DATE / NO. TITLE

12 General — Math

1. Solve systems of linear equations using matrices and Gaussian elimination

Question 1. $x + 7y = 10$
$3x + 9y = -6$

a. (11, 3)
b. (-11, -3)
C. (-11, 3)
d (11, -3)

لفوق يزوي

★ The easiest way to solve these questions is by substituting the x and y values into the equation.

★ اسهل طريقة تقدرون تحلون فيها هالسؤال هي انكم تعوضون قيم ال (x, y) من الاختيارات في المسألة وإذا طلع نفس الجواب يكون هو الصح.

lets try: يلا نجرب:

a. (11, 3) → (x, y)

$x + 7y = 10 \longrightarrow 11 + 7(3) = 32$ ✗

لان الجواب ما كان نفس المسألة الأصلية بنجرب وبا الباقي.

Since we didn't get the same answer as the original equation we will try the other values.

b. (-11, -3) → (x, y)

$x + 7y = 10 \longrightarrow (-11) + 7(-3) = -32$ ✗

C. (-11, 3) → (x, y)

$x + 7y = 10 \longrightarrow (-11) + 7(3) = 10$ ✓

$3x + 9y = -6 \longrightarrow 3(-11) + 9(3) = -6$ ✓

DATE / NO. | TITLE

d. $(11, -3) \longrightarrow (x, y)$

$x + 7y = 10 \longrightarrow 11 + 7(-3) = -10$ ✗

★ As we can see C is the answer because its the only option that gives the same answer as the original Equation.

★ الجواب C لأن هو الخيار الوحيد اللي عطانا نفس جواب المسألة الأصلية.

2. Solve systems of linear equations using matrices and Gaussian elimination.

حقوق يزوي

Question 2. $3x - 5y + 7z = 9$

$-10x + y + 8z = 6$

$4x - 15z = -8$

a. $\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -10 & 4 & 9 \\ -5 & 1 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & -15 & -8 \end{array}\right]$

b. $\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -5 & 7 & 6 \\ -10 & 1 & 8 & 9 \\ 4 & -15 & 0 & -8 \end{array}\right]$

c. $\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -5 & 7 & 9 \\ -10 & 1 & 8 & 6 \\ 4 & -15 & 0 & -8 \end{array}\right]$

d. $\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -5 & 7 & 9 \\ -10 & 1 & 8 & 6 \\ 4 & 0 & -15 & -8 \end{array}\right]$

★ To turn any equation into a matrix you write down the number without the variable.

★ عشان تحولون المسائل إلى مصفوف تاخذون الرقم بدون الحروف

DATE / NO. | TITLE

lets try it : يلا نجرب :

$$3x - 5y + 7z = 9$$
$$-10x + y + 8z = 6$$
$$4x - 15z = -8$$

Step 1: lets write an augmented matrix and each column will have the number that is next to that variable.

الخطوة 1: اول شي نكتب المصفوف و نكتب الحروف فوق حق كل عمود

الحروف بتروح فوق

$$\begin{array}{l} \\ \text{equation 1} \\ \text{equation 2} \\ \text{equation 3} \end{array} \begin{bmatrix} x & y & z & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

Step 2: Anything that comes after the = sign write it after the dotted line.

خطوة 2: اي رقم بعد الـ = نكتبه بعد الخط المنقط.

نفس الشي

$$\text{For your reference only (يس عشان ما تضيعون)} \begin{array}{l} \text{equation 1} \\ \text{equation 2} \\ \text{equation 3} \end{array} \begin{bmatrix} x & y & z & \\ & & & 9 \\ & & & 6 \\ & & & -8 \end{bmatrix}$$

Step 3: Start writing the numbers in side the matrix

خطوة 3: ندخل الارقام في المصفوف

DATE / NO. | TITLE

	x	y	z		
equation 1	3	-5	7	9	$3x - 5y + 7z = 9$
equation 2	-10	1	8	6	$-10x + 1y + 8z = 6$
equation 3	4	0	-15	-8	$4x - 15z = -8$

y مش موجود
فنكتب 0

Step 4: Pick the matrix that looks like yours

خطوة ٤: اختارو المصفوف نفس الي سويناه

حقوق بروبي

Answer is d. الجواب d.

