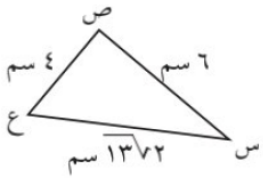
٩ إذا كان $\angle B$ جـ مثلث قائم في B ، فإن قيمة $\cot A$ هي:

- (أ) $\frac{b}{a}$ (ب) $\frac{a}{b}$ (ج) $\frac{b}{c}$ (د) $\frac{a}{c}$



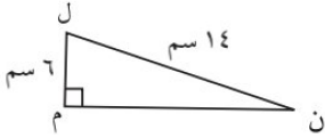
١٠ في الشكل المقابل: المثلث S ص ع قائم في ع، فإن $\cot A + \tan A$ يساوي:

- (أ) ١ (ب) صفر (ج) ١ (د) $\frac{17}{13}$



٤ أثبت أن المثلث S ص ع قائم الزاوية في ص.

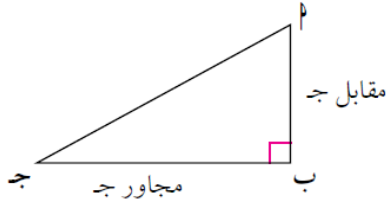
أوجد جاس، جتاس، قاس، قتاس.



٥ $\triangle LMN$ قائم في M . أوجد كلاً من: $\sin A$ ، $\cos A$ ، $\tan A$ ، $\cot A$. ماذا تستنتج؟

ظل الزاوية ومقلوبه

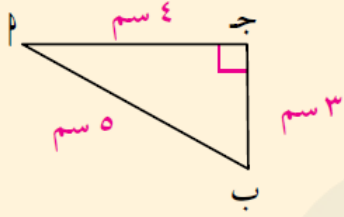
في المثلث قائم الزاوية نسبة طول الضلع المقابل لزاوية حادة إلى طول الضلع المجاور للزاوية نفسها تسمى ظل الزاوية ونرمز إليها بالرمز ظا ج و بالإنكليزية $\tan$ (Tangent).



أي أن $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \text{ظل الزاوية}$

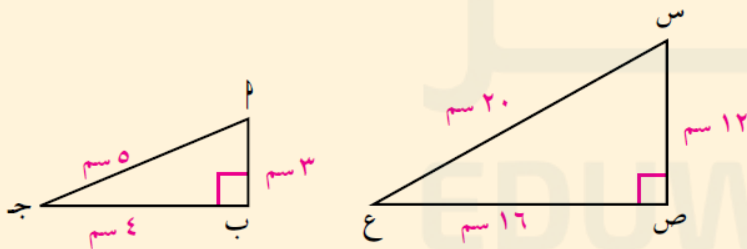
مثلاً في الشكل المقابل طاج = $\frac{\text{ط ب}}{\text{ب ج}}$

قارن بين ظا ١٠°، ظا ٢٠°، ظا ٣٠°، ظا ٤٠°، ... ماذا تستنتج؟



مثال (١)

في الشكل المقابل أوجد ظل الزاوية ل، ظل الزاوية ب.



حاول أن تحل

١ أ استعن بالمثلثين المجاورين في إيجاد:

$\frac{\text{ط ب}}{\text{س ص}}$ ، $\frac{\text{ط ج}}{\text{س ع}}$ ، $\frac{\text{ج ب}}{\text{ع ص}}$. ماذا تستنتج؟

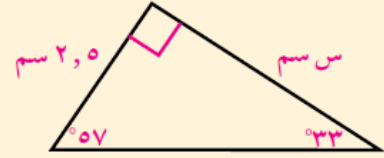
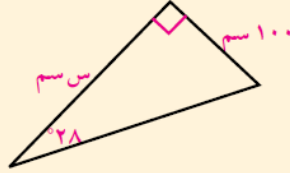
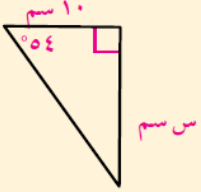
ب هل ظاس = ظا ل، ظاع = ظا ج؟ ماذا تستنتج؟

ج هل هذا صحيح بالنسبة إلى النسب: جاس، جال وكذلك جتاس، جتا ل؟ ماذا تستنتج؟

ظل الزاوية ومقلوبه

حاول أن تحل

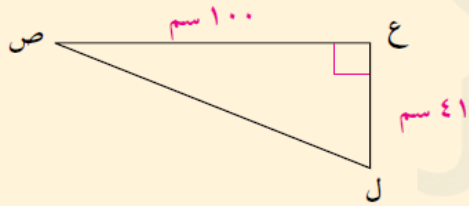
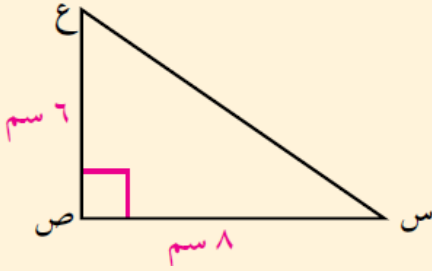
٢ أوجد قيمة θ لأقرب جزء من عشرة.



ظل الزاوية ومقلوبه

مثال (٤)

في الشكل المقابل أوجد $\angle \hat{S}$ في $\triangle \text{ص ع س}$.

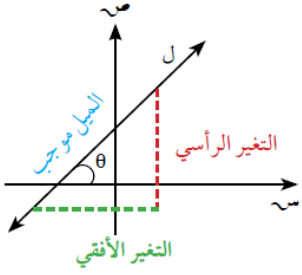


حاول أن تحل

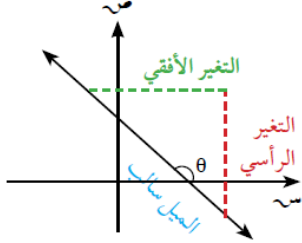
٣ أوجد $\angle \hat{S}$ حيث $\text{ظاس} = ٥, ٠$

٤ في الشكل المقابل، أوجد $\angle \hat{L}$ لأقرب درجة.

ظل الزاوية ومقلوبه



إذا كان المستقيم l يصنع زاوية θ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن θ تسمى زاوية ميل المستقيم ويكون $\theta = \text{ميل المستقيم} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$



إذا كانت معادلة المستقيم: $ص = م س + ب$ فإن ميل المستقيم $= م$.

مثال (٥)

احسب قياس الزاوية الحادة الموجبة θ التي يصنعها المستقيم $ص = ٣س + ٢$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

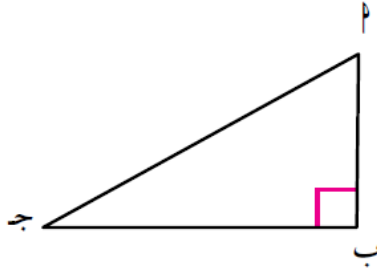
حاول أن تحل

٥ احسب قياس الزاوية الحادة الموجبة التي يصنعها المستقيم $ص = \frac{١}{٤}س + ٦$ مع الاتجاه الموجب للمحور السيني.

ظل الزاوية ومقلوبه

٢- مقلوب ظل الزاوية (ظتا): (Cotangent (cot

مقلوب ظل الزاوية $\theta = \frac{1}{\text{ظا}\theta}$ ويسمى ظل تمام الزاوية θ ويرمز إليه بالرمز **ظتا** وبالإنكليزية (Cotangent (cot.



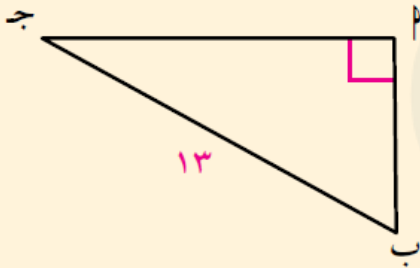
$$\frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \text{ظتا}\theta$$

$$\text{ظتا}\theta = \frac{1}{\text{ظا}\theta} \quad \text{و يكون}$$

$$\text{ظا}\theta \times \text{ظتا}\theta = 1$$

مثال (٦)

في الشكل المقابل أوجد ظا ج، ظتا ج.



زعتار
EDUWAVE

ظل الزاوية ومقلوبه

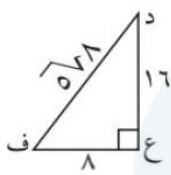
كراسة التمارين

في التمرينين (٩، ١٠) أجب بصح أو خطأ.

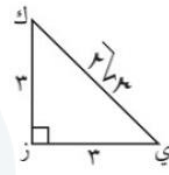
٩ إذا كان $\tan B$ ج مثلث قائم في B فإن $\cot B = \frac{1}{\tan B}$ = جاج. _____

١٠ قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم $ص + س = ٦$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي ٤٥° . _____

٣ أوجد الظل ومقلوب الظل لكل من الزاويتين الموضحتين:



(ب) $\hat{D}$ ، $\hat{F}$.



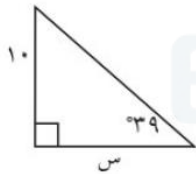
(أ) $\hat{K}$ ، $\hat{Y}$.

٤ أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

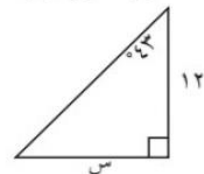
(ب) $\cos = \frac{1}{2} + س$.٥ _____

(أ) $\cos = ٢س - ١$. _____

٥ أوجد قيمة $س$ مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.



(ب)

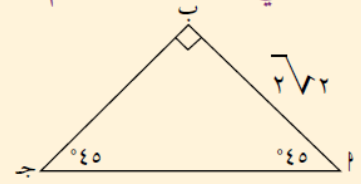


(أ)

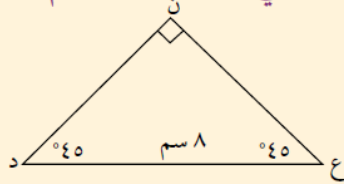
النسب المثلثية لبعض الدوال الخاصة

مثال (١)

أ في المثلث المرسوم، أوجد طول الوتر $\overline{AB}$.



ب في المثلث المرسوم، أوجد طول الضلع $\overline{EN}$.



حاول أن تحل

١ أ ب جـ مثلث $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. أوجد طول الوتر إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة = ٥ سم.

ب الحساب الذهني: إذا كان $\tan \theta = 1$ فكيف توجد θ (جـ) دون استخدام الآلة الحاسبة؟

النسب المثلثية لبعض الدوال الخاصة

مثال (٢)

أب ج مثلث ثلاثيني سيني. طول الوتر = ٨ سم. أوجد طول كل من الضلعين $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$.

حاول أن تحل

٢ في مثلث ثلاثيني سيني إذا كان طول الضلع الأصغر = $\sqrt{6}$ سم، فأوجد طول الضلعين الآخرين.

النسب المثلثية لبعض الدوال الخاصة

مثال (٢)

أب ج مثلث ثلاثيني سيني. طول الوتر = ٨ سم. أوجد طول كل من الضلعين $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$.

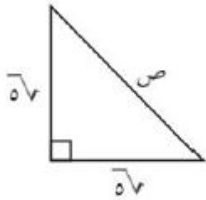
حاول أن تحل

٢ في مثلث ثلاثيني سيني إذا كان طول الضلع الأصغر = $\sqrt{6}$ سم، فأوجد طول الضلعين الآخرين.

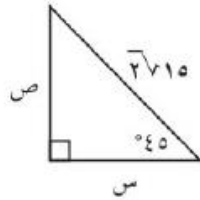
النسب المثلثية لبعض الدوال الخاصة

كراسة التمارين

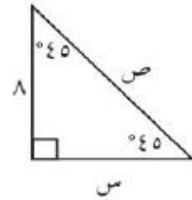
في التمارين (١-٣)، أوجد قيمة كل متغير.



٣

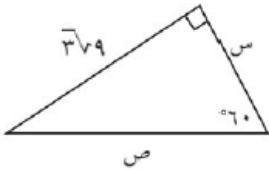


٢

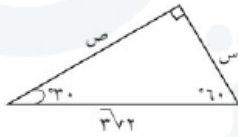


١

في التمارين (٥-٧) أوجد قيمة كل متغير.



٧



٦

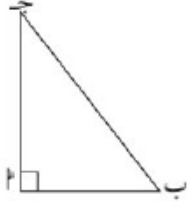


٥

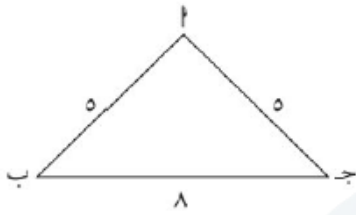
النسب المثلثية لبعض الدوال الخاصة

كراسة التمارين

في التمارين (١٨-٢٢) أجب بصح أو خطأ.