3. Multiply matrices

Question 3.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -5 \\ 2 & -7 & 1 \end{bmatrix}$$

Find AB and BA

Step 1: Lets start with AB, First we write down the dimensions of both matrixes.

خطوة ١: اول شي. بنبدأ ب AB. نبدأ بكتابة ابعاد المصفوف A و المصفوف B.

A B

$3 \times \underline{2} \quad \underline{2} \times 3$

Same number means we can multiply them.

نفس الرقم يعني نقدر نضربهم ببعض.

DATE / NO. | TITLE

Step 2: Since the number of columns in matA equal to mat B we can multiply both matrices by the calculator.

خطوة 2: لان رقم الاعمدة فالمصفوف A نفس عدد الصفوف فالمصفوف B نقدر نضرب بهم وبا بعض بالآلة:

To input values: عشان نعرف المصفوف:

mat A:

mode, 6, 1, 2 (input values نعوض القيم)

حقوق يزوي

بعدين نسوي on

mat B:

Shift 4, 2, 2, 4 (input values نعوض القيم)

To multiply:

Shift, 4, 3 (عشان تحطون matA)

بعدين X

Shift, 4, 4 (عشان تحطون matB)

بعدها =

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 12 & -10 \\ -6 & -3 & 17 \\ -4 & 20 & -7 \end{bmatrix}$$

Step 3: Now we'll Find BA, again we'll write the dimensions first.

خطوة 3: احين بنحصل BA اول شي بنكتب ابعاد المصفوفات

DATE / NO. | TITLE

B A

2 × 3 3 × 2

we can multiply because ~~same~~ number of columns in b is equal to number of rows into a.

Step 4: since we already have the values inside the calculator we will repeat the "to multiply" steps but we'll put mat B first.

خطوة 4: لان عندنا القيم فالآلة بتعيد الخطوة يوم
ظربنا المصفوف AB بس طالعة بعكس.

Shift, 4, 4 (عشان تحطلون matA)
بعدين ×
Shift, 4, 3 (عشان تحطلون matB)
بعدين =

$$BA = \begin{bmatrix} -29 & -8 \\ 33 & 19 \end{bmatrix}$$

4. Find determinants and inverses of 2×2 and 3×3 matrices.

Question 4. Find the inverse of

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 3 & 6 & -5 \\ -2 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

DATE / NO | TITLE

Step 1: Input the values in the calculator.

خطوة 1: نكتب القيم في الآلة (قيم المصفوف)

mode , 6 , 1 , 1 , (input values , اكتبو الارقام)

- because the matrix dimension is 3×3
- لان ابعاد المصفوف 3×3

Step 2: To find the inverse we will use the calculator.

خطوة 2: بنستخدم الآلة عشان نحصل المعكوس

اضغوط يردي

Shift, 4 , 3 , x^{-1} , =

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -34 & 29 & 9 \\ 7 & -6 & -2 \\ -12 & 10 & 3 \end{bmatrix}$$

5. Find the midpoint of a segment on the coordinate plane

Question 5. Find the midpoint of the line segment with endpoints at (-4, 7) (3, 9)

a. $(\frac{1}{2}, 8)$ b. $(-\frac{1}{2}, 8)$

c. $(\frac{1}{2}, -8)$ d. $(-\frac{1}{2}, -8)$

Step 1: determine values of (x_1, y_1) and (x_2, y_2), and write midpoint formula.

خطوة 1: نحدد (x_1, y_1) و (x_2, y_2) و نكتب القانون مال نقطة الوسط

DATE / NO | TITLE

$(x_1, y_1) \longrightarrow (-4, 7)$

$(x_2, y_2) \longrightarrow (3, 9)$

midPoint Formula $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

- to find x-value - عشان نحصل قيمة x

- to find y-value - عشان نحصل قيمة y

Step 2: Substitute values into equation.