١٨ في المثلث المقابل، جاب = جتا ج. _____



١٩ في المثلث المقابل، جاب = $\frac{٥}{٨}$. _____

٢٠ يوجد مثلث 'أ ب ج' قائم في 'أ' حيث جاب = $\frac{٢٤}{١٩}$. _____

٢١ يوجد مثلث 'أ ب ج' قائم في 'أ' حيث ظا ب = $\frac{٤٥}{٢٦}$. _____

٢٢ جتا ٩٠° جتا ١٨٠° + جا ٢٧٠° ظا ٤٥° = ١ - . _____

حل المثلث قائم الزاوية

مثال (١)

حلّ المثلث أ ب ج القائم في ب̂ إذا علم أن: أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم

حاول أن تحل

١ حل المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ج̂ حيث: ب ج = ١٥ سم، أ ج = ١٢ سم

حل المثلث قائم الزاوية

مثال (٢)

حلّ المثلث أ ب ج القائم في (ج) إذا علم أن: أ ب = ٤٠ سم، $\angle \text{ب} = 25^\circ$

حاول أن تحل

٢ حلّ المثلث أ ب ج القائم في ج حيث: أ ج = ٢٠ سم، $\angle \text{ب} = 75^\circ$

حل المثلث قائم الزاوية

مثال (٢)

حلّ المثلث أ ب ج القائم في (ج) إذا علم أن: أ ب = ٤٠ سم، $\angle \text{ب} = 25^\circ$

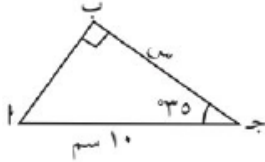
حاول أن تحل

٢ حلّ المثلث أ ب ج القائم في ج حيث: أ ج = ٢٠ سم، $\angle \text{ب} = 75^\circ$

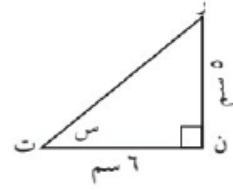
حل المثلث قائم الزاوية

كراسة التمارين

في التمرينين (١، ٢) أوجد في كل مثلث، قيمة س.



٢



١

٣ حل المثلث أ ب ج القائم في ج. قرب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) $\angle C = 47^\circ 12'$ ، $b = 18$ سم.

(ب) $b = 5$ ، $a = 8$ سم، $c = 14,7$ سم.

زعتار
EDUWAVE

حل المثلث قائم الزاوية

كراسة التمارين

- ٥) أوجد مثلث قائم في $\hat{M}$ حيث: $\angle = 8$ سم، $\angle = 6$ سم.
أوجد قياس كل من الزاويتين $\hat{J}$ ، $\hat{K}$.

- ٦) في كل حالة مما يلي، خطط مثلثاً Δ ج قائم في $\hat{F}$.
(أ) أوجد جـ Δ إذا كان: $\angle = 4$ سم، جتا جـ $= 7$ ، $\angle = 0$.

- (ب) أوجد جـ Δ إذا كان: $\angle = 4$ سم، $\angle$ (فـ Δ جـ) $= 75^\circ$.

زعتار
EDUWAVE

زوايا الارتفاع والانخفاض

مثال (١)

لقياس طول إحدى المسلات قام مرشد سياحيّ برصد قمة المسلة من خلال جهاز للرصد، فوجد أنّ قياس زاوية الارتفاع 48° . إذا كان الجهاز يبعد عن قاعدة المسلة مسافة ١٨ م فاحسب ارتفاع المسلة.

حاول أن تحل

١ من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ متر عن قاعدة مئذنة، وجد أنّ قياس زاوية ارتفاع المئذنة 12° . أوجد ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض.

زوايا الارتفاع والانخفاض

مثال (٢)

علم الأرصاد الجوية: لمعرفة ارتفاع طبقة من الغيوم عن سطح الأرض يستخدم علماء الفلك قياس زاوية الارتفاع في اللحظة التي يصل فيها البرق إلى الأرض. (يمكن نمذجة المسألة كما في الصورة).
أوجد قيمة تقريبية لارتفاع طبقة الغيوم عن سطح الأرض.

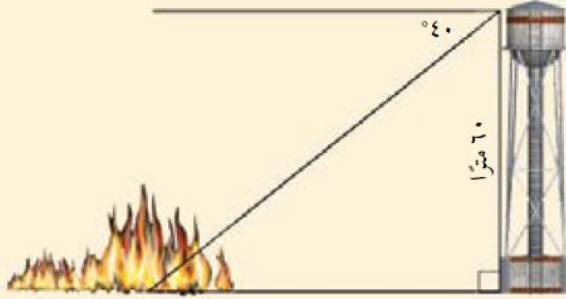
مثال (٣)

تحلق مروحية فوق محمية طبيعية على ارتفاع ٢٥٠ مترًا وتواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية. شاهد ربان المروحية قطيعة من الفيلة بزاوية انخفاض قياسها 48° . ما المسافة بين المروحية والقطيع في تلك اللحظة علمًا بأن السيارة مباشرة تحت المروحية؟

زوايا الارتفاع والانخفاض

حاول أن تحل

٢ يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ مترًا. شاهد حريقًا بزاوية انخفاض قياسها 40° . ما المسافة بين قاعدة برج المراقبة وموقع الحريق؟



زوايا الارتفاع والانخفاض

حاول أن تحل

٣ زوّد منطاد بهوائي تلفزيون لنقل مباراة كرة القدم، حيث تراقب آلة التصوير الملعب عند النقطة A بزاوية انخفاض 31° .
يبلغ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض ٤٠٠ متر.
ما طول خط الضوء المرسل من آلة التصوير إلى الملعب؟



زوايا الارتفاع والانخفاض

كّراسة التمارين

٢ من نقطة على سطح الأرض تبعد ٣٠٠ م عن قاعدة برج عمودي وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج هي 13° ، أوجد ارتفاع البرج عن سطح الأرض.

٣ من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة، فوجد أنها $12' 54^\circ$ ، إذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م، فما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟

٥ رُصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه $25' 34^\circ$. أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار.

٦ قاس بحار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م، فوجد أنها 39° . أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.

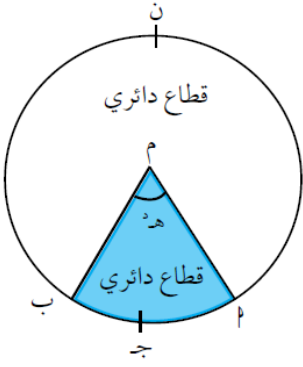
ZATARA
EDUWAVE

القطاع الدائري والقطعة الدائرية

تعريف:

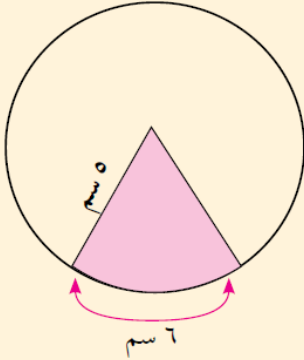
القطاع الدائري هو جزء من سطح الدائرة محدود بنصفي قطرين وقوس.

مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{4} \pi r^2$ لـ θ



مثال (١)

أوجد مساحة القطاع الأصغر في الشكل المقابل:



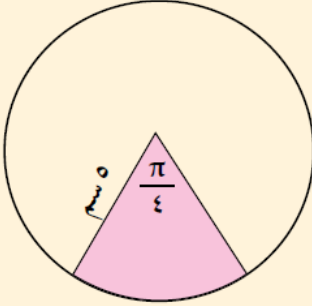
حاول أن تحل

١ أوجد مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطر دائرته ١٠ سم وطول قوسه ٤ سم.

القطاع الدائري والقطعة الدائرية

مثال (٢)

أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر في الشكل المقابل:



٢- القطعة الدائرية: Circular Segment

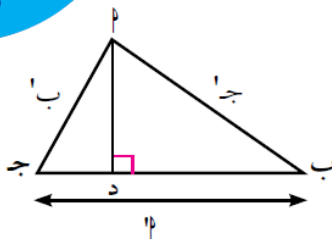
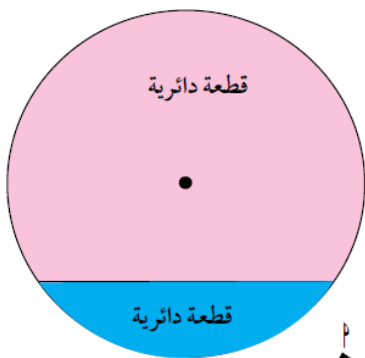
القطعة الدائرية هي جزء من سطح الدائرة محدود بقرس فيها ووتر.

٣- مساحة المثلث: Area of a Triangle

$$\text{مساحة المثلث } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{ب} \times \text{ج} \times \text{د}$$

$$\text{لكن جاب} = \frac{\text{د}^2}{\text{ب}} \therefore \text{د} = \text{ب} \times \text{جاب}$$

$$\text{مساحة المثلث } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{ب} \times \text{ج} \times \text{ب} \times \text{جاب}$$



القطاع الدائري والقطعة الدائرية

مثال (٣)

ب ع د مثلث فيه ب ع = ٦ سم، ب د = ٤ سم، $\angle \hat{B} = 70^\circ$
أوجد مساحة هذا المثلث.

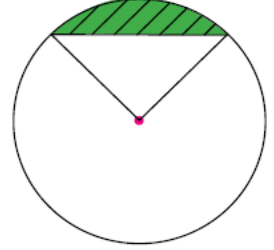
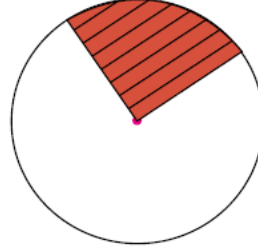
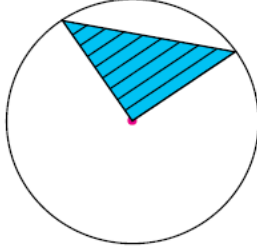
حاول أن تحل

٢ في المثلث المقابل إذا كانت مساحته = ٧ سم^٢. فأوجد $\angle \hat{E}$.

القطاع الدائري والقطعة الدائرية

٤- مساحة القطعة الدائرية: Area of a Circular Segment

مساحة القطعة الدائرية تساوي مساحة القطاع الدائري مطروحاً منه مساحة المثلث.



مساحة المثلث

-

مساحة القطاع الدائري

=

مساحة القطعة الدائرية

إيجاد مساحة القطعة الدائرية:

$$\text{مساحة القطاع الأصغر} = \frac{1}{4} \times \text{هـ}^2 \times \text{نق}^2$$

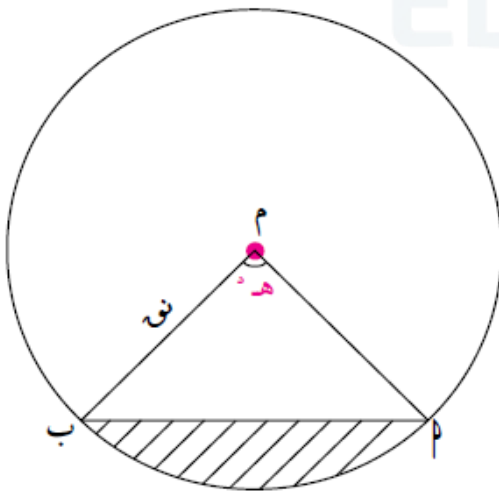
$$\text{مساحة المثلث م أ ب} = \frac{1}{4} \times \text{م} \times \text{ب} \times \text{جا}(\text{هـ}^2)$$

$$= \frac{1}{4} \times \text{نق}^2 \times \text{جا}(\text{هـ}^2)$$

$$\text{مساحة القطعة الدائرية} = \text{مساحة القطاع الأصغر} - \text{مساحة المثلث م أ ب}$$

$$= \frac{1}{4} \times \text{هـ}^2 \times \text{نق}^2 - \frac{1}{4} \times \text{نق}^2 \times \text{جا}(\text{هـ}^2)$$

$$\text{مساحة القطعة الدائرية} = \frac{1}{4} \times \text{نق}^2 \times (\text{هـ}^2 - \text{جا}(\text{هـ}^2))$$



القطاع الدائري والقطعة الدائرية

مثال (٤)

احسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية 60° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم.



القطاع الدائري والقطعة الدائرية

حاول أن تحل

٣ أ حوض زهور دائري طول نصف قطره ٦ م (انظر الشكل المقابل)، وفي هذا الحوض وتر طوله ٦ م. احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى.

حاول أن تحل

ب أوجد مساحة قطعة دائرية طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم وقياس زاويتها المركزية 70° .

القطاع الدائري والقطعة الدائرية

كّراسة التمارين

- ١ قطاع دائري طول قوسه ٦ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته. _____
 - ٢ قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم، وزاوية رأسه 100° . أوجد مساحته. _____
 - ٣ قطاع دائري محيطه ٥٣ سم، وطول قوسه ٢ سم، ٦ سم. أوجد مساحته. _____
 - ٤ قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^٢، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم. احسب طول قوسه. _____
 - ٥ أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٢٠ سم، وطول قوسها ١٠ سم. _____
 - ٨ قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ومساحته ١٥ سم^٢ فإن طول قوسه يساوي: _____
- (أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (ج) ١٢ سم (د) ٤ سم

EDUWAVE

النسبة والتناسب

التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر.

خاصية التساوي:

ليكن a, b, c, d ، $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$.

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ، $a \times \frac{d}{c} = b \times \frac{d}{d}$ ، $\frac{a}{d} \times c = \frac{b}{d} \times c$

مثال (٢)

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فأوجد قيمة a .

حاول أن تحل

٢ إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فأوجد قيمة a .

النسبة والتناسب

خاصية الضرب التقاطعي:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

ليكن $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ *

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن $a \cdot d = b \cdot c$

مثال (٣)

أوجد قيمة x في التناسب: $\frac{3}{4} = \frac{x}{5}$

حاول أن تحل

٣ أوجد قيمة x في التناسب: $\frac{8}{20} = \frac{x}{5}$

النسبة والتناسب

مثال (٤)

أثبت أن ٤ ، ٥ ، ١ ، ٨ ، ٣ أعداد متناسبة.

حاول أن تحل

٤ أثبت أن ٤ ، ٣ ، ٧ ، ٠٤ ، ٢ ، ٢ ، ٤ أعداد متناسبة.

النسبة والتناسب

إذا كان $\frac{p}{b} = \frac{q}{d}$. فإن:

١ $pd = bq$

٢ $\frac{p}{q} = \frac{b}{d}$

٣ $\frac{p}{d} = \frac{q}{b}$

٤ $\frac{p+b}{d} = \frac{q+b}{b}$

٥ $\frac{p}{b} = \frac{q+b}{d+b}$

مثال (٥)

إذا كانت p ، b ، q أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٢، ٥، ٧. فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{p+q}{b+q}$.

النسبة والتناسب

حاول أن تحل

٥ إذا كانت الأعداد ١، ب، ج متناسبة مع ٣، ٥، ١١. فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{٣+٢}{٥+٢}$.

مثال (٦) تطبيقات حياتية

تشارك سالم ومنصور بتنفيذ أعمال الدهان. إن نسبة الزمن الذي أمضياه في العمل هي ٤:٧. قبضا معاً ٨٨ ديناراً. كيف سيتوزع هذا المبلغ بينهما إذا عمل سالم فترة زمنية أطول من منصور؟

النسبة والتناسب

حاول أن تحل

٦ في مثال (٧)، كيف سيتوزع المبلغ بين سالم ومنصور إذا كانت نسبة الزمن ٣:٥، إذا عمل منصور فترة زمنية أطول من سالم؟



ليكن أ، ب، ج $\exists$ ح*

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج}$ فإنه يقال إن أ، ب، ج في تناسب متسلسل (أو تناسب هندسي)

وبالعكس: إذا كانت أ، ب، ج في تناسب متسلسل فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج}$

ويسمى ب الوسط المتناسب للعددين أ، ج أو الوسط الهندسي لهما كما يسمى أ، ج طرفي التناسب.

النسبة والتناسب

مثال (٨)

أثبت أن الأعداد ٣، ٩، ٢٧ في تناسب متسلسل.

حاول أن تحل

٨ اكتب ٣ أعداد في تناسب متسلسل.

النسبة والتناسب

مثال (٩)

إذا كانت الأعداد ٥، س، ٢٠ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س، ثم تحقق.

حاول أن تحل

٩ هل يمكن إيجاد قيمة س بحيث تكون الأعداد ٩-، س، ٤ في تناسب متسلسل؟ فسر.

النسبة والتناسب

خاصية (١)

ليكن $a, b, c \in \mathbb{R}$

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (أي أن a, b, c, d في تناسب متسلسل)

فإن $a^2 = b^2$

خاصية (٢)

ليكن $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

إذا كان:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{i}{j} = \frac{k}{l} = \frac{m}{n}$ (أي أن $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n$ في تناسب متسلسل)

فإن:

$a \times d = b \times c, a \times f = b \times e, a \times h = b \times g, a \times j = b \times i, a \times l = b \times k, a \times n = b \times m$

مثال (١٠)

إذا كانت الأعداد ٦، ٥٤، ١٦٢ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س.

حاول أن تحل

١٠ إذا كانت الأعداد ٤، س - ٢، ١، $\frac{1}{2}$ في تناسب متسلسل، أوجد قيمة س.

النسبة والتناسب

كراسة التمارين

١٢ إذا كان $\frac{3}{4} = \frac{1}{b}$ أجب بصح أو خطأ.

(أ) $3 = 14b$

(ب) $\frac{3}{4} = \frac{4}{b}$

(ج) $4 \times 3 = 1b$

(د) $\frac{4+3}{4} = \frac{1+b}{b}$

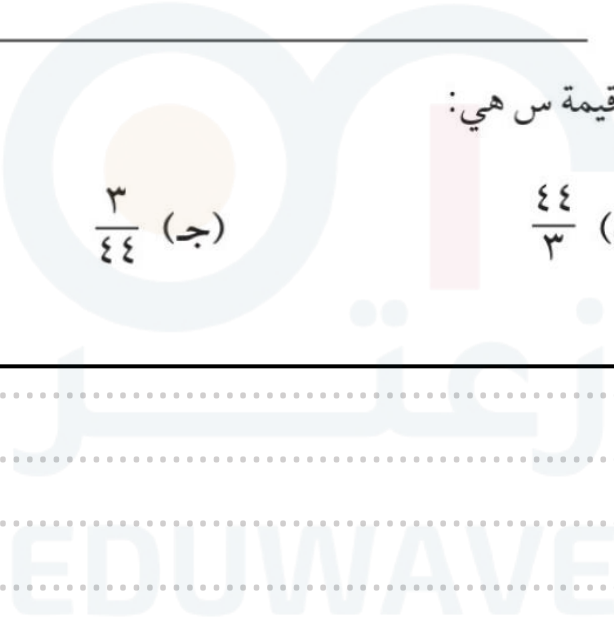
١٣ إذا كان $\frac{15}{22} = \frac{س}{10}$. فإن قيمة س هي:

(أ) $\frac{75}{11}$

(ب) $\frac{44}{3}$

(ج) $\frac{3}{44}$

(د) $\frac{11}{75}$



النسبة والتناسب

كراسة التمارين

١ إذا كان (٥س - ١) : (س + ٤) = ٥ : ٤ ، أوجد س .

٢ ما العدد الذي يطرح من حدي النسبة ٤٣ : ٢٣ ليكون الناتج مساوياً للنسبة $\frac{1}{3}$ ؟

٣ أوجد قيمة الرابع المتناسب لكل مما يلي : ١ ، ٣ ، ٩ .

٤ أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة : ٤ ، ٧ ، ... ، ٣٥ .

٥ إذا كان $\frac{5}{7} = \frac{2+9}{9-2}$ ، أوجد ٩ : ب .

٦ إذا كانت ٩ ، ب ، ٤ ، ٥ ، ٩ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{9+2}{9-2}$

EDUWAVE

التغير الطردي

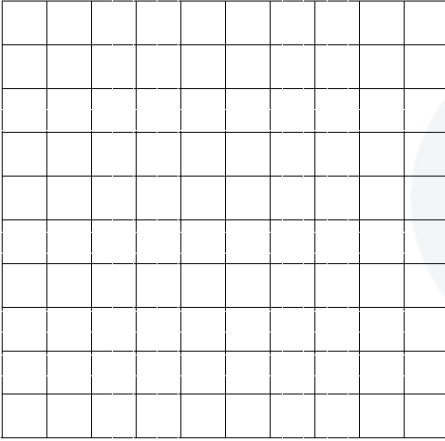
Direct Variation

التغير الطردي

هو دالة خطية يمكن أن تكتب بالصورة: $y = kx$ حيث $k \neq 0$
ويسمى k ثابت التغير أو معدل التغير.
ويمكن التعبير عن العلاقة $y = kx$ على الصورة $y \propto x$.

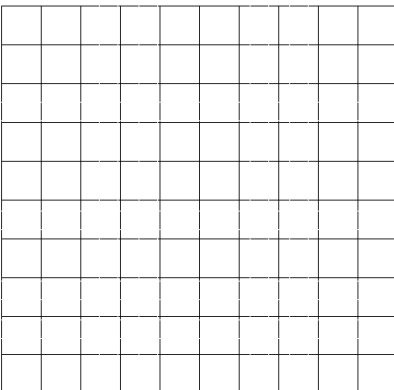
مثال (١)

إذا كانت $y \propto x$ وكانت $y = 30$ عندما $x = 10$ ، فأوجد قيمة y عندما $x = 40$ ، ثم مثل العلاقة بين y ، x بيانيًا.



حاول أن تحل

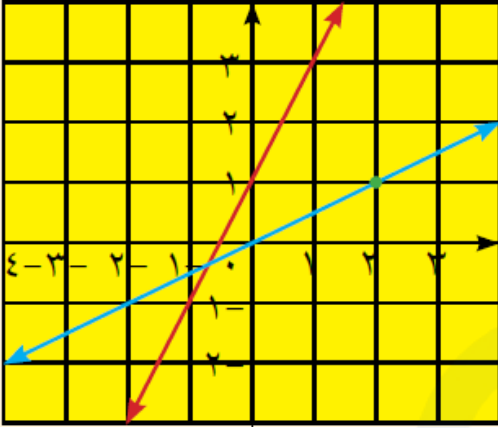
١ إذا كانت $y \propto x$ وكانت $y = 5$ ، $x = 10$ ، فأوجد قيمة y عندما $x = 15$
ثم مثل العلاقة بين y ، x بيانيًا.



التغير الطردي

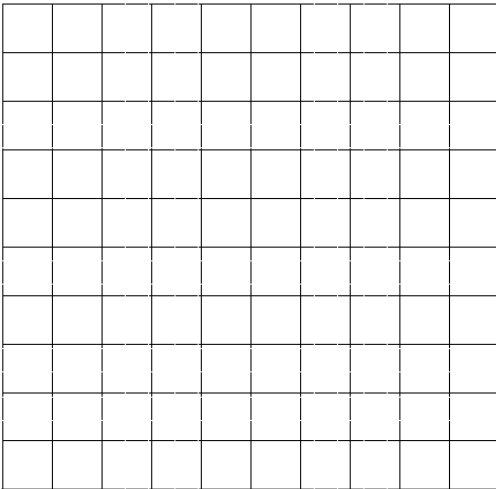
مثال (٣)

في الشكل المقابل، أي من المستقيمين يمثل تغيرًا طرديًا؟ أوجد ثابت التغير في حالة التغير الطردي.



حاول أن تحل

٢ هل المستقيم الذي يمر بالنقطتين: $(2, 3)$ ، ب $(4, 6)$ يمثل تغيرًا طرديًا بين س، ص. اشرح إجابتك



التغير الطردي

مثال (٤)

أي من المعادلتين التاليتين تمثل تغيرًا طرديًا؟ أوجد ثابت التغير في حالة التغير الطردي.

أ $٥س - ٣ص = ٣ص + ٥ص$ ب $٥س + ٢ص = ٩$

حاول أن تحل

٣ أي من المعادلات التالية تمثل تغيرًا طرديًا؟ أوجد ثابت التغير في حالة التغير الطردي.

أ $٧ص = ٢س$

ب $٣س + ٤ص = ٨$

ج $٣س + ٢ص = ٢(س + ٢ص)$

التغير الطردي

مثال (٧)

بين ما إذا كانت ص تتغير طرديًا مع س في كل من بيانات الجدولين أ، ب. اكتب معادلة التغير في حالة التغير الطردي.
الحل:

س	٣	١	٤
ص	٢,٢٥	٠,٧٥	٣

ب

س	٢	٤	٦
ص	١-	١	٣

أ

حاول أن تحل

٥ هل تتغير ص طرديًا مع س في الجدول:

س	١	١-	٢	٣-
ص	٣	١-	٥	٥-

التغير الطردي

كراسة التمارين

في التمارين (١-٣) هل كل معادلة في ما يلي تمثل تغيرًا طرديًا؟ إذا كان كذلك أوجد ثابت التغير.

١ ص $\frac{2}{3}$ = س

٢ ٧س + ٤ص = ٢

٣ -س + ٢ص = ٠

كل جدول مما يلي يمثل العلاقة بين س، ص. اختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيرًا طرديًا أم لا. وإذا كانت كذلك فاكتب هذه العلاقة.

س	ص
٣	٥, ٧
٥	٩, ٥
٩	١٧, ١

٦

س	ص
٢	٦
٥	١٣, ٥
٨	٢١

٥

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين ١، ب يمثل تغيرًا طرديًا أوجد ص:

٧ ١ (٢، ١) ، ب (٦، ص)

٨ ١ (٥، ص) ، ب (١٥، ١٢)

٩ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين ١، ب حيث ١ (٨، ٢)، ب (س، ٣-) يمثل تغيرًا طرديًا فإن س تساوي:

(د) $\frac{16-}{3}$

(ج) $\frac{16}{3}$

(ب) ١٢-

(أ) ١٢

التغير العكسي

١ - التغير العكسي

إذا تغيرت كمية س مع تغير كمية أخرى ص بحيث كان حاصل ضرب الكميتين ثابتاً، فإن هذا التغير يسمى تغيراً عكسياً. ويسمى حاصل الضرب س ص ثابت التغير، ويرمز إلى ذلك:

$$س ص = ك \text{ أو } ص = \frac{ك}{س}, ك \neq 0$$

ويمكن التعبير عن التغير العكسي بالصورة $ص = \frac{1}{س} \alpha$

مثال (١)

أ) أكمل الجدول التالي حيث $س ص = ١٠٠$

س	١	٢	٤	٥	١٠	٢٠	٥٠	١٠٠
ص	١٠٠	...	...	...	...	...	...	...

مثال (٢)

منطقة مستطيل مساحتها $٢٤ \text{ سم}^٢$ ، وطولها س سم، وعرضها ص سم. إذا كان كل من س، ص أعداداً كلية، فأوجد القيم الممكنة لـ س، ص ثم حدد نوع التغير الذي يمثل هذه العلاقة.