خطوة 2: نعوض القيم في القانون

حقوق بتوعي

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \longrightarrow \left(\frac{(-4) + 3}{2}, \frac{7 + 9}{2} \right)$$

$$\downarrow$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 8 \right)$$

6. Find the distance between two points on the coordinate plane

Question 6. (1, 2) (6, 3)

a. 8.655 b. 6.124

c. 7.045 d. 5.099

Step 1: Determine (x_1, y_1) and (x_2, y_2) and write down distance formula.

خطوة 1: نكتب ونحدد (x_1, y_1) و (x_2, y_2) ونكتب القانون

$(x_1, y_1) \longrightarrow (1, 2)$

$(x_2, y_2) \longrightarrow (6, 3)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

DATE / NO. | TITLE

Step 2: Substitute values in equation then calculate.

خطوة 2 : نعوض القيم في القانون و نحسب بالآلة.

$$d = \sqrt{(6-1)^2 + (3-2)^2}$$

$$d = \sqrt{26} \approx 5.099$$

7. Graph Parabolas

Question 7. $y = (x-4)^2 - 6$

Step 1: Recall standard form of Vertical Parabola

خطوة 1 : تذكروا المعادلة مالت القطع المكافئ اللي تكون بالطول

حفوف يزوي

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = (x-4)^2 - 6$$

- Since we know that the vertex is (h,k) we can take h and k from the equation

- لان تعرف الرأس هو (h,k) نقدر نطلع h و k من المعادلة

$h \rightarrow +4$ ⟵ Anything inside the () you take its opposite sign.

$k \rightarrow -6$

- اي شي داخل () ناخذ عكس العلامة.

$(4, -6)$

- we will pick the graph with a vertex at $(4,-6)$

- بختار الرسم البياني اللي الرأس ماله يكون $(4,-6)$.

DATE / NO. | TITLE

8. Write equations of circles

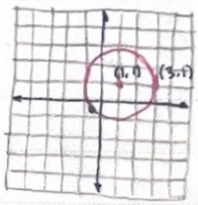
Question 8.

a. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

b. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$

c. $(x-1)^2+(y+1)^2=2$

d. $(x+1)^2+(y-1)^2=4$



Step 1: Since we have 2 point given we will write down the standard form equation with (h,k).

خطوة 1: لأنهم أعطونا نقطتين بكتب القانون اللي يكون وبا (h,k):

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

- we know that the center point is at $(1,1)$ so we will substitute it in the equation:

- نعرف ان وسط الدائرة $(1,1)$ فبنعوضهم في القانون بدال (h,k):

$$(x-1)^2+(y-1)^2=r^2$$

Step 2: Find r to complete the equation by using the distance formula.

خطوة 2: نحصل r بنستخدم قانون المسافة بين نقطتين:

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$(1,1) \longrightarrow (x_1, y_1)$

$(3,1) \longrightarrow (x_2, y_2)$

$$r=\sqrt{(3-1)^2+(1-1)^2}$$

$$r=2$$

حقوق بروس

DATE / NO. | TITLE

Step 3: we will substitute the value of r in the equation.

خطوة 3: بنعوض قيمة r في القانون مال الدائرة.

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$

9. Graph Circles

Question 9.

$r = a.4, \ b.5, \ c.3, \ d.6$

$x^2 + y^2 - 6y + 8x = 0$

center $= a.(-4,-3), \ b.(-4,3), \ c.(3,-4)$
$d.(-3,4)$

Step 1: Since the standard form of the circle is $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, we will seperate the numbers from the variables.

أقوف يزوي

خطوة 1: لان الصيغة القياسية الدائرة $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ بنفرق الأرقام من الحروف.

$(x^2 + 8x) + (y^2 - 6y) = 0$

Step 2: to move the power outside we will divide the number inside by 2 then remove the variable from the number.