التغير العكسي

حاول أن تحل

١٠	٦	٥	٤	٣	٢	س	١
٦	١٠	١٢	١٥	٢٠	٣٠	ص	

بالنظر إلى الجدول أعلاه، هل $س \times ص$ يعبر عن تغيير عكسي؟ اشرح إجابتك.

٢ كَوْنْ جدولاً من $س$ ، $ص$ على أن يكون $س \times ص$ يعبر عن تغيير عكسي.



التغير العكسي

حاول أن تحل

- ٣ أ في تغيّر عكسي ص α $\frac{1}{\text{س}}$ إذا كانت ص = ٢, ٠ عندما س = ٧٥. أوجد س عندما ص = ٣.
- ج رحلة تستغرق ٣ ساعات عندما تسير السيارة بسرعة ٧٥ كم/ساعة. كم تستغرق الرحلة إذا سارت السيارة بسرعة ٩٠ كم/ساعة.



التغير العكسي

مثال (٤)

أي من بيانات الجدولين (أ)، (ب) يمثل تغيرًا طرديًا؟ وأيها يمثل تغيرًا عكسيًا؟ اكتب المعادلة التي تمثل التغير في الحالتين:

١٠	٤	٢	س
٢٥	١٠	٥	ص

ب

٢٥	١٠	٥	س
٤	١٠	٢٠	ص

أ

حاول أن تحل

٤. بين نوع التغير المناسب للموقف في كل من الحالات التالية، ثم اكتب رمز المعادلة التي تمثله:
- أ. س ص = ٥
- ب. س = $\frac{١٠٠}{ص}$
- ج. ص = ٢٠ س
- د. ص = ٥ س
- (١) المبلغ الذي يأخذه كل شخص عند توزيع مبلغ ١٠٠ دينار على عدة أشخاص بالتساوي.
- (٢) تكلفة شراء عدد من الأقلام علمًا أن ثمن القلم ٢٠ فلسًا.
- (٣) أنت تمشي ٥ كم كل يوم. سرعتك في المشي والزمن يتغيران من يوم إلى يوم.

التغير العكسي

كراسة التمارين

في التمارين (١-٣) أوجد ثابت التغير لكل من التغيرات العكسية التالية:

١ ن = ٦ عندما ب = ٩

٢ ص = ١٣ عندما س = ٧

٣ س = ٨ عندما ص = ٩, ٥

في التمرينين (٤, ٥) أوجد قيمة م لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة تناسبات عكسية.

٤ (٨, ٥) ، (٤, م)

٥ (٨, ٤) ، (٢, م)

في التمرينين (٧, ٨) في البيانات الموجودة في كل جدول، اختبر في ما إذا كانت العلاقة بين س، ص تمثل تغيرًا طرديًا أم تغيرًا عكسيًا. أكتب المعادلة التي تمثل نوع التغير.

٨

ص	س
٤٠	١
٢٠	٢
١٠	٤
٨	٥

٧

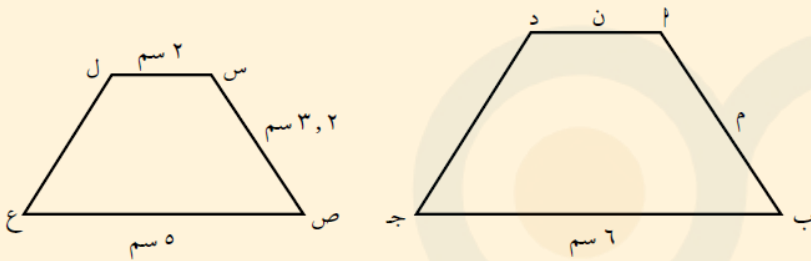
ص	س
٤	٢
٨	٤
٢٠	١٠
٢٥	١٢, ٥

المضلعات المتشابهة

- يقال لمضلعين (لهما العدد نفسه من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان التاليان معاً:
- قياسات زواياهما المتناظرة متساوية.
 - أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.
- والعكس صحيح.

مثال (١)

في الشكل المقابل: إذا كان $\text{أب} \sim \text{ج د}$ ، أوجد قيمة ن ، م .



المعطيات: $\text{أب} \sim \text{ج د}$ ، $\text{س ص} \sim \text{ل ع}$ متشابهين.

$$\text{أد} = \text{ن}، \text{ب ج} = 6 \text{ سم}، \text{ص ع} = 5 \text{ سم}،$$

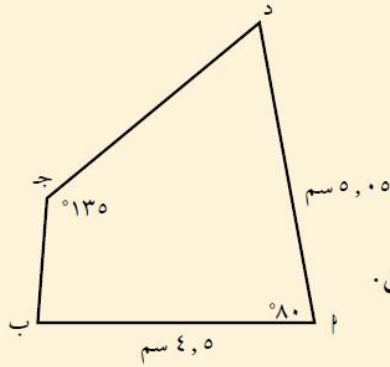
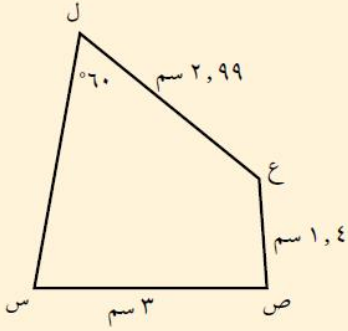
$$\text{ص س} = 2، 3 \text{ سم}، \text{س ل} = 2 \text{ سم}$$

المطلوب: إيجاد قيمة ن ، م .

زعتار
EDUWAVE

المضلعات المتشابهة

حاول أن تحل



١ في الشكل المقابل، المضلعان أ ب ج د،

س ص ع ل متشابهان.

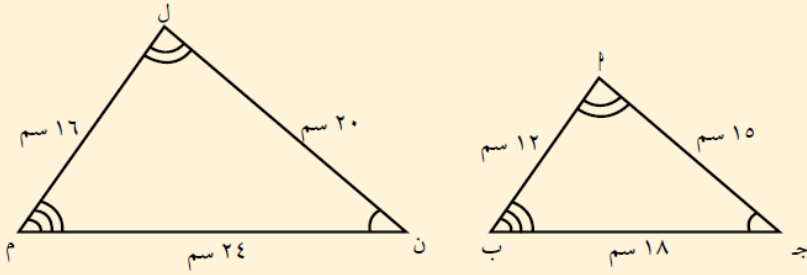
أوجد قياسات الزوايا المجهولة

وأطوال الأضلاع المجهولة في كلا المضلعين.



المضلعات المتشابهة

مثال (٢)



حدّد فيما إذا كان المثلثان $\triangle LMN$ و $\triangle PQR$ متشابهين.
إذا كان المثلثان متشابهين،
اكتب قاعدة التشابه ونسبة التشابه.
البرهان:



المضامعات المتشابهة

حاول أن تحل

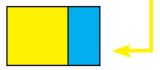
٢ المثلثان أب ج، ده و فيهما:

$$\hat{u}(\hat{p}) = \hat{u}(\hat{d}), \hat{u}(\hat{b}) = \hat{u}(\hat{h}), \hat{u}(\hat{g}) = \hat{u}(\hat{w})$$

أب = ١٢ سم، ب ج = ١٤ سم، ل ج = ١٦ سم، ده = ١٨ سم، ه و = ٢١ سم، د و = ٢٤ سم.
هل يمكنك استنتاج أن المثلثين متشابهان؟ وضّح إجابتك.



المضلعات المتشابهة



Golden Rectangle

المستطيل الذهبي

هو مستطيل يمكن تقسيمه إلى جزئين، أحدهما مربع والآخر مستطيل. والمستطيل الناتج يكون مستطيلاً ذهبياً آخر ويكون مشابهاً للمستطيل الأصلي. يبين الشكل المقابل نمطاً من المستطيلات الذهبية.

Golden Ratio

النسبة الذهبية

في كل مستطيل ذهبي، نسبة طول الضلع الأكبر إلى طول الضلع الأصغر تسمى النسبة الذهبية وتساوي $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$: ١ أي حوالي ١,٦١٨.

حاول أن تحل

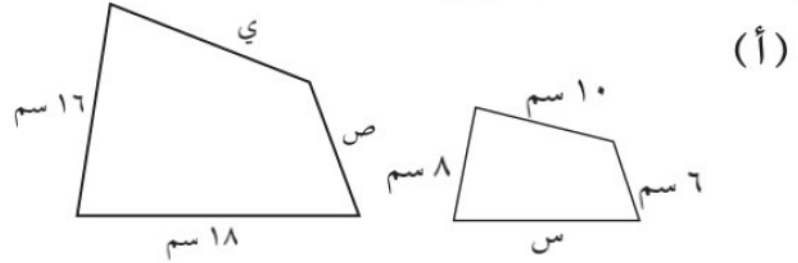
٣ قطعة نقدية ورقية مستطيلة الشكل أبعادها ٥, ١٠ سم، ٥, ٦ سم. هل نسبة طولها إلى عرضها تساوي النسبة الذهبية؟

زعتار
EDUWAVE

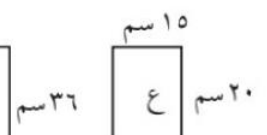
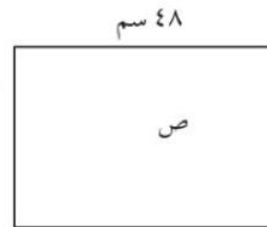
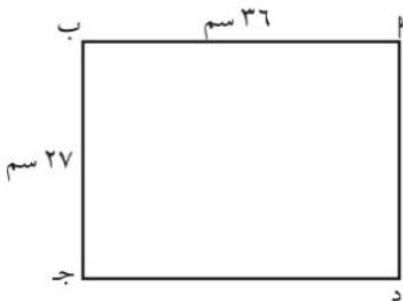
المضلعات المتشابهة

كراسة التمارين

٢ احسب س، ص، ي في الحالات التالية علماً بأن المضلعان متشابهان:



٧ المستطيلات المشابهة للمستطيل أ ب ج د هي:



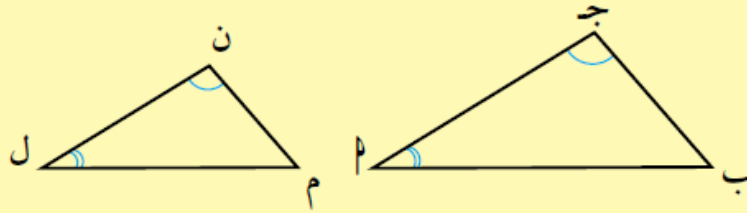
(ب) ص فقط
(د) س، ص، ع

(أ) س فقط
(ج) س، ص فقط

تشابه المثلثات

نظرية (١)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الآخر.



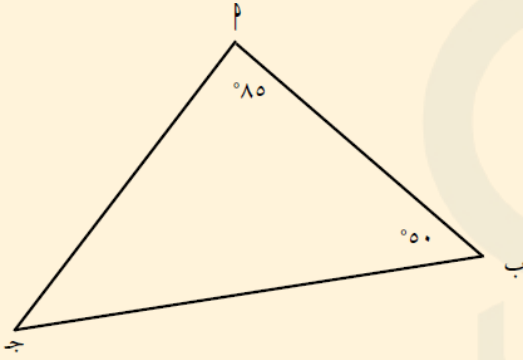
$\Delta JMN \sim \Delta PQR$

مثال (١)

في الشكل المقابل ΔJMN ، $\angle J = 45^\circ$ ، $\angle M = 50^\circ$ ، $\angle N = 85^\circ$ ، فإذا كان:

$\angle P = 85^\circ$ ، $\angle Q = 50^\circ$ ، $\angle R = 45^\circ$

أثبت تشابه المثلثين ΔJMN ، ΔPQR .



EDUWAVE

تشابه المثلثات

حاول أن تحل

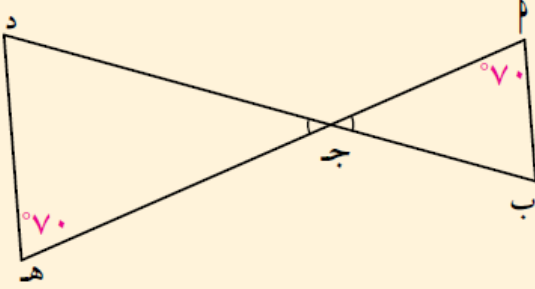
- ١ المثلث أب ج قائم الزاوية أ، $\angle \text{ب} = 55^\circ$.
المثلث م ل ح قائم الزاوية م، $\angle \text{ل} = 35^\circ$.
أثبت تشابه المثلثين أب ج، م ح ل.



تشابه المثلثات

مثال (٢)

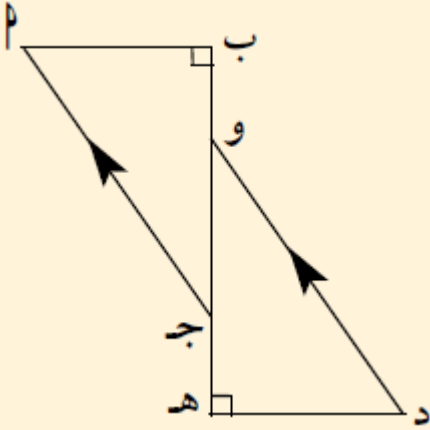
أثبت أن المثلثين في الشكل المقابل متشابهان. اكتب عبارة التشابه.