خطوة 2: عشان نطلع الـ ^{2} بنقسم الرقم اللي داخل الـ () بـ 2 و بنشل الحرف اللي وياه لان ما نباه.

$$\begin{cases} (x^2 + \frac{8x}{2}) + (y^2 - \frac{6y}{2}) = 0 \\ (x+4)^2 + (y-3)^2 = 0 \end{cases}$$

Step 3: Since we've changed whatever was in the () it has an effect on the equation.

خطوة 3: لان تغلسفنا على شوكان داخل الـ () هذا له تأثير على المسألة

DATE/NO. | TITLE

4^2

$(x+4)^2+(y-3)^2=0$

-3^2

$(x+4)^2+(y-3)^2-4^2-(-3)^2=0$

$(x+4)^2+(y-3)^2-25=0$

- law states that you take the squared of the number inside the () then subtract it from the whole equation.

- القانون يقول ان تاخذون الرقم الي داخل ال () وتخلونه مرفوع بتنين وتنقصونه من المسأله

Step 4: move the number to the other side of the equation.

خطوة 4: تحركون الرقم الي الجهة الثانية من المسألة.

$(x+4)^2+(y-3)^2-25=0$

$+25 \quad +25$

$(x+4)^2+(y-3)^2=25$

Step 5: Since we have the equation in its standard form we can determine (h,k) which is the center and the radius.

خطوة 5: احين تقدر تحدد الوسط (h,k) و نصف القطر.

recall that: تذكروا ان:

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(x+4)^2+(y-3)^2=25$

$(h,k) \rightarrow (-4,3)$ - we take the opposite sign of whatever is inside the ().

- ناخذ عكس العلامة الي قبل ().

$r=\sqrt{25} \rightarrow 5$

- لان فالقانون بعد ال = يكون r^2.

- because in the standard form the r is squared.

DATE / NO. | TITLE

10. Write equations of ellipses

Question 10. Center $(-2, 6)$

Vertex $(-2, 16)$

Co-Vertex $(1, 6)$

*in ellipses we use $c^2 = a^2 - b^2$

a. $\frac{(x-6)^2}{100} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$

b. $\frac{(y-6)^2}{100} - \frac{(x+2)^2}{9} = 1$

c. $\frac{(y-6)^2}{100} + \frac{(x+2)^2}{9} = 1$

d. $\frac{(x-6)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{100} = 1$

Step 1: Determine features and find (h,k) a and b.

خطوة 1: نحدد اذا المثال افقي ولا رأسي و نحصل (h,k) و a و b.

حقوق ليزوي

Center is $(h,k) \longrightarrow (-2, 6)$

Vertex $\longrightarrow (-2, 16) \longrightarrow (h, k \pm a)$

Co-Vertex $\longrightarrow (1, 6)$

$(h \pm b, k)$

- Since the vertex x-coordinate is the same as h this means that this is a horizontal ellipse

- لان الرأس والوسط نفس قيمة تنسيق x المثال بيكون رأسي.

Find a:

$16 = k \pm a$

$16 = 6 \pm a$

$-6 \quad -6$

$10 = a$

Find b:

$1 = h \pm b$

$1 = -2 \pm b$

$+2 \quad +2$

$3 = b$

Step 2: Substitute Values in equation

خطوة 2: نعوض القيم في المعادلة

$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

$\frac{(y-6)^2}{10^2} + \frac{(x+2)^2}{3^2} = 1 \longrightarrow \frac{(y-6)^2}{100} + \frac{(x+2)^2}{9} = 1$

DATE/NO. TITLE

12. Identify Conic Sections from their equations

* $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

Question 12. $4x^2 - 12x = 18y - 4y^2$

a. Circle b. Ellipse

c. Hyperbola d. Parabola

حقوق يزوي

Step 1: move everything on 1 side.

خطوة ١: نحرك كل شي على سوب واحد

$4x^2 - 12x = 18y - 4y^2$

$4x^2 - 12x - 18y + 4y^2 = 0$

Step 2: Substitute in Discriminant formula.

خطوة 2: نعوض في القانون التمييز

$B^2 - 4AC \rightarrow 0^2 - 4(4)(4) = -64$

$4 \rightarrow a \quad -12 \rightarrow D$

$4 \rightarrow c \quad -18 \rightarrow E$

Since: $-64 < 0$ لان:

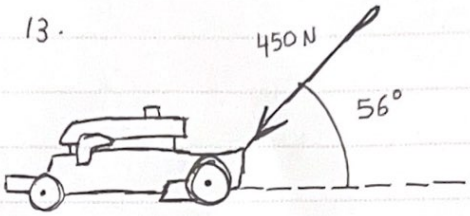
- its a Circle because $A = C$ and $B = 0$

- الشكل دائره لان $a = C$ و $B = 0$

DATE/NO. | TITLE

13. Solve vector Problems and resolve vectors into their rectangular components.

Question 13.



a. X = 152 N and y = 373N

b. ~~X = 512 N and y = 450 N~~

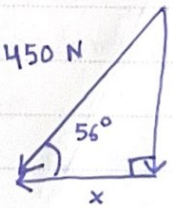
c. X = 252N and y = 373 N

d. X = 373N and y = 252 N

Step 1 : draw a diagram to make it clear For you to know where is the Y and X

خطوة 1 : ارسموا شكل عشان توضحون لعمركم وين ال X و ال Y . (مش لازم هالخطوة)

حقوق يزوبي



- y is always vertical
- الـ y دوم يكون رأسي

- x is always horizontal
- الـ x يكون افقي

Step 2: Use $X = F \cos\theta$ and $y = F \sin\theta$ to Find the magnitude of x and y.

خطوة 2 : بنستخدم $X = F\cos\theta$ و $y = F\sin\theta$ عشان نحصل مقدار اتجاه

$F = 450\ N \qquad \theta = 56°$

$X = F\cos\theta \longrightarrow X = (450)\cos(56)$

$x = 251.6\ N \sim 252\ N$

$y = F\sin\theta \longrightarrow y = (450)\sin(56)$

$y = 373\ N$

DATE / NO. | TITLE

14. Represent and Operate with Vectors in the Coordinate Plane.

Question 14. A(-5, -4) B(8, -2)

Component form:

a. ⟨-2, 13⟩ b. ⟨13, 2⟩

c. ⟨-2, -13⟩ d. ⟨2, 13⟩

magnitude:

a. $\sqrt{118}$ b. $\sqrt{17}$

c. $\sqrt{111}$ d. $\sqrt{173}$

Step 1: Find the component form of the coordinates.

خطوة 1: نحصل الصورة المركبة للنقطتين المذكورات.

حقوق يزودي

- We know that component form is

- نعرف ان الصورة المركبة هي

$$\langle x_2 - x_1 , y_2 - y_1 \rangle$$

- We'll substitute the values to find the component form:

- بنعوض القيم في القانون و بنحصل الصورة المركبة:

$A(-5, -4) \longrightarrow (x_1, y_1)$

$B(8, -2) \longrightarrow (x_2, y_2)$

$$\langle x_2 - x_1 , y_2 - y_1 \rangle \longrightarrow \langle 8-(-5) , (-2)-(-4) \rangle$$

$$\langle 13, 2 \rangle$$

Step 2: Find the magnitude

خطوة 2: نحصل مقدار المتجه

We can use either formula

نقدر نستخدم اي قانون

$$|v| = \sqrt{(x_2-x_1)+(y_2-y_1)^2} \quad \text{or} \quad |v| = \sqrt{a^2+b^2}$$

we use this ↙ if we have the component form

DATE / NO. | TITLE

- Since we have the coordinates in component form we'll use $|V| = \sqrt{a^2+b^2}$

- لان عندنا النقط بالصورة المركبة بنستخدم القانون

$$|V| = \sqrt{a^2+b^2}$$

* a and b are $\langle a, b \rangle$

* a و b هم $\langle a, b \rangle$

$\langle 13, 2 \rangle \longrightarrow \langle a, b \rangle$

$$|V| = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$|V| = \sqrt{(13)^2+(2)^2}$$

$$|V| = \sqrt{173}$$