تشابه المثلثات

حاول أن تحل

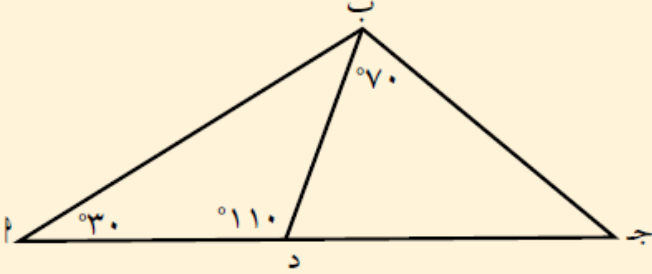
٢ في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين أ ب ج، د ه و.



تشابه المثلثات

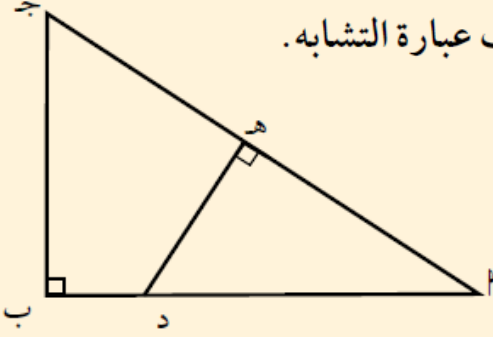
مثال (٣)

أثبت أن المثلثين $\triangle ABD$ و $\triangle BDC$ متشابهان. اكتب عبارة التشابه.



تشابه المثلثات

حاول أن تحل



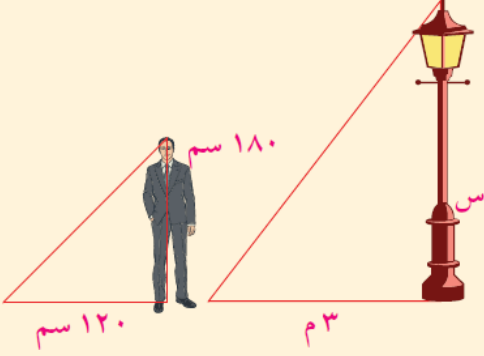
٣ في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين $\triangle ABD$ و $\triangle ADC$ ، واكتب عبارة التشابه.



تشابه المثلثات

حاول أن تحل

ب) عمود طول ظله ٣ م في الوقت نفسه الذي يكون فيه طول ظل محمد ١٢٠ سم. إذا كان طول محمد ١٨٠ سم، فكم سيكون طول العمود؟

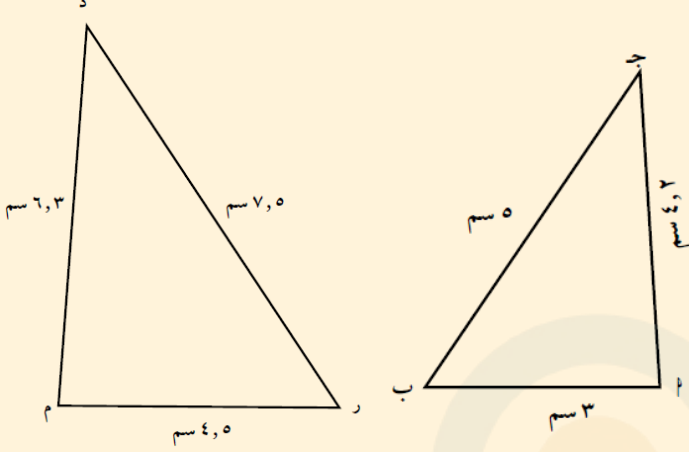


تشابه المثلثات

نظرية (٢)

يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما.

مثال (٥)



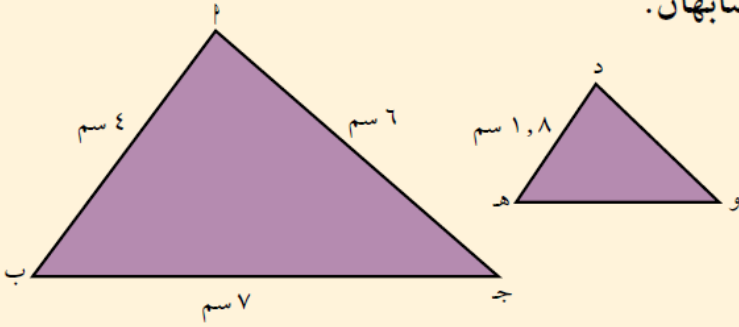
في الشكل المقابل، أ أثبت تشابه المثلثين أ ب ج، م ر د
ب اكتب أزواج الزوايا متساوية القياس.

زعتار
EDUWAVE

تشابه المثلثات

حاول أن تحل

٥ في الشكل المقابل المثلثان أ ب ج ، د ه و متشابهان.
أوجد طول كل من $\overline{دو}$ ، و $\overline{وه}$.



تشابه المثلثات

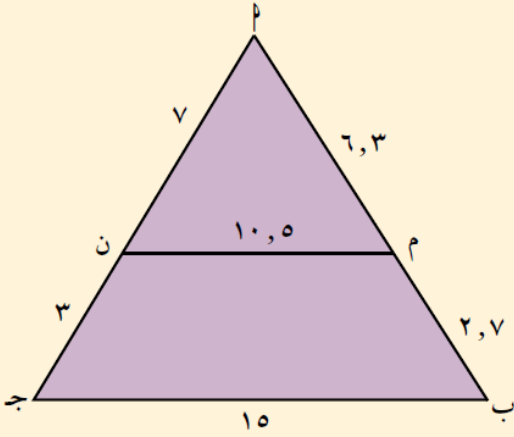
مثال (٦)

في الشكل المرسوم،
أولاً: أثبت أن:

أ) $\triangle AB \sim \triangle PM$

ب) $\overline{PM} \parallel \overline{AB}$

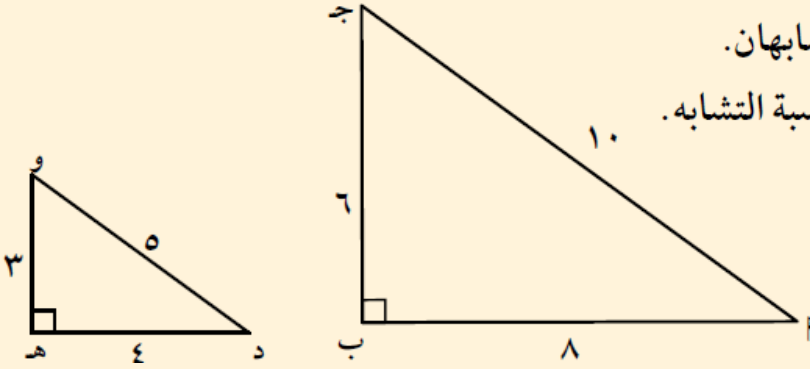
ثانياً: أوجد النسبة بين محيطي المثلثين. ماذا تلاحظ؟



تشابه المثلثات

حاول أن تحل

٦ في الشكل المقابل، أثبت أن المثلثين متشابهان.
ثم أوجد العلاقة بين نسبة مساحتي المثلثين ونسبة التشابه.



تشابه المثلثات

نظرية (٣)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاوية في أحدهما مع زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طول الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين.

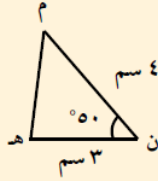
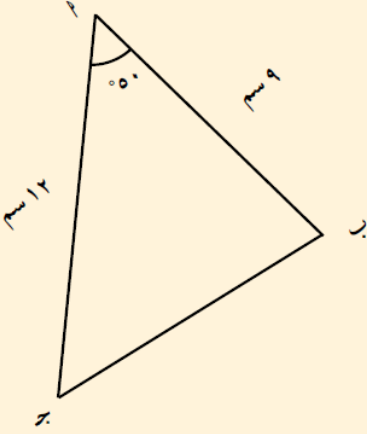
مثال (٨)

في الشكل المقابل أ ب ج، ن ه م مثلثان، فإذا كان:

$$\angle \hat{A} = \angle \hat{N} = 50^\circ$$

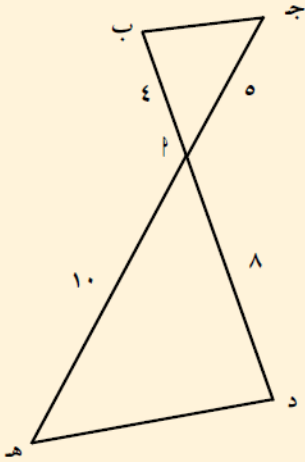
أ ب = ٩ سم، أ ج = ١٢ سم، م ن = ٤ سم، ن ه = ٣ سم.

أثبت تشابه المثلثين أ ب ج، ن ه م.

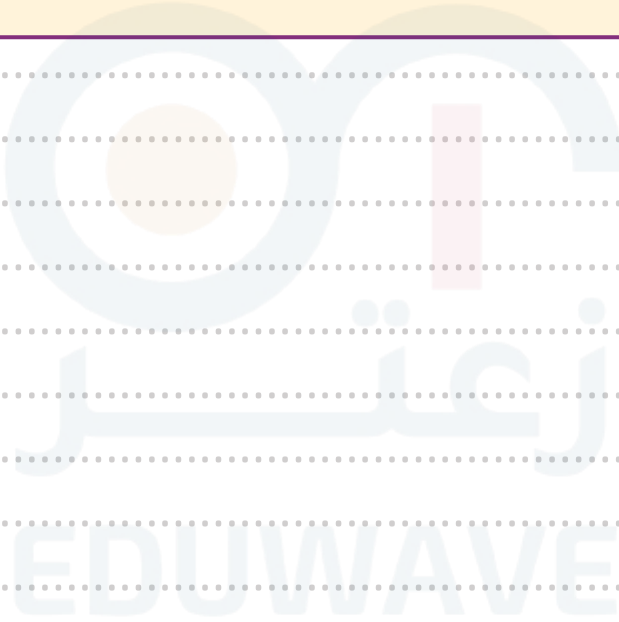


تشابه المثلثات

حاول أن تحل

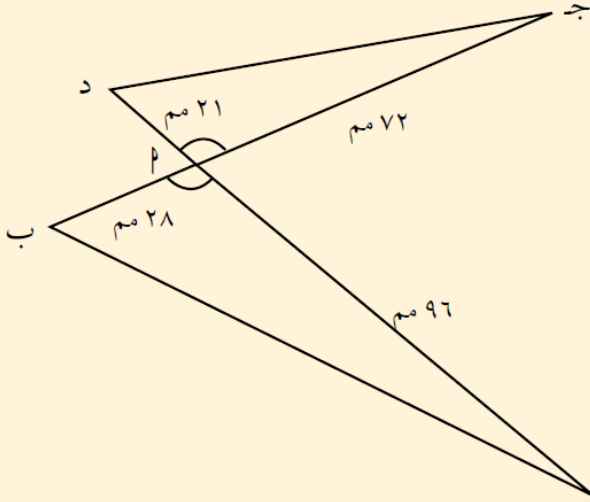


٨ في الشكل المقابل $\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{A\}$ ، أثبت أن المثلثين $\triangle ABC$ ، $\triangle DEF$ متشابهان.

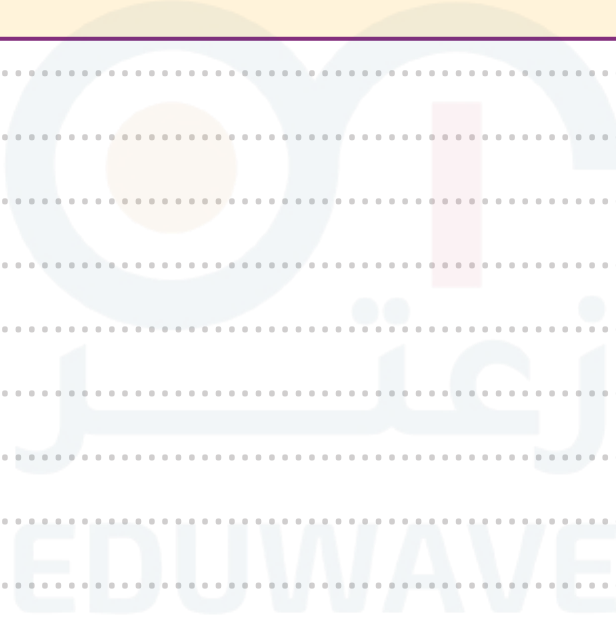


تشابه المثلثات

مثال (٩)



في الشكل المقابل $\triangle ABC$ ، $\triangle DEF$ مثلثان. فإذا كان
 $AB = 28$ مم، $AC = 96$ مم، $AD = 21$ مم، $AE = 72$ مم،
 أثبت أن المثلثين $\triangle ABC$ ، $\triangle DEF$ متشابهان، وأوجد نسبة التشابه.



تشابه المثلثات

حاول أن تحل

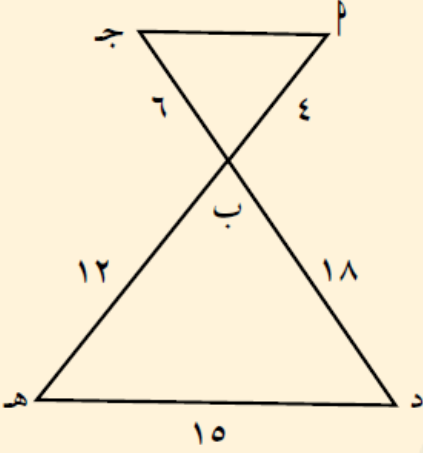
٩ في المثلثين أ ب ج، ف دي: أ ب = ٧ سم، ب ج = ٦ سم، ج د = ٦ سم، د ا = ٥ سم، ا ب = ٧ سم، ا د = ٦ سم. هل المثلثان أ ب ج، دي ف متشابهان؟



تشابه المثلثات

مثال (١٠)

في الشكل $\triangle ABC \cap \triangle DCE = \{B\}$ ، برهن أن: **أ** $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$. **ب** أوجد طول $\overline{AC}$.

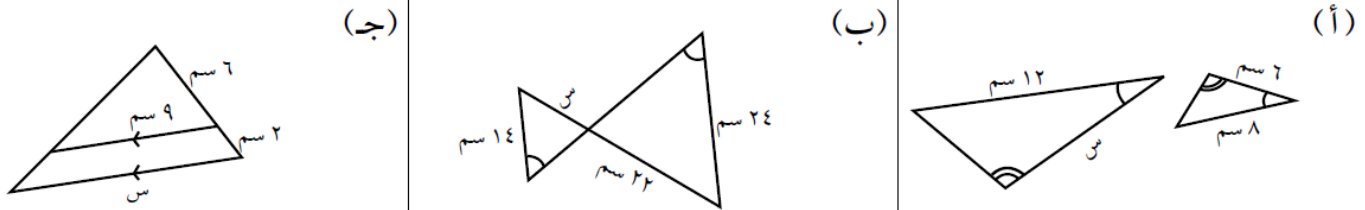


زعتار
EDUWAVE

تشابه المثلثات

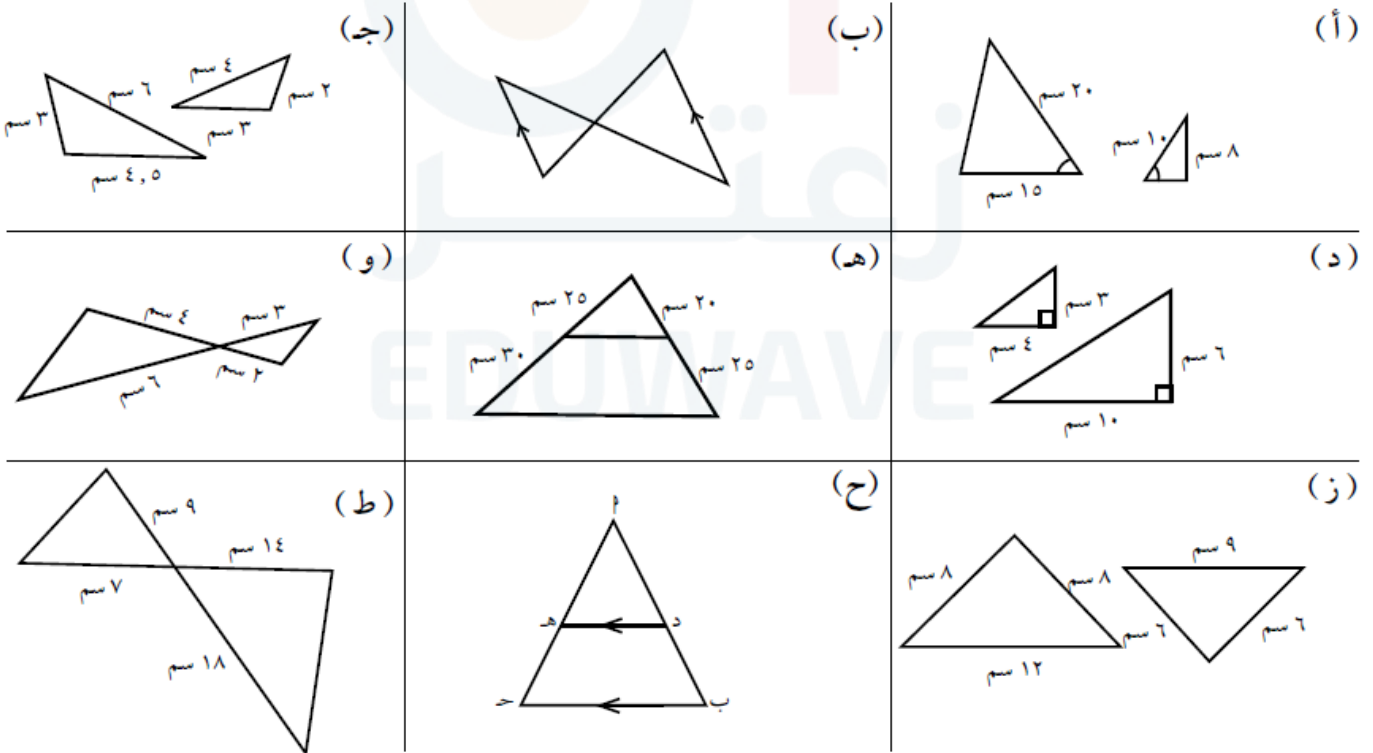
تدريب (١)

اكتب نسبة تشابه المثلثين، ثم أوجد قيمة x في كل مما يلي:



تدريب (٢)

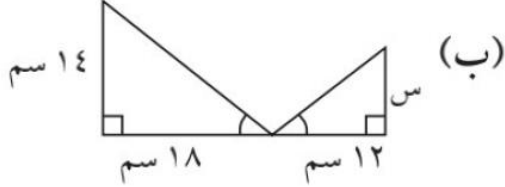
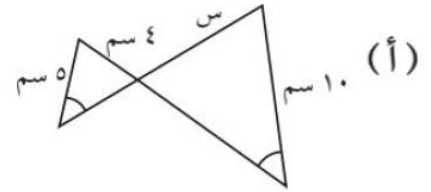
اذكر أي الحالات يكون فيها المثلثان متشابهين، وأيها يكونان فيها غير متشابهين. وفي حالة التشابه، اذكر النظرية التي تثبت تشابههما.



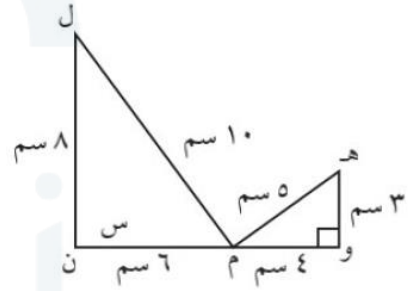
تشابه المثلثات

كراسة التمارين

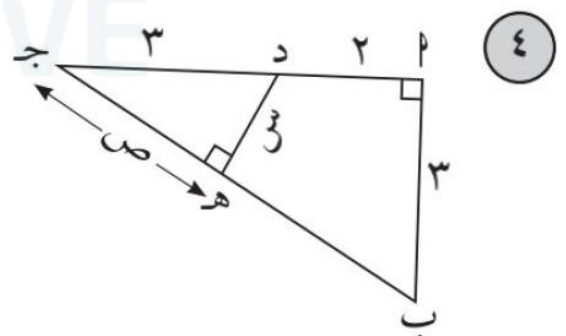
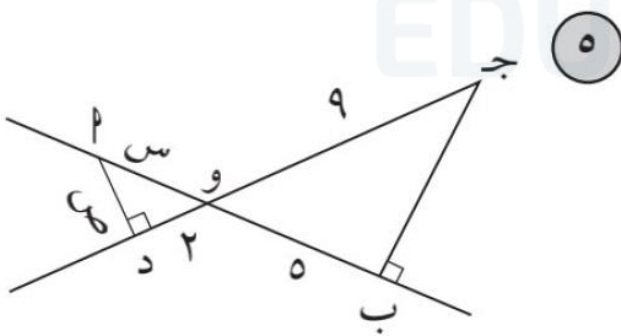
٢ استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.



٣ أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في ما يلي:



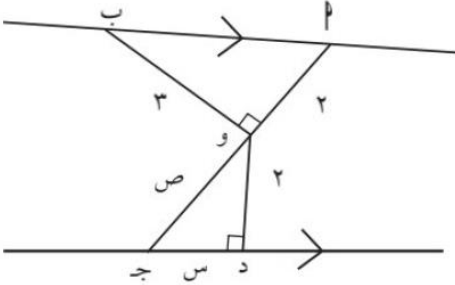
في التمارين (٤-٦)، أوجد قيم المجهولين س، ص مستخدماً المثلثات المتشابهة.



تشابه المثلثات

كراسة التمارين

١٣ من الشكل المقابل قيمة س هي:



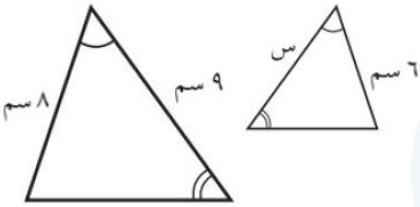
(ب) ٢

(أ) ٣

(د) $\frac{3}{4}$

(ج) $\frac{4}{3}$

١٤ في الشكل المقابل قيمة س تساوي:



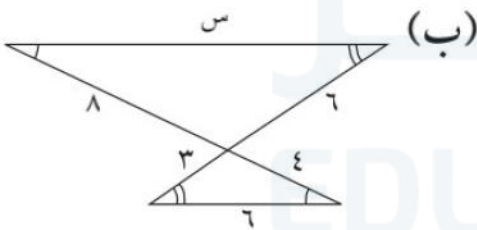
(ب) ٦ سم

(د) ٧ سم

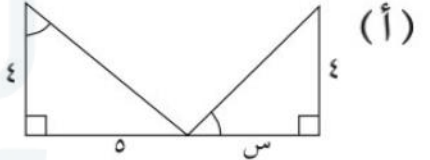
(أ) $5\frac{1}{3}$ سم

(ج) ٦,٧٥ سم

١ استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

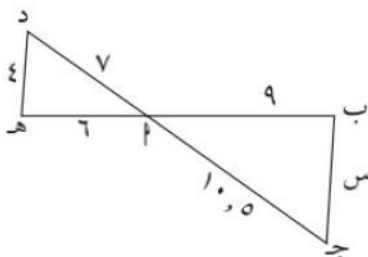


(ب)

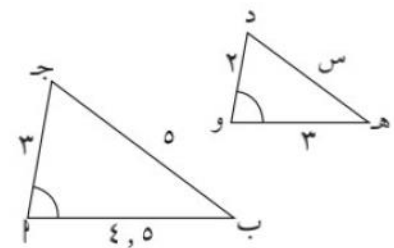


(أ)

٢ أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في كل مما يلي:



(ب)



(أ)

التشابه في المثلثات قائمة الزاوية

نظرية (١)

العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي.

نتيجة (١)

مربع طول العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي ناتج ضرب طولي القطعتين المستقيمتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بهذا العمود.

نتيجة (٢)

إذا كان $\triangle PAB$ ج قائم الزاوية P ، $PD \perp AB$ ج ب:

١ $(PA)^2 = PB \times PD$ ج ب ج

٢ $(PD)^2 = PB \times PD$ ج ب ج

٣ $PA \times PB = PD \times AB$ ج ب ج

مثال (١)

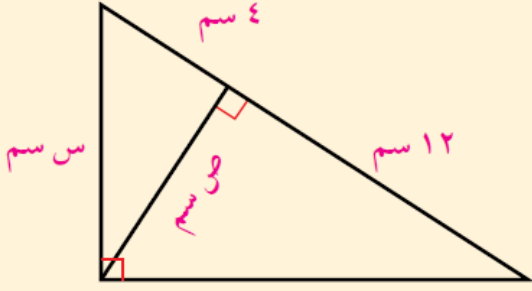
أوجد PD ، AD بحسب المعطيات في الشكل.



التشابه في المثلثات قائمة الزاوية

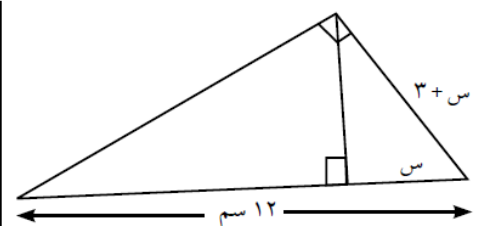
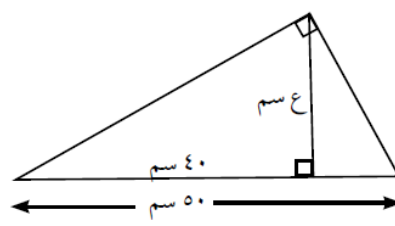
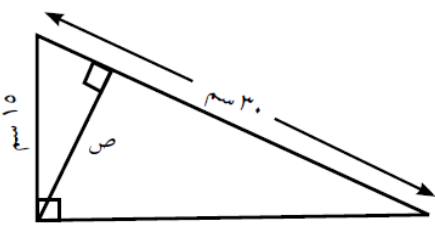
حاول أن تحل

١ أوجد من الشكل المرسوم س، ص في أبسط صورة.



تدريب (٣)

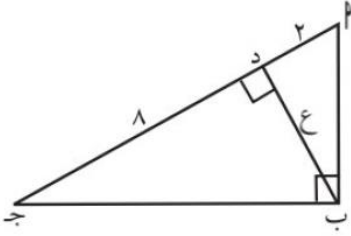
أوجد قيمة س، ص، ع في أبسط صورة في كل من الحالات التالية:



التشابه في المثلثات قائمة الزاوية

كراسة التمارين

٧ في الشكل المقابل فإن ع =



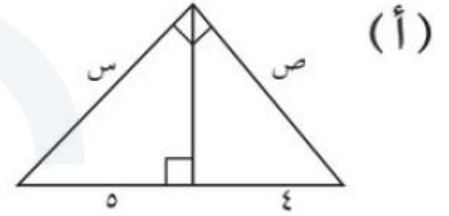
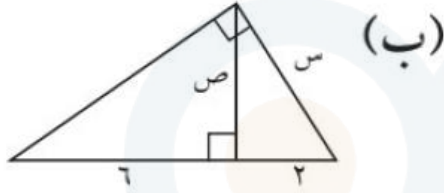
(ب) ٦

(أ) ١٦

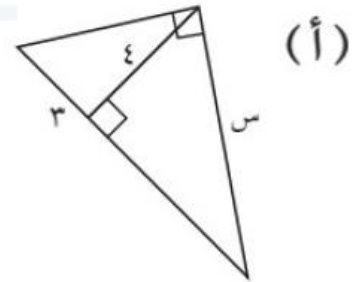
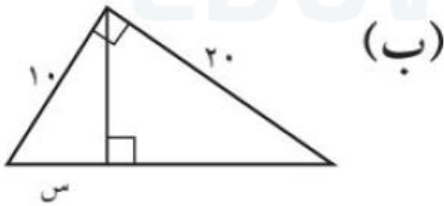
(د) ٤

(ج) ١٠

١ أوجد قيمة كل من س، ص في كل مما يلي:



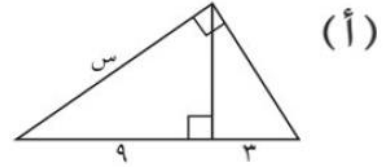
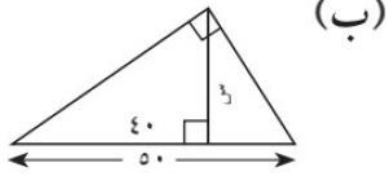
٢ أوجد قيمة س في كل مما يلي:



التشابه في المثلثات قائمة الزاوية

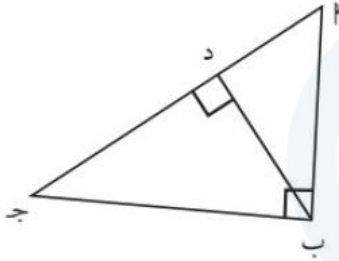
كراسة التمارين

٣ احسب س لأبسط صورة بحسب المعطيات في كل شكل:



٣ انظر إلى الشكل وأكمل:

$\Delta \sim \Delta$ $\Delta \sim \Delta$ $\Delta \sim \Delta$ ب ج.



زعتار
EDUWAVE

التناسبات والمثلثات المتشابهة

Parallel Line Theory

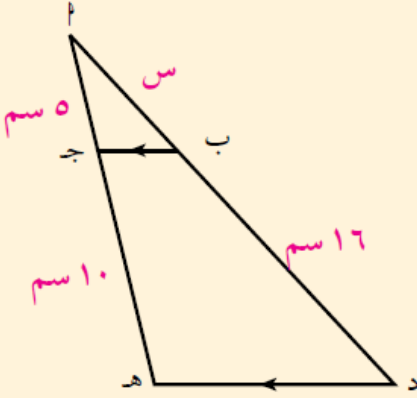
نظرية المستقيم الموازي

نظرية (١)

إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة.

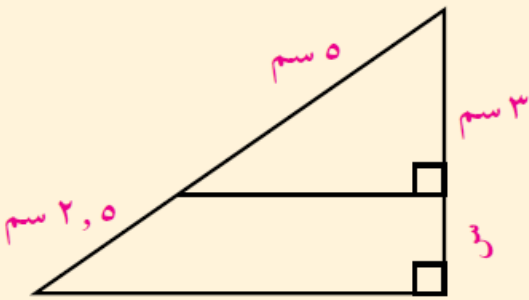
مثال (١)

استخدم نظرية المستقيم الموازي السابقة لإيجاد قيمة س.



حاول أن تحل

١ في الشكل المقابل، استخدم نظرية المستقيم الموازي السابقة لإيجاد قيمة س.



التناسب والمثلثات المتشابهة

Thales Theory

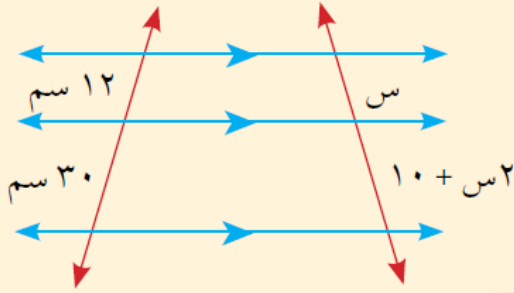
نظرية طاليس

نظرية (٢)

إذا قطع مستقيمان ثلاثة مستقيمتين متوازيتين أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر.

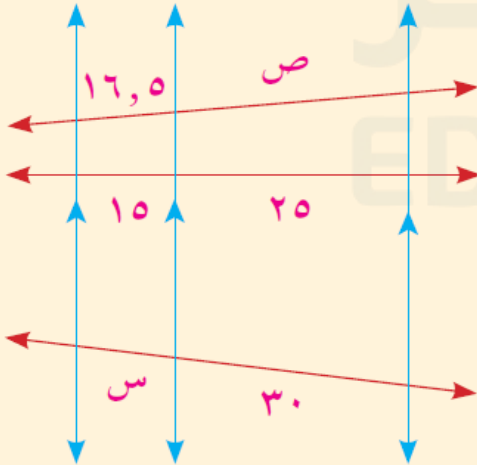
مثال (٢)

من الشكل المقابل أوجد قيمة س.



حاول أن تحل

٢ أوجد في الشكل المقابل س، ص في أبسط صورة.



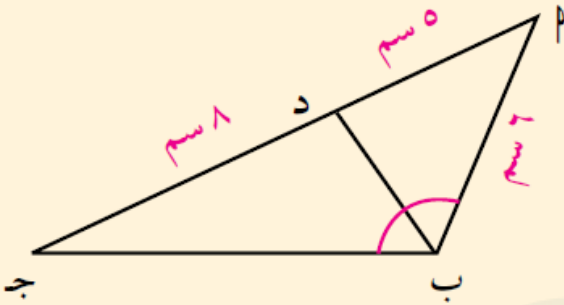
التناسب والمثلثات المتشابهة

نظرية (٣) نظرية منتصف الزاوية في مثلث

إذا نصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس، قسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو من الخارج إلى جزئين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين للمثلث.

مثال (٥)

أوجد جـ ب في الشكل المبين حيث ب د ينصف أ ب جـ.



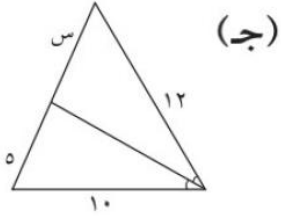
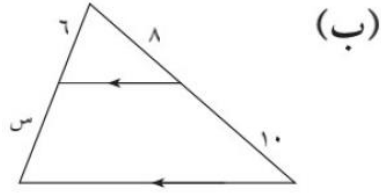
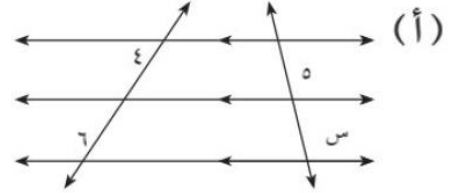
حاول أن تحل

٥ أ ب جـ مثلث حيث أ ب = ٦ سم، أ جـ = ٨ سم، ثم رسم أ د منصف ب أ جـ ويقطع ب جـ في د. إذا كان ب د = ٣ سم، أوجد جـ د.

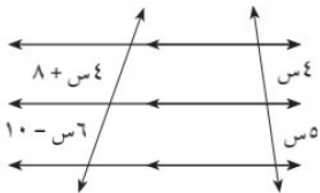
التناسبات والمثلثات المتشابهة

كراسة التمارين

٢ أوجد قيمة س.



٣ طولاً ضلعي القائمة في مثلث قائم الزوايا ٦٠ سم، ٨٠ سم. أوجد طولي القطعتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بمنصف الزاوية القائمة.



٦ في الشكل أوجد قيمة س.

الأنماط الرياضية والمتتاليات

تعريف:

المتتالية الحقيقية هي دالة حقيقية مجالها مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة أو مجموعة جزئية منها مرتبة على الصورة $\{1, 2, 3, 4, \dots, m\}$ ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

مثال (٢)

لتكن الدالة $t: \{1, 2, 3, 4, 5\} \leftarrow \text{ح حيث } t(n) = n^2$
بين في ما إذا كانت هذه الدالة متتالية، ثم أوجد حدودها.

حاول أن تحل

٢ لتكن الدالة $t: \{1, 2, 3, 4\} \leftarrow \text{ح حيث } t(n) = n^3 + 1$
بين في ما إذا كانت هذه الدالة متتالية، ثم أوجد حدودها.

الأنماط الرياضية والمتتاليات

مثال (٣)

لتكن ت: ص_n ← ح دالة معرفة بالقاعدة ت (ن) = $\frac{1}{n}$.
بين في ما إذا كانت ت متتالية، ثم اكتب المتتالية مكتفياً بالحدود الثلاثة الأولى منها.

حاول أن تحل

٣ لتكن ت: ص_n ← ح دالة معرفة بالقاعدة ت (ن) = $\frac{n}{n+1}$.
بين في ما إذا كانت ت متتالية، ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى منها.

المتتالية الحسابية

تعريف:

المتتالية (المتتابعة) الحسابية هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرة عددًا ثابتًا. يسمى هذا الناتج أساس المتتالية ويرمز إليه بالرمز s . وعلى ذلك $s = ح_1 - ح_2$ أو $s = ح_2 - ح_1$.

مثال (١)

بين أن المتتالية (٦، ١٢، ١٨، ٢٤) هي متتالية حسابية.

حاول أن تحل

١ هل المتتاليتان التاليتان حسابيتان؟ إذا كانتا كذلك، فأوجد أساس كل منهما.

أ المتتالية (٢، ٥، ٧، ١٢)

ب المتتالية (٤٨، ٤٥، ٤٢، ٣٩)

المتتالية الحسابية

مثال (٢)

إذا كان $h = 5$ ، $s = 7$ في متتالية حسابية فاكتب الحدود الستة الأولى من المتتالية.

حاول أن تحل

٢ إذا كان $h = 4$ ، $s = -3$ في متتالية حسابية، فاكتب الحدود الستة الأولى من المتتالية.

المتتالية الحسابية

وبصفة عامة

$$ح_n = ح_1 + s(n-1) \text{ لكل } n \in \mathbb{N}^+$$

إذا كان الحد المعروف $ح_k$ ، فإن $ح_k = ح_1 + s(k-1)$: $k \in \mathbb{N}^+$

$$\text{ومنه يكون } ح_n - ح_k = s(n-k)$$

$$\text{أي أن } ح_n = ح_k + s(n-k)$$

وتكون الصورة العامة للمتتالية الحسابية:

$$(ح_1, ح_1 + s, ح_1 + 2s, \dots, ح_1 + s(n-1), \dots)$$

$$\text{لاحظ أن } s = \frac{ح_n - ح_k}{n - k} : n \neq k$$

مثال (٣)

أوجد الحد العاشر والحد المائة من المتتالية الحسابية (٨، ٦، ٤، ...).

زعتار
EDUWAVE

المتتالية الحسابية

حاول أن تحل

٣ في المتتالية الحسابية ح_١ = ٤ ، س = ٣ .
أوجد ح_{١٢} .

مثال (٤)

أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٩٩ من المتتالية الحسابية (٧ ، ٩ ، ١١ ، ...).

المتتالية الحسابية

حاول أن تحل

- ٤ أ في المتتالية الحسابية (٢، ٥، ٨، ١١، ...): أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٧١.
- ب أوجد عدد حدود المتتالية الحسابية (٧، ١١، ١٥، ...، ٤٧).

مثال (٥)

في المتتالية (ح_ن) حيث ح_ن = ٧ - ٣ - لكل ن $\exists$ ص₊، أثبت أن المتتالية حسابية.

المتتالية الحسابية

حاول أن تحل

٥ في المتتالية (ح) حيث $3n = 5 + n$: $n \in \mathbb{N}$
أثبت أن المتتالية حسابية.

مثال (٦)

إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥ ، فأوجد أساس المتتالية.

المتتالية الحسابية

حاول أن تحل

٦ إذا كان الحد الثاني من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد السادس يساوي -٣، فأوجد أساس المتتالية ثم أوجد المتتالية الحسابية مكتملاً بالحدود الأربعة الأولى منها.

Arithmetic Means

الأوساط الحسابية

إذا كونت أ، ب، ج متتالية حسابية حيث أ، ب، ج هي عناصر من ح (أعداد حقيقية):

فإن: $\text{ب} - \text{أ} = \text{ج} - \text{ب}$

$$1 + 2 = 3$$

$$\frac{أ + ج}{٢} = ب$$

أي أن ب هو الوسط الحسابي للعديدين أ، ج.

بصورة عامة

إذا كانت (أ، ب، ج، د، ...، ف، ص) متتالية حسابية فإن ب، ج، د، ...، ف تسمى أوساطاً حسابية للعديدين أ، ص. وتسمى عملية إيجاد الأوساط الحسابية إدخال أوساط حسابية بين العديدين أ، ص.

المتتالية الحسابية

مثال (٨)

إذا كانت (٨٤، س، ١١٠) متتالية حسابية، فأوجد قيمة س.

حاول أن تحل

٨ أوجد قيمة ص من المتتالية الحسابية (٤٣، ص، ٥٧).

مثال (٩)

أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣، ٦٥.

المتتالية الحسابية

حاول أن تحل

- ٩ أ أدخل ثلاثة أوساط حسابية بين -٩، ٣.
- ب أدخل خمسة أوساط حسابية بين ١٣، ١.

مجموع ن حدا الأولى من حدود متتالية حسابية

Sum of The First n Terms of an Arithmetic Sequence

مجموع ن حدا الأولى من حدود متتالية حسابية (ح_ن) يعطى بالقاعدة:

$$ج_n = \frac{n}{2} [2ح_1 + n(ح_2 - ح_1)]$$

$$ج_n = \frac{n}{2} (ح_1 + ح_n)$$

حيث ح_ن هو الحد الذي ترتيبه ن من المتتالية الحسابية وحدها الأول ح_١.

المتتالية الحسابية

مثال (١٠)

أوجد مجموع العشرين حدًا الأولى من حدود متتالية حسابية التي حدها الأول ١٠ وحدها العشرون ٥٠٠.

حاول أن تحل

١٠ أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول ١٢ وحدها العاشر ٢٤.

مثال (١١)

أوجد مجموع الستة عشر حدًا الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول ١٥ وأساسها ٧.



المتتالية الحسابية

حاول أن تحل

- ١١ أ متتالية حسابية حدها الأول -٧ وأساسها ٤. أوجد مجموع أول خمسة وعشرين حدًا منها.
- ب أوجد مجموع حدود المتتالية الحسابية (٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥).



المتتالية الحسابية

كراسة التمارين

في التمرينين (١، ٢) هل المتتالية المعطاة حسابية؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.

١ (١، ٤، ٩، ١٦، ...) _____

٢ (-٢١، -١٨، -١٥، -١٢، ...) _____

في التمرينين (٣، ٤) في كل متتالية حسابية أوجد الحد الثاني والثلاثون.

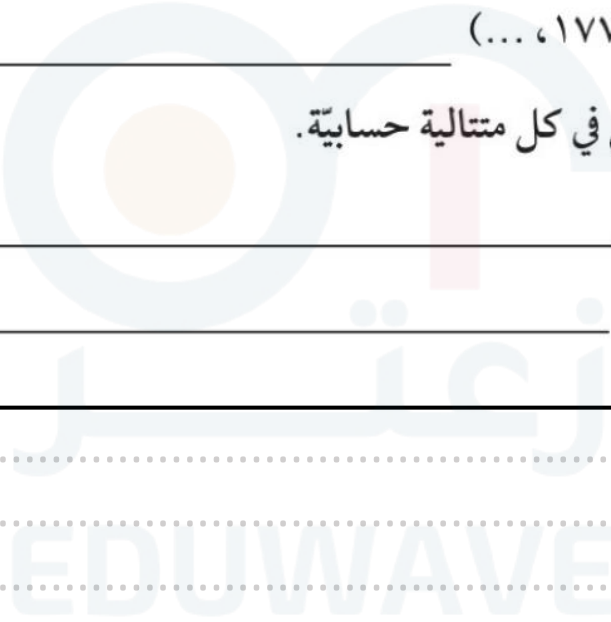
٣ (٣٤، ٣٧، ٤٠، ٤٣، ...) _____

٤ (٢١٣، ٢٠١، ١٨٩، ١٧٧، ...) _____

في التمرينين (٥، ٦) أوجد s في كل متتالية حسابية.

٥ (-١٦، s ، ١، ...) _____

٦ ($\frac{13}{2}$ ، s ، $\frac{51}{2}$ ، ...) _____



المتتالية الحسابية

كراسة التمارين

في التمرينين (٧، ٨) أوجد الوسط الحسابي.

٧ $ح_{-١} = ٧، ح_{+١} = ١$

٨ $ح_{-١} = \frac{٣}{٥}، ح_{+١} = ١$

١٠ أوجد الحد السابع عشر من المتتالية الحسابية:

(أ) $ح_{١٦} = ١٨، س = ٥$

(ب) $ح_{١٨} = ١٨، س = -٤$

في التمرينين (١٣، ١٤)، في كل متتالية حسابية أوجد الحد الأول $ح_١$ والأساس $س$.

١٣ $ح_٣ = ٥، ح_٥ = ١١، ...$

١٤ $ح_{١٠} = ١٧، ح_{١٤} = ٣٤، ...$

١٦ متتالية حسابية فيها الحد الأول يساوي ٢ والحد العاشر يساوي ٢٠ فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي:

(د) ٢٢٠

(ج) ١١٠

(ب) ٥٥

(أ) ٢٢

المتتالية الحسابية

كراسة التمارين

في التمرينين (١٧، ١٨) أوجد مجموع حدود كل متتالية مما يلي:

(١٧) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, \frac{15}{2})$

(١٨) $(-5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots, 25, 27)$

(١٩) (أ) ما عدد حدود المتتالية: (١٠، ١٣، ١٦، ...، ٣١)؟ اشرح.

(ب) أوجد مجموع هذه الحدود.

(٢٠) في متتالية حسابية ج_٨ = ٤٤٠، الأساس $s = 6$ ، أوجد ج_١

(٢١) أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية (٥، ٧، ٩، ...).

زعتار
EDUWAVE

المتتالية الهندسية

تعريف:

المتتالية الهندسية: هي متتالية ناتج قسمة أي حد فيها على الحد السابق له مباشرة، يساوي عددًا حقيقيًا ثابتًا غير صفري،

$$\text{فيكون } r = \frac{a_{n+1}}{a_n} \text{ حيث } a_n \neq 0.$$

لكل $n \in \mathbb{N}$ ، r عدد حقيقي ثابت يسمى أساس المتتالية الهندسية common ratio

مثال (١)

لتكن (a_n) متتالية حيث $a_n = 3^n$.

أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى من المتتالية (a_n) .

ب) أثبت أن (a_n) متتالية هندسية.

حاول أن تحل

١) أثبت أن المتتالية (a_n) حيث $a_n = (2)^n$ ، هي متتالية هندسية.

المتتالية الهندسية

General term of an Geometrie Sequence

الحد النوني للمتتالية الهندسية

إذا كانت $(ح_n)$ متتالية هندسية أساسها $ر \neq ٠$ فإن $ح_n = ح_١ \times ر^{n-١}$
حيث $ح_١$ هو الحد الأول، $ح_n$ هو الحد النوني، $ر$ هو أساس المتتالية الهندسية.
ويكون $ح_٢ = ح_١ \times ر$ ، $ح_٣ = ح_١ \times ر^٢$ ، $ح_٤ = ح_١ \times ر^٣$ ، ...
وتكون الصورة العامة للمتتالية الهندسية $ح_١، ح_٢، ح_٣، ح_٤، ...، ح_n = ح_١ \times ر^{n-١}$ ، ...
إذا كان الحد المعروف $ح_k$ فإن $ح_n = ح_k \times ر^{n-k}$

$$\text{ومنه يكون } ح_n = \frac{ح_n \times ر^{n-١}}{ح_k \times ر^{k-١}} = ر^{n-k}$$

$$\text{أي أن } ح_n = ح_k \times ر^{n-k}$$

مثال (٢)

اكتب الحدود الخمسة الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٩ وأساسها ٣.

المتتالية الهندسية

حاول أن تحل

٢ اكتب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٥ وأساسها -٣.

مثال (٣)

متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨. اكتب المتتالية الهندسية مكتملاً بالحدود الأربعة الأولى منها.

المتتالية الهندسية

حاول أن تحل

٣ متتالية هندسية حدها الأول ٢٧ وحدها الخامس $\frac{1}{3}$. اكتب المتتالية مكتملاً بالحدود الخمسة الأولى منها.

مثال (٤)

متتالية هندسية حدودها موجبة، ومجموع الحدين الأول والثاني ٣٦، وحدها الثالث يساوي ٣. أوجد الحد الخامس.

المتتالية الهندسية

Geometric Means Between two Numbers

الأوساط الهندسية بين عددين

إذا كَوَّنت a ، b ، جـ متتالية هندسية حيث $a < b$ ، جـ أعداد حقيقية غير صفرية وحيث $0 < a < b$ فإن $\frac{b}{a} = \frac{b}{a}$ ومنه $b = a^2$

$$b = \pm \sqrt{a}$$

يسمى b وسطاً هندسياً بين العددين a ، b ، أي أن: $\sqrt{a}$ أو $-\sqrt{a}$ وسطاً هندسياً بين العددين a ، b .

مثال (٥)

أوجد وسطاً هندسياً بين العددين $\frac{1}{3}$ ، 27 .

حاول أن تحل

٥ أوجد وسطاً هندسياً بين العددين في كل ما يلي:

جـ ٣ ، ١٨,٧٥

بـ ٢٠ ، ٨٠

أـ ٣- ، ٧٢-

المتتالية الهندسية

مثال (٧)

أدخل خمسة أوساط هندسيّة موجبة بين العددين ٥١٢ ، ٨ .

حاول أن تحل

٧ أدخل ثمانية أوساط هندسية بين ٢ ، ١٠٢٤ .

المتتالية الهندسية

مجموع n حذا الأولى من متتالية هندسية Sum of n First Terms of a Geometric Sequence

قانون

إذا كانت $(ح_n)$ متتالية هندسية، $ح_1 + ح_2 + ح_3 + \dots + ح_n$ هو مجموع n حذاً الأولى، فإن:

١ $ح_1 = ح_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$ أو $ح_1 = ح_1 \times \frac{r^n - 1}{r - 1}$ ، $r \neq 1$

٢ إذا كانت $r = 1$ فإن $ح_n = ح_1$

مثال (٨)

أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية (٢، ٤، ٨، ...).

حاول أن تحل

٨ أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣، ٩، ٢٧، ...).

المتتالية الهندسية

مثال (٩)

الحد الأول من متتالية هندسية يساوي ٨ والحد الثالث منها يساوي $\frac{8}{9}$. أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها.

حاول أن تحل

٨ أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣، ٩، ٢٧، ...).

المتتالية الحسابية

كراسة التمارين

في التمرينين (١، ٢) هل المتتاليات الآتية هندسيّة؟ إذا كانت كذلك أوجد الأساس.

١ (١، ٢، ٤، ٨، ١٦)

٢ (١، ١-، ١، ١-، ١)

في التمرينين (٥، ٦) أوجد قيمة س في المتتالية الهندسيّة.

٥ $(\frac{2}{5}, س, \frac{8}{5}, \frac{16}{135})$

٦ (٩١٨٠، س، ٢٥٥، ...)

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابيّة أم هندسيّة. ثم أوجد الحد التالي.

٧ (٤٥، ٩٠، ١٨٠، ٣٦٠، □)

٨ (٣٠، ٣٥، ٤٠، ٤٥، □)

٩ (١٥، ١١، ٧، ٣، □)

في التمرينين (١٠، ١١) في المتتالية الهندسيّة (٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ...) أوجد:

١٠ الحد الخامس.

١١ الحد النوني.

في التمرينين (١٢، ١٣) أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسيّة.

١٢ ح = ٨، $ر = \frac{1}{2}$

١٣ ح = ٥-، $ر = -\frac{1}{2}$

المتتالية الحسابية

كراسة التمارين

في التمرينين (١٦، ١٧) أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسية حيث:

١٦ ح_١ = ٣، $r = \frac{1}{2}$ عدد الحدود = ٥

١٧ ح_١ = ٥٠، $r = ٨$ ، ٠ عدد الحدود = ٩

في التمارين (١٨-٢٠) أجب بصح أو خطأ.

١٨ (١، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$) متتالية هندسية

١٩ متتالية هندسية فيها ح_٤ = ٨، $r = \frac{1}{4}$ فإن ح_١ = ٤

٢٠ في المتتالية الهندسية الموجبة الحدود (١٢، ٣، ٣، ...) تكون قيمة س هي ٦

الاختيار من متعدد: في التمارين (٢١-٢٣) اختر الإجابة الصحيحة:

٢١ لتكن (٢٤٣، أ، ب، ج، ١٩٦٨٣) متتالية هندسية فإن $r =$

(أ) ٣ فقط (ب) ٣ أو -٣ (ج) $\frac{1}{3}$ ، $-\frac{1}{3}$ (د) $-\frac{1}{3}$ فقط

٢٣ ناتج ضرب الوسط الهندسي السالب للعددين ٢، ٣٢ والوسط الهندسي السالب للعددين ١، ٤ هو:

(أ) -١٦ (ب) ١٦ (ج) ٣٢ (د) ٢٥٦



 Z3TAREDUWAV

جميع روابط التواصل